

Prehodni pojav pri merjenju strižnega lezenja

Transient Phenomena in Torsional Creep Measurements

R. Cvelbar¹, I. Emri, Center za eksperimentalno mehaniko, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana

A. Nikonov, Faculty of Math. and Mech., Saratov State University, Russia

Prejem rokopisa - received: 1996-10-04; sprejem za objavo - accepted for publication: 1997-01-17

Mehanske lastnosti viskoelastičnih materialov so v statičnem področju popisane z moduli lezenja in relaksacije glede na vrsto obremenitve. Moduli so določeni kot odziv materiala na konstantno obremenitev, ki je vzpostavljena v trenutku. Take obremenitve v praksi ni možno izvesti, zato jo nadomestimo z obremenitvijo s konstantno hitrostjo deformiranja ali naraščanja sile ("ramp function"). S tem v meritev vnesemo napako. V delu predstavljamo analizo te napake in možnost optimizacije merilnega postopka z ozirom na velikost sprejemljive napake.

Ključne besede: modul, lezenje, obremenjevanje, prehodni pojav

Mechanical properties of viscoelastic materials are modeled, in time domain, with creep compliance and relaxation modulus, depending on a type of excitation. The creep compliance and the relaxation modulus are defined as a response of a material to the instantaneously applied constant load, mathematically modeled as a step function. In reality such loading can not be accomplished, therefore it is substituted with the load in the shape of a ramp function. This substitution vitiates the quality of measurements. This paper present an analysis of the introduced error and possibility to optimize the measuring procedure according to the pre-defined error.

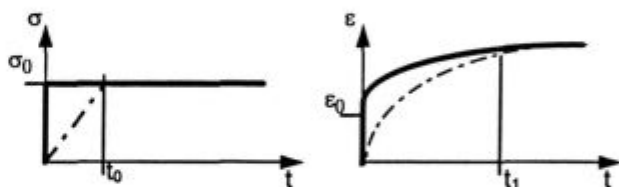
Key words: modulus, creep, experiment, loading, transient phenomena

1 Uvod

Polimere in kompozite na njihovi osnovi se vse več uporablja za izdelavo nosilnih konstrukcijskih elementov. Ti materiali so značilni predstavniki viskoelastičnih materialov, katerih mehanske lastnosti so močno odvisne od temperature, vsebnosti vlage in v nelinearnem področju tudi od same obremenitve. Pri gradnji konstrukcijskih elementov iz viskoelastičnih materialov moramo za varno uporabo dobro poznati njihove časovno odvisne mehanske lastnosti. Znotraj linearne teorije viskoelastičnosti so mehanske lastnosti polimerov opisane s časovno odvisnimi materialnimi funkcijami, ki so, v časovnem prostoru, določene kot odziv materiala na konstantno obremenitev. Teoretično ima ta obremenitev obliko koračne funkcije, kar pomeni, da je vzpostavljena v trenutku in nato vzdrževana na konstantnem nivoju. Za primer strižne obremenitve so mehanske lastnosti materiala popisane s strižnim modulom lezenja $J(t)$, ko je obremenitev napetost, in s strižnim modulom relaksacije $G(t)$, ko je obremenitev strižna deformacija.

V realnosti trenutne obremenitve ni mogoče izvesti, zato zamenjamo koračno obremenitev z obremenitvijo, ki ima konstantno hitrost do časa obremenjevanja t_0 , po tem času pa je obremenitev, ki je za lezenje napetost σ_0 , konstantna. Ta linearno naraščujoča obremenitev je prikazana s črtkano črto na levem delu **slike 1**.

Posledica tega je, da dobimo uporabne rezultate meritev šele po nekem času t_1 , ko se odziv na linearno naraščujočo obremenitev dovolj približa ustreznemu koračnemu odzivu. To prikazuje desna skica na **sliki 1**. V



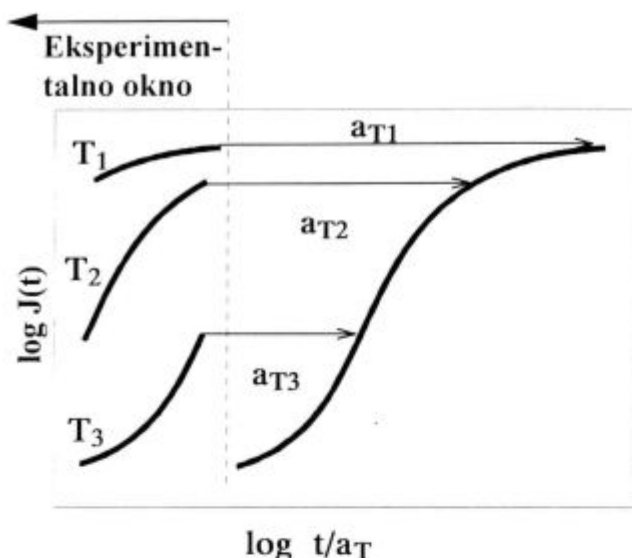
Slika 1: Koračna in linearno naraščujoča obremenitev ter pripadajoča časovna odziva - lezenje

