

# Reologija in premiki konstrukcijskih elementov iz zlitin z oblikovnim spominom

## Rheology and displacements of structural elements made from Shape Memory Alloys

Velej Marjan, Sava Kranj Razvojno tehnološki inštitut, Škofjeloška c.6 Kranj

Kosel Franc, Fakulteta za strojništvo, Aškerčeva 6, Ljubljana

Proučevali smo pojav enosmernega oblikovnega spomina v zlitini Ni-Ti-Cu. Reološke lastnosti zlitine smo določili z nateznimi preizkusi, pri katerih smo vzorce obremenjevali in razbremenjevali v temperaturnem območju martenzitne faze, in s temperaturnimi preizkusi, pri katerih smo neobremenjene vzorce segreli preko temperature  $A_f$  in ohladili pod temperaturo  $M_f$ . S preizkusi dobljene nelinearne reološke zveze med napetostnim in deformacijskim tenzorem smo aproksimirali z odsekoma ravno krivuljo. Nato smo analitično določili napetostno deformacijska in premična stanja v upogibno obremenjenem konzolno vpetem nosilcu iz gradiva z oblikovnim spominom. Teoretične rezultate smo preverili s preizkusi.

**Ključne besede:** enosmerni oblikovni spomin, upogib, premiki, reologija

The one way shape memory effect in a Ni-Ti-Cu alloy was studied. Rheological properties were investigated by tensile tests, consisted of loading and unloading specimens below the temperature  $M_f$  and by temperature tests, consisted of warming unloaded specimens above the temperature  $A_f$  and of cooling them below the temperature  $M_f$  again. Nonlinear rheological relations between stress tensor and strain tensor, estimated by experiment, were approximated by six lines. Stresses, strains and displacements of cantilever beam, loaded by a concentrated force at its free end, were analyzed. Theoretical results of displacements of cantilever beam, subjected to bending, were verified and compared with experiments.

**Key words:** one way shape memory effect, bending, displacements, rheology

### 1 Uvod

V zadnjih letih je bilo raziskanih veliko zlitin z oblikovnim spominom<sup>1,2</sup>. Te zlitine imajo nekatere posebne lastnosti, ki jih druga kovinska gradiva nimajo. Lahko so npr. plastično deformirane, vendar se ali pri razbremenjevanju (t.i. psevdoelastičnost) ali pri segrevanju (enosmerni oblikovni spomin) povrnejo v prvotno obliko. Najbolj znani lastnosti teh zlitin sta še dvo ali večsmerni oblikovni spomin ter ovirana povračljivost.

Metalografske lastnosti teh zlitin so že razmeroma raziskane, veliko manj pa so raziskane možnosti analitičnega določanja mehanskih stanj teh gradiv. V prispevku smo po določitvi reoloških lastnosti pri različnih temperaturah zlitine Ni-Ti-Cu analizirali napetostna, deformacijska in premična stanja nosilcev iz te zlitine. Rezultate smo preverili s preizkusi.

### 2 Določanje reoloških lastnosti zlitine Ni-Ti-Cu

Zlitino Ni-Ti-Cu smo izbrali zato, ker je pri sobni temperaturi v martenzitni fazi. Za določitev reoloških lastnosti obravnavava-

ne zlitine smo preizkušance iz žice premera 1.93 mm in dolžine 100 mm obremenjevali natezno in temperaturno. Natezno smo jih obremenjevali tako, da smo jih pri sobni temperaturi obremenili do specifične deformacije 6% in nato razbremenili. Nato smo jih razbremenjene segreli do temperature, pri kateri je ves martenzit prešel v avstenitno fazo in ponovno ohladili nazaj do sobne temperature.

