DISSERTATIO
DE
CENTRO GRAVITATIS
IN SUBSIDIUM SUORUM
DISCIPULORUM
CONSCRIPTA

AB
ANTONIO AMBSCHELL
AA. LL. AC PHIL. DOCTORE NEC
NON CÆS. REG. IN ACADEMIA LABAC.
PHYS. PROF. P. O.

ANNO MDCCLXXIX.

LABACI
Typis Egerianis.

ILLUSTRISSIMO
DOMINO, DOMINO
SIGISMUNDO
LIBERO BARONI
ZOIS AB EDELSTEIN,
PERPETUO DOMINO
IN EGG,

DOMINO DOMINO SUO
GRATIOSISSIMO
DICATA
A
Rev. ac. Perdoct. D.
WOLFGANGO MUCHA,
CARNIOLO CORGNIALENSI PHILOSOPHIAE IN SECUNDUM
ANNUM AUDIT.
dum is
POSITIONES EX UNIVERSA PHYSICA, ET MATHESI ELEMENTARI
PUBLICE PROPUGNARET

LABACI, ANNO MDCCLXXIX.
MENSE AUGUSTO DIE

PRÆFATIO.

Cum pro munere meo animo revolverem, qua potissimum ratione eam, quam in theoria Centri gravitatis, quae Physicae studiosis ope legum aequilibrii in vecte proponi solet hodie, ad ipsam usque aequilibrii plenam cognitionem remanere semper, propria me, & in me ipso ante annos aliquot, & in aliis annorum octo, quorum secundum nunc publicis, reliquos vero privatis olim praelectionibus physicis impenderam, docuit experientia, obscuritatem tollere liceret, una tamen ut demonſtrationum labor creſceret nihil, aut certe vix aliquid; varia tentanti, huic tandem, quam propono centri gravitatis proprietatum deductioni id potiſſimum occaſionem dederat, quod momenta corporum per facta ex maſſis in diſtantias a centro aequilibrii exprimere uſus obtinuerit, unde corpora duo tum ſunt in aequilibrio, quum maſſae eorundem reciprocam diſtantiarum a centro gravitatis ſequuntur rationem, cum enim corpus quodvis centro gravitatis ſuſtentato tam per experientiam, quam per theoriam circa idem ſibi relictum quieſcere doceamur, pronum erat ex ſupra allatis propoſitionibus concludere centrum gravitatis per certas partium corporis, aut ipſorum corporum determinari diſtantias, ipſamque eorundem actionem mutuam ab his dependere: quo conſtituto quid pronius ſit, quam in ejusmodi inquirere centri gravitatis theoriam, qua ex ſolis diſtantiis habita numeri partium ratione centri gravitatis

pro-

proprietates deducerentur, non video.

Talem quaerenti mihi, meditantique centri gravitatis theoriam in mentem venit Eulerum in sua motus corporum solidorum theoria, ni fallor Rostochii data, anni, non memini amplius, ad manus vero opera ejusdem mihi non sunt, centrum gravitatis pro centro inertiae habere, quod corpori nullis licet *prædito* viribus conveniat tamen, & quod *eam habeat proprietatem*, ut corpore plano per centrum inertiae transeunte secto elementa singula in suas ducta ab hoc plano distantias eandem utrinque praebeant summam. Boscovichius in Theoria *Philosophiae Naturalis* redacta ad unicam legem virium in natura existentium, cujus solius editio Veneneta ab ipso authore perpolita, & aucta ad manus mihi est Par. 2. pag. 112. Nro 241. definitione ex sua de centro gravitatis dissertatione habita in collegio Romano Soc. Jeſu ex Typographia Komarek, uti & editione ejusdem altera, cui addita eſt Disquiſitio in centrum magnitudinis, Romae Typis & ſumtibus Nicolai, & Marci Palearini deſumta centrum gravitatis illud appellat punctum, per quod ſi ducatur planum quodcunque, ſumma diſtantiarum perpendicularium ab eo plano punctorum omnium jacentium ex altera ejusdem parte aequetur ſummae diſtantiarum ex altera.

Utriusque celeberrimi viri theoria tantis mihi Tyronum reſpectu involuta videtur difficultatibus, ut a Phyſicae Studioſorum vel nullo plane, vel certe pauciſſimis exigi poſſit. *Eulerus nullum fere, niſi ſublimem molitur calculum.* Boscovichius vero demonſtrationum compoſitione nimia altius in Matheſim, etſi elementarem, progreditur, quam Phyſicae Studioſi hodie, non dico omnes, ſed vel pauciſſimi etiam, dum elementarem

con-

condiscerent Mathesim, progredi potuerint. Quare centri gravitatis proprietates Physico necessarias planissima methodo tractari posse perspiciens, praesenti easdem dissertatione complecti constitui, quo discipulorum meorum utilitati pro munere, & viribus hoc in capite providerem.

Quia porro centri gravitatis proprietates aliae ad existentiam, situm, & distantias ejusdem pertinent solum, *quas hinc mathematicas* nominare mihi liceat, aliae vero, quae ex illis deducuntur, ad ipsa jam phaenomena, & effectus corporum concurrunt, quas physicas dicam, capite uno proprietates *centri gravitatis mathematicas*, altero physicas complector, & quia in harum tractione quaedam de viribus, & motu, & ejus affectionibus in ipso limine Physicae proponi solitis supponuntur, capite primo Lemmata nonnulla, ac definitiones propono; tribus denique his capitibus quartum de methodo centrum gravitatis in quantitatibus potiſſimum geometricis determinandi adjeci, quo duobus his capitibus tyroni hac in parte deſiderandum relinquerem nihil.

Methodum a me ſervatam quod concernit, & experientia hujus anni me docuit, & patebit per decurſum, eam tam eſſe planam, tam omni carentem difficultate, ut primorum omnino elementorum matheſeos ſubſidio, & exiguo attentionis labore *condisci ab eo ſolum* non poſſit, cui dare litteris operam tantundem, ac aethiopem lavare fuerit.

Proprietatum centri gravitatis tam arctus cum omni motus ſeu abſoluti, ſeu ope *machinarum* producti, quemadmodum & aequilibrii theoria, quae utiliſſima certe hodiernae Phyſicae pars eſt, nexus, & in eandem influxus fecit denique, hanc prae reliquis ut legerim diſſertationis materiam, quo discipulorum meorum animos ad utiliſſimam

Physicae partem primo statim semestri pertractandam aequilibrii, motusque theoriam, tali praepararem centri gravitatis theoria, quae & sufficiens esset, & nulla simul laboraret difficultate.

Haec lectori benevolo de materia, ac methodo opusculi praesentis, deque caussa selectae hujus a me materiae, praevie communicanda habui, gavisurus, si id, quod asserui, deprehenderit, sin minus, *laborem meum pro voto* eo ex capite felicem reputabo, quod finem, quem intenderam, eodem me assecutum omnium meorum hujus anni discipulorum experientia jam extra omnem fere positum sit controversiam.

CA-

CAPUT I.

Lemmata nonnulla, ac Definitiones, quae in ſequentibus ſupponuntur.

I.

LEMMA I. Corpora omnia viribus attractivis in minimis diſtantiis agentibus ſunt praedita.

Corpora tam ſolida, quam fluida, quam etiam ſolida, & fluida certis in diſtantiis ad ſe mutuo accedunt: ita ramenta ligni, ſimilia-

que

que corpora aquis innatantia se mutuo, rippas, aut palos petunt, naves ipsae marinae nautarum expertissimorum testimonio ad exiguas ab invicem distantias devenientes vi magna colliduntur, in casu videlicet, quo impedimentum in tempore non ponitur: guttae duae fluidi super tabula ad exiguas abs se invicem distantias admotae, in unam abeunt: gutta, quae in contactu plani, in quod deciderat, primo applanatur, quod guttae in contactu plani solidescentes ostendunt, paulo post partibus antea per planum sparsis sese colligentibus sphaericam imitatur figuram, gutta aquea in latere tubuli capillaris decurrens, ubi ad ejus extremitatem pervevenerit, celeriter intra tubulum rapitur; cylinder, aut tabula vitrea in diametro trium circiter digitorum in bilance accurata e filo suspensa, & aequilibrata admota ad exiguam distantiam infra ejusdem superficiem aqua ad hanc rapitur, ut ex bilancis antea aequilibratae versus subjectam aquam declinatione *videre est, nec nisi unciae unius*, & aliquot granorum pondere alteri brachio addito ab eadem separatur. Habent itaque corpora omnia vim, qua mutuum ad accessum minimis in distantiis urgentur. Ast adhaerent etiam solida solidis, quod partes solidorum, aut tabulae, vel cylindri metallorum mollium politi, sibique appressi nec sine vi notatabili separabiles evincunt. Fluida quoque fluidis adhaerent: Fila aquea cohaesione sua acum exiguam, & siccam caute, ac horizontaliter superficiei impositam etsi specice graviorem sustentant; guttae fluidorum in stillicidiis etiam ultro prolongantur, quam se extendat solidorum attractio, ac demum in filum quasi *diductae* gravitate aucta decidunt. Denique fluida solidis etiam adhaerent: ita solida a fluidis humectantur; fluido eisdem superfuso parte *una decurrente*, parte vero altera eisdem adhaerente; cylinder ferreus politus unius in diametro digiti parisini super mercurio, aut cylinder aequalis sebaceus super aqua e bilance accu-

ra-

ratissima suspensus, aequilibratusque, ubi cum fluido subjecto ad contactum physicum pervenerint, non nisi aliquot granorum pondere separantur, ille nimirum a mercurio 140 granis circiter, hic vero ab aqua 51 fere: vis ergo etiam recessum ulteriorem in minimis distantiis prohibens datur in corporibus omnibus. *Attractio autem aliud nobis non est*, quam vis, qua corpora, partesque corporum certis in distantiis mutuum ad accessum urgentur, aut ab *ulteriori* arcentur recessu; corpora itaque omnia attractione in minimis distantiis agente sunt praedita.

Lemma In corpore aliud non est, quam elementa, ac certus eorundem nexus, cum itaque in nexu vis constitui nequeat, *attractio in minimis distantiis agens*, quam in corporibus observamus, *elementorum est.*

II. Lemma 2. Vi quoque repulsiva in minimis distantiis agente praedita sunt corpora.

Experientia teste corpus omne, in quo experimentum institui potest, *excludit quodvis aliud* ex loco, in quo est, ergo corpora omnia habent vim, qua se mutuo, ubi ad contactum physicum pervenerint, *ab ulteriori prohibeant accessu*; corpora dein omnia saltem igne solari in foco speculi caustici collecto solvi in vapores possunt, terra virgine excepta, quae ipsa quoque, si majori copia ignis solaris

col-

colligi posset, fors in vapores abiret, partes vero vaporum recedunt a se invicem, ergo datur etiam vis in corporibus, qua in certis distantiis recedant a se invicem; jam vero vis repellens illa nominatur, qua corpora, partesque corporum aut recedunt a se invicem, aut certe ab ulteriori prohibentur accessu, vi itaque etiam *repulsiva in minimis distantiis agente* praedita sunt corpora.

Coroll. Vis haec repulsiva corporum ***elementis tribuenda est*****, nihilque aliud est in corpore quam vires repulsivae omnium elementorum corpus constituentium collectae.**

III. Lemma 3. Gravitas quoque, seu attractio in majoribus diſtantiis agens *mutua* eſt, & univerſalis.

Corpora omnia terreſtria ſurſum projecta rurſus decidunt, ſuſtentata vero preſſionem generant, quod ſenſio ponderis ſuſtentati nobis oſtendit, & remoto obſtaculo ſuperficiem telluris petunt illico, nec ſine difficultate ab hac attolluntur, ergo *in tellure gravitas* mutua eſt, & univerſalis. Ex obſervationibus dein Aſtronomorum planetae omnes primarii, ac cometae *circa ſolem*, ſecundarii vero circa ſuos primarios, & cum his circa ſolem in orbitis elipticis moventur, conſequenter abirent ſingulis momentis per tangentes, niſi vi aliqua a tangente versus solem, aut planetam primarium secundarii nempe deflecterentur, planeta praeterea quiscunque praecedens retardatur a subsequente, & subsequens acceleratur a praecedente; ergo non solum in tellure, sed etiam intra totam collectionem planetarum vis, qua mutuum ad accessum in majoribus distantiis urgentur, *aut ab ulteriori accessu* prohibentur, seu gravitas mutua est, ac universalis.

Coroll. Corporibus alia vis, quam *vires elementorum* omnium corpora constituentium collectae competere nequeunt, ergo gravitas in elementis mutua est, & universalis.

IV. Lemma 4. Vires attrahentes, & repellentes minimarum distantiarum crescentibus a contactu physico distantiis alternant, donec in majoribus distantiis sola agat gravitas.

