

Dimenzioniranje meniska tokom kontinuiranog livenja čelika

Ice B. Risteski, Institut za rudarstvo i metalurgija, 16-ta Makedonska brigada 18, 91000 Skopje, Makedonija

U predloženom radu dokazane su matematičke jednačine pomoću kojih se može izvršiti dimenzioniranje meniska, na osnovu uticajnih parametara procesa kontinuiranog livenja čelika.

In the given paper the validity of mathematical equations being applied for dimensioning meniscus was proved by influential parameters of continuous casting of steel. Dimensioning of meniscus is the main condition for mathematical model of lubrication between the surface of slab and the mould wall. The obtained quadrature expressions are suitable for direct preparation of software of the model. They correspond to the conditions of actual process of continuous casting of steel.

1 Uvod

Za dinamičku analizu procesa lubrikacije rastopljenim praškom, u rascepu između očvrsnute kore slaba i zida kristalizatora u okolini meniska, neophodno je egzaktno dimenzioniranje meniska. Koliko je poznato autoru ovog rada, do sada u literaturi nisu objavljeni nikakvi matematički podaci o dimenzioniranju meniska, sem aproksimativne numeričke vrednosti za linearan menisk. U istraživanju¹, prvi put su predložene jednačine dimenzioniranja meniska, ali bez njihovog dokaza, što u ovom radu neće biti slučaj.

2 Dimenzioniranje meniska

Kretanje rastopljenog praška u rascepu između očvrsnute kore slaba i zida kristalizatora, u okolini meniska je modelirano prema ilustraciji na sl. 1.

Kako se vidi na sl. 1, x -osa je postavljena u pravcu nivoa tečnog čelika u kristalizatoru, dok je y -osa postavljena po dužini slaba. Lubrikacija rastopljenim filmom praška u prostoru između očvrsnute kore slaba i zida kristalizatora, predstavljena je kao hidrodinamičko podmazivanje viskoznim fluidom između dve neparalelne površine.

Promena maksimalne oscilatorne brzine meniska u pravcu x -ose iznosi

$$2\pi f x = \frac{1}{\rho_p} \cdot \frac{d\eta}{dx} \quad (1)$$

Pomoću integrala diferencijalne jednačine (1)

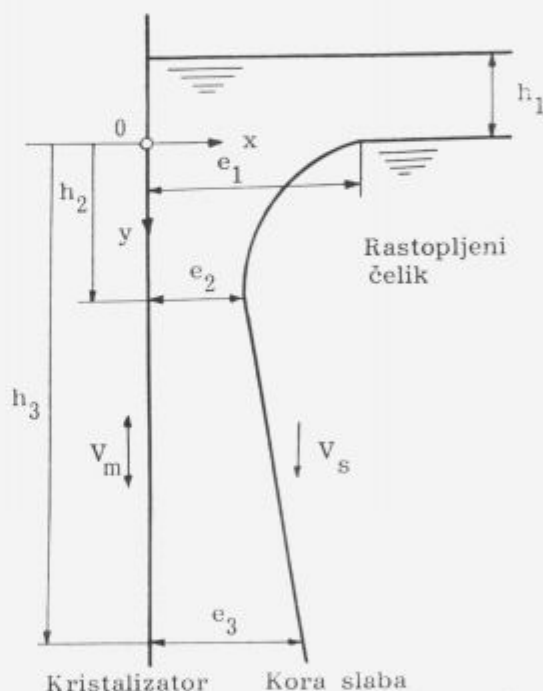
$$\int_0^{e_1} 2\pi f x dx = \int_0^{\eta} \frac{d\eta}{\rho_p} \quad (2)$$

dobija se jednačina

$$2\pi f \frac{e_1^2}{2} = \frac{\eta}{\rho_p} \quad (3)$$

iz koje se vidi, da rastojanje od početka krivoliniskog dela meniska do zida kristalizatora je

$$e_1 = \left(\frac{\eta}{\pi f \rho_p} \right)^{1/2} \quad (4)$$



Slika 1. Model filma rastopljenog praška između očvrsnute kore slaba i zida kristalizatora u okolini meniska¹.
Figure 1. Model of film of molten flux between the solidified shell of slab and the mould wall in the surrounding of meniscus¹.

