

OPTIMIRANJE KONSTRUKCIJE JEKLENE HALE Z MINLP

MINLP OPTIMIZATION OF A SINGLE STOREY STEEL BUILDING STRUCTURE

doc. dr. Tomaž Žula, univ. dipl. inž. grad.

tomaz.zula@um.si

prof. dr. Stojan Kravanja, univ. dipl. inž. grad.

stojan.kravanja@um.si

Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo, prometno inženirstvo in arhitekturo

Znanstveni članek

UDK 006.82/.83:624.014.2

Povzetek | V prispevku predstavljamo optimiranje mase konstrukcije jeklene hale, izdelane iz jeklenih standardnih vroče valjanih I-prerezov. Konstrukcijo sestavljajo glavni okvirji, na katere so pritrjeni lege, prečke in fasadni stebri. Optimiranje je opravljeno z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem (MINLP). Pri MINLP optimiranju poteka diskretno optimiranje topologije, materiala in standardnih dimenzij hkrati z računom zveznih parametrov. Razvit je optimizacijski model, kjer je namenska funkcija mase konstrukcije podvržena pogojem iz analize konstrukcije in dimenzioniranja. Pogoji dimenzioniranja so definirani v skladu z Eurokodom 3. Za reševanje nekonveksnega, nelinearnega in kombiniranega diskretno zveznega optimizacijskega problema jeklenih okvirjev smo uporabili modificirani algoritem zunanje aproksimacije s sprostivjo enačb (Modified OA/ER). Poleg izračunane optimalne mase hale so bili dobljeni še optimalna topologija, trdnost materiala in standardne dimenzije uporabljenih I-prerezov. V prispevku sta predstavljena teoretični opis problema in praktični primer z rezultati optimiranja.

Ključne besede: optimizacija, optimiranje topologije, optimiranje standardnih materialov, optimiranje diskretnih dimenzij, mešano celoštevilsko nelinearno programiranje, MINLP, jeklena hala

Summary | The paper presents the mass optimization of a single-storey steel building structure. The structure consists of main portal frames, which are mutually connected with purlins, rails and façade columns. All structural elements are proposed to be built up of standard hot rolled I sections. The structural optimization is performed by the Mixed-Integer Non-linear Programming approach, MINLP. The MINLP performs a discrete optimization of topology, material and standard dimensions, while continuous parameters are calculated simultaneously inside the continuous space. The optimization model is generated, in which the mass objective function of the structure is subjected to structural analysis and dimensioning constraints. The dimensioning constraints are defined in accordance with Eurocode 3. Since the discrete/continuous optimization problem of steel frames is non-convex and highly non-linear, the Modified Outer-Approximation/Equality-Relaxation (OA/ER) algorithm was used for the optimization. Alongside the optimal structure mass, the optimal topology, structural steel grade and standard I sections were obtained. The paper includes the theoretical basis and a practical example with the results of the optimization.

Key words: Optimization, Topology optimization, Standard material optimization, Discrete sizing optimization, Mixed-integer non-linear programming, MINLP, Single storey steel building

1 • UVOD

Enoetažne jeklene okvirne konstrukcije gradimo za industrijske, športne in komercialne objekte. Za doseg optimalnih oblik okvirjev so raziskovalci v preteklih letih razvili številne uporabne metode optimiranja, ki so primerne za zvezno kot tudi diskretno optimiranje. O'Brien in Dixon (O'Brien, 1997) sta predlagala za optimalen projekt portalnih okvirjev pristop linearnega programiranja. Guerlement idr. (Guerlement, 2001) so predstavili praktično metodo, pri kateri so minimizirali maso jeklene hale z uporabo Eurokoda 3, del 1-1 (EN 1993-1-1, 2005). Saka (Saka, 2003), McKinstry idr. (McKinstry, 2015) so z uporabo genetskega algoritma dosegli optimalni projekt jeklenega okvirja. Z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem MINLP sta Kravanja S. in Žula (Kravanja S., 2010) optimirala izdelavne stroške konstrukcije jeklene hale brez prečk in fasadnih

stebrov. Pred kratkim so avtorji Kravanja S. idr. (Kravanja S., 2013) predstavili parametrično optimiranje jeklenih industrijskih hal. Eden izmed zadnjih raziskovalnih prispevkov na tem področju je delo McKinstry idr. (McKinstry, 2016), v katerem avtorji dosežejo optimalno obliko glavnega okvirja pri minimalni masi.

V prispevku predstavljamo optimiranje mase, topologije, materiala in standardnih dimenzij jeklene konstrukcije hale. Optimiranje konstrukcije je izvedeno z metodo mešanega celoštevilskega nelinearnega programiranja MINLP. MINLP je kombinirana diskretno zvezna metoda optimiranja, pri kateri se lahko hkrati izvaja diskretno optimiranje topologije (število in razporeditev okvirjev, leg in prečk), diskretno optimiranje materiala (trdnostnega razreda) in standardnih dimenzij (standardnih jeklenih prerezov stebrov, nosilcev, leg, prečk

in fasadnih stebrov) ter optimiranje zveznih parametrov (mase, cene, notranjih statičnih količin, deformacij itd.).

Kombinirani diskretno zvezni MINLP optimizacijski problem konstrukcije hale je obsežen, nekonvexen in nelinearen. Optimiranje zato poteka v treh korakih. V prvem koraku se izvede generacija mehanske superstrukture različnih alternativ topologije, materiala in standardnih dimenzij. Drugi korak obsega razvoj MINLP modelne formulacije. Zadnji korak pa predstavlja rešitev definirane MINLP optimizacijskega problema.

Namen optimiranja je določiti minimalno maso hale. Namenska masna funkcija je podvržena pogojnim (ne)enačbam, poznamim iz analize in dimenzioniranja jeklenih konstrukcij. Pogoji dimenzioniranja jeklenih elementov so definirani v skladu s standardom Eurokod 3. Optimiranje konstrukcije je izvedeno z modificiranim algoritmom zunanje aproksimacije s sprostitvijo enačb (Modified OA/ER algoritem), ((Kravanja Z., 1994), (Kravanja S., 1998a), (Kravanja S., 1998b)).

2 • SUPERSTRUKTURA JEKLENE HALE

V prispevku obravnavamo optimizacijo jeklene konstrukcije enonadstropne hale, sestavljene iz enakih glavnih okvirjev, na katere so pritrjeni lege, prečke in fasadni stebri, glej sliko 1. Nosilci, stebri, lege, prečke in fasadni stebri so izdelani iz standardnih vroče valjanih jeklenih IPE- ali HEA-profilov. Glavni okvirji so definirani kot nepomični okvirji ($\alpha_{cr} \geq 10$).

Superstrukturo konstrukcije hale predstavlja množica različnih topoloških/konstrukcijskih alternativ:

- zaporedja in binarne spremenljivke za topologijo:

n zaporedje števila portalnih okvirjev (stebri in nosilci), $n \in N$

m zaporedje števila leg, $m \in M$

r zaporedje števila prečk, $r \in R$

y_n binarna spremenljivka, dodeljena n -ti, $n \in N$, alternativni portalni okvirjev

y_m binarna spremenljivka, dodeljena m -ti, $m \in M$, alternativni leg

y_r binarna spremenljivka, dodeljena r -ti, $r \in R$, alternativni prečk

- zaporedja in binarne spremenljivke za standardne dimenzije:

i zaporedje standardnih dimenzij stebrov, $i \in I$

j zaporedje standardnih dimenzij nosilcev, $j \in J$

k zaporedje standardnih dimenzij leg, $k \in K$

l zaporedje standardnih dimenzij prečk, $l \in L$

p zaporedje standardnih dimenzij fasadnih stebrov, $p \in P$

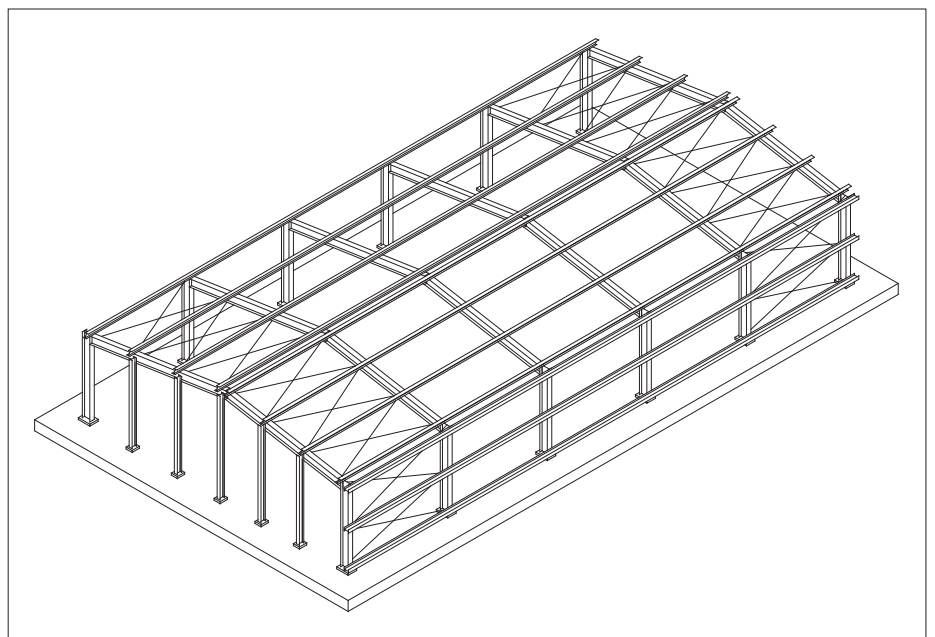
y_i binarna spremenljivka, dodeljena i -ti, $i \in I$, alternativni standardnega prereza stebra

y_j binarna spremenljivka, dodeljena j -ti, $j \in J$, alternativni standardnega prereza nosilca

y_k binarna spremenljivka, dodeljena k -ti, $k \in K$, alternativni standardnega prereza lege

y_l binarna spremenljivka, dodeljena l -ti, $l \in L$, alternativni standardnega prereza prečke

y_p binarna spremenljivka, dodeljena p -ti, $p \in P$, alternativni standardnega prereza fasadnega stebra



Slika 1 • Konstrukcija jeklene hale

- zaporedja in binarne spremenljivke za standardne materiale:
- s zaporedje standardnih materialov, $s \in S$
- y_s binarna spremenljivka, dodeljena s -ti, $s \in S$, alternativni standardnega materiala

Optimiranje obravnavane konstrukcije opravimo pri začetni geometrijski imperfekciji ob kombiniranem delovanju lastne teže elementov okvirja in navpični enakomerni zvezni spre-

menljivi obtežbi (sneg in veter) ter vodoravni koncentrirani spremenljivi obtežbi vetra, locirani na vrhu stebrov. Notranje statične količine so izračunane po elastični teoriji prvega reda. Dimenzioniranje elementov jeklenega okvirja je izvedeno v skladu z Eurokodom 3, pri čemer so zadovoljeni vsi pogoji za mejno stanje nosilnosti (MSN) in mejno stanje uporabnosti (MSU). Pri MSN so elementi preverjeni na osno uklonsko nosilnost, strižno nosilnost, upo-

gibno nosilnost ter na interakcijo upogibnega momenta in tlačne/uklonske osne sile. Pri MSU so bili navpični končni upogibki $w_{r,max}$ in upogibki zaradi spremenljive obtežbe w_3 omejeni pod priporočenima mejnima vrednostma: razpon/200 in razpon/250. Preverili smo tudi vodoravni upogibek fasadnega stebra u_3 zaradi spremenljive obtežbe. Zadoščeno je bilo tudi vodoravnemu pomiku portalnega okvirja, ki ni presegel mejne vrednosti višina/150.

3 • MINLP MODELNA FORMULACIJA ZA MEHANSKO SUPERSTRUKTURO

Po tem ko je MINLP mehanska superstruktura definirana, sintezo nadaljujemo z razvojem MINLP modelne formulacije mehanskih superstruktur, MINLP-G. Splošni nelinearni, nekonveksni in kombinirani diskretno zvezni MINLP optimizacijski problem (MINLP-G) lahko zapišemo v obliki:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = \mathbf{c}^T \mathbf{y} + f(\mathbf{x}) \\ \text{p.p.} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \\ & \mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{C}\mathbf{x} \leq \mathbf{b} \\ \mathbf{x} \in X = & \{ \mathbf{x} \in R^n : \mathbf{x}^{LO} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{UP} \} \\ \mathbf{y} \in Y = & \{0, 1\}^m, \end{aligned} \tag{MINLP-G}$$

pri čemer je \mathbf{x} vektor zveznih spremenljivk, definiran na definicijskem območju X , in \mathbf{y} je vektor diskretnih binarnih spremenljivk, ki lahko zavzamejo vrednost 0-1. Vsakemu alternativnemu konstrukcijskemu elementu superstrukture je dodeljena binarna spremenljivka y . Element je izbran, kadar je izračunana pripadajoča binarna spremenljivka ena ($y=1$), in iz superstrukture izločen, kadar je izračunana binarna spremenljivka nič ($y=0$). Funkcija $f(\mathbf{x})$ je namenska funkcija, $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ in $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ so nelinearne, zvezne in zvezno odvedljive. Dodan je tudi sistem linearnih enačb in neenačb $\mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{C}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$, ki vsebuje tako zvezne kot diskretne spremenljivke.

Na osnovi splošne modelne formulacije MINLP-G smo razvili posebno MINLP modelno formulacijo mehanskih struktur MINLP-MS. Glede na splošno MINLP-G modelno formulacijo je MINLP-MS formulacija precej bolj obsežna in

specifična, predvsem v pogledu spremenljivk in pogojnih (ne)enačb. Zapišemo jo lahko v naslednji obliki:

$$\begin{aligned} \min \quad & z = \mathbf{c}^T \mathbf{y} + f(\mathbf{x}) \\ \text{p.p.} \quad & \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0 \\ & \mathbf{A}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{a} \\ & \mathbf{E}\mathbf{y} \leq \mathbf{e} \\ & \mathbf{D}\mathbf{y}^e + \mathbf{R}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{r} \\ & \mathbf{K}\mathbf{y}^e + \mathbf{L}(\mathbf{d}^{cn}) \leq \mathbf{k} \\ & \mathbf{P}\mathbf{y} + \mathbf{M}(\mathbf{d}^{mat}) \leq \mathbf{m} \\ & \mathbf{P}\mathbf{y} + \mathbf{N}(\mathbf{d}^{st}) \leq \mathbf{n} \\ \mathbf{x} \in X = & \{ \mathbf{x} \in R^n : \mathbf{x}^{LO} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{UP} \} \\ \mathbf{y} \in Y = & \{0, 1\}^m. \end{aligned} \tag{MINLP-MS}$$

MINLP modelna formulacija mehanskih superstruktur vsebuje:

- Zvezne spremenljivke $\mathbf{x} = \{\mathbf{d}, \mathbf{p}\}$ in diskretne binarne 0-1 spremenljivke $\mathbf{y} = \{\mathbf{y}^e, \mathbf{y}^{mat}, \mathbf{y}^{st}\}$. Zvezne spremenljivke so razdeljene na dimenzijske (določene pri projektiranju) spremenljivke $\mathbf{d} = \{\mathbf{d}^{cn}, \mathbf{d}^{mat}, \mathbf{d}^{st}\}$ in na izvedbene (določene pri izvedbi) spremenljivke \mathbf{p} . Pri tem podvektorji \mathbf{d}^{cn} , \mathbf{d}^{mat} in \mathbf{d}^{st} označujejo zvezne dimenzije, diskretne materiale in standardne dimenzije. Vektor binarnih spremenljivk \mathbf{y}^e , \mathbf{y}^{mat} in \mathbf{y}^{st} označujejo potencialni izbor konstrukcijskih elementov za topologijo, diskretne materiale in standardne dimenzije.
- Masno namensko funkcijo z , ki vsebuje maso, definirano z linearnim izrazom $\mathbf{c}^T \mathbf{y}$, kakor tudi dimenzijsko pogojeno maso, zapisano v nelinearnem izrazu $f(\mathbf{x})$.

