



Matematični maraton – vključevanje metakognitivnih strategij v pouk matematike pri ponavljanju

Mathematical Marathon – Implementation of the Learning to Learn Metacognitive Strategies for Mathematical Lessons Revision

Σ Povzetek

Izmed treh področij razvoja kompetence učenja učenja (kognitivno, metakognitivno, motivacijsko) smo se osredinili za metakognitivno področje, ki vključuje orientiranje, preverjanje, diagnosticiranje in evalviranje. V prispevku opišemo, kako smo v ponavljali vsebino zaporedij v 4. letniku gimnazij in vključevali samopreverjanje znanja, samostojno in sodelovalno učenje, preverjanje znanja. Dijake z zastavljanjem primernih vprašanj usmerjamo v njihov lastni proces učenja, kjer ovrednotijo svoje delo in načrtujejo, kako bodo odpravili pomanjkljivosti v svojem znanju. Končamo z lastnimi ugotovitvami po opravljenih dejavnostih.

Ključne besede: metakognitivne strategije, matematika, učenje učenja

Mojca Plut

Ekonomška šola

Novo mesto

Σ Abstract

Among the three aspects of developing the learning to learn competence (cognitive, metacognitive and motivational), we focus on the metacognitive aspect, which includes orientation, testing, diagnostics and evaluation. The article provides a description of how the topic of sequences was revised in the 4th year of high school: it included knowledge self-assessment, independent as well as collaborative learning, and knowledge assessment. By posing appropriate questions, the students are directed into

their own learning process, which leads them to self-evaluation and planning of how to remedy deficiencies in their knowledge. Our personal findings after completed activities are presented in the final part of the article.

Keywords: metacognitive strategies, mathematics, learning to learn

α »Matematični maraton«

V preteklih letih sem se izobraževala na področju učenja učenja (v nadaljevanju UU). Trudim se, da bi svoje pridobljeno znanje čim bolj prenašala tudi na svoje dijake. Vesela sem vsakega nadomeščanja, saj si na ta način lahko vzamemo več časa tudi za UU. Dijake sem seznanila z veliko kognitivnimi učnimi strategijami. Nekateri jih tudi vestno uporabljajo. Ker se pogosto zgodi, da imam v enem dnevu tudi po dve uri nadomeščanja v enem razredu, je to kot nalašč za »Matematični maraton«. Pripravim ga za učno vsebino, ki jo takrat obravnavam v razredu. V nadaljevanju bom predstavila, kako sem ga izvedla v 4. letniku gimnazije, kjer smo ponavljali zaporedja. Poudarek pri »Matematičnem maratonu« je na metakognitivnih učnih strategijah, in sicer na orientiranju, preverjanju, diagnosticiranju, evalviranju. Dijaki so ga dobro sprejeli, ker gre za več različnih dejavnosti, ki pozitivno vplivajo na motivacijo dijakov in v delo vnašajo dinamiko.

β Ponovimo zaporedje

V treh urah pouka v 4. letniku, ki smo jih namenili ponavljanju zaporedij, sem želela, da dijaki dosežejo naslednje operativne cilje:

- induktivno sklepajo, posplošujejo in nadaljujejo zaporedje,
- najdejo in zapišejo zvezo med členi zaporedja,

- berejo različno podana zaporedja,
- uporabijo lastnosti zaporedij,
- razlikujejo vrsto zaporedja,
- izračunajo vsoto n členov zaporedja, izračunajo vsoto geometrijske vrste.

Pričakovani dosežki, ki naj bi jih dijaki dosegli po končanem tematskem sklopu, so:

- rešijo naloge,
- ovrednotijo svoje delo,
- razumejo svoje učenje in imajo nadzor nad njim.

Odločila sem se, da bom uporabila naslednje didaktične pristope:

- aktivne oblike pouka (sodelovalno učenje, skupinsko delo, individualno delo),
- aktivne metode pouka (diskusija, debata)

γ O dejavnostih učitelja in dijaka

Dejavnosti učitelja pri pripravi take učne ure so predvsem tiste, ki jih pripravi doma:

- Razmislek o temi, o ciljnih.
- Priprava gradiva.
- Priprava vprašalnika za samoevalvacijo dijakov.