Na kraju I regiona ($0 \leq y \leq h_2$), ubrzanje rastopljenog praška u x -pravcu će biti

$$\frac{\eta}{\rho_p} \cdot \frac{\partial^2 V_p}{\partial x^2} + g = 0, \quad (5)$$

sa graničnim uslovima

$$V_p(0) = 2\pi f A \cos 2\pi f t_c \quad V_p(e_2) = V_s \quad (6)$$

Posle dvojnje integracije jednačine (5) sa uzimanjem u obzir graničnih uslova (6) dobija se brzina kretanja praška

$$V_p = -\frac{\rho_p g}{2\eta} x^2 + \left(\frac{V_s - 2\pi f A \cos 2\pi f t_c}{\epsilon_2} + \frac{\rho_p g}{2\eta} \epsilon_2 \right) x + 2\pi f A \cos 2\pi f t_c. \quad (7)$$

Potrošnja praška određuje se pomoću formule

$$P_c^{\text{eksp}} = 2\rho_p(a+b) \int_0^t \int_0^{\epsilon_2} V_p dt dx. \quad (8)$$

Ako se u jednačini (8) zameni jednačina (7), a nakon dvojnog integrisanja se dobija potrošnja praška

$$P_c^{\text{eksp}} = 2\rho_p t(a+b) \left(\frac{\rho_p g}{12\eta} \epsilon_2^3 + \frac{V_s + 2\pi f A \cos 2\pi f t_c}{2} \epsilon_2 \right). \quad (9)$$

Posle sređivanja jednačina (9) dobija oblik

$$\epsilon_2^3 + \frac{6\eta(V_s + 2\pi f A \cos 2\pi f t_c)}{\rho_p g} \epsilon_2 - \frac{6\eta P_c^{\text{eksp}}}{\rho_p^2 g t(a+b)} = 0, \quad (10)$$

ili

$$\epsilon_2^3 + p\epsilon_2 + q = 0, \quad (11)$$

gde je

$$p = \frac{6\eta(V_s + 2\pi f A \cos 2\pi f t_c)}{\rho_p g}, \quad (12)$$

a

$$q = -\frac{6\eta P_c^{\text{eksp}}}{\rho_p^2 g t(a+b)}. \quad (13)$$

Na osnovu Cardano-vih formula², realno rešenje jednačine (11) je

$$\epsilon_2 = \left(c_1 + (c_1^2 + c_2^3)^{1/2} \right)^{1/3} + \left(c_1 - (c_1^2 + c_2^3)^{1/2} \right)^{1/3}, \quad (14)$$

gde je

$$c_1 = -\frac{q}{2} = \frac{3\eta P_c^{\text{eksp}}}{\rho_p^2 g t(a+b)}, \quad (15)$$

a

$$c_2 = \frac{p}{3} = \frac{2\eta(V_s + 2\pi f A \cos 2\pi f t_c)}{\rho_p g}, \quad (16)$$

pri čemu jednačina (16) za $t_c = \frac{2n-1}{4f}$, ($n = 1, 2, \dots$) dobija oblik

$$c_2 = \frac{2\eta V_s}{\rho_p g}. \quad (17)$$

Na formu meniska u početku I regiona ($0 \leq y \leq h_2$) najuticajnija je maksimalna brzina kristalizatora $V_m = 2\pi f A$, a na kraju II regiona ($h_2 < y \leq h_3$) najveći uticaj ima brzina izvlačenja slaba V_s , pošto se tada pojavljuje gasni zazor između površine slaba i zida kristalizatora.

