

Reševanje stacionarnega in nestacionarnega temperaturnega polja po metodi končnih elementov na PC računalnikih

Marjan Bolčina*¹

UDK: 536.241:669.046:621.78.012.5:681.3.06
ASM/SLA: J2g, D6, U4g, U4k

S hitrim razvojem računalniške tehnologije se v inženirski praksi vse pogosteje uporabljajo numerične metode reševanja konkretnih problemov reševanja polj, opisanih z diferencialnimi enačbami. Danes je takšen način projektiranja ekonomsko in kakovostno upravičen in postaja nujen.

Naša naloga je reševanje nestacionarnih temperaturnih polj poljubnih objektov in izdelava ustreznega računalniškega programa. Pri tem imamo lahko definirane kot robne pogoje vsiljene temperature ali toplotne tokove ali notranje izvore toplotnega toka, ki jih povzročajo električni tok. Tako lahko projektiramo (glede na temperaturno polje) objekte, kot na primer: hladilna telesa, segrevanje kovinskih in izolacijskih delov, temperaturno obremenljivost el. zbiralk, indukcijsko kaljenje in indukcijsko taljenje kovin.

UVOD

V nadaljevanju torej iščemo rešitev dvodimenzionalnega ali aksisimetričnega trodimenzionalnega, časovno odvisnega temperaturnega polja, ki ga na objektu poljubne geometrije poleg materiala in okolice povzročajo vsiljene temperature, toplotni tokovi in toplotni izvori (električni tokovi).

Ker ne obstaja splošna analitična metoda za reševanje problemov takšne vrste, moramo iskati rešitve z numeričnimi metodami ali s simulacijo konkretnega primera na analognem računalniku. Ker so ustrezni analogni računalniki zelo dragi, praktično vedno uporabljamo numerične metode, prirajene za digitalne računalnike. Numerične metode v splošnem ločimo na metodo končnih diferenc in metodo končnih elementov. Izbira metode se vse močnejše nagiba v korist metode končnih elementov.

Pri uporabi metode končnih elementov objekt poljubne oblike razdelimo na poljubne končne elemente znane geometrije. Na splošno velja, da večje število končnih elementov (manjši, kot so), poveča natančnost iskane rešitve sistema. Natančnost rešitve pa je odvisna tudi od predvidene funkcije polja znotraj elementa. Izbrali smo trikotno obliko končnega elementa, ker z njo najlažje opišemo poljubno obliko obravnavanega objekta. Zaradi znanih prednosti naravnih (area) koordinat pred Katezijevimi (lažje integriranje, singularnost matrik) smo izvedli ustrezne transformacije.

STACIONARNO STANJE

S stališča stacionarnega prenosa toplote nas je zanimala temperaturna porazdelitev po posameznih elemen-

tih indukcijske lončne peči, še posebej pa temperaturni gradient v ovoju induktorja. Induktor se namreč greje zaradi prevajanja izmeničnega električnega toka, ki zaradi skin efekta ni enakomerno porazdeljen po bakrenem profilu, pa tudi zaradi prevajanja toplote taline skozi ognjeodporno obzidavo.

NESTACIONARNO STANJE

Število sarž, ki jih lahko stopimo z enkrat pripravljeno ognjeodporno obzidavo, je odvisno tudi od temperature, ki jo doseže talina na meji z obzidavo. To področje prenosa toplote je v časovnem prostoru relativno neraziskano, zato smo si zadali nalogo, da to problematiko natančneje obdelamo. Ker se indukcijska lončna peč v prvi aproksimaciji obnaša kot integrator vhodne moči, moramo omenjeno problematiko reševati v nestacionarnem časovnem področju.

Kot bomo videli kasneje, se največ električne energije v vložku pretvori v toploto prav ob obzidavi. Ta je direktno odvisna od moči peči in frekvence napajalne električne napetosti. Zato lahko prihaja na teh mestih do neželjenih nadtemperatur, ki presegajo dovoljeno temperaturo neke ognjeodpore obzidave, medtem ko vložek na sredini še ni dosegel niti temperature taljenja. (Dobljene rezultate pa bi lahko uporabili tudi na področju kaljenja ali toplotnega čiščenja).

