

10. evropska dekliška matematična olimpijada



BOŠTJAN KUZMAN

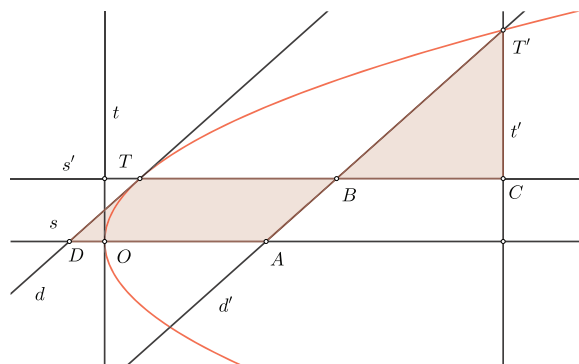
→ Med 9. in 15. aprilom 2021 je, zaradi pandemije, na daljavo v organizaciji Gruzije potekala Deseta evropska dekliška matematična olimpijada (EGMO). Sodelovalo je 213 tekmovalk iz 54 držav. Slovenijo so zastopale Katarina Grilj (SŠ Slovenska Bistrica, Gimnazija), ki je osvojila bronasto medaljo, in Lana Prijon (Gimnazija Bežigrad), Kaja Rajter (II. gimnazija Maribor) ter Tjaša Sušnik (Gimnazija Kranj). Dijakinje so se na tekmovanje pripravljale tudi na celoletnih pripravah, ki jih pod okriljem DMFA Slovenije izvajajo bivši tekmovalci, med njimi Ana Meta Dolinar in Luka Horjak, ki sta tokrat poskrbela tudi za brezplačno izvedbo tekmovanja v Plemljevi vili na Bledu. V uredništvu vsem čestitamo in dodajamo dve nalogi iz tekmovanja. Ostale naloge in rešitve najdete na spletni strani EGMO, www.egmo.org.

Naloga 1. Število 2021 je čudovito. Če je katerikoli element množice $\{m, 2m + 1, 3m\}$ čudovit za neko pozitivno celo število m , potem sta tudi ostala dva elementa čudovita. Ali je število 2021^{2021} čudovito? (Angelo Di Pasquale, Avstralija)

Naloga 5. V ravnini leži točka O , ki jo imenujemo izhodišče, in naj bo P neka množica 2021 točk v ravnini, za katero velja:

- poljubne tri različne točke iz P ne ležijo na skupni premici;
- poljubni dve različni točki iz P ne ležita na skupni premici skozi O .

Trikotnik z oglišči v P imenujemo *debel*, če leži točka O strogo znotraj trikotnika. Določite največje možno število debelih trikotnikov. (Veronika Schreitter, Avstrija)



SLIKA 3.

Trikotnik in paralelogram sta ploščinsko enaka.

Stranica paralelograma $DABT$ je $|TB| = |\xi - \xi' - \eta(\eta - \eta')/p|$, višina nanjo pa $|\eta|$. Ploščina paralelograma je torej

$$\begin{aligned} S(DABT) &= \left| (\xi - \xi') - \frac{\eta(\eta - \eta')}{p} \right| \cdot |\eta| \\ &= \frac{1}{2p} |\eta| (\eta - \eta')^2. \end{aligned}$$

Pri tem smo upoštevali relaciji $\eta^2 = 2p\xi$ in $\eta'^2 = 2p\xi'$. Torej je res $S(BCT') = S(DABT)$, kar je bilo treba dokazati. ■

Radovedni bralec z znanjem latinščine bo v Tentamenu našel še več zanimivih trditev o parabolah. Ena izmed njih je tudi naslednja. Njen dokaz prepučamo bralcem.

Tentamen, Naloga CLXVI.

Tangenta na parabolo v krajišču premera, ki poteka skozi središče katerekoli njene tetive, je vzporedna tej tetivi. Ta premer razpolavlja vse tetive, ki so tej tetivi vzporedne.

Tentamen je dosegljiv na spletni povezavi www.dlib.si/details/URN:NBN:SI:DOC-TQDP2BPU.

www.dmfa-zaloznistvo.si