Ako se brzine V_m i V_s pretstave kao vektorske veličine, onda se može postaviti sledeći vektorski odnos

$$\frac{V_m}{V_s} = \frac{e_1}{e_3}, \quad (18)$$

tako da je njihov modulni zapis

$$\frac{|V_m|}{|V_s|} = \frac{|e_1|}{|e_3|}, \quad (19)$$

pa prema tome sledi da je

$$\epsilon_3 = \frac{V_s}{V_m} \epsilon_1, \quad (20)$$

t.j.

$$\epsilon_3 = \frac{V_s \epsilon_1}{2\pi f A}. \quad (21)$$

Pošto čvrsti sloj filma prelazi put

$$y_k = A \cos 2\pi f t_c, \quad (22)$$

onda će slab prelaziti put

$$y_s = V_s t, \quad (23)$$

dok će debljina praška iznad nivoa tečnog čelika biti

$$h_1 = y_k + y_s = A \cos 2\pi f t_c + V_s t. \quad (24)$$

Diferenciranjem jednačine (24) u odnosu na vreme, dobija se

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = -2\pi f A \sin 2\pi f t_c + V_s. \quad (25)$$

Iz uslova stacionarnosti sledi

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = 0, \quad (26)$$

t.j.

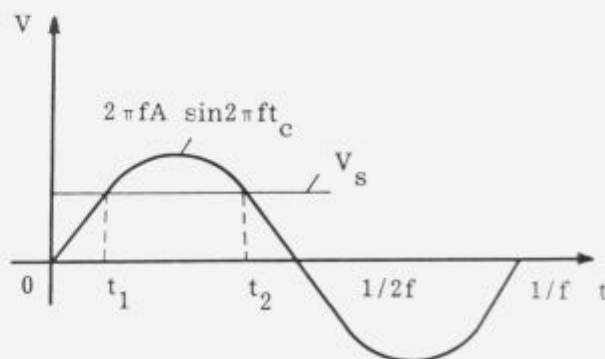
$$-2\pi f A \sin 2\pi f t_c + V_s = 0. \quad (27)$$

Iz sl. 2 i jednačine (27) dobija se

$$t_1 = \frac{1}{2\pi f} \arcsin \frac{V_s}{2\pi f A}, \quad (28)$$

i

$$t_2 = \frac{1}{2f} - t_1 = \frac{1}{2f} - \frac{1}{2\pi f} \arcsin \frac{V_s}{2\pi f A}. \quad (29)$$



Slika 2. Geometrijska interpretacija jednačine (27).

Figure 2. Geometrical interpretation of the equation (27).

Za jednačine (28) i (29), jednačina (24) dobija oblik

$$h_1 = A(\cos 2\pi f t_1 - \cos 2\pi f t_2) + V_s(t_1 - t_2). \quad (30)$$

Neka je

$$\alpha = 2\pi f t_1, \quad (31)$$

t.j. posle zamene jednačine (28) u jednačinu (31) dobija se

$$\alpha = \arcsin \frac{V_s}{2\pi f A}. \quad (32)$$

Adekvatno, neka je

$$\beta = 2\pi f t_2, \quad (33)$$

ili posle zamene jednačine (29) u jednačinu (33) sledi

$$\beta = \pi - \alpha. \quad (34)$$

Iz trigonometrijske relacije

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad (35)$$

sa uzimanjem u obzir jednačine (34), dobija se

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{2}{\pi} \alpha \right) \right). \quad (36)$$

Ako se iz jednačine (28) oduzme jednačina (29) sledi

$$t_1 - t_2 = \frac{1}{2f} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{V_s}{2\pi f A} \right). \quad (37)$$

Zamenom jednačina (37), (36) i (32) u jednačinu (30), dobija se

$$h_1 = 2A \sin \left(\frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{V_s}{2\pi f A} \right) \right) - \frac{V_s}{2f} \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{V_s}{2\pi f A} \right). \quad (38)$$