Pri reševanju električnega dela indukcijske lončne peči smo pristopili k izvornemu načinu. Rezultat analitične analize teoretičnega izhodišča, podanega s Fredholmovo integralno enačbo II. vrste

$$E_s(J_e, J_m) - 1/J_e = E_o(J_o)$$

$$H_s(J_e, J_m) - 1/J_m = H_o(J_o)$$

je specialni programski paket IMF-CAD, ki iz geometrijskih in snovnih parametrov konstruirane peči izračuna električne veličine (el. impedanco, el. napetosti, el. tokove itd) v posameznih točkah indukcijske lončne peči (7). Pri tem je za numerični izračun uporabljena metoda končnih elementov. Rezultati so podani numerično (tabelarično) in grafično. Izhodni podatki iz tega programa za dano peč (el. tokovi) so tudi vhodni podatki za analizo prenosa toplote, kar je cilj naše naloge. Podrobnejši opis tega programa presega namen tega dela.

REŠEVANJE DIFERENCIALNE ENAČBE PRENOSA TOPLOTE PO METODI KONČNIH ELEMENTOV

Računalniški program je napisan na osnovi naslednjih matematičnih izhodišč: Fourierjeva diferencialna enačba širjenja toplote (1), vsiljene z induciranim električnim tokom (npr.: v indukcijski lončni peči) je:

$$\text{div}(k \text{ grad}T) + \rho c \delta T / \delta t = \sigma J^2 = \delta q / \delta V \quad T = T(x, y, z, t)$$

*¹ Marjan Bolčina, dipl. ing. — Slovenske železarne — Železarna Štore

** Rokopis prejet: november 1990

*** Originalno publicirano: ŽZB 25 (1991) 1

Za prakso so pomembni tudi naslednji robni pogoji, ki jih opišemo z obrazcem:

$$k \delta T / \delta n = h (T - T_o)$$

- predpisana temperatura ali toplotni fluks na delu površine
- predpisana konvekcija (radiacija)

GALERKINOV POSTOPEK

Predvidimo, da so dane diferencialne enačbe $L(\tau) = f$ in $R(\tau) = g$, pri čemer sta $L(\tau)$ in $R(\tau)$ diferencialna operatorja, tako da je enačba polja temperature zadovoljena po površini in na robovih objekta.

$$L(\tau) = \delta / \delta x_i (k \delta T / \delta x_i) + Q = \rho c (\delta T / \delta t) = f$$

$$R(\tau) = -k (\delta T / \delta n) = h (T - T_o) = g$$

Integracijska enačba Galerkinovega postopka (2, 3) se tako glasi:

$$\int_A [L(\tau) - f] \cdot u \cdot dA + \int_S [R(\tau) - g] \cdot u \cdot dS = 0$$

Funkcijo T izrazimo s polinomom, ki v polju zadošča diferencialni enačbi, na robovih pa zavzame predpisane robne vrednosti, in izenačimo njeno variacijo δT s funkcijo u :

$$T = b_1 T_1 + b_2 T_2 + b_3 T_3 + \dots + b_n T_n$$

$$u = \delta T$$

$$\int_A [L(\tau) - f] \cdot \delta T_k \cdot dA + \int_S [R(\tau) - g] \cdot \delta T_k \cdot dS = 0 \quad (k = 1, 2, 3 \dots n)$$

Zgornjo enačbo lahko direktno uporabimo v metodi končnih elementov tako, da jo formiramo za vsak končni element. Polinom zapišemo zato v matrični obliki $T = [b] [T]^e$. Pri tem je $[b]$ interpolacijska matrika, $[T]^e$ pa vektor vozliščnih temperatur končnega elementa.

Da si olajšamo diferenciranje v zgornji enačbi in da se izognemo polinomom višjega reda, operator $L(\tau)$ transformiramo:

$$L(\tau) = [\delta / \delta x_i M_i(\tau)] + L'(\tau) \text{ oziroma}$$

$$L(\tau) \delta T = \delta / \delta x_i [M_i(\tau) \delta T] -$$

$$- M_i(\tau) [\delta / \delta x_i (\delta T)] + L'(\tau) \delta T$$

Po urejanju in združevanju dobimo naslednjo variacijsko integralno enačbo:

$$\int_A \{ (Q - \rho c \delta T / \delta t) \delta T + k \delta T / \delta x_i [\delta / \delta x_i (\delta T)] \} dA + \int_S h (T - T_o) \delta T dS = 0$$