- Nelinearne in linearne pogojne (ne)enačbe $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0$, $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq 0$ in $\mathbf{A}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{a}$ predstavljajo sistem omejitev, ki so potrebne za statično analizo in dimenzioniranje konstrukcije.
- Celoštevilske linearne pogojne enačbe in neenačbe $\mathbf{E}\mathbf{y} \leq \mathbf{e}$ opisujejo logične relacije med binarnimi spremenljivkami.
- Mešane linearne pogojne enačbe in neenačbe $\mathbf{D}\mathbf{y} + \mathbf{R}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{r}$ vzpostavijo medsebojne povezave med začasno izbranimi alternativnimi konstrukcijskimi elementi ali pa brišejo relacije med začasno zavrženimi, t. i. izločenimi elementi znotraj definirane superstrukture.
- Mešane linearne omejitve $\mathbf{K}\mathbf{y} + \mathbf{L}(\mathbf{d}^{cn}) \leq \mathbf{k}$ definirajo zvezne dimenzije za vsak obstoječi konstrukcijski element. Prostor je definiran samo, kadar obstaja ustrezen konstrukcijski element ($y^e = 1$), drugače je zavržen.
- Mešane linearne omejitve $\mathbf{P}\mathbf{y} + \mathbf{M}(\mathbf{d}^{mat}) \leq \mathbf{m}$ definirajo diskretne materiale \mathbf{d}^{mat} . Posamezen diskretni material d^{mat} je definiran kot skalarni produkt med vektorjem s , $s \in S$ diskretnih številskih vrednosti alternativ materiala $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_s\}$ in vektorjem pridruženih binarnih spremenljivk $\mathbf{y}^{mat} = \{y_{1,1}^{mat}, y_{2,2}^{mat}, \dots, y_{s,s}^{mat}\}$, enačba (1). Izračunana je samo ena vrednost standardnega materiala, ker je vsota binarnih spremenljivk enaka 1, glej enačbo (2);

$$d^{mat} = \sum_{s \in S} q_s y_s^{mat} \tag{1}$$

$$\sum_{s \in S} y_s^{mat} = 1 \tag{2}$$

- mešani linearni pogoji $\mathbf{P}\mathbf{y} + \mathbf{N}(\mathbf{d}^{st}) \leq \mathbf{n}$ definirajo standardne dimenzije \mathbf{d}^{st} . Posamezna standardna dimenzija d^{st} je definirana kot skalarni produkt med vektorjem j , $j \in J$ alternativ standardnih dimenzij $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_j\}$ in vektorjem pridruženih binarnih spremenljivk $\mathbf{y}^{st} = \{y_{1,1}^{st}, y_{2,2}^{st}, y_{3,3}^{st}, \dots, y_{j,j}^{st}\}$, glej enačbo (3). Samo ena diskretna vrednost je lahko izbrana za posamezno standardno

dimenzijo, ker je vsota vrednosti binarnih spremenljivk enaka 1, enačba (4).

$$d^{st} = \sum_{j \in J} q_j y_j^{st} \quad (3)$$

$$\sum_{j \in J} y_j^{st} = 1 \quad (4)$$

4 • OPTIMIZACIJSKI MODEL FRAMEOPT

Za optimiranje jeklene hale je bil razvit MINLP optimizacijski model FRAMEOPT (FRAME OPTimization). Model je bil razvit na osnovi predstavljene MINLP modelne formulacije mehanskih superstruktur. Optimizacijski model konstrukcije hale smo zapisali v višjem algebrskem modelnem jeziku GAMS (General Algebraic Modeling System) (Brooke, 1988). Uporabljen optimizacijski model vsebuje masno namensko funkcijo, pogojne (ne)enačbe, celoštevilске in mešane celoštevilске pogojne (ne)enačbe, vhodne podatke (konstante) in spremenljivke. V optimizacijskem modelu FRAMEOPT se računajo notranje statične količine in deformacije na ravninskih statičnih modelih za vsak konstrukcijski element posebej, glavni okvir, strešno lego, fasadno prečko in fasadni steber.

4.1 Masna namenska funkcija

Masna namenska funkcija je definirana kot seštevek produktov površine prečnega prereza IPE- ali HEA-profilov, števila elementov, dolžine elementov in njihove gostote za vsak steber, nosilec, lego, prečko in fasadni steber, enačba 5. A_C , A_B , A_P , A_R in A_{FC} predstavljajo površino prečnega prereza IPE- ali HEA-profila za steber, nosilec, lego, prečko in fasadni steber. H_C označuje višino stebra, L_B dolžino nosilca ter L_{TOT} dolžino jeklene hale (leg in prečk), H_{FC} pa višino fasadnih stebrov, glej sliko 2. *NOFRAME* predstavlja število portalnih okvirjev, *NOPURLIN* označuje število leg, *NORAIL* predstavlja število prečk in ρ je prostorninska masa jekla.

$$MASS = 2 \cdot (A_C \cdot H_C \cdot \rho) \cdot NOFRAME + 2 \cdot (A_B \cdot L_B \cdot \rho) \cdot NOFRAME + (A_P \cdot L_{TOT} \cdot \rho) \cdot NOPURLIN + (A_R \cdot L_{TOT} \cdot \rho) \cdot NORAIL + 2 \cdot (A_{FC} \cdot H_{FC} \cdot \rho) \cdot NOPURLIN - 1 \quad (5)$$

Enačbe (6)–(11) definirajo izračun števila portalnih okvirjev *NOFRAME*, števila leg *NOPURLIN*, števila prečk *NORAIL*. Posledično so

PROGRAM FRAMEOPT za optimiranje konstrukcije hale iz standardnih jeklenih vroče valjanih I-profilov
<i>Masna namenska funkcija:</i> $\min z = \mathbf{c}^T \mathbf{y} + f(\mathbf{x})$
pri pogojih: $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$ $\mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0}$ $\mathbf{B}\mathbf{y} + \mathbf{C}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$
<i>izračun notranjih statičnih količin</i> <i>Pogojne (ne)enačbe mejnega stanja nosilnosti (MSN):</i> <ul style="list-style-type: none"> • odpornost prereza na upogibni moment • nosilnost prereza v tlaku • uklonska nosilnost stebra in fasadnega stebra • nosilnost na strig stebra, nosilca, lege, prečke in fasadnega stebra • nosilnost na bočno zvrnitev stebra • nosilnost na uklon + bočno zvrnitev stebra
<i>izračun deformacij</i> <i>Pogojne (ne)enačbe mejnega stanja uporabnosti (MSU):</i> <ul style="list-style-type: none"> – kontrola deformacij nosilca, lege, prečke in fasadnega stebra – kontrola vodoravnega pomika okvirja
<i>Logične pogojne (ne)enačbe optimiranja topologije:</i> <ul style="list-style-type: none"> – izračun števila okvirjev, leg in prečk <i>Logične pogojne (ne)enačbe diskretnih materialov:</i> <ul style="list-style-type: none"> – izračun standardnega materiala <i>Logične pogojne (ne)enačbe standardnih dimenzij:</i> <ul style="list-style-type: none"> – izračun standardnih prerezov – karakteristike standardnega prereza za steber, nosilec, prečko, lego in fasadni steber (površina, odpornostni moment, vztrajnostni moment, torzijski moment in vbočitveni torzijski moment)
<i>Vhodni podatki (konstante):</i> <ul style="list-style-type: none"> • razpon, način podpiranja, obtežba, faktorji varnosti, elastični modul, prostorninska masa itd. <i>Zvezne spremenljivke: $\mathbf{x} \in X$</i> <ul style="list-style-type: none"> • Neodvisne: višina profila, meja plastičnosti jekla, razdalja med nosilci in legami itd. • Odvisne: geometrijske karakteristike prereza, lastna teža, nosilnost itd. <i>Binarne spremenljivke: $\mathbf{y} \in Y$</i> <ul style="list-style-type: none"> • za izračun topologije, standardnega materiala in jeklenih profilov

izračunani medsebojni razmaki med legami e_p , prečkami e_r in fasadnimi stebri e_{pr} , glej sliko 2. $MINNO^{frame}$ in $MAXNO^{frame}$ predstavljata najmanjše in največje število portalnih okvirjev, $MINNO^{purlin}$ in $MAXNO^{purlin}$ predstavljata najmanjše in največje število leg, medtem ko $MINNO^{rail}$ in $MAXNO^{rail}$ označujeta najmanjše in največje število prečk.