Med izvajanjem učnih ur le koordinira delo. Po končanem pouku učitelju ostane le to, da opravi kakovostno analizo vprašalnika in z ugotovitvami v nadaljevanju seznanja dijake.

Vse opisane dejavnosti dijaka so osredinjene na to, da si dijak vseskozi odgovarja na vprašanja:

- Kaj že vem o tem?
- Zakaj je dobro, da to znam?
- Kako se bom učenja lotil?
- Kako bom vedel, da znam?
- Ali snov razumem?
- Ali napredujem?
- Ali se trudim?

δ Kako tečemo na »matematičnem maratonu«?

»Matematični maraton« poteka v več stopnjah.

1. stopnja

Dijake najprej seznanim s cilji (ponovitev zaporedij, ovrednotenje svojega dela in znanja in načrtovanje). Dijake razdelim v skupine po 5. Dijaki s pomočjo učnega lista (Učni list 1) v skupini ponovijo temeljne pojme in dejstva, ki jih morajo poznati o zaporedjih. Bistvene stvari si tudi zapišejo. Skrbim za to,

1. stopnja: PONAVLJAMO ZAPOREDJA

V skupini razmislite:

- Kaj je zaporedje? Kdaj narašča(pada), kdaj je omejeno?
- Kdaj je zaporedje aritmetično? Zapišite splošni člen in obrazec za vsoto prvih n členov aritmetičnega zaporedja. Kaj je aritmetična sredina dveh števil?
- Kdaj je zaporedje geometrijsko? Zapišite splošni člen in obrazec za vsoto prvih n členov geometrijskega zaporedja. Kaj je geometrijska sredina dveh pozitivnih števil?
- Kdaj obstaja vsota neskončnega geometrijskega zaporedja in kolikšna je, če obstaja?
- Zapišite in razložite osnovne pojme in obrazce obrestno-obrestnega računa.

[Učni list 1] Ponavljamo zaporedja

da so vsi dejavni, da si pomagajo in se dopolnjujejo.

2. stopnja

Na drugi stopnji dijakom znotraj skupine priredim oznake A, B, C, D in E. Vsak dijak reši samostojno nalogo, ki jo s to oznako najde na učnem listu (Učni list 2).

2. stopnja: Vsak v skupini naj reši svojo nalogo.

A	Zapiši prve tri člene zaporedja s splošnim členom $a_n = 100 - 2n$. Dokažite, da je zaporedje aritmetično, in izračunajte vsoto prvih 5000 členov.
B	Dano je aritmetično zaporedje 7, 14, 21 Najmanj koliko členov tega zaporedja moramo sešteti, da bo vsota presegla 2100?
C	Izračunaj realno število x , za katero so števila x , $4x - 1$, $4x$ prvi trije členi naraščajočega geometrijskega zaporedja. Natančno izračunaj vsoto prvih 20 členov tega geometrijskega zaporedja.
D	Žogica Marogica neutrudno poskakuje, tako da v n -tem skoku odskoči $a_n = 0,7 + \left(\frac{5}{4}\right)^{-0,01n}$ metra visoko. Zapiši na milimeter natančno, koliko odskoči prvič in koliko desetič. V katerem skoku odskoči 1,5 m visoko?
E	Izračunaj vsa realna števila a , za katera velja $a + a^2 + a^3 + \dots + a^n + \dots = 2a$. (Na levi strani enakosti je neskončna vrsta z n -tim členom enakim a^n)

[Učni list 2] Naloge, ki jih rešijo posamezniki

3. stopnja

Na naslednji stopnji se ob novem omizju zberejo dijaki, ki so reševali isto nalogo. Pogovorijo se o tem, kako so nalogo reševali. Vsi v skupini morajo obvladati nalogo, ki jim je bila dodeljena.

3. stopnja: Poišči sošolce v razredu, ki so reševali isto nalogo kot ti. Skupaj analizirajte nalogo.

4. stopnja

Nato se dijaki ponovno vrnejo v prvotno skupino in poročajo sošolcem, katero nalogo so reševali in kako so jo rešili. Cilj: vsi v skupini morajo znati rešiti vseh 5 nalog.