Neka je

$$N = 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{V_s}{2\pi f A}, \quad (39)$$

onda sa uzimanjem u obzir jednačine (39), jednačina (38) dobija oblik

$$h_1 = 2A \sin \frac{\pi N}{2} - \frac{V_s N}{2f}. \quad (40)$$

Ako se na x -osi projektuju sile koje deluju na menisk, dobija se

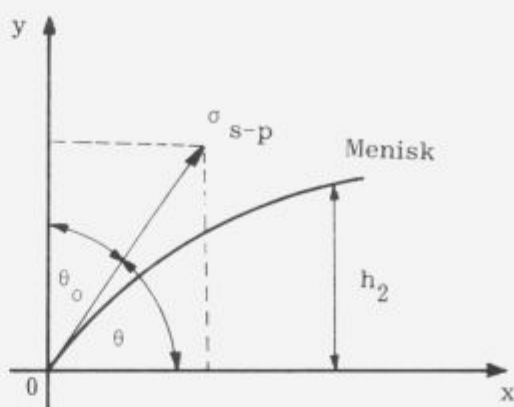
$$\sigma_{s-p} \cos \theta d\theta = (\rho_s - \rho_p) g y dy. \quad (41)$$

Ako se jednačina (41) integriše, sledi

$$\sigma_{s-p} \int_{\pi/2}^{\theta_0} \cos \theta d\theta = (\rho_s - \rho_p) g \int_0^{h_2} y dy, \quad (42)$$

t.j. posle integrisanja dobija se

$$\sigma_{s-p} (-\sin \theta) \Big|_{\pi/2}^{\theta_0} = (\rho_s - \rho_p) g \frac{y^2}{2} \Big|_0^{h_2}, \quad (43)$$



Slika 3. Šema određivanja sile meniska.

Figure 3. Scheme of determining meniscus force.

ili

$$\sigma_{s-p} (-\sin \theta_0 + 1) = (\rho_s - \rho_p) g \frac{h_2^2}{2}, \quad (44)$$

t.j. iz jednačinu (44) sledi da je

$$h_2 = \left(\frac{2\sigma_{s-p}(1 - \sin \theta_0)}{(\rho_s - \rho_p)g} \right)^{1/2}. \quad (45)$$

Postavljanjem brzinske jednačine

$$\frac{1}{h_3} (a + b) V_s = \left(\frac{\pi}{2} V_m \frac{\eta}{\rho_p e_2} \right)^{1/2}, \quad (46)$$

a pošto je

$$V_m = 2\pi f A, \quad (47)$$

iz jednačine (46) i (47) dobija se

$$\frac{1}{h_3} (a + b) V_s = \pi \left(\frac{\eta f A}{\rho_p e_2} \right)^{1/2}, \quad (48)$$

ili posle sređivanje jednačine (48) sledi

$$h_3 = \frac{(a + b) V_s}{\pi} \left(\frac{\rho_p e_2}{\eta f A} \right)^{1/2}, \quad (49)$$

Time je završeno matematičko dimenzioniranje meniska.

3 Diskusija

Idealan oblik meniska utiče na stvaranje žila koje nemaju defekte, međutim ako se radni uslovi brzo menjaju moguće je da se počnu stvarati greške. Mehaničke osobine kore i kontrakcija usled peritektičkih reakcija takođe predstavljaju bitne faktore.

U mnogim slučajevima već je dokazana važnost stabilne brzine livenja i kontrole nivoa čelika u kristalizatoru. Rezultati dobijeni ovakvim praćenjima u skladu su sa teorijom očvršćavanja meniska.

U cilju postizanja kontinuiranosti i stabilnosti očvršćavanja meniska, sve vrednosti radnih parametara treba da budu konstantne.