$$NOFRAME = \sum_n y_n \quad (6)$$

$$MINNO^{frame} \leq NOFRAME \leq MAXNO^{frame} \quad (7)$$

$$NOPURLIN = 2 \cdot \sum_m y_m \quad (8)$$

$$MINNO^{purlin} \leq NOPURLIN \leq MAXNO^{purlin} \quad (9)$$

$$NORAIL = 2 \cdot \sum_r y_r \quad (10)$$

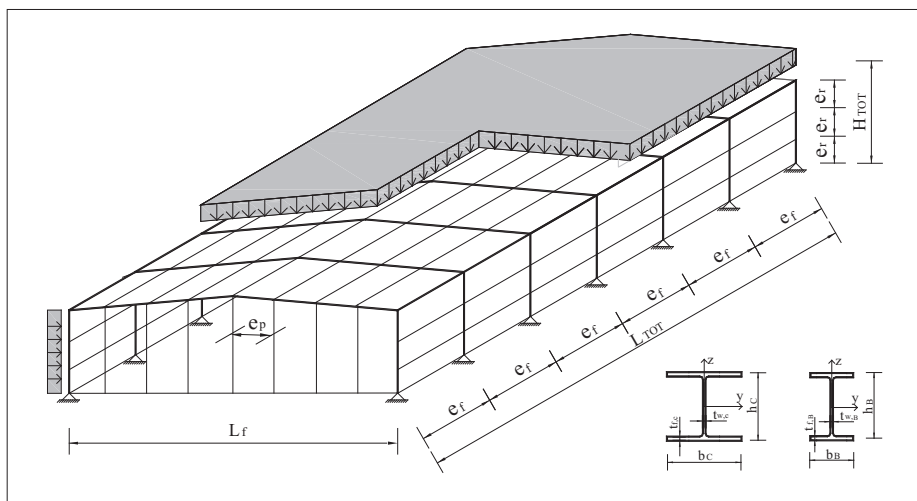
$$MINNO^{rail} \leq NORAIL \leq MAXNO^{rail} \quad (11)$$

4.2 Pogojne (ne)enačbe

Pogojne (ne)enačbe dimenzioniranja jeklene konstrukcije hale so definirane skladno s standardom Eurokod 3. Razdeljene so v dve skupini: pogojne (ne)enačbe mejnega stanja nosilnosti in pogojne (ne)enačbe mejnega stanja uporabnosti. V optimizacijskem modelu so bile upoštevane naslednje predpostavke:

- glavni okvir je bil računat kot bočno podprt ravninski okvir (podprt s strešnimi legami, fasadnimi prečkami in vezmi), glej sliko 1; stebri so preverjeni na tlačnouklonsko odpornost okoli obeh osi in na zvrnitev, nosilci pa na upogibni moment v ravnini okvirja (zvrnitev zaradi vodoravnega podpiranja s strešnimi vezmi ni merodajna),
- uklonske dolžine stebrov so računane za nepomično uklonsko obliko okvirja v ravnini okvirja (uklon okoli osi y - y), v pravokotni smeri so enake vertikalnemu razmaku med fasadnimi prečkami (uklon okoli osi z - z),
- uklonske dolžine fasadnih stebrov so računane okoli šibkejši osi z - z ,
- v skladu z Eurokodom 3, del 1-1, poglavje 6.3.4, smo za preverjanje nosilnosti elementov ravninskih okvirjev uporabili enačbo (6,66), kjer ni treba računati interakcijskih faktorjev.

V nadaljevanju so prikazane le nekatere pomembnejše pogojne (ne)enačbe.



Slika 2 • Konstrukcija jeklene hale

Pogojne (ne)enačbe mejnega stanja nosilnosti:

- Odpornost proti upogibnemu momentu nosilca, stebra, lege, prečke in fasadnega stebra:

$$M_{Ed} \leq M_{el,Rd} \quad (12)$$

$$M_{el,Rd} = \frac{W_{el} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (13)$$

kjer je M_{Ed} računski upogibni moment, $M_{el,Rd}$ je elastična upogibna odpornost prereza, f_y je meja plastičnosti jekla, W_{el} je elastični odpornostni moment in γ_{M0} je faktor varnosti.

- Odpornost na osno silo prereza nosilca, stebra in fasadnega stebra:

$$N_{Ed} \leq N_{pl,Rd} \quad (14)$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M0}} \quad (15)$$

kjer je N_{Ed} računaska osna sila, $N_{pl,Rd}$ je plastična odpornost prereza na osno silo, A je površina prereza, γ_{M0} je varnostni faktor.

- Uklonska nosilnost stebra in fasadnega stebra:

$$N_{Ed} \leq N_{b,Rd} \quad (16)$$

$$N_{b,Rd} = \chi \frac{A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad (17)$$

kjer je $N_{b,Rd}$ uklonska odpornost elementa, χ je brezdimenzionalni koeficient uklonske nosilnosti in γ_{M1} je faktor varnosti.

- Odpornost proti strižni sili prereza nosilca, stebra, lege, prečke in fasadnega stebra:

$$V_{Ed} \leq V_{pl,Rd} \quad (18)$$

$$V_{pl,Rd} = A_v \cdot \frac{f_y}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\gamma_{M0}} \quad (19)$$

kjer je V_{Ed} računaska strižna sila, $V_{pl,Rd}$ je plastična strižna odpornost prereza, A_v je strižna površina.

- Interakcija med osno silo in upogibnim momentom:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} \leq 1,0 \quad (20)$$

- Interakcija med uklonsko nosilnostjo in nosilnostjo na bočno zvrnitev:

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y \cdot A \cdot f_y / \gamma_{M1}} + \frac{M_{Ed}}{\chi_{LT} \cdot W_{el} \cdot f_y / \gamma_{M1}} \leq 1,0 \quad (21)$$

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y / \gamma_{M1}} + \frac{M_{Ed}}{\chi_{LT} \cdot W_{el} \cdot f_y / \gamma_{M1}} \leq 1,0 \quad (22)$$

kjer je χ_y brezdimezionalni koeficient uklonske nosilnosti okoli osi y - y , χ_z je brezdimezionalni koeficient uklonske nosilnosti okoli osi z - z in χ_{LT} je brezdimezionalni koeficient pri bočni zvrnitvi.

Pogojne (ne)enačbe mejnega stanja uporabnosti:

- Preveritev upogibkov nosilca, lege, prečke in fasadnega stebra

$$w_{\max,Lf} \leq \frac{L_f}{200} \quad w_{\max,ef} \leq \frac{e_f}{200} \quad (23)$$

$$w_{3,Lf} \leq \frac{L_f}{250} \quad w_{3,ef} \leq \frac{e_f}{250} \quad (24)$$

$$w_{3,FS} \leq \frac{H_{TOT}}{250}, \quad (25)$$

kjer je $w_{\max,Lf}$ navpični končni upogibek nosilca, $w_{\max,ef}$ je navpični končni upogibek lege in prečke, $w_{3,lf}$ je navpični upogibek nosilca, $w_{3,ef}$ je navpični upogibek lege in prečke za spremenljivo obtežbo ter $w_{3,FS}$ je vodoravni upogibek fasadnega stebra kot posledica spremenljive obtežbe.

