

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 27 (1999/2000)

Številka 2

Stran 89

Martin Juvan:

KOLIKO MANJŠIH?

Ključne besede: naloge, računalništvo, programiranje, permutacija, leksikografska ureditev.

Elektronska verzija:

<http://www.presek.si/27/1393-Juvan-koliko.pdf>

© 1999 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

KOLIKO MANJŠIH?

Matematično je permutacija množice $\mathbb{N}_n = \{1, 2, \dots, n\}$ bijektivna preslikava iz \mathbb{N}_n v \mathbb{N}_n . Eden od načinov za opis permutacije je, da podamo predpis, ki določa, kam se preslikajo posamezni elementi iz \mathbb{N}_n . Na primer:

$$\pi(i) = n + 1 - i.$$

Ker je permutacija preslikava med končnima množicama, jo lahko opišemo tudi s tabelo. Na primer:

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n-1 & n \\ n & n-1 & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Kadar vemo, da bomo obravnavali le permutacije množice \mathbb{N}_n , pri zapisu s tabelo običajno izpustimo zgornjo vrstico, saj le-ta vsebuje informacijo, ki jo že poznamo. Zapis samo spodnje vrstice tabele je tudi običajen način predstavitve permutacije v računalniških programih.

Sedaj pa k nalogi. Množica \mathbb{N}_n dopušča $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$ permutacij. Te permutacije lahko uredimo na veliko načinov. Zelo pogosto srečamo *leksikografsko* ureditev. To je ureditev, ki jo uporabljamo tudi pri razvrščanju gesel v leksikonih (od tod tudi njeno ime). Naj bosta π_1 in π_2 različni permutaciji in $i \in \mathbb{N}_n$ najmanjše število, za katero je $\pi_1(i) \neq \pi_2(i)$. Potem je permutacija π_1 pri leksikografski ureditvi pred permutacijo π_2 natanko tedaj, ko je $\pi_1(i) < \pi_2(i)$. Vaša naloga je, da napišete računalniški program, ki bo za dano permutacijo množice \mathbb{N}_n ugotovil, katera po vrsti je pri leksikografski ureditvi vseh $n!$ permutacij. Na primer, permutacija 3 4 1 5 2 množice \mathbb{N}_5 je pri leksikografski ureditvi na 62. mestu.

Martin Juvan