Corpora duo quaecunque nulla hactenus in natura cognita vi ad contactum mathematicum adigi possunt, sed ad contactum physicum perducta ab ulteriori prohibentur accessu; sic globuli duo vitrei aquae innatantes, postquam se contingere jam videntur, digitis etiam sibi mutuo appressi guttam apueam sibi interjectam *in ipso contactus physici* puncto tenent suspensam, idem in tabulis duabus vitreis, aut lentibus convexis est videre, manifesto utique indicio, corpora duo se mutuo ad sensum solum, seu physice tangere, re, reipsa vero distare. In distantiis itaque contactu physico minoribus agit repulsio, quae contactui mathematico tanto resistit amplius, quanto ad eum procurandum agitur fortius. In contactu porro physico positae partes cohaerent, seu nec accedere amplius, nec recedere possunt sibi relictae, ergo in distantia paulo *majore, quam sit distantia* contactus physici, agit attractio, seu vis recessum prohibens, & ad accessum urgens. Corporum dein *fermentantium, ac bullientium* partes, quae consequenter ad majores paululum distantias ab invicem sunt remotae, alternis vicibus accedunt, receduntque abs se mutuo; ergo in majoribus adhuc aliquantum distantiis vires ad acceſſum, & receſſum, ſeu attractio, & repulſio alternant iterum. Denique dum corpora ſolvuntur in vapores, partes corporum ad majores adhuc calore intenſo ab invicem remotae diſtantias recedunt vaporibus ſeſe expandentibus, & quum diſtantiae ita creſcunt, ut jam ſenſibiles ſint, quae ad discrimen a *minimis majores* dicuntur, corpora omnia ad ſe mutuo urgentur (§. praec.) ergo patet propoſitum.

Coroll. 1. *Elementorum itaque* etiam ſingulorum vires attrahentes, & repellentes minimarum diſtantiarum his a contactu phyſico progrediendo creſcentibus alternant, donec in majoribus jam diſtantiis ſola agat eorundem gravitas.

Coroll. 2. Vires hinc elementorum tam singulorum, quam etiam in corpore aliquo collectorum, seu vires corporum in aliqua, quacunque demum illa, distantiarum ratione agunt.

V. Lemma 5. Vicissitudines, mutationesque virium attrahentium, & repellentium recte per curvam Boscovichianam exhibentur.

Vires attractivae, & repulsivae in minimis distantiis alternant, donec in majoribus sola jam agat gravitas; (§. praec.) haec porro virium alternatio non per saltum, sed successive fiat, est necesse, cum saltus in natura non detur, ergo vires attractrices & repulsivae ita alternant, ut a contactu mathematico recedendo decrescat repulsio, donec in diſtantia contactus phyſici evaneſcat ex integro, in proxime majori dein diſtantia incipiat attractio, quae per intervallum aliquod creſcat, ubi vero ad certam intenſitatem pervenerit, decrescat iterum, donec evanescat, rurſumque inchoet repulſio, quae ſimiliter crescat, & decrescat, donec evanescat poſt intervallum aliquod, & incipiat attractio, & ſic porro, donec poſt aliquot virium in minimis diſtantiis alternationes ſola jam in majoribus agat attractio, gravitas dicta: patet autem in curva continua Boscovichii, quam Tab. 1. Fig. 1. C F H Y X W U T S R Q exhibet, axe abſciſſarum ſumto in AP, ordinatarum in AB, origine abſciſſarum in A, ab

Tab. 1. Fig. 1

A

A, in quo abſciſſa infinite parva eſt, ſeu evaneſcens, recedendo verſus H ordinatas crescentibus abſciſſis decrescere, donec in H, in quo curva axem ſecat, evanescant poſitivae, & ultra H in negativas abeant, quae crescunt iterum usque in *y* Y, dein vero decrescunt, in I evanescunt, & in poſitivas mutantur, quae ab *I usque ad x X crescunt*, dein decreſcunt, donec in K evaneſcant, & denuo in negativas abeant, & ſic porro alternare ordinatas poſitivas, & *negativas, donec in O poſitivae* evaneſcentes in negativas abeant, maneantque negativae creſcentibus abſciſſis decreſcentes finite in infinitum, ergo in curva Boscovichiana ordinatae poſitivae & negativae creſcentibus abſciſſis ita creſcunt, & decrescunt, ac alternant, quemadmodum vires repellentes; ac attrahentes creſcentibus diſtantiis creſcere, ac decreſcere, alternareque oſtenditur (§. praec.). Nihil autem vetat, per abſciſſas exhiberi diſtantias, per ordinatas vero poſitivas, ac negativas abſciſſis diverſis reſpondentes, *vires repellentes*, ac attrahentes diſtantiarum abſciſſis exhibitarum, cum, quae analoga habent incrementa, decrementaque, ac *mutationes omnes mutuo* ſibi ſchemma ſint, ergo viciſſitudines, mutationesque virium attrahentium, ac repellentium recte per curvam Boscovichianam exhibentur.

VI.

VI. Puncta H, I, K, L, M, &c. in quibus curva axem secat ordinatis evanescentibus limites dicuntur, sunt siquidem extremitates intervallorum ordinatis positivis, & negativis respondentium. Eodem modo puncta, penes quae, evanescentibus in ipsis viribus, attractio, & repulsio alternant, limites arearum *attrahentium*, & *repellentium* nominantur, atque in cohaesionis, & non cohaesionis tribuuntur; cohaesionis limites sunt, penes quos e minori *distantia ad majorem* progrediendo repulsionem attractio excipit, non cohoesionis vero, juxta quos attractionem repulsio in majori sequitur distantia, sic dicti, quia in illis positum elementum, aut particula

quae-

quaecunque nec accedere repulſione in minore, nec recedere ultro attractione in majore paululum diſtantia ſinitur; in his vero & accedere magis per attractionem in minore, & recedere per repulſionem in majore diſtantia agentem poteſt. Ita limites per puncta curvae, H, K, M, &c. exhibiti cohaeſionis ſunt, limites vero, *I, L, N, non cohaeſionis.*

CoROLL. I. Partes corporum, ipſaque corpora tum cohaerere dicuntur, cum ita inter ſe nexa ſunt, ut nec accedere, *nec recedere ultro poſſint. Cohaerentia* itaque elementorum, aut qualiumcunque partium corporis ab earundem in limitibus cohaeſionis reſpectu invicem exiſtentia habetur.

CoROLL. 2. Quod particulae in limitibus cohaeſſonis reſpectu invicem *po-*

ſitae

ſitae nec convenire, nec recedere magis poſſint, ſeu limites ipſi a viribus penes limites agentibus dependent, ergo elementa, partesque corporum mutuis viribus cohaerent.

Coroll. 3. A cohaerentia certa pendent elementorum, aut partium quarumcunque corporis diſtantiae abs ſe invicem, ergo per mutuas elementorum, aut partium quarumcunque vires habetur, quod *has, vel illas, & non alias habeant diſtantias.*

Coroll. 4. Per diſtantias mutuas terminorum quorumcunque inter ſe collatorum ſitus eorumdem determinatur, & ſitus itaque elementorum, aut quarumvis corporis partium per vires earundem mutuas conſtituitur.

Coroll. 5. Cauſſa, quem producit, effectum ipſa ſuum non turbat, vires itaque mutuae elementorum, aut quarumvis corporis partium situm earundem non turbant, seu quiescat corpus, seu moveatur.

Coroll. 6. Unde, modo detur aliquod in corpore centrum gravitatis, illudque a situ elementorum, partiumque corporis dependeat, neque status centri gravitatis, seu in quiete, seu in motu positi mutuis elementorum viribus turbatur.

VII. Lemma 6. *Vires corporum sunt etiam in ratione massarum.*

Singula elementa corporum habent vires (§§. 1. 2. & 3. Coroll.) & vires omnium corporis elementorum collectae vim corporis ipsius constituunt, vires autem omnium corporis elementorum collectae sunt in ratione numeri elementorum, seu massae, ergo vires corporum sunt etiam in ratione massarum.

Coroll. 1. Vires corporum, elementorumque in aliqua, quacunque demum distantiarum ratione agunt (§. 4. Coroll. 2.) ergo vires corporum sunt in directa massarum, & aliqua, quacunque demum distantiarum ratione, &, si distantiae corporum sint aequales, in ratione directa massarum.

VIII. Motus est continua, & activa *loci mutatio*, neque enim moveri dicimus, quod in eodem manet loco, nec illud moveri dicitur corpus, quod etsi locum mutet, *hujus tamen mutationis* rationem sufficientem in se non habet, ita, etsi navi portum relinquente ipse etiam portus locum mutet, non portum tamen, sed navim moveri dicimus, quia haec, non vero ille ratiotionem sufficientem hujus mutationis loci continet.

Coroll. Motum itaque etiam per transitum de loco in locum definire licet, & continuatio motus aliud non est, quam continuatus tempusculis successivis, & contiguis transitus de loco in locum, seu perdurans tempore aliquo continua, & activa loci mutatio.

IX. *In motu corporum celeritatem distinguimus*, usuque jam receptum est, ut corpus, quod dato tempore majus spatium conficit, quam eodem tempore *passim* conficiant corpora, celeriter, illud vero, quod minus spatii percurrit, lente moveri dicatur, & , si duo inter se conferamus mobilia, illud celerius moveri asserimus, quod aut aequali tempore *majus*, aut aequale ſpatium breviori tempore fuerit emenſum; ut adeo celeritas recte per eam motus affectionem definiatur, qua corpus motum definito tempore definitum percurrit ſpatium.

Coroll. 1. Per rationem geometricam itaque temporis ad ſpatium celeritas exprimitur; & ſi celeritas ſit C, ſpatium S, tempus vero T, eſt $C = \frac{S}{T}$

Coroll. 2. Itaque, eadem pro alio corpore parvis litteris exprimendo $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$; unde, ſi $T = t$ $C : c = S : s$, &, ſi $S = s$, $C : c = t : T$, &, ſi $C = c$, $S : s = T : t$

X. Alterum, quod in motu corporum diſcernitur, directio eſt, quae a ſitu viae, quam corpus motum percurrit, deſumitur; via haec determinatur, si loca singula, per quae corpus succedentibus sibi in Serie continua motus tempusculis transit, relatione ad certos, fixosque terminos determinentur; unde directio est ea motus affectio, qua corpus motum ad certum aliquem terminum tendit.

Coroll. *Motus itaque rectilineus* est, in quo corpus ad unum, eundemque semper, curvilineus vero, in quo ad alium, & alium continuo a priori in alterutram partem positum tendit terminum.

Schol. Celeritatis, directionisque motus ideae, quas habemus, simplices sunt, notasque in illis aut nullas, aut certe ad definitionem, quae ideam distinctam, ac completam verbis exprimere deberet, construendam insufficientes dis-

cer-

cernimus; unde easdem describere potius, quam definire possumus.

XI. Lemma 7. Corpus quodvis in quiete positum eandem tamdiu continuat, donec ab extrinseco ad motum determinetur.

Praeter id, quod ad inchoandum motum ex innumeris possibilibus determinata celeritas, & directio sit necessaria, atque hinc ad motum se solo inchoandum corpus electionem facere deberet, & ex hujus defectu ostendant Metaphysici, corpus nullum absque determinatione extrinseca motum inchoare posse; nullum hactenus deprehensum est corpus, quod motum absque determinatione extrinseca in-

inchoasset. Corpus quodvis itaque in quiete positum eandem tamdiu continuat, donec ab extrinseco ad motum determinetur.

Coroll. Neque elementorum vires itaque motum inchoant, sed in quiete posita elementa quoque eandem tamdiu continuant, donec ab extrinseco ad motum determinentur.

XII. Lemma 8. Vires corporum singulorum eam habent determinationem, qua motum inchoatum coepta celeritate & directione continuant, *donec ad alterutrius*, vel utriusque mutationem ab extrinseco determinentur.

Phoenomena motus, experimentaque per Physicam totam sparsa apertissime evincunt, mutatio-

nes

nes, quae in *motu* quocunque contingunt, esse obstaculis proportionales, seu eo majores, vel minores, quo majus, aut minus est obstaculum, seu caussa quaevis extrinseca motum corporis afficiens, itaque etiam, cum nulla essent obstacula, mutationes motus forent nullae; mutationes vero motus, in quo praeter celeritatem, & directionem non discernimus quidquam, aliae non sunt, quam celeritatis, & directionis, ergo si obstacula motus essent nulla, corpus quodvis assumtam semel celeritatem, & directionem conservaret semper, ex quo patet propositum quoque.

Coroll. 1. Vires corporum aliud non sunt, quam collectae elementorum corpora componentium vires, & determinatio virium, utpote ipsis interna, a relatione mera, qualis est elementorum corporis situs ad invicem, haberi nequit. Singulorum itaque etiam elementorum vis eam habet determinationem, quam in Lemmate corporibus competere ostenditur.