Figure 1: Step and Ramp loadings with the time-dependent creep response respectively

preteklosti je večina raziskovalcev izbrala čas t_1 , po nepisanem pravilu, za eno dekadno večjega od časa obremenjevanja, t.j., $t_1/t_0 = 10$. Izkušnje v našem laboratoriju so pokazale, da to nepisano pravilo ne zadovoljuje zahtevam natančnega "pospešenega merjenja", ki ga omogoča sodobna oprema. Oglejmo si ozadje problema.

Lezenje značilnega konstrukcijskega polimernega materiala se ustali po približno 10^9 sekundah, kar je približno 10 let. Karakterizacija mehanskih lastnosti s tako dolgimi meritvami je ekonomsko nesprejemljiva, zato skušamo meritve pospešiti. To lahko dosežemo s časovno-temperaturnim superpozicijskim principom^{1,2}. V tem primeru izvedemo meritve pri različnih konstantnih temperaturah znotraj določenega časovnega intervala, ki ga pogosto imenujemo eksperimentalno okno¹. Zgornja meja tega okna je iz praktičnih razlogov omejena na približno 10^4 sekund (to je približno 3 ure). Izmerjene segmente nato v skladu s časovno-temperaturnim superpozicijskim principom premikamo vzdolž logaritemske časovne skale in na ta način tvorimo su-

¹ Ruben CVELBAR, dipl. inž
Center za eksperimentalno mehaniko, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana
Cesta na Bodo 49, 1000 Ljubljana, Slovenija



Slika 2: Časovno-temperaturni superpozicijski princip
Figure 2: Time-temperature superposition principle

marno relaksacijsko krivuljo ali krivuljo lezenja, kot je prikazano na **sliki 2**. Premikanje segmentnih krivulj lezenja ali relaksacij vzdolž logaritemske časovne osi za faktor premika a_T , je tem bolj natančno, čim širše je eksperimentalno okno.

Da bi pridobili dodatno dekada podatkov na desni strani logaritemske časovne osi, je potrebno podaljšati eksperiment za približno 30 ur. To ne pomeni samo podaljšanja meritve, temveč je dolga meritev tudi tehnično zahtevna naloga. Eksperimenti lezenja in relaksacije zahtevajo natančno kontrolo in vzdrževanje temperature, in sicer za nekatere materiale znotraj $0,01^\circ\text{C}$, kar je za dolge eksperimente težek pogoj.

Zato smo pričeli raziskovati možnosti širjenja eksperimentalnega okna v smeri spodnje meje, tako da ne bi presegli časa merjenja 10^4 sekund, kar je zgornja meja abscisne osi na **sliki 3**. To lahko dosežemo s krajšanjem obremenitvenega časa t_0 , kar je na **sliki 3** shematsko prikazano s črtkano črto in vprašajem. Teoretično bi bila spodnja meja na logaritmski časovni skali premaknjena v minus neskončno, če bi lahko preizkušane obremenili s koračno obremenitvijo. Analize, ki smo jih opravili, so pokazale, da nepisano pravilo $t_1/t_0 = 10$ odpove, če zahtevamo natančnost, ki jo sodobna merilna oprema daje. V tem prispevku podajamo rezultate naših analiz.

2 Numerični eksperiment

Za modeliranje pravega modula lezenja smo uporabili Cole-Cole funkcijo¹

$$J(t) = J_g + \frac{J_c}{1 + \sqrt{(\tau/t)}} \quad (1)$$

s steklastim modulom lezenja: $J_g = 10^{-9} \text{ mm}^2/\text{N}$, ravnotežnim modulom lezenja: $J_c = 1.001 \times 10^{-6} \text{ mm}^2/\text{N}$, in $\tau = 1$ sekunda. Pravi modul lezenja je prikazan na **sliki**