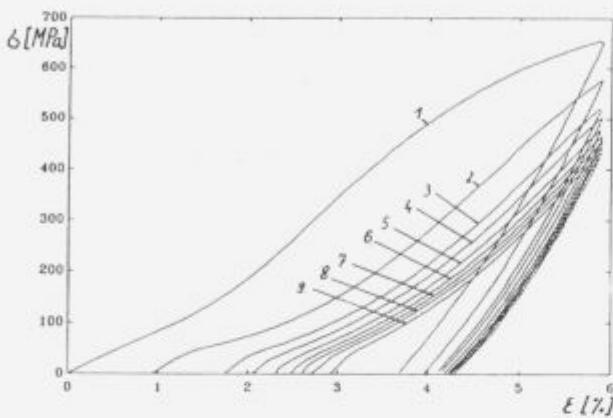
Vsak preizkušanec je bilo devetkrat testiran po zgoraj opisanem postopku. Za vsak natezni in temperaturni cikel so značilna tri deformacijska stanja: prvo (začetno) pred začetkom nateznega obremenjevanja, drugo po končanem nateznem obremenjevanju in tretje, ki je istočasno zopet začetno stanje naslednjega napetostnega cikla, to je po končanem temperaturnem obremenjevanju. Razlika med tretjim in prvim deformacijskim stanjem predstavlja trajno deformacijo, ki je posledica nepovračljivosti, nastalih pri obremenjevanju.

Reološko krivuljo obremenjevanja in razbremenjevanja smo popisali s po tremi premicami. Na osnovi kotov med s osjo in regresijskimi premicami v  $\sigma-\epsilon$  diagramu smo določili različne vrednosti Youngovih modulov ( $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5$  in  $E_6$ )

in jih upoštevali v nadaljnji analizi.

### 3 Analitično obravnavanje upogiba konzolno vpetega vitkega nosilca

Proučevali smo premično stanje vitkega ravnega nosilca po obremenitvi s točkovno silo na prostem koncu (slika 2) in razbremenitvi. Pri tem smo upoštevali aproksimirane nelinearne reološke lastnosti obravnavanega gradiva.



Slika 1. Določanje trajnih reoloških lastnosti

Figure 1. Estimation of stabilised rheological properties

Raziskali smo več različnih fizikalnih modelov, ki teoretično določajo napetostno deformacijska in premična stanja. Na osnovi analize in primerjave s preizkusi smo ugotovili, da najbolj ustreza predpostavke, ki veljajo za mehanska stanja v gradivih, ki se nahajajo v elasto-plastičnem območju ob upoštevanju teorije velikih deformacij. Notranji moment v nosilcu ( $M_z$ ) je določen z izrazom:

$$M_z = - \int_A \sigma(y) \cdot y \cdot dA \quad (1)$$

Ravnotežno stanje pri obremenjevanju je določeno s sledečo nelinearno diferencialno enačbo<sup>3</sup>:

$$\frac{\partial M_z}{\partial \varphi(s)} \cdot \chi(s) = F \cdot \cos(\varphi(s)) \quad (2)$$

kjer je ( $\chi$ ) ukrivljenost nosilca ter (s) ločna dolžina osi nosilca.

Po množenju enačbe (2) s členom ( $d\varphi$ ) in z uporabo zveze ( $\chi = -\varepsilon/y$ ) se po integraciji dobi ob upoštevanju robnih pogojev  $\chi(s=0) = 0$ ,  $\varphi(s=1) = 0$  ter  $\varphi(s=1) = \varepsilon_{\max}/y_{\max}$  sledečo enačbo:

$$\begin{aligned} & \int_{y(0)}^{y(\varepsilon_{\max})} \frac{\partial M_z}{\partial \chi} \cdot \chi \cdot d\chi = \int_{y(0)}^{y(\varepsilon_1)} \frac{\partial M_z}{\partial \chi} \cdot \chi \cdot d\chi + \int_{y(\varepsilon_1)}^{y(\varepsilon_2)} \frac{\partial M_z}{\partial \chi} \cdot \chi \cdot d\chi + \\ & + \int_{y(\varepsilon_2)}^{y(\varepsilon)} \frac{\partial M_z}{\partial \chi} \cdot \chi \cdot d\chi = I_1 + I_2 + I_3 = -F \cdot \sin \varphi(s) \end{aligned} \quad (3)$$

kjer so integrali za posamezna področja enaki

$$I_1 = E_1 \cdot r^4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot x^2$$

$$I_2 = \left\{ (E_2 - E_1) \cdot \varepsilon_1 + 2 \cdot (\sigma_1 - E_2 \cdot \varepsilon_1) \right\} \cdot \varepsilon_1 \cdot r^2 \cdot$$