Corrol. 2. Motus, in quo celeritas intensitate eadem manet, aequabilis, seu uniformis, & in quo directio servatur eadem, *rectilineus dicitur. Vires itaque* tam corporum, quam elementorum habent determinationem motum uniformiter in directum continuandi, donec ab extrinseco ad mutationem determinentur.

XIII. Corpus unum alteri motum communicare tum dicimus, quum corpus unum in motu positum alterum aut quiescens, aut etiam motum ad certum motum determi-

nat,

nat, ut adeo communicatio motus aliud non ſit, quam talis ad motum determinatio, quae corpori vel quiescenti antea, vel etiam moto ab alio aliquo, ſed in motu poſito corpore confertur.

Schol. Cum communicari id nequeat, quod non habetur, patet, ad hoc, ut corpus aliquod alteri motum comunicet, illud *in motu poſitum eſſe debere*, hoc vero, cui *motus communicatur*, ſeu quieſcat, ſeu moveatur, par eſt ratio, ſi enim quieverit, facta jam communicatione motus ſimili cum corpore communicante motu progredietur; ſin autem jam ante communicatum motum aliquam habuerit celeritatem, & directionem, motum communicatione acceptum cum ante habito conjunget, ac tamdiu compoſito feretur motu, donec cauſſa quacunque alterutrum amiserit; siquidem quam infra de elementis ostendemus proprietatem motum componendi. ad corpora quoque pertinere eodem modo commonstrare licebit. Ex quibus & illud patet, quod, dum corpora duo mutuo se ad motum determinant inchoandum, etsi communiter pro communicatione motus talis habeatur determinatio, stricte loquendo non communicatio motus, sed mutua solum ad motum determinatio esset dicenda. *Verum cum talia duo corpora determinationes ad motum sibi communicare dici possint, quo motus communicationis casus omnes complectamur, & hunc assumimus.*

XIV. Lemma 9. *Omnis communicatio motus per vires mutuas habetur.*

Omnis motus communicatio uno ex his quatuor modis peragitur;

vel corpus unum ad eas venit ab altero diſtantias, in quibus accedunt ad ſe invicem, vel ad eas, in quibus recedunt abs ſe mutuo; vel vero corpus unum, dum incurrit in alterum, impactu ſuo iſtud ad motum concitat; vel denique corpus unum ope medii alicujus alteri connexum, motuque agitatum aliquo *adnexum quoque corpus* ope *medii* ad *motum* determinat: vis autem ea, qua corpora certis in diſtantiis accedunt ad ſe invicem, attractio, qua vero in aliis recedunt diſtantiis, repulſio eſt, & corpus incurrens in alterum hoc ad motum determinaret nunquam, alterum ſi penetrabile foret. Impenetrabilitate itaque, quae a repulſione diversa non est, habetur illa motus communicatio, quae peragitur corpore uno in alterum incurrente. Denique, si medium, quo corpus unum ab altero trahitur, abrumpi ponatur, nullus in corpore tracto consequitur motus, cohaesio itaque medii, quae a viribus mutuis habetur (§. 6. Coroll. 2.) efficit, ut motus a *trahente tracto communicetur*; omnis ergo motus communicatio viribus mutuis corporum habetur.

Coroll. In primo casu attractione, in secundo, & tertio repulsione, in quarto vero ea virium attrahentium, & repellentium combinatione, quae cohaesionem efficit, communicatio mutus habetur. Omnis itaque motus communicatio viribus

bus attractivis, & repulsivis, vel singulis, vel certa utriusque combinatione habetur.

Schol. Dum in certis distantiis duobus ad se invicem accedentibus, aut in aliis distantiis abs se mutuo recedentibus corporibus communicatio mutus peragitur, extra omnem positum controversiam videtur, eam ab adtractione, & repulsione haberi; at dum incursu corporis unius ad motum determinatur alterum, aut corpus unum ope medii trahens alterum istud ad eundem secum motum concitat, non aeque clarum Tyroni videri posset, ut non explicatum admitteret uberiorem; quare sit Tab. I. Fig. 2. globus & incurrens in globum B directione AB, A ponamus alterutrum, vel utrumque penetrabilem: si etiam alteruter tantum penetrabilis est, globus A in D ad contactum physicum cum B adveniens, cum vel ipse, vel B *Tab. I. Fig 2*

pe-

penetrabilis ſit, *nulla ratione prohibebitur* eſſe in eodem loco cum B, *nullam itaque experietur* reſiſtentiam, quae ipſi tranſitum per *B* difficultaret, ſed ita per B *tranſibit*, ac ſi nullum offendiſſet corpus, &, quia hoc ipſo nec globus A in globum B, nec hic in illum agit, nec A ex ſuo deperdet motu, nec B motum ullum adipiſcetur. Longe alium res ſortitur eventum, ſi utrumque globum, quod re ipſa obtinet, *impenetrabilem ponamus: Globuu A incurrens in globum* B ad compenetrationem cum eodem nititur, ſiquidem ad tranſitum per eundem agit, globus B vi ſua repulſionis, ſeu impenetrabilitatis *reſiſtit compenetrationi, tanta vi, quanta* globus A ad eandem *nititur, ut ſuo loco* patebit; globus itaque A, compenetrationem efficere non valens, vi ſua repulſiva globum B, ſuo obſtantem motui, verſus E removere conatur tamdiu, quamdiu is motui

tui suo obstat, seu donec aequalem suae habeat celeritatem, globus vero B globo A, penetrare volenti, aequali vi resistens tantumdem celeritatis extinguit in A, ad quantum ab A determinatur, vi itaque repulsiva hoc in casu motus communicatio perficitur. Simili ratione de communicatione motus, quae tractione ope medii habetur, discurrendum est: Si Tab. 1. Fig. 3. globus A ope medii AB trahat globum *B*, *ponamusque, medium* AB alicubi in C. abrumpi, nullus experientia teste in B motus orietur, sed globo B in B cum parte medii BC remanente, globus A cum parte medii AC versus D progredietur; *at si medium AB* non abrumpatur, globus A trahens vi sua tractionis, globus vero B pondere suo, aut vi alia in B retentus agunt directionibus CA, & CB ad medii distractionem; itaque, cum vel ipsa experientia teste medium

Tab. 1. *Fig* 3

dium tale eadem difficultate abrumpurat, ſeu directione CA, ſeu directione CB id contingere debeat, vires, quibus partes medii adhaerent invicem, ſive ſuae reſiſtunt ſeparationi, directione utraque reſiſtunt aequaliter; eſt autem vis directione AC agens oppoſita e diametro globo A trahenti, vis vero directione BC agens conſpirat cum corpore B tracto, vires ergo, quibus partes medii AB ſuae reſiſtunt ſeparationi, *tantum celeritatis elident in trahente, quantum tribuunt tracto*, in quo motus communicatio, quae tractione ope medii habetur, conſiſtit; haec itaque etiam motus communicatio a viribus mutuis *attractione nempe*, & *repulſione*, quarum combinatione cohaeſio habetur, (§. 6. Coroll. 2.) dependet.

XV. Dum corpus aliquod movetur, ſingulae ejus partes moveantur, neceſſe eſt, ſecus enim partes

ali-

aliquae aliis relictis praecedere, & ab his separari deberent, quod experientiae quotidianae repugnat; itaque in corpore ad motum determinato singulae ejus partes etiam minimae, ipsaque elementa singula vim aliquam habere debent, quae in singulis proportionalem sibi producat celeritatem. Haec summa virium, *seu celeritatum viribus proportionalium*, quibus omnes simul moti corporis partes moventur, quantitas motus dici consvevit.

Coroll. **Factum itaque, seu quantitas quaecunque, quae exprimit Summam virium, seu celeritatum, quibus corpus movetur, quantitatem motus quoque ejusdem corporis exprimit.**

XVI.

XVI. *Vis corporis, quae non habet impedimentum, atque adeo non eliditur, motum producit, vis vero, quae impedimentum motus habet, & per consequens contraria hujus actione exstinguitur, singulis quasi momentis ad effectum producentum nititur, remotoque obstaculo proportionalem sibi producit effectum: In nisu illo, quem vis contraria actione elisa praestat, pressio consistit, quam hinc per actionem contraria actione elisam definire consvevimus.*

Coroll. I. Eadem itaque vis & motum, & pressionem producere potest, motum videlicet, cum ejus actio contraria actione non eliditur, pressionem vero, quum actione contraria, & aequali obstaculi

culi cujuscunque eliditur, motusque impeditur.

Coroll. 2. *Vis motum producens* pro effectu celeritatem habet, vis vero eadem contraria actione elisa, nisum, seu pressionem. Pressio itaque singulorum elementorum corporis eodem se habet modo, quo se haberet eorundem celeritas, quum motus vi aequali produceretur.

Coroll. 3. Pressio hinc *totius corporis*, quae, *ut patet*, in Summa pressionum omnium ejusdem partium consistit, semper est in eadem ratione cum quantitate motus, est siquidem eidem tertio, caussae nempe proportionalis utraque, seu $Q = P$, & $Q : q = P : p$.

XVII. Lemma 10. Elementum duabus viribus ad angulum quemcunque eodem tempore conspirantibus impulsum, describit diagonalem ejusdem parallelogrammi, cujus latera exhibent quantitates, & directiones virium conſpirantium.

Tab. I. Fig 4 APPARAT. ſit in Tab. I. Fig. 4. menſula circularis, cujus centrum C, peripheria ſit in B, D, & E diviſa in tres partes aequales, ex C ad puncta interſectionum ducantur radii *CB, CD,* & *CE,* radius *DC* producatur, usque dum in *A* ſecet arcum BE, ex B vero, & E ducantur ad A chordae AB, & AE: in A, B, D, & *E firmentur* trochleae exiguae, denique ſint fila 4, ut *AC, BC, DC,* & EC in puncto C inter ſe connexa, quibus per trochleas fixas *A,* B, D, & E trajectis pondera appendi poſſint.

Ex-

Experiment. Filis duobus AC, & CD per trocſileas A, & D trajectis appendantur pondera duo aequalia, punctum C juncturae filorum ſuper centro circuli C poſitum quieſcet. Quod ſi filo AC dematur pondus eidem appenſum antea, ac in ejus locum filis BC, & CE per trochleas B, & E trajectis tantundem *ponderis appendatur ſingulis, punctum C*, in quo fila nectuntur ſibi invicem, eodem, quo antea, modo quiescit.

Schefferi Inſt. Mecha. P. I. C. I. Art. 3 pag. 23. §. 50.

Reflexio. *Punctum C* juncturae filorum medium utroque in caſu quieſcit, ergo tam pondus directione CA applicatum cum aequali pondere directione CD agente, quam etiam pondera directionibus

CB, & CE ad angulum BCE conspirantibus in idem punctum C agentia cum eodem pondere D, cui singula aequantur, aequalem, & oppositum habent effectum, quae autem conveniunt eidem tertio, conveniunt etiam inter se; pondera itaque B, & E in punctum C sub angulo BCE simul agentia eundem in hoc producunt effectum, quem pondus solum A directione CA applicatum produceret, pondere vero solo A directione CA agente impulsum punctum C viam CA describeret, ergo etiam ponderibus B, & E sub angulo BCE impulsum punctum C viam CA percurrit; nihil porro vetat; vires ponderum inter se aequalium A = C = D = E singula singulis radiis CA, CB, CD, & CE exhiberi, & ope Geometriae elementaris facile ostenditur, ABCE esse parallelogrammum, cujus latera CB, & CE proinde exhibeant quantitates, & directiones virium ad angulum BCE conspirantium, & cujus CA diagonalis sit; punctum hinc C viribus CB, & CE sub angulo BCE simul *agentibus impulsum describit diagonalem ejus parallelogrammi*, cujus latera exhibent quantitates, & directiones virium ad angulum conspirantium, punctum vero C juncturae *filorum* aut est elementum aliquod, aut certe, concepto in ejus locum elemento, eodem istud se modo habere debet (§. 6. Coroll. 5.);

patet ergo propofitum de elemento quoque.

Coroll. 1. Sola vi CB actum elementum viam CB, fola vero vi CE viam CE percurrit; vi utraque ergo fimul fub angulo BCE agente impulfum motus duos componit, & habet elementum quodvis determinationem, qua motus duos, vel plures feu vires, fimplices in unam componat.

Coroll. 2. *Vis itaque* quaevis elementi per diagonalem alicujus parallelogrammi exhibita haberi poteft pro compofita ex duabus aliis per latera ejusdem parallelogrammi exhibitis, quae *componentes* dici folent.

Coroll. 3. Unde, cum vis cujuscunque intenfitas, & directio per lineam rectam exhiberi, & fuper recta quavis velut diagonali parallelogrammum conftrui

pofpossit, vis etiam quaecunque elementi, aut etiam corporis, ad quod eodem modo Lemma extendi potest, pro composita ex duabus haberi potest.