3 kot polna linija in pomeni odziv materiala na obremenitev izvedeno v času $t_0 = 0$, kar pomeni koračno obremenitev. Nato smo ovrednotili odzive za različne obremenitvene čase t_0 pri linearno naraščajočih obremenitvah $\sigma(t)$, ki so definirane kot:

$$\sigma(t) = \sigma_0 \frac{t}{t_0}, \quad 0 < t \leq t_0,$$

$$\sigma(t) = \sigma_0, \quad t > t_0. \quad (2)$$

Z uporabo napetostno-deformacijske zveze izračunamo časovno odvisno deformacijo $\epsilon(t)$

$$\epsilon(t) = \int_0^t J(t-\xi) \dot{\sigma}(\xi) d\xi, \quad (3)$$

kjer je $\sigma(\xi)$ za linearno naraščajočo obremenitev podana v enačbi (2). Izmerjeni modul lezenja $J_{\text{ramp}}(t)$ je nato izračunan iz relacije,

$$J_{\text{ramp}}(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma_0}, \quad (4)$$

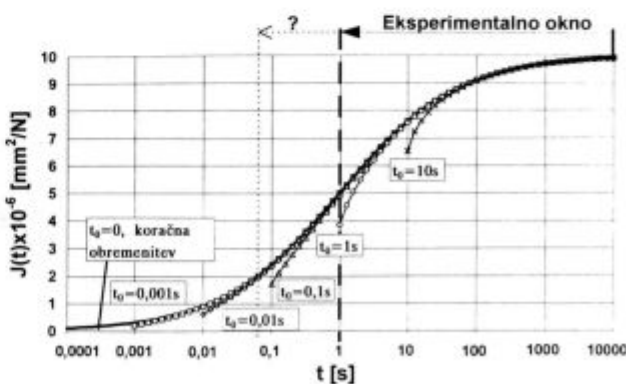
kot je to običajno pri vrednotenju izmerjenih rezultatov. Izmerjeni moduli $J_{\text{ramp}}(t)$, ki so izračunani za pet različnih časov obremenjevanja: $t_0 = 0,001, 0,01, 0,1, 1$ in 10 sekund, so prikazani na **sliki 3**.

Na koncu je bila izračunana še razlika med pravim $J(t)$ in izmerjenimi $J_{\text{ramp}}(t)$ moduli lezenja kot:

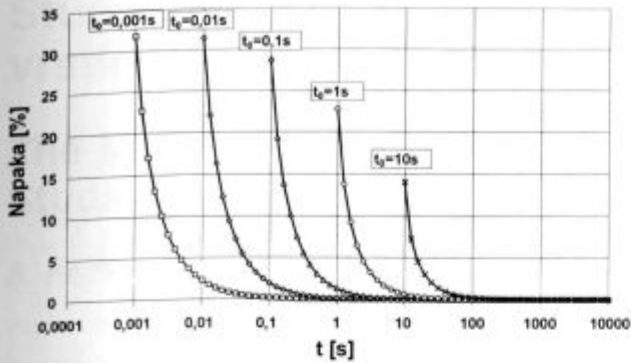
$$\text{Napaka} = \frac{J(t) - J_{\text{ramp}}(t)}{J(t)} \cdot 100 [\%]. \quad (5)$$

S **slike 3** je razvidno, da razlika med pravim in izmerjenim lezenjem postane zanemarljiva znotraj ene dekade po času obremenjevanja. Precej drugačna slika se pokaže, če razliko oziroma napako pokažemo v relativni skali glede na enačbo (5).

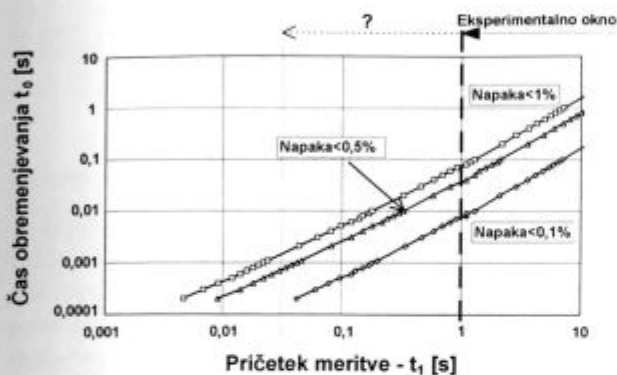
Ti rezultati so prikazani na **sliki 4**, kjer lahko ugotovimo, da razlika med obema krivuljama izgine po več kot dveh dekadah, razen za časa obremenjevanja $t_0 = 1$ in 10 sekund. Ta dva časa obremenjevanja nista sprejem-