Ko vpeljemo diskretizacijo za končni element temperature in njene variacije v obliki:

$$T = b_i T_i \text{ oziroma } \delta T = b_i \delta T_i;$$

lahko dobi prejšnja enačba obliko:

$$H_{ij} T_j + L_{ij} (\delta T / \delta t) + F_j = 0$$

$$H_{ij} = H_1 + H_2 = \int_A [k (\delta b_i / \delta x_i) (\delta b_j / \delta x_i) dA + \int_S h b_i b_j dS =$$

$$F_j = F_1 + F_2 = \int_A Q b_j dA + \int_S h b_j T_o dS$$

$$L_{ij} = \int_A \rho c b_i b_j dA$$

Da bi lahko rešili enačbo končnega elementa in pripadajoče integrale, moramo določiti matriko $[b]$, kot interpolacijsko funkcijo polja v elementu. Nato lahko zapišemo:

$$\begin{aligned} T^e &= [b] [T] \\ T^e &= T(x, y, z) \quad [T] = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} \quad (\text{vektor vozliščnih temperatur}) \end{aligned}$$

Kot smo že omenili, smo vzeli trikotno obliko končnega elementa, z vozliščnimi točkami 1, 2, 3 (i, j, k). Prav tako smo predvideli, da se temperatura znotraj končnega elementa širi linearno, torej:

$$T^e = c_1 + c_2 x + c_3 y = [a] [c]$$

$$[a] = [1, x, y]$$

$$[c] = [c_1, c_2, c_3]^T$$

Konstante v $[c]$ določimo iz robnih pogojev, saj poznamo vrednosti temperatur $[T] = [T_1, T_2, T_3]$ v vozliščnih točkah x_n, y_n

$$[T] = [a_n] [c]$$

$$[b] = [a] [a_n]^{-1} = [a] [B]$$

če $[B]$ izrazimo s katezijevimi koordinatami:

$$[B] = 1/2A \begin{bmatrix} x_2 y_3 - x_3 y_2 & x_3 y_1 - x_1 y_3 & x_1 y_2 - x_2 y_1 \\ y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_2 - x_3 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} =$$

$$= 1/2A [[B_1], [B_2], [B_3]],$$

pri čemer je A površina trikotnika končnega elementa. Nato računamo integrale matrik $[H]$, $[L]$, $[F]$. Kot smo že omenili, bomo postopek izvedli v brezdimenzijskih (area) koordinatah (l_1, l_2, l_3) . Velja zakonitost $l_1 + l_2 + l_3 = 1$. Katezijeve in area koordinate so v linearni odvisnosti. Pri računanju integralov si pomagamo z obrazcem:

$$\int_A l_1^m l_2^n l_3^p dA = 2A (m! n! p!) (m+n+p+2)!^{-1}$$

Sledi konkretno določanje integralov matrik $[H]$, $[L]$, $[F]$:

$$\begin{aligned} [H_1] &= k \int_A ([B]^T (\delta [a]^T / \delta x) (\delta [a] / \delta x) [B]) + \\ &+ [B]^T ((\delta a)^T / \delta y) ((\delta a) / \delta y) [B]) dA \end{aligned}$$

Po urejanju sledi končni izraz za H_1 :

$$[H_1] = k/4 A \begin{bmatrix} y_{23}^2 + x_{32}^2 & y_{23} y_{31} + x_{32} x_{13} & y_{23} y_{12} + x_{32} x_{21} \\ y_{31}^2 + x_{13}^2 & y_{31} y_{12} + x_{13} x_{21} \\ y_{12}^2 + x_{21}^2 \end{bmatrix} \text{ SIMETRIČNO}$$

$$[H_2] = h \int_S [b]^T [b] dS = h \int_S \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix} [l_1, l_2, l_3] dS =$$

Ker gre za konvekcijo, ki je le na robovih, je $l_3 = 0$. Po integraciji po dolžini dobimo:

$$[H_2] = h l_3 / 6 \begin{bmatrix} 2, & 1, & 0 \\ 1, & 2, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \end{bmatrix}$$

Pri tem sta vozlišči 1 in 2 na začetku in koncu l_3 (na robu objekta), vozlišče 3 pa je v notranjosti objekta.

$$[L] = \rho c \int_A [b]^T [b] dA = \rho c A / 12 \begin{bmatrix} 2, & 1, & 1 \\ 1, & 2, & 1 \\ 1, & 1, & 2 \end{bmatrix}$$

$$[F_1] = Q \int_A [b]^T dA = Q A / 3 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$[F_2] = h \int_S [b]^T dS = h l_i / 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} dS$$