Coroll. 4. Quod ut compositum tuto concipitur, etiam resolvere licet, vis itaque quaevis in alias duas, aut etiam plures resolvi potest.

Schol. 1. Si in casu ponderum trium aequalium D, B, & E applicatorum pondus D removeatur, punctum C solis jam ponderibus B, & E, sub angulo BCE agentibus impulsum reipsa ex C ad F progreditur, in F vero translatum quiescit iterum, pondera siquidem aequalia directionibus FB, & FE oppositis agentia se mutuo elidunt, ut experientia docet. Quodsi vero punctum C in hoc casu viam CF percurrit, dubium meo judicio nullum esse potest de eo, quod, nullo interveniente impedimento, viribus CB, & CE ad angulum BCE conſpirantibus impulſum deſcribat diagonalem CA.

Schol. 2. Vires conſpirantes reipſa, & proprie loquendo, illae ſolum ſunt, quae directione aut eadem, aut parallelis, ut dicimus, agunt: unde, cum vires ad angulum conſpirantes nec eadem, nec parallelis agant directionibus, etſi nihil falſi adſtruatur, dum vires ad angulum conſpirare dicuntur; ad veritatem ſiquidem enunciationis affirmantis ſufficit, ſi praedicati pars aliqua ſubjecto conveniat, minus tamen propria eſt expreſſio; nam per vires ad angulum aliquem conſpirantes eas intelligimus, quae ita agunt, ut earum directiones, quae linearum inſtar concipi debent, angulum intercipiant aliquem; tales autem vires ex parte ſolum conſpirare, parte vero altera ſibi mutuo opponi facile oſtenditur. Verum, quia expreſſionem hanc Phyſici, Mechanicique paſſim ad-

adoptant, retinenda videbatur, ne expressio aliqua inusitata initiantes percelleret, nec aliud erat necessarium, quam significatum ejusdem exacto determinare explicatu.

SCHOL. 3. Vel me tacente patet, non duas solum, sed quotcunque ad angulos quosvis conspirantes vires, modo nullae sibi e diametro opponantur, in unam aliquam componi posse; cum enim tales ex hypothesi vires omnes in unum aliquod punctum conspirent, vires binae quaevis constructis parallelogrammis in unam per diagonalem exhibitam componi possunt, quae iterum, cum conspirantes ad angulum sint, binae quaevis in unam componi debent, donec ex omnibus una consurgat demum, quae vim compositam ex datis omnibus exhibeat.

SCHOL. 4. In reflexione super experimento instituto dixeram, ope geometriae elementaris facile ostendi ABCE esse parallelogrammum, & CA ejusdem diagonalem; quod, quia directe in geometria elementari non demonstratur, paucis ostendam: Circuli peripheria ponitur in B, D, & E divisa in tres partes aequales, ergo BD = BE = DE = 120°; ponitur dein DC radius productus, donec occurrat peripheriae in A, atque adeo AD est diameter, & DEA = DBA, ac DEA — DE = DBA — DB seu EA = BA = 60°, ergo EA & AB sunt chordae arcuum 60°, & CE = AE = AB = BC, cum chorda arcus 60° aequetur radio, unde triangula CEA & CBA, sunt aequilatera, & aequalia, & anguli EAC, & ACB, ECA, & CAB, sunt etiam aequales inter se, cum itaque rectae, quae habent angulos alternos internos aequales parallelae sint, latera EA, & CB, CE & AB, non solum aequalia, sed etiam

paral-

parallela sunt, est vero quadrilaterum, cujus *latera* opposita aequalia sunt, & parallela, parallelogrammum, ABCE itaque parallelogrammum est, in quo CA ex angulo C ad oppositum A ductum, atque adeo diagonalem esse, vel ex eo patet, quod CA sit ipse radius DC productus, qui hinc medium arcus EAB punctum A determinat, & cujus puncta C & A, ob BC ⊐ EC, & AE ⊐ AB ab an*gulis B*, & *E utrinque aequales* habent *distantias.*

XVIII. Vis directa, seu directe applicata illa dicitur, quae est in directione *motus* producendi, vis vero obliqua, seu oblique applicata ea est, cujus directio ad directionem motus producendi obliqua est, seu cum hac angulum aliquem in-

ter-

Tab. tercipit. Ita, si in Fig. 4. punctum
I.
Fig 4 C directione CA emovendum ponatur, vis CA directa est, vires vero CB, & CF eidem puncto emovendo applicatae obliquae erunt.

Coroll. Vis quaevis resolvi potest in duas (§. præc. Coroll. 4.) vim itaque etiam quamvis obliquam resolvere licet in alias duas nimirum, prout usu receptum est, *unam perpendicularem*, *alteram vero parallelam*. *Ita in Fig. 5.* vis CB resolvitur in CD, & CE, vel DB.

XIX. Dum vis obliqua in duas resolvitur, illa ex resolutis, quae est in directione motus producendi, residua dicitur, quae vero non est in directione motus, elisa, seu nihil
Tab. ad effectum conferens. Ita, si in
I.
Fig 5 Fig. 5. vi obliqua CB agatur ad planum

num DB pertundendum, eaque in CD, & CE, seu DB resolvatur, CD est vis residua, CE vero sive DB elisa, seu nihil ad pertundendum planum DB agens.

Coroll. 1. Vis, quae non est in directione effectus producendi, est, quasi non adesset, nec quidquam ad effectum conferre potest; vis itaque obliqua non agit *tota sua intensitate* absoluta, sed ea solum hujus parte, quae in directione motus producendi sit, nec vis ulla sine dispendio oblique applicatur.

Coroll. 2. Si prima resolutione nulla obtineatur vis, quae *sit* in directione effectus producendi, una ex resolutis ultro resolvi debet.

XX. Lemma II. Etiamsi duo, vel quotcunque corpora ita sint disposita, ut in se mutuo aut plane,

aut

aut ſaltem ſenſibiliter non agerent, ſi tamen ope medii alicujus reipſa juncta ſint, inſtar corporum in ſe invicem agentium haberi debent.

Corpora quaecunque ope medii alicujus reipſa connexa, etſi de cetero in ſe invicem non agant, ita ſe habent ad invicem, ut unum absque altero nec moveri, nec vim ullam *perſentiſcere poſſit*, ergo corpora quaecunque ope medii alicujus reipſa inter ſe connexa quamprimum determinata ab extrinſeco agere incipiunt, ſe mutuo ad actionem determinant, ſed talia corpora pro agentibus in ſe invicem habenda ſunt, ergo patet propoſitum.

Coroll. Quaecunque ergo de corporibus in ſe mutuo agentibus deinceps

com-

commonſtrabuntur, ad corpora ope medii alicujus reipſa inter ſe nexa pertinent quoque.

SCHOL. 1. Veritas haec meo judicio adeo manifeſta eſt, ut in dubium vocari etiam a volente vix poſſit, nam ſeu ope corporis alicujus rigidi, & inflexilis, ſeu flexilis alicujus, ut fili, aut funis ope corpora reipſa inter ſe juncta ſint, filo ſiquidem, *aut* fune non *tenſo inter* duo corpora, *etſi utrumque funi junctum ſit*, inter ſe tamen quaſi non juncta haberi debent, ſemper corpora reipſa inter ſe ope medii unita unum compoſitum corpus conſtituunt, cujus partes componentes ſunt corpora juncta, & medium jungens; ſicut itaque in corpore uno, eodemque pars una absque altera nec moveri, nec vim ullam experiri poteſt, quin eandem alteri communicet, ita & ex corporibus reipſa inter ſe ope medii alicujus connexis unum nec

mo-

moveri, nec vim ullam perſentiſcere poteſt, quin & aliis eandem vim, ac motionem communicet, quin & reliqua ad actionem determinet, quod proprium corporum in ſe invicem agentium eſt.

SCHOL. 2. Attendenti ad allata hactenus Lemmata, definitionesque patebit facile, ex iisdem plura adhuc Corollaria deduci poſſe, quae ad phaenomenorum naturae explicatum plurimum omnino adferant ſubſidii: *Aſt praetermitti* ea hic debebant, ne, cum ad praeſentem rem non faciant, absque neceſſitate tractationem hanc redderent prolixiorem. Simul autem conſideranti & illud clarum eſſe debet, omnia hactenus *allata talia* eſſe, quae Phyſicae *Studioſis* in rite ordinatis phyſicae praelectionibus proponi aut debeant, aut certe ſine ordinis perturbatione ante Centri gravitatis tractationem, recte proponantur.

CAPUT II.

Proprietates Centri gravitatis Mathematicae.

XXI. Centrum gravitatis eſt illud punctum in corpore, vel in collectione corporum, per quod ſi ducatur planum aliquod, corpus, vel collectio corporum ita dividitur, ut ſummae diſtantiarum cis, & trans planum poſitarum partium ſint aequales,

Coroll. *Spatiola vacua, quae poros corporum conſtituunt, ſunt ſingula, ut Metaphyſici oſtendunt, in infinitum diviſibilia, puncta itaque Spatii vacui in quovis corpore contenti ſunt infinita; contra elementa corporum ſunt numero finita, longe itaque probabilius eſt, centrum, ſi* quod datur in corpore, cadere in punctum aliquod spatii vacui, quam in elementum.

Schol. Definitio centri gravitatis a me data nihil de vi gravitatis, nihil de hujus æquilibrio, seu æqualitate commemorat, etsi ipsum centri gravitatis nomen id exigere videatur, ut in ejus definitione virium, earumque aequilibrii fiat mentio. Sufficientem me hanc Boscovichii, & Euleri definitionem reliquis praeferendi habuisse rationem, facile aequis rerum aestimatoribus commonstrabit id ipsum, quod Boscovichius suae de centro gravitatis definitioni in praefatione citatae addit „ Id quidem extenditur ad quascunque, & quotcunque massas; nam eorum „ singulae punctis utique constant, & omnes simul sunt quaedam punctorum di„versorum congeries. Nomen traxit ab „ aequilibrio gravium, & natura vectis, „ de quibus agemus infra; ex iis habetur

Th. Phil. Nat. Par. 2. pag. 112. Nro. 241.

il-

„ illud, ſingula pondera ita connexa per
„ virgas inflexiles, ut moveri non poſ-
„ ſint, niſi motu circa aliquem horizon-
„ talem axem, exerere ad converſionem
„ vim proportionalem ſibi, & diſtantiae
„ perpendiculari a plano verticali ducto
„ per axem ipſum; unde fit, ut ubi ejus-
„ modi vires, vel, ut ea vocant, mo-
„ menta virium hinc, & inde aequalia
„ fuerint, habeatur aequilibrium. Porro
„ *ipſa pondera in noſtris gravibus, in qui-*
„ *bus gravitatem concipimus*, ac etiam
„ ad ſenſum experimur, proportionalem
„ in ſingulis quantitati materiae, & agen-
„ tem directionibus inter ſe parallelis,
„ *proportionalia ſunt maſſis*, adeoque
„ punctorum eas conſtituentium numero;
„ quamobrem idem eſt, ea pondera in di-
„ ſtantias ducere, ac aſſumere Summam
„ omnium diſtantiarum omnium puncto-
„ rum ab eodem plano. Quod ſi igitur
„ reſpectu aggregati cujuscunque puncto-

„ rum materiae quotcunque, & quomodo-
„ cunque dispoſitorum ſit aliquod punctum
„ Spatii ejusmodi, ut, ducto per ipſum quo-
„ vis plano, Summa diſtantiarum ab illo
„ punctorum jacencentium ex parte altera
„ aequetur ſummae diſtantiarum jacentium
„ ex altera; concipiatur autem ſingula ea
„ puncta animata viribus aequalibus, & pa-
„ rallelis, cujusmodi ſunt vires quas in no-
„ ſtris gravibus concipimus; illud utique
„ *conſequitur, ſuſpenſo utcunque* ex ejus-
„ modi puncto, quale definivimus gravi-
„ tatis Centrum, omni eo ſyſtemate, cu-
„ jus ſyſtematis puncta viribus quibus-
„ cunque, vel conceptis virgis inflexi-
„ libus, & *gravitate carentibus*, poſitio-
„ nem mutuam, & repectivum ſtatum, ac
„ diſtantias omnino ſervent, id ſyſtema
„ fore in aequilibrio; atque illud ipſum
„ requiri, ut in aequilibrio ſit. Si enim
„ vel unicum planum ductum per id pun-
„ ctum ſit ejusmodi, ut ſummae illae di-
„ ſtan-

„ ſtantiarum non ſint aequales hinc, & „ inde, converſo ſyſtemate omni ita, ut „ illud punctum evadat verticale, jam „ non eſſent aequales inter ſe *Summae* „ *momentorum* hinc, & inde, & altera „ pars alteri praeponderaret.