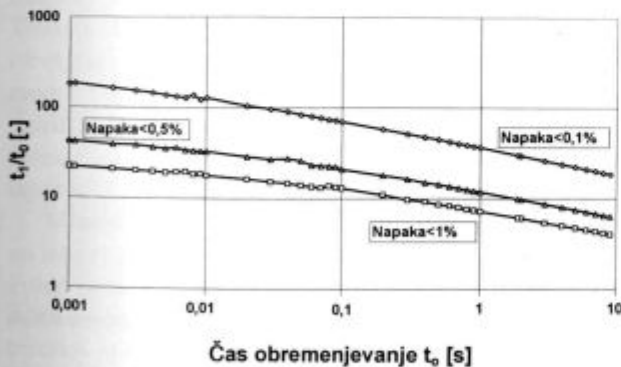
Slika 3: Moduli lezenja kot odzivi na koračno in linearno naraščajoče obremenitve
Figure 3: Creep compliances as a responses to a step and different ramp loadings



Slika 4: Napaka meritve po končani obremenitvi
Figure 4: Error of the measurement after the loading



Slika 5: Čas pričetka meritev za različne velikosti napake v odvisnosti od t_0
Figure 5: Time of the beginning of measurements for the different error levels as a function of t_0



Slika 6: Razmerje med t_1/t_0 za različne velikosti napake v odvisnosti od t_0
Figure 6: Ratio t_1/t_0 for different error levels as a function of t_0

ljiva, saj občutno zmanjšata eksperimentalno okno, ki je navzgor omejeno z 10^4 sekundami. Omenjena opažanja so odvisna od napake, ki jo lahko še sprejmemo v prvem odčitku po koncu obremenjevanja. Ta napaka je del napake eksperimenta, zato je željeno, da ne preseže 0,1%. Sliki 5 in 6 prikazujeta rezultate te analize.

Slika 5 prikazuje čas obremenjevanja t_0 v odvisnosti od časa t_1 , ki označuje pričetek merjenja. Vertikalna črtkana črta določa začetek štiri dekade širokega eksperimentalnega okna. S te slike je jasno razvidno, da mora biti preizkušane pri dovoljeni napaki 0,1% obremenjen hitreje kot v 0,01 sekundi, če naj z meritvijo pričnemo ob eni sekundi. Slika 6 prikazuje razmerje med t_1/t_0 kot funkcijo časa obremenjevanja t_0 in zato dopolnjuje informacijo predstavljeno na sliki 5.

Pri resničnih eksperimentih je možno pravilni čas obremenjevanja t_0 izmeriti in nato lahko potreben "čas čakanja" določimo glede na podatke iz slike 6.

3 Sklepi

Iz vsega navedenega, lahko sklenemo:

1. Nepisano pravilo, da lahko z meritvijo pričnemo eno dekada po doseženem nivoju obremenitve ne velja, če so zahteve po natančnosti merjenja večje.
2. Dokaj enostavno je izpolniti pogoj, da naj eksperimentalno okno zajema 4 dekade časa.
3. Širjenje eksperimentalnega okna za dodatno dekada postane zelo zahtevna naloga. Pri tem je potrebno ob vzdrževanju zgornje meje na približno treh urah obremenitev izvesti znotraj milisekunde.

Ko se približujemo hitrim obremenitvam, se soočimo s problemom, ki je povezan z dinamiko mehanskega dela merilne naprave. Z obremenjevanjem vzbudimo lastna nihanja mehanskega sistema, kar ravno tako vodi k nepravilnim rezultatom na začetku merjenja^{4,5}.

4 Reference

- ¹ N. W. Tschoegl, *The Phenomenological Theory of Linear Viscoelastic Behavior*, Springer Verlag, Berlin, 1989
- ² J. J. Aklonis, W. J. MacKnight, *Introduction to Polymer Viscoelasticity*, 2nd ed., John Wiley and Sons, New York, 1983
- ³ M. L. Williams, R. F. Landel, J. D. Ferry, The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids, *J. Am. Chem. Soc.*, 77, 1955, 3701
- ⁴ R. Cvelbar, I. Emri, N. W. Tschoegl, Analysis of Transient Phenomena in Creep Compliance Measurements of Viscoelastic Materials, *SEM 1994 Spring Conference*, Baltimore, 1994, 663-668
- ⁵ R. Cvelbar, I. Emri, Analiza prehodnega pojava pri merjenju lezenja viskoelastičnih materialov, *Kovine, Zlitine, Tehnologije*, 28, 1994, 1-2, 359-369