Po sumiranju enačbe $H_{ij}T_j + L_{ij}(\delta T/\delta t) + F_i = 0$ po vseh končnih elementih dobimo matrično enačbo celotnega sistema:

$$[H] [\Phi] + [L] [\delta\Phi/\delta t] + [F] = 0$$

Tako lahko računamo vektor vozliščnih temperatur $[\Phi]$ za predpisane časovne intervale ali končno stacionarno stanje. V primeru časovno odvisnih problemov lahko uporabimo metodo desnih diferenc /2,4/. Če predvidimo, da se temperatura v malem časovnem intervalu spreminja linearno, lahko zapišemo:

$$[\Phi]_t = [\Phi]_{t-\Delta t} + 1/2 ([\delta\Phi/\delta t]_{t-\Delta t} + [\delta\Phi/\delta t]_t) \Delta t$$

in:

$$[\delta\Phi/\delta t]_t = -[\delta\Phi/\delta t]_{t-\Delta t} + 2/\Delta t ([\Phi]_t - [\Phi]_{t-\Delta t})$$

po ureditvi zadnjih treh enačb lahko zapišemo:

$$([H] + 2/\Delta t [L]) [\Phi]_t = [L] [\delta\Phi/\delta t]_{t-\Delta t} + 2/\Delta t [L] [\Phi]_{t-\Delta t} - [F]$$

Postopek računanja je naslednji: najprej izračunamo vektor $[\Phi]$, za prvi časovni interval. Temu sledi določevanje odvoda temperature $[\delta\Phi/\delta t]$, na koncu prvega časovnega intervala. Postopek ponavljamo za drugi, tretji in n-ti časovni interval. Seveda moramo podati (pri raču-

nanju prvega intervala) začetne pogoje, in sicer za $[\Phi]_0$ in $[\delta\Phi/\delta t]_0$. Začetna temperatura je običajno temperatura okolice, $[\delta\Phi/\delta t]_0$ pa za sisteme višjega reda lahko predvidimo, da je 0 ali pa ga določimo iz enačb $\rho c (\delta\Phi/\delta t)^e = \sigma J^2 = Q$ za posamezni element.

RAČUNALNIŠKI PROGRAM ZA REŠEVANJE TEMPERATURNEGA POLJA

Računalniški program smo napisali po prej navedenem Galerkinovem postopku v matrični obliki.

Težili smo k temu, da bi bili vhodni podatki sistema in rešitve sistema čim bolj grafično podprti, pri tem pa naj grafika ne bi po nepotrebem zmanjševala razpoložljivega računalniškega spomina in hitrosti izvajanja programa. Zato smo napisali ustrezen CAD program. Več kot ima računalnik linearnega RAM pomnilnika na razpologo, več elementov lahko vsebuje obravnavani objekt. Tako lahko na Mega 2 ATARI ST računalniku (2Mb RAM linearno) rešujemo probleme z več kot 600 elementov v relativno izredno kratkem času (nekaj minut).

Celoten program je zbir procedur (podprogramov), zato je fleksibilen, odprt, objektno orientiran in ga je relativno lahko modificirati. Z pomočjo CAD (GEM) vmesnika pa smo program podprli s prijaznim okoljem za interaktivno delo na PC računalniku, saj vsebuje avtomatski generator topologije sistema in robnih pogojev. Namenjen je predvsem za reševanje Fouriejeve enačbe, kjer je temperatura posledica izvorov toplote, povzročene z električnim tokom. Takšni primeri so el. vodniki, el. zbiralke, uporovni grelci, indukcijsko kaljenje, taljenje in kuhanje.