Schol. 2. Hanc Boscovichii definitionem dum amplector, methodum Phyſicorum, qui inmediate in ipſa centri gravitatis definitione aequilibrii, momentorumque *faciunt* mentionem, & principiorum *aequilibrii ope proprietates* centri *gravitatis* in vecte commonſtrant, abſolute non improbo, id unum aſſero, talem centri gravitatis tractationem, etſi, cognita jam aequilibrii theoria, cum ea, quam dabo, reipſa congruat, tyronibus tamen, quibus ad ordinem methodicum obſervandum ante aequilibrii theoriam proponi debet, ita ſemper manere obſcuram, ut eandem non niſi expoſita aequilibrii theoria intelligant plene.

XXII. Planum, quod per corpus aliquod, aut collectionem corporum ita *ductum* concipitur, ut *Summae* distantiarum ab eodem plano in partibus cis, & trans planum positis aequales sint, planum aequalium distanriarum dicimus.

Corll. 1. Planum itaque, quod per centum gravitatis, si quod datur, ductum *concipitur*, *planum aequalium distantiarum* est (vid. §. praec.)

Coroll. 2. Planum aequalium distantiarum, quod per corpus, seu per centrum gravitatis, si quod datur in corpore, *transire concipitur*, corpus quodvis in duo alia dividit corpora minora, ex quibus velut partibus totum illud consurgat corpus.

XXIII. Theorema 1. Bina quaevis in se mutuo agentia elementa abent centrum gravitatis commune.

Constructio. Sint Tab. 1. Fig. 6. elementa duo A, & B, conjungantur linea recta A B, haec bisecetur in C, dico C esse centrum gravitatis commune elementis A, & B; quo istud commonstretur, ducatur per C planum aliquod indesinitum DE, ad hoc vero ex A, & B normales AD, & BE. Tab. 1. Fig 6

Demonstrat. Ex constructione A C = C B, praeterea, ob perpendicula duo A D, & BE ad idem planum ducta parallela inter se, sunt anguli A, & B, D, & E, ac denique etiam anguli ad C aequales, cum sint ad verticem oppositi, triangula itaque A C D, & B C E sunt aequalia, ac proinde etiam latera ipſa nimirum perpendicula AD, & BE inter ſe aequalia, ſed diſtantia puncti a plano aliquo eſt perpendicularis ex puncto ad idem planum ducta, ergo diſtantiae elementorum A, & B a plano DE ſunt aequales inter ſe; eſt vero DE per C ductum, & punctum, per quod ſi ducatur planum aliquod, ſummae diſtantiarum ab eodem plano in *partibus cis*, & *trans* planum poſitis aequales ſunt, centrum gravitatis dicimus (vid. §. 21.) ergo C eſt centrum gravitatis de A, & B. Q. E. D.

Coroll. 1. *Centrum itaquae gravitatis duorum quorumvis in ſe mutuo agentium elementorum eſt in medio lineae rectae elementa jungentis puncto.*

Coroll. 2. Numerus hinc quiscunque par, ſeu multiplus binarii elementorum

rum in se mutuo agentium tot habet centra gravitatis particularia, singula nempe singulis binariis elementorum communia, quot numerus ille continet binarios elementorum.

SCHOL. I. Quaecunque nunc de elementis, deinceps vero de corporibus commonstraturus sum, de elementis, & corporibus iis solum demonstrabo, quae in se invicem agunt; Neque enim nisi elementa, ac corpora *in se invicem agentia*, *aut ope medii alicujus connexa*, de quibus supra, (§. 20.) unum aliquod constituunt, nec proinde centrum gravitatis commune habere possunt, etsi suum singula habeant, ut videbimus.

SCHOL. 2. Quodvis elementum suum sibi ipsi esse gravitatis centrum, vel me tacente patet, si enim per elementum quodcunque concipiatur ductum planum, cum elementa simplicia sint, nullasque habeant partes, semper verum est, partium cis, & trans planum positarum distantias inter se aequari, consequenter ipsum elementum esse sibi centrum gravitatis (§. 21.) definitum; atque hinc nihil de centro gravitatis singulorum elementorum commemoravi.

XXIV. Theorema 2. Summa distantiarum binorum quorumvis in se invicem agentium elementorum a plano extra elementa, & eorum centrum gravitatis commune posito aequatur distantiae centri ab eodem plano ductae in numerum elementorum, seu duplae.

Fig. ead. Constr. In fig. ead. extra elementa A, & B, ac eorum centrum C ducatur planum FH, vel ductum concipiatur, ad quod ex A, B, & C ducta

sint

sint perpendicula A F, B H, & CG, per C denique agatur ad F H parallela K I, & A F producatur, usque dum in K occurrat plano K I. Demonstrandum est: A F + B H = C G, (A + B) = C G × 2 = 2 CG, cum perpendicula A F, & B H sint distantiae elementorum A, & B a plano F H.

DEMONSTR. *Ex constructione K I, & F H* sunt parallelae, & K F, CG, ac I H, seu B H sunt perpendicula ad F H demissa, consequenter KF, CG, & I H sunt parallelae inter parallelas, & aequales, ergo 2 CG seu CG (A + B) = KF + I H, sed triangula ACK, & BCI sunt, ob angulos parallelarum A, & B, item angulos rectos in I, & K, ac in C ad

ver-

verticem oppoſitos, nec non AC = BC (conſtr. §. praec.) aequalia, ac proinde etiam latera homologa AK = BI, & ſi a quantitate aliqua tantundem ſubtrahatur, quantum eidem additur, valor ejus manet invariatus, etgo etiam 2CG ſeu CG (A+B) = KF − AK + IH + BI = AF + BH. Q. E. D.

Coroll. 1. *Spectata itaque diſtantia a plano quocunque extra elementa duo poſito bina quaevis elementa in ſe invicem agentia ita ſe habent, quaſi in centro ſuo gravitatis communi eſſent collecta, & bina quaevis in ſe mutuo agentia elementa inſtar puncti, quod ipſorum centrum gravitatis ſit, habere licet.*

Coroll. 2. Numerus elementorum quiscunque par, ſeu multiplus binarii tot habet centra gravitatis particularia, quot con-

continet binarios elementorum (§. praec. Coroll. 2.) poteſt itaque idem tot inſtar punctorum haberi.

Schol. 1. In figura pro demonſtratione hujus Theorematis constructa planum F H, ad quod elementa A, & B retulimus, ita locatum erat, ut ne unicum quidem purctum cum linea AB elementa jungente commune habuerit, totumque, ſeu quoad omnia ſua puncta extra elementa ſitum fuerit. *Poſſet itaque tyroni dubia videri demonſtratio*, cum in Fig. 7. Tab. 1, in qua a plano F H planum elementorum, ſeu linea AB elementa jungens in G ſeccatur, primo intuitu videatur, duplum de CL non aequari ſummae diſtantiarum BH, & AF. Verum dubium iſtud facile ſibi tollet, ſi ea, quae hic ſubjungam, paulo atteutius perpenderit. Aſſumamus elementa A, & B in ſe invicem agentia, quorum centrum gravitatis commu- Fig 7 Tab. 1.

mu-

mune ſit in C puncto medio rectae AB, planum FH, ad quod elementa referimus, concipiamus ductum intra duo haec elementa, ut adeo rectam elementa jungentem ſecet in G, tranſeatque per planum elementorum, modo non tranſeat per centrum C, ſecus enim eſſet planum aequalium diſtantiarum (§. 22. Coroll. 1.) de quo hic non eſt quaeſtio; ducantur ex A, & B, ac C perpendicula ad hoc planum, nimirum AF, CL, & BH, dubium in eo eſſe poſſet, quod duplum CL non videatur aequari diſtantiis AF, & BH ſimul ſumtis, ducatur per C planum DE parallelum ad FH, erit DE planum aequalium diſtantiarum (§. 22. Coroll. 1.), AF dein producatur, uſque dum in D occurrat plano DE. 1mo. Ex primis Phyſicae principiis notum eſt, vires tam attractivas, quam repulſivas elementorum A, & B, quibus in planum FH agunt, eſſe e diametro oppoſitas, (§. 1. & 2.) 2do Elementa A, & B viri-

viribus attractivis, & repulsivis in se mutuo agentia, iisdem viribus mutuis ita necti, ut nec accedere amplius ad invicem, nec recedere abs se mutuo possint, ex cohaesionis theoria pariter constat (§. 6. Coroll. 1.): quantum itaque elementum unum ex his duobus ad planum FH accedit, tantum alterum recedere debet, ut eandem abs se invicem conservent distantiam. 3tio. Denique ex Geometria novimus, ex *lineis duabus, quae respectu plani alicujus, vel lineae tertiae situm habent oppositum*, unam negative, alteram vero positive accipiendam esse, cujus ratio ex eo etiam repeti potest, quia linea, quae in aversam partem excurrit, non solum nullam habet in parte obversa, extensionem, sed insuper adhuc infra hanc deprimitur. Jam vero patet in casu assumto quoque eodem modo distantias elementorum A, & B respectu plani FH esse e diametro oppositas, una consequenter

ter ex duabus negativa, altera vero positiva poni debet.

Hoc posito facile ostenditur, quod $2LC$ aequetur semper summae distantiarum AF, & BH, quaecunque ex duabus sit negativa. Ex constructione $EH = CL = DF$; & ob DE planum aequalium distantiarum $AD = BE$. Sit jam primo AF negativum, erit summa distantiarum a plano $FH = BH - AF = (BE + EH) - (AD - FD) = BE - AD + EH + FD = 2EH = 2CL$. Sit dein BH negativum, erit in hoc casu etiam CL negativum, consequenter dupla distantia centri $= -2CL$, summa autem distantiarum $= AF - BH = (AD - FD) - (BE + EH) = AD - BE - FD - EH = -2EH = -2CL$; quod in dubium vocabatur. Porro eodem quo hic de elementis locuti sumus, modo, infra de corporibus erit discurrendum. Apposite ad hanc rem Boscovichius, qui ducto per cen-

centrum gravitatis *plano*, quod aequalium *distantiarum* est, huic parallelum ultra omnia puncta ductum concipit, & de horum distantia, quae ipsa centri gravitatis est, id demonstrat, quod nos de distantia centri commonstravimus, & deinceps ad plura etiam elementa, corporaque extendemus.

„ Quin immo, inquit, idem theore- *Th.*
„ ma habebit locum pro quovis plano *Phil.*
„ *habente etiam ulteriora* puncta, si ci- *Nat.*
„ *teriorum distantiae* habeantur pro posi- *Par* 2
„ tivis, & ulteriorum pro negativis; cum *p.* 115
„ nimirum summa constans positivis, & § 245
„ negativis sit ipse excessus positivorum
„ supra *negativa*; quo quidem pacto licebit considerare planum distantiarum ae-
„ qualium, ut planum, in quo summa
„ omnium distantiarum sit nulla, nega-
„ tivis nimirum distantiis elidentibus po-
„ sitivas.

XX. Theorema 3. Trina quaevis elementa in se mutuo agentia habent centrum gravitatis commune.

Tab. 1. Fig 8 Constr. *S*int in Tab. 1. Fig. 8. elementa tria A, B, & D in se mutuo agentia, jungantur A, & B, recta AB, haec secetur in C bifariam, erit C centrum gravitatis commune de A, & B (*§. 23. Coroll. 1.*), *punctum* dein C cum *D* jungatur recta CD, quae in G secetur in ratione reciproca massarum, seu ita, ut, si $A + B = M = 2$, in hoc casu, D vero $= m = 1$, sit $CG : GD = m : M = 1 : 2$ *in* hoc casu: erit G centrum gravitatis commune de A, B, & D. Demonstrationis caussa per G ducatur planum indefinitum KF, ad quod ex A, B, C,

&

& D ducantur perpendicula AK, CE, *BH*, & *DF*.

Demonstr. Triangula GCE, & GDF habent angulos in G ad verticem oppositos, in E, & F rectos, in C denique, & D alternos internos parallelarum, ergo sunt similia, sunt autem in triangulis similibus latera homologa proportionalia, ergo CG: *DG = CE : DF*, *sed* ex *constructione* *CG : DG = m : M*, ergo etiam CE : DF = m : M, atque hinc CE × M = DF × m, seu 2CE = DF, sed CE, & DF sunt distantiae centri gravitatis de A, & B, ac elementi D a plano KF, & 2CE = AK + BH (§. praec.), ergo etiam AK + BH = DF, seu summae distantiarum partium cis, & trans planum KF positarum ab eodem plano ſunt aequales, ſed planum KF ductum eſt per punctum G, & punctum, per quod ſi ducatur planum aliquod, ſummae diſtantiarum partium cis, & trans planum poſitarum aequales ſunt, centrum gravitatis dicimus (§. 21.) ergo G eſt centrum gravitatis de A, B, & D in ſe mutuo agentibus, Q. E. D.