- Preveritev vodoravnih pomikov portalnega okvirja:

$$\Delta \leq \frac{H_C}{150}, \quad (26)$$

kjer je H_C višina stebra.

5 • OPTIMIRANJE

Diskretno MINLP optimiranje lahko rešujemo v splošnem z naslednjimi MINLP metodami in algoritmi: metoda posplošene Bendersove dekompozicije (Generalized Benders Decomposition method) (Geoffrion, 1972), metoda razširjenega rezanja ravnine (Extended Cutting-Plane method) (Westerlund, 1998), algoritem vejania in omejevanja (Branch and Bound algorithm) (Tawarmalani, 2004) in algoritem zunanje aproksimacije (Outer Approximation algorithm) ((Duran, 1986), (Kocis, 1987)).

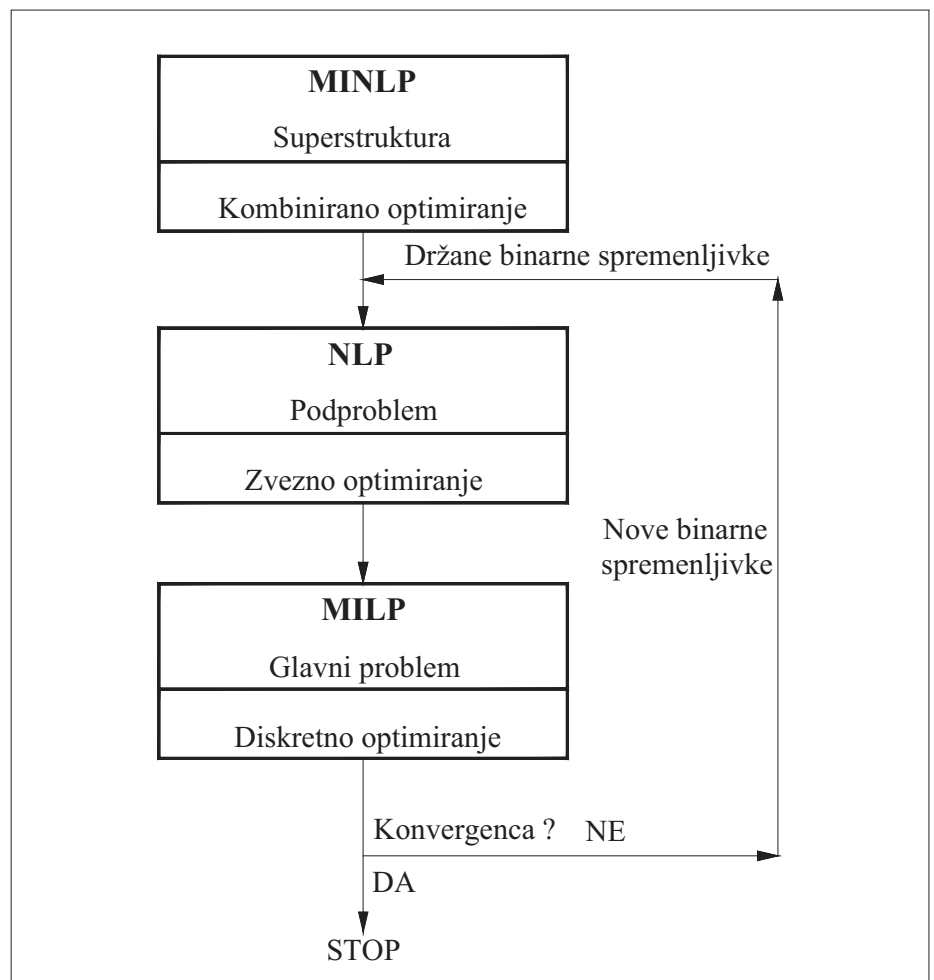
Optimiranje konstrukcije jeklene hale je izvedeno z modificiranim algoritmom zunanje aproksimacije s sprostitvijo enačb (Modified OA/ER), (Kravanja Z., 1994). Algoritem OA/ER je bil razvit iz metode zunanje aproksimacije (Outer-Approximation, OA) (Duran, 1986) z namenom, da bi bilo v MINLP problemih možno eksplicitno izraziti tudi pogojne enačbe $\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}$, česar OA-metoda ni omogočala. Modificirani OA/ER-algoritem izmenično rešuje zaporedje optimizacijskih podproblemov nelinearnega programiranja (NLP) in glavnih problemov mešanega celoštevilskega linearnega programiranja (MILP), glej sliko 3. Reševanje posameznega NLP podproblema predstavlja optimiranje zveznih parametrov konstrukcije hale pri držani topologiji, standardnih materialih in standardnih dimenzijah. Rešitev posameznega NLP podproblema predstavlja trenutno zgornjo mejo namenski funkciji, ki jo minimiziramo. Rešitev posameznega MILP glavnega problema pomeni spodnjo mejo namenski funkciji. MILP vsebuje globalno linearno aproksimacijo superstrukturnih alternativ in identificira novo topologijo, standardne materiale in nove standardne dimenzije, tako da spodnja meja ne preseže najboljše zgornje meje. Izmenično reševanje zaporedja NLP podproblemov in MILP glavnih problemov se pri konveksnih problemih ustavi, ko napovedana

spodnja meja preseže najboljšo zgornjo mejo. Nekonveksni problemi so izračunani, kadar se vrednost NLP podproblemov več ne izboljšuje. OA/ER-algoritem zagotavlja za konveksne in kvazikonveksne optimizacijske probleme rešitev globalnega optimuma.

Pri obsežnih nekonveksnih in nelinearnih MINLP problemih z velikim številom diskretnih

odločitev je v splošnem zelo težko doseči optimalno rešitev. Zato uporabimo trifazno MINLP strategijo, kjer opravimo optimiranje v treh zaporednih fazah, kar pospeši konvergenco OA/ER-algoritma oz. omogoči izračun rezultata:

- Reševanje MINLP problema se začne s prvim NLP-jem, kjer so vse spremenljivke zvezne (tudi topologija, material in dimenzije). Dobljeni rezultat predstavlja prvo dobro začetno točko za nadaljnje diskretno optimiranje.



Slika 3 • Koraki OA/ER-algoritma

- V drugi fazi optimiramo topologijo in standardne vrednosti materiala, pri čemer so standardne dimenzije prečnih prereзов trenutno še vedno relaksirane kot zvezne spremenljivke. Optimiranje topologije, materiala in zveznih parametrov je rešljivo (manjša kombinatorika problema) in hkrati akumulira dobro globalno linearno aproksimacijo superstrukture (dobra začetna točka za optimiranje celotnega problema v naslednji fazi).
- Ko sta optimalna topologija in material dosežena, se standardne dimenzije prečnih prereзов v tretji fazi vzpostavijo v izračun in sočasno diskretno optimiranje mase konstrukcije, topologije, materiala in prereзов stebrov, nosilcev, leg, prečk in fasadnih stebrov se nadaljuje, vse dokler ni dosežen optimalni rezultat.

Čeprav so pri uporabi povezane trifazne MINLP strategije binarne spremenljivke definirane v enem samem nizu, so v prvi fazi

deaktivirane. V drugi fazi aktiviramo samo binarne spremenljivke, ki so pridružene topološkim in materialnim alternativam. Binarne spremenljivke alternativ standardnih dimenzij takrat začasno deaktiviramo (postavimo na vrednost nič). Te binarne spremenljivke aktiviramo v tretji fazi. Enako velja za logične pogojne (ne)enačbe diskretnih spremenljivk materialov in standardnih dimenzij. Te so v prvi fazi izključene iz modela. V drugi fazi vključimo v optimiranje logične pogojne (ne)enačbe topologije in diskretnih materialov. Logične pogojne (ne)enačbe standardnih dimenzij so v prvi in drugi fazi neupoštevane, v tretji fazi pa vključene v optimiranje.