$$\begin{aligned} & \cdot \arccos \left( \frac{\varepsilon_1}{r \cdot \chi} \right) + \frac{(E_1 - E_2) \cdot r^4}{4} \cdot \chi^2 \cdot \arcsin \left( \frac{\varepsilon_1}{r \cdot \chi} \right) + \\ & + \frac{(E_2 - E_1) \cdot r^3 \cdot \varepsilon_1}{4} \cdot \sqrt{\chi^2 - \left( \frac{\varepsilon_1}{r} \right)^2} - \frac{3 \cdot \varepsilon_1^2 \cdot r}{2} \cdot \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ (E_2 - E_1) \cdot \varepsilon_1 + \frac{4}{3} \cdot (\sigma_1 - E_2 \cdot \varepsilon_1) \right\} \cdot \frac{1}{\chi^2} \cdot \sqrt{\chi^2 - \left( \frac{\varepsilon_1}{r} \right)^2} + \\ & + \frac{E_2 \cdot r^4 \cdot \pi}{8} \chi^2 \end{aligned}$$

$$I_3 = \arccos \left( \frac{\varepsilon_2}{r \cdot \chi} \right) \cdot \left\{ (E_3 - E_2) \cdot \varepsilon_1^2 r^2 + 2 \cdot \varepsilon_2 \cdot r^2 \cdot \right.$$

$$\left. - (\sigma_2 - \sigma_1 - (E_1 - E_2) \cdot \varepsilon_1) \right\} + \arccos \left( \frac{\varepsilon_1}{r \cdot \chi} \right) \cdot$$

$$\left\{ (E_2 - E_1) \cdot \varepsilon_1^2 r^2 + 2 \cdot \varepsilon_1 \cdot r^2 \cdot (\sigma_1 - E_2 \cdot \varepsilon_1) \right\} +$$

$$+ \arcsin \left( \frac{\varepsilon_2}{r \cdot \chi} \right) \cdot \frac{(E_2 - E_1) \cdot r^4 \cdot \chi^2}{4} +$$

$$+ \arcsin \left( \frac{\varepsilon_1}{r \cdot \chi} \right) \cdot \frac{(E_1 - E_2) \cdot r^4 \cdot \chi^2}{4} +$$

$$+ \sqrt{\chi^2 - \left( \frac{\varepsilon_2}{r} \right)^2} \cdot \frac{(E_3 - E_2) \cdot r^3 \cdot \varepsilon_2}{4} +$$

$$+ \sqrt{\chi^2 - \left( \frac{\varepsilon_1}{r} \right)^2} \cdot \frac{(E_2 - E_1) \cdot r^3 \cdot \varepsilon_1}{4} -$$

$$- \sqrt{\chi^2 - \left( \frac{\varepsilon_2}{r} \right)^2} \cdot 3 \cdot \varepsilon_2^2 \cdot r \cdot \frac{1}{2 \cdot \chi^2} \cdot$$

$$- \left\{ (E_3 - E_2) \cdot \varepsilon_2 + \frac{4}{3} \cdot (\sigma_2 - \sigma_1 - (E_1 - E_2) \cdot \varepsilon_1) \right\} +$$

$$+ \frac{E_2 \cdot r^4 \cdot \pi}{8} \chi^2$$

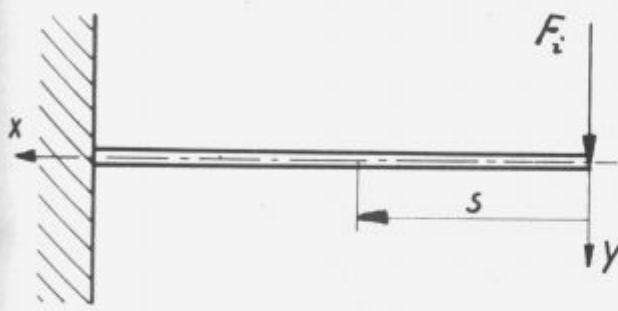
Po zamenjavi spremenljivk v gornjih enačbah in po integraciji dobimo enačbe, ki izražajo odvisnost  $s = s(\varphi)$  oziroma po ureditvi  $\varphi = \varphi(s)$ .