Coroll. *Centrum itaque gravitatis trium quorumvis in ſe mutuo agentium elementorum eſt in linea recta, quae centrum gravitatis duorum jungit cum elemento tertio; diſtantiae autem ejuusdem centri a centro duorum, & elemento tertio, ſunt numeris elementorum utrinque poſitorum reciprocae.*

XXVI. Theorema. 4. *Summa diſtantiarum 3. quorumvis elemento-*

rum in ſe mutuo agentium a plano extra ipſa, & eorum centrum gravitatis commune poſito aequatur diſtantiae centri ab eodem plano ductae in numerum elementorum, ſeu triplae.

Constr. In ead. Fig. 8. ducatur planum MU extra elementa A, B, & D, ex A, B, D, C, ac G demittantur ad planum perpendicula *AM*, *CR*, *GS*, *BT*, & *DU*. Demonſtrandum eſt G S (M+m) ſeu 3*GS*= AM+BT+DU. Ducatur in hunc finem per G ad MU parallela PQ, & producatur DU uſque dum in Q occurat parallelae PQ. Fig ead.

Demonstr. Triangula CGP, & DGQ ſunt, ob angulos in G ad verticem oppoſitos, in P, & Q rectos, in

C, & D vero alternos internos parallelarum, ſimilia, Latera itaque homologa habent propotionalia, $CG : GD = CP : DQ$, eſt autem $CG : DG = m : M$ (vid. conſtr. §. præc.) ergo etiam $CP : DQ = m : M$, & $CP \times M = DQ \times m$: ſunt porro parallelae inter parallelas aequales, ergo $PR = GS = QU$, & multiplicando aequalia per eandem quantitatem $GS (M + m) = PR (M + m) = PR \times M + QU \times m$; quodſi vero a quantitate aliqua tantundem ſubtrahatur, quantum eidem additur, magnitudinem non mutat, ergo $GS (M + m) = PR \times M + CP \times M + QU \times m - DQ \times m = (PR + CP) M + (QU - DQ) m = CR \times M + DU \times m$, ſed $CR \times M = AM + BT$ (: §. 24.) & $M = 2$,

ac

ac m = 1; ergo etiam GS (M + m) = AM + BT + DU. Q. E. D.

Coroll. 1. Tria ergo quaevis elementa in se invicem agentia habita distantiae a plano aliquo ratione, sunt, quasi essent in centro suo gravitatis communi collecta, punctique instar, quod ipsorum sit gravitatis centrum, haberi possunt.

Coroll. 2. Numerus quiscunque elementorum in se invicem agentium, qui sit multiplum aliquod binarii, haberi potest instar tot punctorum, quot continet binarios (§. 24. Coroll. 2.) numerus autem quiscunque vel est par, atque adeo multiplum aliquod binarii, vel impar, & compositus ex multiplo binarii, & ternario uno, & bina quaevis, ac trina quoque in se mutuo agentia elementa habent aliquod centrum gravitatis commune, (§§. 23. & 25.); ergo etiam numerus quiscunque elementorum in se invicem agentium, qui ſit multiplum aliquod binariorum, ſeu numero pari, ſeu impari acceptorum habet centrum gravitatis commune.

Coroll. 3. Numerus hinc quiscunque ſeu par, ſeu impar elementorum in ſe invicem agentium habet centrum gravitatis omnibus commune. Numerus enim omnis par eſt multiplum binarii, impar autem eſt compoſitus ex multiplo aliquo binarii, & ternario.

Coroll. 4. Corpus omne conſtat numero elementorum in ſe mutuo agentium vel pari, vel impari, ergo etiam corpus quodvis ſuum habet centrum gravitatis.

Schol. 1. Quo appareat id, quod (§. 24. in Schol.) dixeram, univerſim obtinere, idem diſtantiis trium elemento-
Tab. ead. Fig. 9. rum accommodemus. Sint Tab. ead Fig. 9. elementa tria A, B, & D, jungantur lineis rectis, eorumque centrum Gravita-

tis

tis G determinetur eo, quem (§. 25.) dedimus, modo, ducatur planum RI inter elementa transiens, seu planum elementorum secans in O; huic porro per G ducatur planum parallelum KF, quod erit planum aequalium distantiarum, (§. 22. Coroll. 1.), Ducantur denique ad haec plana perpendicula, ut in theorematis constructione duximus. 2CE = DF (vid. demstr. §.praec). Porro vel supra, vel infra planum *positae distantiae negative sumendae sunt* (*§.24. Schol.*) *sit* primo infra. RI posita distantia DI negativa, erit sum̃a distantiarum AR + BO — DI, seu cum AR + BO = 2CQ, (§. 24.), etiam 2CQ — DI *est summa* distantiarum a plano *RI*; jam vero 2CQ = (2CE + 2EQ), & — DI = — (DF — IF) = 2CE + 2EQ — DF + IF, & quia 2CE = DF, summa distantiarum manet 2EQ + IF = 3EQ = 3 GP, hoc est *triplae distantiae centri. Sin* autem *DI sumatur positivum*, & aliae

 duae

duae negative, etiam GP erit negativum, consequenter erit ponendum $-3GP$, patet autem etiam $DI - 2CQ = (DF - IF) - (2CE + 2EQ) = DF - IF - 2CE - 2EQ = - IF - 2EQ = -3EQ = -3GP$.

Schol. 2. Ostendi quidem, quasi aliud agendo, dari in corpore quovis centrum gravitatis (Coroll, 4.), dabo nihilominus & aliam propositionis ejusdem demonstrationem, ut iis quoque satisfaciam, quibus methodus in Corollariis adhibita non arridet: Simili nempe, qua in binis, & trinis elementis usus sum methodo, ex hactenus demonstratis idem pro corpore quovis deducemus.

XXVII. Theorema. 5. Quaevis massa corporis habet centrum gravitatis, seu datur in corpore quovis centrum gravitatis.

Constructio. Sit Tab. I. Fig. 10. corpus constans elementis B, H, P, *b*, *m*, R & *f*, jungantur B, & H, P, & *b*, denique R, & *f* lineis rectis, hae bisecentur in G, F, & *h*, G jam, & F, item *m*, & *h* jungantur iterum rectis GF, & *mh*, hae in L, & *l* secentur in ratione reciproca massarum, seu numeri partium, sive, ut sit $GL : LF = P + b : B + H$, & $ml : lh = R + f : m$, haec duo denique puncta jungantur recta L*l*, quae in C secetur in ratione reciproca massarum, seu, ut, si $B + H + P + b = M$, & $m + R + f = \mathrm{m}$, sit $LC : Cl = \mathrm{m} : M$. Dico C esse centrum gravitatis hujus corporis. Demonstrationis gratia per C ducatur planum indefinitum D*d*, ad quod e singulis elemen- Tab. I. Fig. 10.

mentis, & ex punctis intersectione a nobis determinatis concipiantur demissa perpendicula BD, GE &c.

Demonstr. G, F, & *h* sunt centra gravitatis binorum elementorum B, & H, P, & *b*, ac denique R & *f* (§. 23. Coroll.) quorum bina quaevis considerari possunt quasi in suo centro gravitatis collecta, (§. 24. Coroll. 1.); ergo *B*, & *H* sunt quasi in G, P, & *b* quasi in F, denique R, & *f* quasi in *h* collecta, centrum porro gravitatis de G, & F est L (§. 23.) de *m* vero & *h*, in quo collecta R, & *f* ponuntur, est *l* (25. Coroll.) possunt itaque B, H, P, & *b* in L, *m* vero, R, & *f* in *l* collecta poni (§§. 24 & 26. Coroll. 1.) sed L, & *l* juncta sunt recta L*l*, quae

in

in C secta est in ratione reciproca massarum, seu ita, ut sit: $LC : Cl = m + R + f : B + H + P + b = m : M$, & triangula LqC, ac lWC sunt, ob angulos in C verticales, in q vero, & W rectos, ac in L, & l alternos parallelarum, similia, atque adeo habent latera homologa proportionalia $Lq : lW = LC : Cl$, ergo etiam $Lq : lW = m : M$ & $Lq \times M = lW \times m$; sed GE $(B + H) = 2 GE = BD + HN$, & $2 Fy = PO + bc$ (§. 24.), & eodem modo $2 Lq = GE + Fy$, atque adeo $4 Lq = Lq \times M = 2 GE + 2 Fy = BD + HN + PO + bc$, dein $3 lW = lW \times m = nm + Rx + fe$ (§. 26.) ergo $BD + HN + PO + bc = nm + Rx + fd$; sunt vero hae di-

diſtantiae partium corporis cis, & trans planum poſitarum a plano D*d* per C ducto, punctum vero corporis, per quod ſi ducatur planum, Summae diſtantiarum a plano cis, & trans planum aequales ſunt, eſt centrum gravitatis (§. 21.) ergo C eſt centrum gravitatis in corpore, cujus elementa ſunt B, H, P, *b*, *m*, R, & *f*. Q. E. D.

Coroll. 1. Quamcunque itaque magnum, vel parvum corpus habet centrum aliquod gravitatis.

Coroll. 2. Concepto plano, quod per centrum gravitatis tranſeat, corpus quodvis dividitur in duo alia minora corpora, (§. 22. Coroll. 2.), unde corpus quodvis concipi poteſt ut compoſitum ex duobus aliis minoribus, in quae ducto per centrum gravitatis plano dividatur, &

quo-

quorum quodvis ſuum habeat centrum gravitatis.

XXVIII. THEOREMA 6. *Summa diſtantiarum omnium corporis partium a plano extra corpus poſito eſt aequalis diſtantiae centri ductae in maſſam corporis.*

CONSTRUCT. Sit Tab. I. Fig. II. corpus, cujus elementa A, R, B, D, E, *u*, & *e*, ſit ejusdem centrum gravitatis methodo (§. praec.) allata determinatum in G, conſequenter ſit CG : G*r*. = m : M = D + E + *u* + *e* : A + R + B; ducto dein extra corpus plano M*m*, demittantur perpendicula e ſingulis tam elementis, quam punctis rectarum interſectionibus determinatis nimirum AM, SN, CO, RP, BX, G*g*, *et*, *n*U, Tab. I. Fig. II.

uy,

uy, *rc*, D*f*, *ph*, & E*m*. Demonstrandum est, Gg. (M + m), quod possumus ponere = $Gg \times \mu$ esse = AM + RP + BX + *et* + *uy* + D*f* + E*m*. Ducatur in hunc finem per *g*G planum *ab* plano M*m* parallelum, & producatur *rc*, usque dum plano *ab* occurrat alicubi in *b*, CO vero secetur ab eodem plano in *a*.

Demonstr. Triangula *a*GC & *b*G*r* sunt similia, ob angulos in G verticales, in *a*, & *b* rectos, in C denique, & *r* alternos internos parallelarum, ergo est CG : G*r* = C*a* : *br*; sed GC : *r*G = m : M ex constructione, ergo & C*a* : *br* = m : M, consequenter $Ca \times M = br \times m$, sed *ab* est parallelum ad M*m*, & parallelae inter parallelas sunt

ae-

aequales, ergo $Gg = bc = aO$, ſed, aequalia multiplicando per aequalia, aequalitas non mutatur, ergo etiam $Gg\,(M + m)$, ſive, ut ſupra poſuimus $Gg \times \mu = aO\,(M + m) = aO \times M + bc \times m$, ſed quantitas manet ſibi ipſi aequalis, ſi eidem tantum addatur, quantum ex ipſa ſubtrahitur, ergo $Gg \times \mu = aO \times M + aC \times M + bc \times m - br \times m = (aO + aC)\,M + (bc - br)\,m$, ſed $(aO + aC) = CO$, & $(bc - br) = rc$, ergo $Gg \times \mu = CO \times M + rc \times m$, ſed $CO \times M = AM + RP + BX$ (§. 26.) & $rc \times m = et + uy + Df + Em$, (§. 24) ergo $Gg \times \mu = AM + RP + BX + et + uy + Df + Em$. Q. E. D.

 Coroll.

Coroll. 1 Si itaque diſtantia centri gravitatis a plano ſit D, maſſa corporis M, *Summa* diſtantiarum omnium corporis *partium* ab eodem plano = *ST*, eſt ſemper D X M = *ST*.

Coroll. 2. Quodvis hinc corpus haberi poteſt, quaſi omnia ejus elementa in centro gravitatis ipſius corporis eſſent collecta: ſeu corpus quodvis inſtar puncti, quod ipſius ſit centrum gravitatis, conſiderare licet.

Coroll. 3. Bina quaevis, & quotcunque numero elementa in ſe mutuo agentia habent centrum gravitatis commune, (§§. 23. ac 26 Coroll. 3.) ergo & bina quaevis, & quotcunque numero in ſe mutuo agentia corpora habent centrum gravitatis commune, poſſuntque in centro gravitatis communi poni collecta, ac inſtar unius haberi.