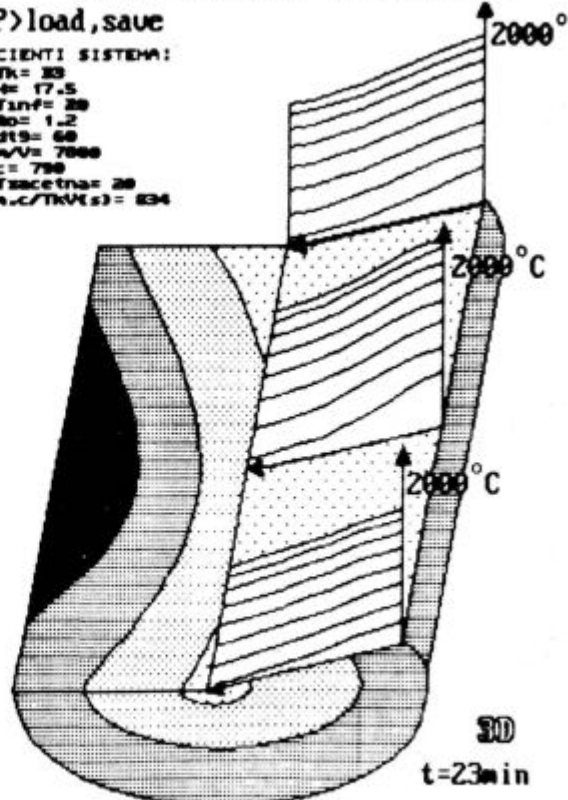
EDITOR el.gostote

$\theta < 0.068(m)$, $y < 0.21(m)$
224 elementov, 135 vozlišč

<ESC>new <+>run <INS>edit <CURSOR>move <HELP>load,save

<=>KOEFIICIENTI SISTEMA:
Th = 23
H = 17.5
Tinf = 20
Bo = 1.2
dtS = 60
rho = 7000
c = 790
Tzacetna = 20
a.c/TK(x,z) = 834

28	56	84	112	140	168	196	224
27	55	83	111	139	167	195	223
26	54	82	110	138	166	194	222
25	53	81	109	137	165	193	221
24	52	80	108	136	164	192	220
23	51	79	107	135	163	191	219
22	50	78	106	134	162	190	218
21	49	77	105	133	161	189	217
20	48	76	104	132	160	188	216
19	47	75	103	131	159	187	215
18	46	74	102	130	158	186	214
17	45	73	101	129	157	185	213
16	44	72	100	128	156	184	212
15	43	71	99	127	155	183	211
14	42	70	98	126	154	182	210
13	41	69	97	125	153	181	209
12	40	68	96	124	152	180	208
11	39	67	95	123	151	179	207
10	38	66	94	122	150	178	206
9	37	65	93	121	149	177	205
8	36	64	92	120	148	176	204
7	35	63	91	119	147	175	203
6	34	62	90	118	146	174	202
5	33	61	89	117	145	173	201
4	32	60	88	116	144	172	200
3	31	59	87	115	143	171	199
2	30	58	86	114	142	170	198
1	29	57	85	113	141	169	197



Rešitev sistema prikazana na grafičnem monitorju

Rešitve obravnavanega sistema po metodi končnih elementov dobimo v tabelarni in grafični obliki. Geometrija objekta se avtomatsko skalira na velikost zaslona, v vozlišča elementov se izpišejo iskane rešitve temperature oz. barvna lestvica, v elemente pa povprečne temperature elementov oziroma vrednosti električnih tokovnih gostot in pripadajočih toplotnih tokov. Prav tako dobimo izpis koeficientov sistema, pri katerih smo določene koeficiente in opazujemo tendenco novih rešitev. Na ta način smo dobili dobro orodje za inženirsko projektiranje.

LITERATURA

1. Holman J. P.: HEAT TRANSFER, McGraw-Hill, New York, 1986
2. Prelog E.: METODA KONČNIH ELEMENTOV, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana, 1975

3. Zienkiewicz O. C.: FINITE ELEMENT METHOD, McGraw-Hill, London, 1975.
4. Kenneth H. H.: FINITE ELEMENT METHOD FOR ENGINEERS, John Wiley & Sons, New York, 1975
5. DRUGI JUGOSLOVANSKI SIMPOZIJ O METODI KONČNIH ELEMENTOV IN RAČUNALNIŠKEM PROJEKTIRANJU, VTŠ Maribor, Maribor, 1979, 186—210
6. Baker A. J.: FINITE ELEMENT COMPUTATIONAL FLUID MECHANICS, McGraw-Hill, Washington, 1985
7. Željznov M., Popovič M., Valenčič V., Sinigoj A., Korez A.: RAČUNALNIŠKI PROGRAM »IMF-CAD« ZA PROJEKTIRANJE ELEKTRIČNEGA DELA INDUKCIJSKIH LONČNIH PEČI Z RAČUNALNIŠKIM SISTEMOM »ATARI ST«, Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana, 1987.
8. Okorokow N. W.: ELEKTRISCHE SCHMELZOFEN FÜR DIE EISENMETALLURGIE, VEB Verlag Technik, Berlin, 1953.
9. Benkowsky G.: INDUKTIONSERWARMUNG, VEB Verlag Technik, Berlin, 1965.
10. Hinton E. Owen D. R. J.: FINITE ELEMENT COMPUTATIONS, Pineridge Press Limited, Swansea, 1979

ZUSAMMENFASSUNG

Mit der schnellen Entwicklung der Rechentechnologie, vor allem auf dem Gebiet der Personenrechner werden in der Ingenieurpraxis immer öfter numerische Methoden bei der Lösung konkreter Probleme der Feldlösungen angewendet, welche durch Differentialgleichungen beschrieben sind. Heutzutage ist solche Art der Projektierung aus ökonomischen und Qualitätsgründen gerechtfertigt und wird nötig.