Inicializacijo vhodnih podatkov in spremenljivk izvedemo samo enkrat, na začetku. Dobra stran te strategije je tudi, da binarnih spremenljivk topologije, materialov in standardnih dimenzij ni treba inicializirati: prva faza predstavlja zvezno optimiranje brez binarnih spremenljivk, prvi NLP podproblem druge faze

vedno prične izvajati v prostoru z nizom samo topoloških in materialnih binarnih spremenljivk, medtem ko tretjo fazo začnemo reševati z MILP glavnim problemom polnega niza vseh definiranih binarnih spremenljivk za sledeči NLP. Omenjena povezana trifazna strategija zagotavlja rešitev globalnega optimuma za konveksne in kvazikonveksne optimizacijske probleme.

Optimizacijski model lahko vsebuje več sto (v določenih primerih tudi več tisoč) binarnih 0-1 spremenljivk. Večina je dodeljena standardnim dimenzijam. Zato je bila razvita specialna procedura presejevanja alternativ, ki avtomatično zmanjša število binarnih spremenljivk na sprejemljivi nivo, kar nato omogoči normalno rešitev MINLP problema. Optimizacija v tretji fazi vsebuje samo tiste 0-1 spremenljivke, ki določajo vrednosti topologije, materialov in standardnih dimenzij v bližnji okolici izračunanih vrednosti, dobljenih v predhodni MINLP fazi.

6 • RAČUNSKI PRIMER

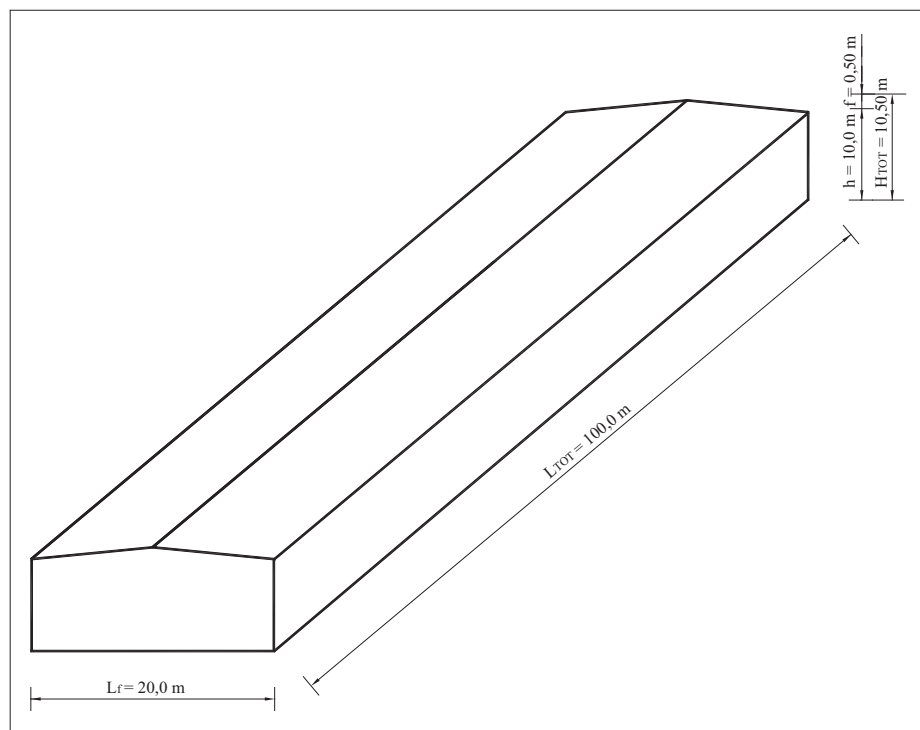
V računskem primeru je predstavljeno sočasno optimiranje mase, topologije, materiala in standardnih profilov jeklene hale dolžine 100 metrov (L_{TOT}), širine 20 metrov (L_f) ter višine 10,50 metra (H_{TOT}), glej sliko 4. Konstrukcija je sestavljena iz nepomičnih jeklenih portalnih okvirjev, na katere so pritrjeni lege, prečke in fasadni stebri. 5 % naklon strešine povzroči nadvišanje nosilca okvirja (f) 0,50 metra.

Konstrukcija je obtežena z lastno težo konstrukcije, s kritino, fasadno oblogo in spremenljivo obtežbo, kar predstavlja karakteristično obtežbo. Lastna teža kritine znaša $m_r = 0,20 \text{ kN/m}^2$, fasadna obloga pa $m_f = 0,15 \text{ kN/m}^2$. Spremenljiva obtežba $s_n = 2,50 \text{ kN/m}^2$ (sneg) in $w_n = 0,5 \text{ kN/m}^2$ (vodoravni veter) sta definirani v modelu kot vhodna podatka. Projektna obtežna kombinacija za mejno stanje nosilnosti je $1,35 \cdot \text{lastna teža} + 1,5 \cdot \text{sneg} + 1,5 \cdot 0,6 \cdot \text{vodoravni veter}$, medtem ko za mejno stanje uporabnosti znaša $1,0 \cdot \text{lastna teža} + 1,0 \cdot \text{sneg} + 1,0 \cdot 0,6 \cdot \text{vodoravni veter}$. Tako vodoravna kot navpična enakomerna zvezna linijska obtežba na nosilec se avtomatsko izračunavata med optimiranjem glede na trenutno izračunani razmak med okvirji.

Definirana superstruktura jeklene hale predstavlja množico različnih topoloških/konstrukcijskih alternativ, dobljenih s kombinacijo

različnega števila okvirjev (največ 70), leg (največ 50) in prečk (največ 20). Superstruktura vsebuje mešan izbor standardnih prereзов za vsak element posebej, vroče valjanih

HEA-prereзов (od HEA 100 do HEA 1000) in vroče valjanih IPE-prereзов (od IPE 80 do IPE 600). V superstrukturo so vključena tudi konstrukcijska jekla (S235, S275 in S355). Tako je za vsak standardni prerez dodeljen vektor diskretnih številčnih vrednosti – alternativ \mathbf{q} . Na primer: vektorji diskretnih alternativ višine prečnega prereza \mathbf{q}_f^{hc} , \mathbf{q}_l^{hg} , \mathbf{q}_k^{hc} , \mathbf{q}_l^{hg} , \mathbf{q}_b^{hc} za vsako



Slika 4 • Globalna geometrija hale

skupino konstrukcijskih elementov. Stebri in fasadni stebri predstavljajo prvo skupino elementov, kjer poteka izbor izmed 24 različnimi vroče valjanimi HEA-profilii (od HEA 100 do HEA 1000) za vsak element posebej:

$$\mathbf{q}_p^{he} = \mathbf{q}_p^{hc} = \{9,6; 11,4; 13,3; 15,2; 17,1; 19,0; 23,0; 25,0; 27,0; 29,0; 31,0; 33,0; 35,0; 39,0; 44,0; 49,0; 54,0; 59,0; 64,0; 69,0; 79,0; 89,0; 99,0\}$$

Nosilci, lege in prečke so druga skupina elementov, kjer poteka izbor izmed 18 različnimi vroče valjanimi IPE-profilii (od IPE 80 do IPE 600) za vsak element posebej, prikazani so vektorji diskretnih alternativ višine prečnega prereza:

$$\mathbf{q}_l^{he} = \mathbf{q}_k^{he} = \mathbf{q}_l^{hc} = \{8,0; 10,0; 12,0; 14,0; 16,0; 18,0; 20,0; 22,0; 24,0; 27,0; 30,0; 33,0; 36,0; 40,0; 45,0; 50,0; 55,0; 60,0\}$$