Coroll. 4. In corpore quovis concipi poſſunt plana quotcunque ſibi invicem pa-

parallela, & admodum propinqua, in quibus elementa ipſius corporis exiſtant; ſeu concipere licet corpus quodvis compoſitum ex ſeriebus parallelis, & admodum propinquis elementorum, ergo duo quoque corpora ſpectatis diſtantiis ita ſe habent ad invicem, quaſi in ſuis centris eſſent collecta, & diſtantiae corporum abs ſe mutuo a diſtantiis centrorum gravitatis ſunt deſumendae.

Coroll. 5. *Duorum itaque quorumvis corporum Summae diſtantiarum abs ſe mutuo obtinentur, ſi diſtantia centrorum particularium ducatur in eorundem maſſas; ſeu, ſi maſſae ſint M, & m, diſtantia centrorum D, cum duo inter puncta unica duci recta poſſit; ſummae diſtantiarum vero ſint S, & s, eſt S : s = MD : mD = M : m.*

Coroll. 6. M × D = ST, ſi itaque acceſſus, vel receſſus centri gravitatis reſpectu plani ſit $\mp$ A, ſumma acceſſuum, vel receſſuum totius corporis $\mp$ s t, cum per acceſſum minuatur, per receſſum vero augeatur diſtantia, erit poſt acceſſum, vel receſſum diſtantia centri a plano $= D \mp A$, Summa vero diſtantiarum totius corporis $ST \mp st$, & $(D \mp A) M = ST \mp st$, & aequalia ab aequalibus ſubtrahendo $\mp A \times M = \mp st$; ſeu acceſſus, & receſſus centri gravitatis reſpectu plani extra corpus poſiti ductus in maſſam corporis aequatur ſummae acceſſuum, & receſſuum totius corporis.

Schol. Si quis ea, quae in Corollariis deduximus, ſeparatim demonſtrari cuperet, is exercitii cauſſa demonſtrationes hactenus a me datas eadem, quo eas elementis, & corpori unico applicueram, modo duobus, aut quotcunque in ſe mutuo agentibus corporibus applicabit facile, cum vi Theorematis nunc demonſtrati

cor-

corpus quodvis in puncto, quod ipsius sit centrum gravitatis, collectum poni possit. Figuras pro iisdem demonstrationibus, aut illae ipsae, quas hactenus habuimus, & deinceps habituri sumus, suppeditabunt, aut certe illas ex his paululum immutatis construere licebit.

XXIX. THEOREMA 7. Unicum est in quovis corpore centrum gravitatis.

CONSTRUCT. *Sit tab. ead. Fig.* 12. corpus *ABDEF*, cujus centrum gravitatis (constructione figurae §. 27. allata) determinatum sit in G; sit dein, si posibile est praeter G aliud adhuc centrum gravitatis *i* in eodem corpore, ducatur per hoc planum IQ, & per G planum aliud *a*R ducantur ex A, C, B, D &c. perpendicula *a*A, *cz* B*y* &c. KU demum *Tab. ead. Fig. 12.*

mum producatur usque dum in P occurat alteri plano IQ.

Demonstr. Per constructionem G est centrum gravitatis corporis *ABDEF*, & per hypothesim etiam *i* est ejusdem centrum gravitatis, ergo Summae distantiarum partium cis, & trans planum positarum tam a plano IQ, quam ab *a* R sunt binae, & binae inter se aequales (§. 22. Coroll. 1.) sed *AB*, & DEF spectari possunt tanquam duo corpuscula in se invicem agentia, quorum massae sint M, & m, quae ductae in distantias sui centri gravitatis a plano extra se posito sint aequales Summae distantiarum omnium partium ab eodem plano (§. 28. Coroll. 1.); ergo $cz \times M =$

KU

KU $\times$ m, & *c*L $\times$ M $=$ KP $\times$ m, id eſt, (*cz* $-$ L*z*) M $=$ *c z* $\times$ M $-$ L *z* $\times$ M $=$ (KU $+$ UP) m $=$ KU $\times$ m $+$ UP $\times$ m: ab aequalibus porro aequalia ſubtrahendo manet aequalitas; ergo etiam eſt *cz* $\times$ M $-$ L*z* $\times$ M $-$ *cz* $\times$ M $=$ KU $\times$ m $+$ UP $\times$ m $-$ KU $\times$ m, facta reductione $-$ L*z* $\times$ M $=$ UP $\times$ m: ſed L*z* $=$ UP propter plana parallela, ergo omittendo factores aequales $-$ M $=$ m, ſi etiam *i* eſt centrum gravitatis de ABDEF, ſed eſſe $-$ M $=$ m abſurdum eſt, ergo *i* non eſt centrum gravitatis, ſed unicum eſt in quovis Corpore Centrum gravitatis Q. E. D.

Coroll. 1. Quamcunque ergo magnum, & compoſitum ſit corpus, modo partes ejus mutuis earundem viribus nexae ſint, unicum habet gravitatis centrum.

Coroll. 2. Quotcunque corpora in ſe invicem agentia habent centrum gravitatis commune (§. 28. Coroll. 3.): itaque etiam centrum gravitatis commune ſyſtemati alicui corporum in ſe mutuo agentium unicum eſt.

Schol. AB, & DEF ut corpuſcula duo in ſe invicem agentia reflexe ſpectavi in demonſtratione, ea de cauſſa, ut Tyroni pateat, qua ratione theorema hoc cum ſua demonſtratione etiam duobus, aut pluribus in ſe invicem agentibus corporibus poſſit applicari.

XXX. Theorema. 8. Planum aequalium diſtantiarum in corpore ductum, vel conceptum debet tranſire per centrum.

Con-

CONSTRUCTIO. *Sit* Fig. ead. in corpore *ABDEF* ductum planum IQ aequalium diſtantiarum, quod non tranſeat per centrum G; poterit itaque per G duci aliud planum *a*R, quod ſit plano IQ parallelum; ſint ut ſupra ducta perpendicula *c*L*z*, & KUP. *Fig. ead.*

DEMONSTR. *a*R eſt planum aequalium diſtantiarum (§. 22. Coroll. 1.) IQ vero ex hypotheſi, ergo $cz \times M = KU \times m$, & $cL \times M = KP \times m$, ſeu $cz \times M - Lz \times M = KU \times m + UP \times m$: & ab aequalibus aequalia ſubtrahendo $cz \times M - Lz \times M - cz \times M = KU \times m + UP \times m - KU \times m$; unde facta reductione $- Lz \times M = UP \times m$, & omittendo factores aequales *Lz*

= UP, — M = m; ſed hoc abſurdum eſt, ergo vel duo dantur Centra gravitatis, quod (§. praec.) repugnat, vel debet $cz = cL$, & $KU = KP$, ſeu IQ cum aR congruere, & plannm aequalium diſtantiarum in Corpore ductum, vel conceptum tranſire pen Centrum gravitatis, Q. E: D:

Coroll. 1. *Quamprimum ergo planum aliquod conceptum, vel ductum oſtenditur eſſe planum aequalium diſtantiarum, per centrum gravitatis tranſit quoque.*

Coroll. 2. *Quod de plano aequalium diſtantiarum per corpus aliquod tranſeunte oſtenditur, patet eodem modo de plano aequalium diſtantiarum per ſyſtema aliquod corporum in ſe invicem agentium ducto demonſtrari: itaque etiam planum*

aequa-

aequalium distantiarum in systemate aliquo corporum in se mutuo agentium ductum per centrum gravitatis ipsius systematis transire debet hoc ipso, quod aequalium distantiarum sit.

XXXI. THEOREMA 9. Centrum gravitatis duobus corporibus in se mutuo agentibus commune est in recta particularia eorundem centra jungente.

CONSTR. Sint Tab. ead. Fig. 13. corpora duo C, & T, a centris suis particularibus sic denominata, quorum massae C, & T in ipsis centris particularibus collectae ponantur (§. 28. Coroll. 2.): centra haec jungantur linea recta CT, extra hanc alicubi in A, si possibile est, sit centrum gravitatis commune de C, Tab. I. Fig. 13.

&

& T: per A ducatur planum aliquod indefinitum KB, quod alicubi in E fecet rectam CT, ad hoc demittantur perpendicula CB, & TK: ducatur denique per E aliud planum indefinitum GH, quo planum KB ad angulum quemcunque fecetur, & ad iftud quoque ducantur perpendicula CF, & TD.

Demonstr. *Ex hypothefi A eft* centrum gravitatis commune de C, & T: ergo KB eft planum aequalium diftantiarum (§. 22. Coroll. 1.), & $CB \times C = TK \times T$ (§. 28. Coroll. 1.), atque hinc facta aequalia refolvendo in proportionem reciprocam, $CB : TK = T ; C$, fed ob triangula CBE, & TKE, quae in E habent angulos verticules, in B vero,

&

& K rectos, similia, est CB : TK =CE : TE ; est itaque etiam CE : TE = T : C : triangula autem EFC, & EDT sunt ex eadem ratione angulorum in E verticalium, in F vero, & D rectorum, similia ; consequenter est etiam CE : TE = CF : TD : itaque etiam CF : TD = T : C, & CF × C = TD × T, estque GH planum aequalium *distantiarum* (§. 22. *Coroll.* 1.), cum haec facta sint Summae distantiarum (§. 28. Corol. 1.) : per consequens ergo vel A congruit cum E, vel dantur duo centra gravitatis corporum T, & C, nimirum puncta E, & A, vel denique planum aequalium distantiarum GH non transit per centrum, sed haec duo repugnant (§§. 29. & 30. Coroll.

2.)

2.) ergo A debet congruere cum E, E autem eſt vi conſtructionis in recta CT, patet itaque, centrum gravitatis duobus in ſe mutuo agentibus corporibus commune eſſe in recta particularia eorundem centra jungente Q: E: D:

Corll. 1. Datis itaque centris particularibus gravitatis duorum corporum, habetur etiam recta, in qua centrum gravitatis commune eorundem corporum poſitum eſt, ſi particularia nempe ipſorum centra jungantur; cum duo puncta ſitum rectae determinent.

Coroll. 2. Bina, aut trina quaevis, aut quotcunque demum in ſe mutuo agentia corpora habent centrum gravitatis commune, (§. 28. Coroll. 3.); atque adeo, cum ob ST = D X M poſſint ſingula inſtar punctorum haberi (§. eod. Coroll.

roll. 2.), possunt etiam bina, & trina quaevis, aut quotcunque in se invicem agentia haberi, quasi in centro gravitatis communi collecta, & centra gravitatis communia duarum ejusmodi collectionum jungendo linea recta, eodem modo demonstratur centrum gravitatis commune duabus collectionibus corporum, esse in recta, quae centra earundem collectionum jungit.

Coroll. 3. Corpus quodvis considerari potest ut compositum ex aliis duobus minoribus (§. 22. Coroll. 2.): igitur etiam centrum gravitatis corporis cujuscunque, quod ut compositum ex duobus aliis minoribus, quae planum per centrum gravitatis transiens determinat, considerator, est in linea recta centra particularia eorundem corporum componentium jungente.

XXXII.

XXXII. Theorema 10. Centrum gravitatis commune duobus in se mutuo agentibus corporibus habet a centris corporum particularibus distantias massis eorundem reciprocas.

Fig. ead. Constr. Sint in fig. ead. duo corpora, quorum massae a centris suis gravitatum denominentur C, & T; jungantur haec centra linea recta CT, cujus punctum E sit centrum gravitatis commune de C, & T; ducatur per E planum BK, ad quod ex C & T demittantur perpendicula CB, & TK; ostendendum est, esse EC : ET = T : C, si E est centrum gravitatis commune de C, & T.

De-

Demonstr. Centrum gravitatis commune duorum in ſe invicem agentium corporum eſt in recta eorundem centra particularia jungente (§. praec.), ergo centrum gravitatis commune corporibus C, & T eſt aliquod punctum rectae CT, ſed iſtud ponitur eſſe E, & planum per centrum gravitatis ductum eſt planum aequalium diſtantiarum (§. 22. Coroll. 1.) ergo $BC \times C = KT \times T$, & $BC : KT = T : C$: ſunt autem triangula EBC, & TEK, ob angulos in E verticales, & in B, & K rectos, ſimilia; ergo etiam $EC : ET = BC : KT$, & $EC : ET = T : C$, ſeu centrum gravitatis commune duorum in ſe mutuo agentium corporum habet a centris particularibus distantias massis reciprocas. Q. E. D.

Coroll. 1. Si itaque massae sint M, & m, distantiae centri communis a centris particularibus D, & d, est D : d = m : M.

Coroll. 2. Datis itaque centris particularibus duorum in se mutuo agentium corporum, eorundem distantia, & massis, invenitur etiam centrum gravitatis commune.