Unsere Aufgabe war Lösung nichtstationärer Temperaturfelder beliebiger Objekte und die Herstellung von entsprechendem Rechnerprogramm. Dabei können als Randbedingungen eindringende Temperaturen oder Wärmeströme oder innere Ursprünge des Wärmestromes definiert werden, die durch elektrischen Strom verursacht werden. So können (hinsichtlich auf das Temperaturfeld) Objekte wie z.B. Kühlkörper, erwärmen von Metall und Isolationsteilen Temperaturbeanspruchung elek-

trischer Sammelleitungen Induktionshärtung und Induktions-schmelzung von Metallen projektiert werden.

Die Lösungen dieser Objekte nach der Methode der Endelemente werden in tabelarischer und graphischer Form erhalten. Die Geometrie des Objektes wird automatisch auf die Größe des Monitors skaliert, in den Knotenpunkten der Elemente werden die gesuchten Temperaturlösungen bzw. Farbenskala und in die Elemente die durchschnittlichen Temperaturen der Elemente, bzw. die Werte elektrischer Stromdichte und der zugehörigen Wärmeströme ausgeschrieben. Ebenso erhalten wir einen Auszug der Koeffiziente des Systemes bei welchen die gegebene Lösung erhalten worden ist. Nach Bedarf können nur bestimmte Koeffiziente geändert und die Tendenz neuer Lösungen beobachtet werden. Alles das stellt ein gutes Mittel für das Ingenieurprojektieren dar.

SUMMARY

The fast development of computer technology, especially with PCs, numerical methods of solving concrete problems connected to fields described by differential equations are more and more used in engineering. Today such a way of designing is economically and qualitatively justified and it is becoming a necessity.

Our task was to solve unsteady temperature fields of optional objects and to prepare a suitable computer program. As boundary conditions there can be defined the imposed temperatures or heat flows or internal sources of heat flows which are caused by electric current. Thus the objects like cooling bodies, heating of metallic and insulator parts, temperature load-

bility of electric buses, induction hardening and induction melting of metals can be designed (according to temperature field).

Solutions for these objects by the method of definite elements can be obtained in tables or graphically. The geometry of object is automatically scaled on the size of screen, the nodes of elements are marked with sought solutions of temperature or by colour scale while in elements the average temperatures of elements or values of electric current densities and corresponding heat flows appear. Also coefficients of the system are written out for the given solution. If necessary only single coefficients can be varied, and the trend of new solutions can be observed. Thus a good tool is obtained for engineering designing.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вследствие быстрого развития вычислительной технологии, прежде всего в области персональных вычислителей, в инженерной практике все более используют численные методы решения конкретных проблем решения полей, описанных с дифференциальными уравнениями. Такой способ проектирования в настоящее время является экономическим и качественно целесообразным, а также нужным.

Нашим заданием явилось решить нестационарные температурные поля каких-либо объектов и подготовка соответствующей вычислительной программы. При этом как предельные условия могут быть определены установленные температуры или тепловые токи или внутренние источники теплового тока, причиной которых является электрический ток. Этим способом можем проектировать (смотря на температурное поле) объекты, как напр: охладительные те-

ла, нагревание металлических и изоляционных частей, температурную нагрузку ел. накопителей, индукционную закалку и индукционную плавку металлов.

Решения этих объектов по методу конечных элементов получаем в форме таблицы и графика. Геометрия объекта автоматически приспособляется величине экрана, в узлах элементов появляются требование решения температуры, т. е. цветная шкала, а в элементах средних температуры элементов, т. е. размеры плотности электрических токов и размеры соответствующих токов теплоты. На экране также появляются коэффициенты системы при которой мы получили данное решение. По потребности можем изменять только определенные коэффициенты и смотреть тенденцию новых решений. Этим способом мы получили хороший инструмент для инженерного проектирования.