Kod čelika sa nižim sadržajem ugljenika, <0.10%, temperatura transformacije progresivno se smanjuje i do skupljanja česće dolazi pri kraju kristalizatora nego na menisku. Skupljanje zbog peritektičke reakcije postaje manje važno kod čelika koji imaju više od 0.15% C. Više tečnog čelika direktno se transformiše u gama fazu i javlja se manje ravnosti na površini slaba. Isto tako, dolazi do smanjenja vazdušnog đepa i postiže se glatka površina u delu neposredno do zida kristalizatora, a vazdušni đep više ne utiče na film praška. Ova opšta tvrdnja ne odnosi se na nerđajuće čelike ili specijalne legure.

Postoje još neke razlike između osobina delta feritnih i austenitnih faza što zavisi od odnosa čvrstine i rastvorivosti nečistoća, tako da se zavisno od strukture menja ponašanje kore u pogledu mehaničkih osobina.

4 Zaključak

Dimenzioniranje meniska je glavni preduslov za matematičko modeliranje procesa lubrikacije između površine slaba i zida kristalizatora.

Dobijene kvadraturne formule omogućavaju njihovu direktnu aplikaciju za softverzaciju modela. One su dobro uslovljene i odgovaraju ralnom procesu kontinuiranog livenja čelika.

Oznake

V_s	brzina izvlačenja slaba, m/s;
f	frekvencija oscilacija kristalizatora, Hz;
A	amplituda kristalizatora, m;
a	širina slaba, m;
b	debljina slaba, m;
η	dinamička viskoznost praška, Pa·s;

e_1	rastojanje od početka krivolinijskog dela meniska do zida kristalizatora, m;
ρ_p	specifična težina praška, kg/m ³ ;
e_2	rastojanje od kraja krivolinijskog dela meniska do zida kristalizatora, m;
P_c^{eksp}	eksperimentalna potrošnja praška, kg;
g	zemljino ubrzanje, m/s ² ;
t	vreme livenja čelika, s;
e_3	rastojanje od slaba do zida kristalizatora u linearnom delu meniska, m;
h_1	debljina praška iznad nivoa tečnog čelika u kristalizatoru, m;
h_2	visina krivolinijskog dela meniska, m;
σ_{s-p}	površinski napon između čelika i rastopljenog praška, N/m;
θ_0	početni ugao, rad;
ρ_s	specifična težina čelika, kg/m ³ ;
h_3	ukupna dužina meniska, m;
V_p	brzina kretanja praška u filmu, m/s;
x	horizontalna koordinata, m;
y	vertikalna koordinata, m;
V_m	brzina kristalizatora, m/s;
θ	ravnotežni ugao, rad.

5 Literatura

- I.B. Risteski: Matematičko modeliranje pojava u okolini meniska u toku kontinuiranog livenja čelika, Doktorska disertacija, Sveučilište u Zagrebu 1991, s 37-39.
- D.S. Mitrinović, D.Ž. Đoković: Polinomi i matrice, Izdavačko-informativni centar studenata, Beograd 1975, s 81-87.

Zusammenfassung

In der vorgelegten Arbeit werden mathematische Gleichungen mit deren Hilfe die Dimensionierung des Meniskus durchgeführt werden kann unter Beweis gestellt, und zwar auf Grund der Einflussparameter des Stranggießverfahrens von Stahl. Die Dimensionierung von Meniskus ist die Vorbedingung für die mathematische

Modelierung der Schmierwirkung zwischen der Brammenoberfläche und der Kokillenwand. Die erhaltenen Quadraturformeln machen deren direkte Anwendung bei der Programmierung des Modelles möglich. Diese entsprechen gut dem realen Prozess des Stranggießens von Stahl.

Summary

In the given paper the validity of mathematical equations being applied for dimensioning meniscus was proved by influential parameters of continuous casting of steel. Dimensioning of meniscus is the main condition for mathematical model of lubrication between

the surface of slab and the mould wall. The obtained quadrature expressions are suitable for direct preparation of software of the model. They correspond to the conditions of actual process of continuous casting of steel.