Tabela 1: Premiki prostega konca nosilca pri obremenjevanju in razbremenjevanju

$l(\text{mm})$	$F(\text{n})$	$u_0$	$v_0$	$ u $	$u_0^*$	$v_0^*$	$ u^* $	$\epsilon_u(\%)$
69.8	2.123	6.58	27.0	27.79	6.7	28.2	28.99	4.1
70.5	2.912	8.44	30.34	31.49	8.0	31.7	32.69	3.7
63.1	0.95	0.71	8.12	8.15	0.9	8.6	8.65	5.0
$l(\text{mm})$	$F(\text{n})$	$u_p$	$v_p$	$ u_p $	$u_p^*$	$v_p^*$	$ u_p^* $	$\epsilon_{up}(\%)$
69.8	2.123	3.1	7.37	7.99	2.6	7.6	7.56	5.6

$\epsilon_u$  in  $\epsilon_{up}$  sta napaki premikov pri obremenjevanju in razbremenjevanju.

in jih primerjali z vektorji premika  $\bar{u}_p^*$  in  $\bar{u}^*$ , določenimi s preizkusi (tabela 1).



Slika 2. Upogib konzolno vpetega nosilca

Figure 2. Bending of cantilever beam

Premično stanje po razbremenitvi smo določili tako, da smo upoštevali enake predpostavke kot pri obremenjevanju, s tem da smo suponirali dva elasto-plastična upogiba ravnega nosilca: upogib pri obremenjevanju zaradi zunanjega obremenitve in upogib pri razbremenjevanju zaradi notranjega momenta. Notranji upogibni moment pri razbremenjevanju ( $M_\pi$ ) smo določili iz pogoja momentnega ravnotežja ( $M_z + M_\pi = 0$ ). Ravnotežne enačbe pri razbremenjevanju so analogne kot pri obremenjevanju, zato smo jih reševali na podoben način.

Komponenti vektorja premika nosilca  $\bar{u} = (u, v, 0)$  pri obremenjevanju in pri razbremenjevanju se določita na osnovi rešitev diferencialnih enačb

$$\frac{\partial u}{\partial s} - \cos \varphi + 1 = 0 \quad \text{ter} \quad \frac{\partial v}{\partial s} - \sin \varphi = 0 \quad (7)$$

in sicer:

$$u_i = - \int_s^l (\cos \varphi(s) - 1) \cdot ds \quad \text{ter} \quad v_i = - \int_s^l \sin \varphi(s) \cdot ds \quad (8)$$

kjer je:  $i=1$  za obremenjevanje,  $i=2$  za razbremenjevanje.

Komponenti vektorja premika  $\bar{u}_p = (u_p, v_p, 0)$  po razbremenitvi dobimo s suponiranjem premikov

$$u_p(s) = u_1(s) + u_2(s), \quad v_p(s) = v_1(s) + v_2(s)$$

Teoretični model smo preverili s preizkusi tako, da smo izračunali vektorje premika  $\bar{u}_p$  in  $\bar{u}$  v točki prijемališča sile

#### 4 Zaključek

Teoretično izračunani premiki konzolno vpetega nosilca iz zlitine Ni-Ti-Cu se pri obremenjevanju razlikujejo za manj kot 5% od izmerjenih, pri razbremenjevanju pa za manj kot 6%. Zato menimo, da smo izbrali ustrezni matematičen model za določevanje napetostno deformacijskih in premičnih stanj nosilcev iz zlitine z oblikovnim spominom. Vendar je potrebno pri konstruiranju elementov iz obravnavanih gradiv upoštevati stabiliziranje oblikovno spominskih lastnosti, ki so se v našem primeru stabilizirale po sedmih napetostnih in temperaturnih ciklih.

#### 5 Literatura

- Legirungen mit Formgedächtniss; Expert Verlag 1988, 7044 Ehningen
- S.Miyazaki, K.Otsuka, Developement of Shape Memory Alloys; ISIJ International, vol.29, No.5, (1989)
- V.A.Svetnickij, Mehanika gibkih steržnej i nitej; Moskva, 'Mašinostroenie' 1978