4. stopnja: Vrni se k svoji skupini. Razloži vsem članom skupine nalogo, ki si jo reševal.

5. stopnja

Na naslednji stopnji dijaki preizkusijo svoje znanje. Dobijo nov učni list (učni list 3), na katerem so iste naloge, kot so bile na prvem listu. Vsak dijak jih reši samostojno. Naloge skupaj pregledamo in ocenimo v skladu s točkovnikom. Naloge po navadi izberem iz Zbirke maturitetnih nalog z rešitvami. Pri vrednotenju upoštevamo priloženi točkovnik. Vodim pogovor, v katerem pojašnjujem in opozarjam na napake, ki sem jih med njihovim reševanjem opazila.

5. stopnja:

Letnik: 4.
Program: gimnazija
Snov: ZAPOREDJA

Ime in priimek:

Razred: _____
Uspešnost: _____ t/32 t = _____ %
Ocena: _____

Meje med ocenami glede na uspešnost, izražene v%: [0,45) – *nzd* [45,60) – *zd* [60,75) – *db* [75,90) – *pdb* [90,100] – *odl*

1. Zapiši prve tri člene zaporedja s splošnim členom $a_n = 100 - 2n$. Dokažite, da je zaporedje aritmetično, in izračunajte vsoto prvih 5000 členov.¹

	7t
--	----

2. Dano je aritmetično zaporedje 7, 14, 21, ... Najmanj koliko členov tega zaporedja moramo sešteti, da bo vsota preseгла 2100?²

	7t
--	----

3. Izračunaj realno število x , za katero so števila x , $4x - 1$, $4x$ prvi trije členi naraščajočega geometrijskega zaporedja. Natančno izračunaj vsoto prvih 20 členov tega geometrijskega zaporedja.³

	7t
--	----

[Učni list 3] Preizkus znanja

... nadaljevanje [Učnega lista 3] Preizkus znanja

$$a_n = 0,7 + \left(\frac{5}{4}\right)^{-0,01n}$$

4. Žogica Marogica neutrudno poskakuje, tako da v n -tem skoku odskoči metra visoko. Zapiši na milimeter natančno, koliko odskoči prvič in koliko desetič. V katerem skoku odskoči 1,5 m visoko?⁴

	6t
--	----

5. Izračunaj vsa realna števila a , za katera velja $a + a^2 + a^3 + \dots + a^n + \dots = 2a$. (Na levi strani enakosti je neskončna vrsta z n -tim členom enakim a^n)⁵

	5t
--	----

- 1 Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2006, Ljubljana 2006, Državni izpitni center, str. 166
2 Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2006, Ljubljana 2006, Državni izpitni center, str. 166
3 Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2006, Ljubljana 2006, Državni izpitni center, str. 167
4 Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2006, Ljubljana 2006, Državni izpitni center, str. 167
5 Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2006, Ljubljana 2006, Državni izpitni center, str. 168

6. stopnja

Na zaključni stopnji dam dijakom še vprašalnik (Vprašalnik 1), s pomočjo katerega ovrednotijo svoje delo in načrtujejo, kako

bodo odpravili pomanjkljivosti v svojem znanju. Na ta način jih navajam, da sprejemajo odgovornost za svoje dosežke. Vprašalnik začasno pobere in analiziram.

6. stopnja

RAZMISLI ...

Kaj si po vseh današnjih dejavnostih na temo »Zaporedja« ugotovil o svojem znanju o zaporedjih? (Analiziraj svoj pisni preskus). Ustrezno označi v tabeli.

	DA	NE
Iz splošnega člena zaporedja znam izračunati zahtevane člene.		
Razlikujem med pojmom »izračunaj« in »dokaži«.		
Vem, kaj je diferenca aritmetičnega zaporedja in jo znam izračunati.		
Znam postaviti pogoj, ki se nanaša na zahtevo »vsota členov zaporedja ne bo preseгла ...«		
Obvladam reševanje kvadratne neenačbe.		
Razumem rešitev neenačbe, znam odgovoriti na zastavljeno vprašanje glede na rešitev neenačbe.		
Vem, kdaj je zaporedje geometrijsko, kdaj je naraščajoče, kakšen pogoj izpolnjujejo trije zaporedni členi geometrijskega zaporedja.		
Poznam obrazec za končno mnogo členov geometrijskega zaporedja in ga znam uporabiti.		