Superstrukturo tako sestavlja (n) možnih alternativ portalnih okvirjev, $n \in N$, $N = \{1, 2, 3, \dots, 70\}$, ($2m$) sodih alternativ leg, $m \in M$, $M = \{1, 2, 3, \dots, 25\}$ in ($2r$) sodih alternativ prečk, $r \in R$, $R = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, ki dajejo $70 \cdot 25 \cdot 10 = 17500$ različnih topoloških alternativ. Z različnimi:

– s alternativami standardnega materiala, $s \in S$, $S = \{1, 2, 3\}$,

– i alternativami standardnega HEA-prereza stebra, $i \in I$, $I = \{1, 2, 3, \dots, 24\}$,
 – j alternativami standardnega IPE-prereza nosilca, $j \in J$, $J = \{1, 2, 3, \dots, 18\}$,
 – k alternativami standardnega IPE-prereza lege, $k \in K$, $K = \{1, 2, 3, \dots, 18\}$,
 – l alternativami standardnega IPE-prereza prečke, $l \in L$, $L = \{1, 2, 3, \dots, 18\}$ in
 – p alternativami standardnega HEA-prereza fasadnega stebra, $p \in P$, $P = \{1, 2, 3, \dots, 24\}$
 je skupno definiranih $n \cdot m \cdot r \cdot s \cdot i \cdot j \cdot k \cdot l \cdot p = 70 \cdot 25 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 24 \cdot 18 \cdot 18 \cdot 24 = 1.7635968 \cdot 10^{11}$ različnih konstrukcijskih alternativ.

Za optimiranje je bil uporabljen predlagani MINLP optimizacijski pristop. Namen optimiranja je bil najti najmanjšo možno maso konstrukcije, optimalno topologijo (optimalno število okvirjev, leg in prečk), optimalno trdnost jekla in optimalne standardne profile elementov.

Optimiranje je bilo opravljeno s programskim paketom MIPSYN, ki je bil izpeljan iz programov PROSYN (Kravanja Z., 1994) in TOP (Kravanja S., 1992). Reševanje MINLP problema hale je bilo opravljeno s trifaznim optimiranjem in z modificiranim OA/ER-algoritmom zunanje aproksimacije s sprostitvijo enačb. Za reševanje NLP podproblemov je bil uporabljen program CONOPT2 (Drudd, 1994) (splošna metoda reduciranih gradientov), za reševanje

MILP glavnih problemov pa Cplex 7.0 (Cplex) (metoda vejanja in omejevanja).

Uporabljena je bila povezana trifazna MINLP strategija. Za prvim zveznim NLP (inicializacija), ki predstavlja prvo fazo, drugo fazo nadaljujemo z diskretnim optimiranjem topologije in standardnih materialov, medtem ko standardne dimenzije začasno sprostimo v zvezne spremenljivke, glej konvergenco modificiranega OA/ER-algoritma, preglednica 1. Na tej stopnji koristimo samo vektorje binarnih spremenljivk topologije in standardnih materialov \mathbf{y}_n , \mathbf{y}_m , \mathbf{y}_l in \mathbf{y}_s , pogojne (ne)enačbe strukturne analize in logične pogojne (ne)enačbe. Ko sta izračunana optimalna topologija in standardni material (142,83 tone pri 3. MINLP iteraciji, vsi naslednji rezultati so slabši), račun nadaljujemo s tretjo fazo, kjer vzpostavimo izračun standardnih dimenzij. V tej fazi so v optimizacijo vključeni vektorji binarnih spremenljivk \mathbf{y}_l , \mathbf{y}_k , \mathbf{y}_r , \mathbf{y}_i in \mathbf{y}_p standardnih profilov stebrov, nosilcev, leg, prečk in fasadnih stebrov kakor tudi logične pogojne neenačbe standardnih dimenzij. Končni optimalni rezultat 153,35 tone je bil dobljen v 5. glavni MINLP iteraciji (vsi naslednji rezultati so bili slabši).

Optimalni rezultat predstavlja omenjeno najmanjšo izračunano maso konstrukcije 153,35 tone, dobljeno pri optimalnem številu 19 portalnih okvirjev, 12 legah in 10 prečkah,

MINLP Iteracija	MINLP Podfaza	Rezultat		Topologija			Standardni prerezi (cm ²)				
		Masa (ton)	Okvirji	Lege	Prečke	Steber	Nosilec	Lega	Prečka	Fasadni steber	
Faza 1: zvezno optimiranje											
1.	1.NLP	140,68	17,45	10,01	10,00	177,13	156,59	26,45	20,26	86,28	
Faza 2: diskretno optimiranje topologije in standardnih materialov											
2.	1.MILP	325,05	20	12	10	165,29	138,30	17,24	15,59	74,16	
	2.NLP	144,00				168,97	147,30	19,32	16,45	76,41	
3.	2.MILP	3335,27	18	12	10	176,33	151,41	22,44	20,15	77,53	
	3.NLP	142,83				175,33	154,56	22,16	19,30	76,41	
4.	3.MILP	331,91	19	12	10	172,91	147,46	21,78	17,95	77,53	
	4.NLP	143,27				172,04	150,78	2064	17,77	76,41	
Faza 3: diskretno optimiranje topologije, standardnih materialov in standardnih dimenzij											
5.	4.MILP	341,08	19	12	10	178,00	156,00	23,90	20,10	86,80	
	5.NLP	153,35				H 450	I 600	I 180	I 160	H 260	
6.	5.MILP	359,93	20	12	10	178,00	156,00	23,90	20,10	86,80	
	6.NLP	158,59				H 450	I 600	I 180	I 160	H 260	

Standardni material S355 je bil izbran za steber, nosilec, lego, prečko in fasadni steber.

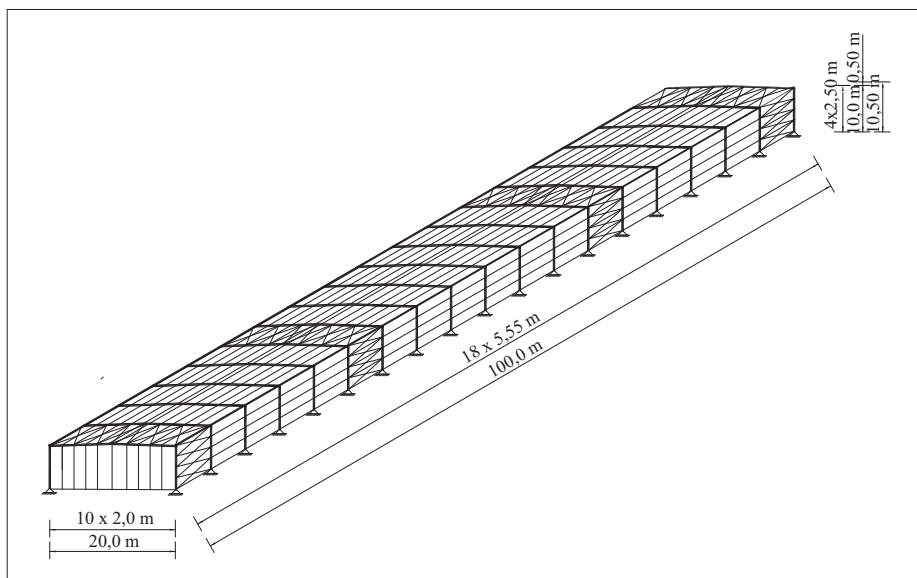
Oznaka H v preglednici 1 pomeni vroče valjeni HEA-prerez.

Oznaka I v preglednici 1 pomeni vroče valjeni IPE-prerez.

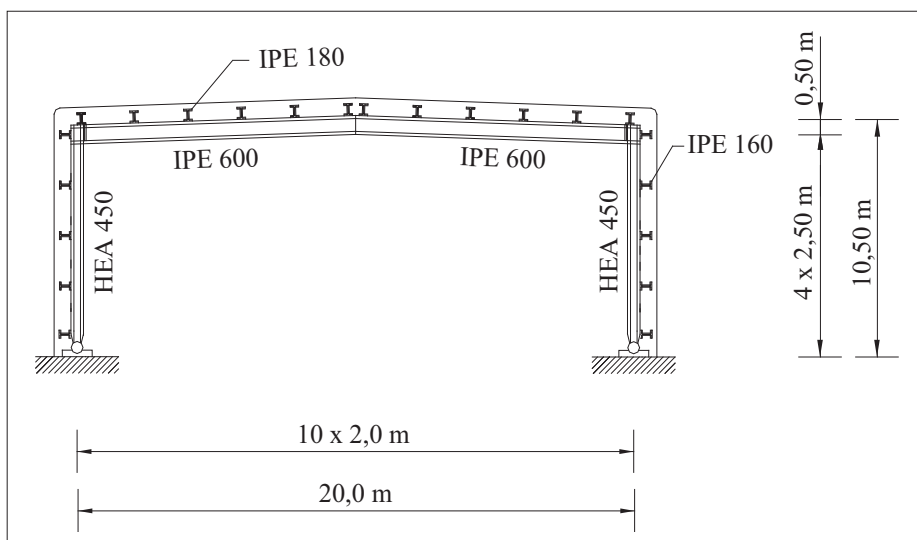
Preglednica 1: Konvergenca modificiranega OA/ER-algoritma

glej sliko 5, pri izračunanih optimalnih standardnih profilih stebrov (HEA 450), nosilcev (IPE 600), leg (IPE 180), prečk (IPE 160) in fasadnih stebrov (HEA 260) ter pri materialu S355, glej sliko 6. Dobljena optimalna masa jeklene konstrukcije 153,35 tone je bila izračunana pri 19 nepomičnih glavnih/portalnih okvirjih ($\alpha_{cr} \geq 10$), sestavljenih iz stebrov prereza HEA 450 in lomljenih nosilcev (dvo-kapnica) IPE 600. Za primerjavo smo izvedli tudi optimizacijo mase jeklene konstrukcije hale, ki bi bila sestavljena iz pomičnih portalnih okvirjev ($\alpha_{cr} < 10$). Izračunana optimalna masa konstrukcije hale bi bila v tem primeru za 7 % večja kot pri hali z nepomičnimi okvirji: konstrukcijo bi tvorilo 27 pomičnih portalnih okvirjev, sestavljenih iz stebrov HEA 400 in nosilcev IPE 500.

V tretji fazi je bilo zelo težko doseči optimalni rezultat, saj je število definiranih konstrukcijskih alternativ zelo visoko: $1.7635968 \cdot 10^{11}$. Zato je bila uporabljena posebna strategija presejevanja alternativ, ki avtomatično zmanjša število binarnih spremenljivk na sprejemljivi nivo. V tretji fazi optimiranje vsebuje samo tiste 0-1 spremenljivke, ki določajo vrednosti topologije, standardnih materialov in standardnih dimenzij v bližnji okolici izračunanih vrednosti, dobljenih v drugi MINLP fazi. Uporabljene so bile samo 3 binarne spremenljivke (1 pod in 2 nad izračunano vrednostjo iz 2. faze) za topologijo, steber, nosilec, lego, prečko in fasadni steber posebej. Tako smo zmanjšali število 245 binarnih spremenljivk na vsega 27 binarnih spremenljivk. Število $1.7635968 \cdot 10^{11}$ konstrukcijskih alternativ se je znatno zmanjšalo na $i \cdot j \cdot k \cdot l \cdot n \cdot m \cdot p \cdot r \cdot s = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 19683$ alternativ, kar je bistveno izboljšalo učinkovitost iskanja rešitve.



Slika 5 • Optimalna konstrukcija jeklene hale



Slika 6 • Optimalna konstrukcija okvirja

7 • SKLEP

V prispevku smo predstavili optimiranje mase, topologije, diskretnih materialov in standardnih dimenzij jeklene konstrukcije

hale. Optimiranje je bilo opravljeno z metodo mešanega celoštevilskega nelinearnega programiranja MINLP. Predstavili smo teoretični

opis problema kot tudi praktični primer optimiranja hale. Z računskim primerom smo pokazali, da je metoda MINLP primerna za reševanje diskretno zveznih optimizacijskih problemov konstrukcij hal.

8 • LITERATURA

- Brooke, A., Kendrick, D., Meeraus, A., GAMS, A User's Guide, Scientific Press, Redwood City, CA, 1988.
 CPLEX User Notes, ILOG inc. 2014.
 Drudd, A. S., CONOPT, A Large-Scale GRG Code, ORSA J. Comput., 6, 207-216, 1994.

- Duran, M. A., Grossmann, I. E., An outer approximation method for a class of mixed-integer nonlinear programs, *Math. Program.*, 36, 307–339, 1986.
- EN 1993-1-1, Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings Design of steel structures, European Committee for Standardization, Brussels, 2005.
- Geoffrion, A. M., Generalized benders decomposition, *J. Optim. Theory*, 10, 237–262, 1972.
- Guerlement, G., Targowski, R., Gutkowski, W., Zawidzka, J. and Zawidzki, J., Discrete minimum weight design of steel structures using EC3 code, *Struct. Multidisc. Optim.*, 22, 322–327, 2001.
- Kocis G. R., Grossmann I. E., Relaxation strategy for the structural optimization of process flow-sheets, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 26, 1869, 1987.
- Kravanja, S., Kravanja, Z., Bedenik, B. S., Faith, S., Simultaneous Topology and Parameter Optimization of Mechanical Structures, *Numerical Methods in Engineering '92, Proceedings of the First European Conference on Numerical Methods in Engineering*, ed. Ch. Hirsch et al., pp. 487–495, Elsevier, Amsterdam, 1992.
- Kravanja, Z., Grossmann, I. E., New Developments and Capabilities in PROSYN - An Automated Topology and Parameter Process Synthesizer, *Computers chem. Eng.*, 18, 1097–1114, 1994.
- Kravanja, S., Kravanja, Z., Bedenik, B. S., The MINLP optimization approach to structural synthesis. Part I: A general view on simultaneous topology and parameter optimization, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 43, 263–292, 1998a.
- Kravanja, S., Kravanja, Z., Bedenik, B. S., The MINLP optimization approach to structural synthesis. Part II: Simultaneous topology, parameter and standard dimension optimization by the use of the Linked two-phase MINLP strategy, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 43, 293–328, 1998b.
- Kravanja, S., Žula, T., Cost optimization of industrial steel building structures, *Advances in engineering software*, 41(3), 442–450, 2010.
- Kravanja, S., Turkalj, G., Šilih, S., Žula, T., Optimal design of single-story steel building structures based on parametric MINLP optimization, *Journal of Constructional Steel Research*, 81, 86–103, 2013.
- McKinstry, R., James, B. P., Lim, Tiku, T., Tanyimboh, Duoc, T., Phanc, W., S., Optimal design of long-span steel portal frames using fabricated beams, *Journal of Constructional Steel Research*, 104, 104–114, 2015.
- McKinstry, R., James, B. P., Lim, T., Tanyimboh, D., T., Phanc, W., S., Comparison of optimal designs of steel portal frames including topological asymmetry considering rolled, fabricated and tapered sections, *Engineering Structures*, 111, 505–524, 2016.
- O'Brien, E. J., Dixon, A. S., Optimal plastic design of pitched roof frames for multiple loading, *Comput. Struct.*, 64, 737–740, 1997.
- Saka, M. P., Optimum design of pitched roof steel frames with haunched rafters by genetic algorithm, *Comput. Struct.*, 81, 1967–1978, 2003.
- Tawarmalani, M., Sahinidis, N. V., Global optimization of mixed-integer non-linear programs: A theoretical and computational study, *Math. Program., Ser. A* 99, 563–591, 2004.
- Westerlund, T., Pettersson, F., An extended cutting plane method for a class of non-convex MINLP problems, *Comput. Chem. Eng.*, 22 (Suppl.), 357, 1998.

AQUAPOL
Trajnostno sušenje sten.

**V sodelovanju z naravo
 30 let po svetu novo v
 Sloveniji**