Razumem in uporabljam pojem »natančno izračunaj«.

Eksponentne enačbe mi ne delajo težav.

Če so podatki v metrih, rezultat pa moram izraziti v milimetrih, mi to ne dela težav.

Poznam pojem neskončna geometrijska vrsta in poznam obrazec za vsoto neskončno mnogo členov geometrijskega zaporedja.

Vedno premislim o smiselnosti rešitve.

Znajdem se v življenjskih nalogah.

Znam uporabljati računalno.

Zato, da ne bom ponavljal-a istih napak, kot sem jih naredil-a danes, bom ...

Glede na tvoje primanjkljaje priporočam naslednje vaje iz »zelene knjige«:

Definicija zaporedij	str. 206/1, 2	Eksponentna enačba	str. 183/8, 9
Aritmetično zaporedje	str. 207/5, 8, 9, 11, 13	Zaokroževanje	str. 183/11 str. 208/26
Geometrijsko zaporedje	str. 207/6, 12, 14, 16	Kvadratna neenačba	str. 147/7, 20
Neskončna geometrijska vrsta	str. 208/20, 21		

Naloge reši do jutri. O vsem, kar ti ne gre, vprašaj.

Temo »zaporedja« smo skoraj v celoti obdelali že v 3. letniku. Z zaporedji smo se ukvarjali tudi že letos. Kakšno je bilo tvoje znanje o tej temi na začetku 1. ure:

odlično	dobro	povprečno	zadovoljivo	slabo
Snov sem osvojil/-a in utrdil/-a, vse mi je bilo jasno.	Snov sem poznal/-a, nekaj malenkosti sem pozabil/-a.	Osnovne pojme in dejstva sem poznal/-a, tudi nekatere zahtevnejše.	Znal/-a sem le temeljne stvari, imel/-a sem veliko vrzeli.	Skoraj vse sem pozabil/-a.

Ali ti je uvodni pogovor v skupini pomagal, da si določena znanja priklical/-a?

Si se znal/-a lotiti naloge, ki ti je bila dodeljena? Si napredoval/-a, ko si se o nalogi pogovarjal/-a z dijaki, ki so reševali isto nalogo?

Ti je koristilo ko so ti sošolci v prvotni skupini razložili snov, ki je bila predmet njihove naloge?

V današnjih urah matematike:

Sem se veliko naučil/-a in dopolnil/-a svoje znanje o zaporedjih.	Sem se nekaj naučil/-a.	Se nisem veliko naučil/-a.	Sem se dolgočasil/-a in so se mi zdele mimo.
---	-------------------------	----------------------------	--

Kar se tiče srednješolske snovi (matematika 1-matematika 4) :

Že dobro obvladam	Imam še »luknje«
-------------------	------------------

Zato, da matura zame ne bo problem, bom ...

Profesorica ti sporoča:

*V življenju je treba vedno gledati naprej in nikoli nazaj,
razen ko se želimo zahvaliti za vse lepe trenutke.
/Daphne du Maurier/*

ε Na cilju matematičnega maratona

Tak način dela so dijaki dobro sprejeli. Povedo, da se s takim načinom dela veliko naučijo. S pomočjo vprašalnika dobim tudi povratno informacijo. Ugotavljam, da so dijaki, ko gre za ocenjevanje samega sebe, zelo strogi. Večina zna presoditi, česa ne zna, česa ne razume in kje gre le za površnost.

Vprašalnike vrnem in jim napišem tudi svoje sporočilo. Tega so veseli. Sama organizacija »Matematičnega maratona« tudi meni ponuja dober nadzor nad delom. Ker dijaki ves čas delajo sami oziroma v skupini, imam dovolj časa za spremljavo. Sproti si zapisujem pogoste napake in vrzeli, na kar jih v analizi opozorim. Ime se je porodilo pri dijakih. Pri eni izmed izvedb je na koncu dijak navdušeno izjavil: »Saj to je bil pravi maraton«.

ζ Viri in literatura:

1. Zbirka maturitetnih nalog z rešitvami 1995–2006, Ljubljana 2006