Coroll. 3. Centrum gravitatis in corpore, quod instar compositi ex duobus aliis, quae ductum per centrum planum determinat, consideratur, est in linea recta centra particularia eorundem corporum jungente. (§. praec. Coroll. 3.) Centrum itaque etiam cujusvis corporis habet a centris particularibus duorum corporum minorum, ex quibus corpus totum compositum concipitur, & in quae ducto per

cen-

centrum plano dividitur, diſtantias maſſis eorundem reciprocas.

XXXIII. Theorema 11. *Summae diſtantiarum binorum quorumvis, & trinorum in ſe invicem agentium corporum a plano extra corpora, eorumque centrum gravitatis commune poſito, aequatur facto ex diſtantia centri gravitatis communis in ſummam maſſarum.*

Constructio. Sint Tab. 1. fig. 8. primo duo corpora A, & B, quorum maſſae a centris ſuis gravitatis ſic denominentur; eorum centrum gravitatis commune ſit in C; planum extra haec poſitum ſit MU, demittantur perpendicula AM, CR, & BT, ac per C ducatur NO parallela ad *Tab. 1. Fig 8*

MU, cui AM productum occurat alicubi in N; ſit dein corpus tertium D, & omnium trium centrum gravitatis commune ſit G, demiſſisque perpendiculis GS, & DU, ducatur per G, PQ parallela ad MU, cui UD productum occurat in Q. Demonſtrandum eſt primo CR $(A+B) = AM \times A + BT \times B$, 2do SG $(A+B+D) = AM \times A + BT \times B + DU \times D$.

Demonstr. $D \times M = ST$, atque hinc corpus quodvis concipi poteſt, quaſi omnia ejus elementa, ſeu maſſa tota eſſet in ejus centro gravitatis collecta, (§. 28. Coroll. 1. & 2.) ſed ex hyotheſi centra gravitatis, quae deſignant ipſas maſſas, ſunt A, & B, ergo ſummae diſtantiarum de A, & B a plano UM ſunt $AM \times A + BT$

$\times B$: triangula vero NCA, & OCB sunt similia, ob $N = O$, $A = B$, & in C verticales: consequenter $AC : CB = AN : BO$, &, quia $AC : CB = B : A$ (§. praec.), & etiam $AN : BO = B : A$, & $AN \times A = BO \times B$ itaque, cum, ob NO parallelum ad MU, sit $NM = CR = OT$, atque hinc etiam $CR(A+B) = OT(A+B) = NM \times A + OT \times B$; aequalem autem quantitatem subtrahendo, & addendo, quantitas maneat eadem, seu sibi aequalis, etiam $CR(A+B) = NM \times A - AN \times A + OT \times B + BO \times B = (NM - AN) A + (OT + BO) B = AM \times A + BT \times B$. Q. E. Pr.

Coroll. 1. Si itaque distantia centri gravitatis communis dicatur d, summa massarum $M + m$, summae distantiarum

$S \times M + s \times m$ est universim $d\,(M + m) = SM + sm$.

Coroll. 2. Duo itaque in se mutuo agentia corpora, si ad planum aliquod accedant, vel recedant, dicaturque accessus vel recessus centri $\mp A$; summa vero accesuum, vel recessuum in elementis utriusque massae $\mp aM \mp bm$, est $(d \mp A)(M + m) = SM \mp aM + sm \mp bm$, seu $\mp A\,(M + m) = \mp aM \mp bm$.

Coroll. 3. Duo in se invicem agentia corpora haberi hinc possunt instar unius, cujus massa aequalis summae massarum utriusque corporis sit in centro gravitatis communi collecta, & distantia quorumvis duorum in se mutuo agentium corporum a corpore tertio, in quot agunt, est ipsa distantia, quae est inter centrum duobus commune, & centrum gravitatis tertii.

Coroll. 4. Tria in se invicem agentia corpora instar duorum haberi possunt;

uti

nti & quatuor, & eorum centrum gravitatis commune eſt in recta, centrum commune duorum cum centro tertii; aut centra duo communia binorum, & binorum corporum jungente (§. 31. Coroll. 2.), in puncto nempe hujus rectae, cujus diſtantiae a centris duobus ſint in ratione reciproca maſſarum. (§. 32.)

Sit jam duobus corporibus additum tertium D. eodem, quo ſupra, modo triangula CGP, & DGQ ſunt ſimilia, ob Q = P, D = C, & in G verticales: conſequenter eſt CG : GD = CP : DQ; eſt autem, cum G ſit centrum gravitatis CG : GD = D : A + B (Coroll. praec. 4.), itaque etiam eſt CP : DQ = D : A + B, & CP (A + B) = DQ × D, ergo cum SG = PR = QU, atque hinc SG (A + B + D) = PR (A + B + D) = PR (A + B) +

$QU \times D$, etiam est $SG(A+B+D) = PR(A+B) + CP(A+B) + QU \times D - DQ \times D = PR + CP)(A+B) + (QU - DQ)D$; seu $SG(A+B+D = CR(A+B) + DU \times D = AM \times A + BT \times B + DU \times D$. Q. E. Al.

Coroll. Quaecunque itaque ex prima parte hujus theorematis deduximus Corollaria, hic quoque cum proportione deducenda sunt. Et quaecunque de duobus corporibus demonstravimus hactenus, etiam ad 3, 4, 5, 6 &c. pertinent cum proportione, cum corpora quotcunque in se mutuo agentia, ut illico de 5, apparebit, ad duo reduci possint.

XXXIV. Theorema 12. Summa distantiarum quotcunque in se mutuo agentium corporum a plano extra corpora, eorumque centrum gravitatis commune posito aequatur

di-

distantiae centri gravitatis iisdem corporibus communis ductae in summam massarum.

Constr. *Sint* Tab. ead. *Fig.* 14. A, B, C, D, & E a centris suis gravitatis denominata corpora, quorum massae in centris ponantur collectae, sint itaque A, B, C, D, & E, e. g. sicut 5, 7, 6, 9, & 8; ducta recta ED, centrum gravitatis commune de E, & D sit determinatum in W, ducta vero recta AB, centrum gravitatis de A, & B sit determinatum in R, quod jungatur cum C, recta RC, in qua punctum *S* sit centrum gravitatis commune de A, B, & C: denique ducta recta *S*W sit centrum gravitatis commune de A, B, C, D, & E in G. Sit demum planum *Tab.* I. *Fig.* 14.

QF extra corpora omnia, & eorum centrum G positum, & ex singulis tam centris particularibus, quam aliis ad planum FQ ducantur perpendicula CQ, BP, *SO*, RN, GM, AL, DK, WI, & EF, demonstrandum est, esse GM (A + B + C + D + E) = BP × B + CQ × C + AL × A + DK × D + FE × E = *SO* (A + B + C) + IW (D + E). Ducatur in hunc finem per G parallela *on* ad planum FQ, & SO producatur usque dum parallelae *on* alicubi in *o* occurat, WI vero secetur ab eadem in *n*.

Demonstrat. D × M = *ST*; & hinc corpus quodvis considerari potest, quasi ejus massa in centro gravitatis esset collecta (§. 28. Coroll. 1. & 2.); ergo summae distantiarum

a plaa plano FQ in corporibus A, B, C, D, & E sunt $= AL \times A + BP \times B + CQ \times C + DK \times D + FE \times E$; sed $SO (A+B+C) = AL \times A + BP \times B + CQ \times C$, & $IW (D+E) = DK \times D + EF \times E$ (§. praec. part. 1. & 2.); ergo etiam $SO (A+B+C) + IW (D+E)$ sunt summae distantiarum: sed triangula oGS, & WGn sunt, ob angulos in G verticales, in o vero, & n rectos, similia; ergo $SG : GW = So : nW$, sed $SG : GW = D+E : A+B+C$, (§. praec. part. 2. Coroll.) ergo etiam $So : nW = D+E : A+B+C$, & $So (A+B+C) = nW (D+E)$, sed ob on, & QF ex constructione parallelas, $MG = nI = Oo$, aequalia vero per aequalia multiplicando aequalitas non tollitur, ergo etiam est

eſt $GM\,(A+B+C+D+E)$, ſeu $GM\,(A+B+C) \times GM\,(D+E) = oO\,(A+B+C) + Oo\,(D+E)$, ſeu pro Oo ſecundo ponendo ipſi aequale nI, eſt $GM\,(A+B+C+D+E) = Oo\,(A+B+C) + nI\,(D+E)$, quantitas vero manet ſibi aequalis, ſi ab ea tantundem ſubtrahatur, quantum ipſi additur ergo etiam, $GM\,(A+B+C+D+E) = Oo\,(A+B+C) - So\,(A+B+C) + nI\,(D+E) + nW\,(D+E) = (Oo - oS)\,(A+B+C) + (nI + nW)\,(D+E) = SO\,(A+B+C) + WI\,(D+E)$; & pro $SO\,(A+B+C)$ ipſi $= AL \times A + BP \times B + CQ \times C$, pro $WI\,(D+E)$ vero ponendo $DK \times D + EF \times E$, eſt $GM\,(A+B+C+D+E) = AL \times A + BP \times B + CQ \times C + DK \times D + EF \times E$. Q. E. D.

Coroll. 1. Si itaque distantia centri communis quotcunque in se invicem agentibus corporibus a plano aliquo extra ipsa, & eorum centrum posito sit $=$ X, summa massarum $=$ SY, summa vero distantiarum omnium corporum ab eodem plano $=$ SZ semper est $X \times SY = SZ$.

Coroll. 2. Si accessum, vel recessum centri communis versus planum extra systema tale corporum positum dicamus $\mp a$, summam vero accessuum omnium corporum ponamus $= b$, erit post accessum, vel recessum $(X \mp a) \times SY = SZ \mp b$; seu distantia centri communis post accessum, vel recessum ducta, in summam massarum aequalis summis distantiarum omnium corporum pariter post accessum, vel recessum, atque adeo ab eaqualibus aequalia subtrahendo $X \times SY = SZ$, est $\mp a \times SY = \mp b$, seu summma accessuum, vel recessuum quotcunque in se mutuo

agen-

agentium corporum respectu plani extra systema tale corporum positi, aequatur accessui vel recessui centri communis ducto in summam massarum.

Coroll. 3. Systema quotcunque in se invicem agentium corporum ita se habet respectu plani extra systema positi, quasi omnia ejus corpora essent in centro gravitatis communi collecta; & distantia totius systematis a plano extra systema, vel saltem omnia sxstematis ipsius corpora posito, aut a corpore alio quocunque ad systema non pertinente, per distantiam centri gravitatis ipsius systematis a plano, aut corporis centro gravitatis habetur.

Schol. 1. Si quis ea, quae (§§. 24. & 26. Schol. 1.) attuli, huic theoremati accommodare vellet, is in Fig. ead. intra Systema corporum A, B, C, D, & E planum aliquod U *m* ducere deberet, quod

Fig. ead.

ali-

alicubi in Q linem SW, in qua centrum gravitatis ipsius systematis est, secet; huic dein parallelum TH per ipsum centrum G transiens, ex S denique centro communi de A, B, & C, atque ex W centro corporum D, & E ad plana haec demittere perpendiculares Sbc, Wig, ac denique ex G perpendiculum Gf.

$Sb\ (A + B + C)$ est Summa distantiarum corporum A, B, & C a plano TH, & $Wg\ (D + E)$ Summa distantiarum corporum D, & E ab eodem plano (§ 33. part. 2. & 1.), praeterea $SG : GW = D + E : A + B + C$ (§ ejusd. part. 2. Coroll.); sunt autem triangula GSb & GWg similia ob angulos $b = g$, $S = W$, & in G verticales, atque adeo $SG : GW = Sb : Wg$, & etiam $Sb : gW = D + E : A + B + C$, & $Sb\ (A + B + C) = Wg\ (D + E)$: est vero etiam $cS\ (A + B + C)$ corporum horum summa distantiarum a plano Um, & Wi (D

+

$+E)$ Summa distantiarum corporum D, & E, & $cS = Sb + bc$, Wi vero $= Wg - ig$; ergo, si Wi ponamus negativum, Summa distantiarum a plano Um est $(Sb + bc)(A + B + C) - (Wg - ig)(D + E) = Sb(A + B + C) + bc(A + B + C) - Wg(D + E) + ig(D + E)$; quod, omittendo $Sb(A + B + C)$, & $Wg(D + E)$, quae paulo ante ostendimus aequalia, & signa habent contraria, est $= + bc(A + B + C) + ig(D + E) = bc(A + B + C + D + E) = Gf(A + B + C D + E)$, cum $ig = Gf = bc$ ob parallelismum. Si vero Sc sit negativum, consequenter etiam Gf, Summa distantiarum est, $(Wg - ig)(D + E) - (Sb + bc)(A + B + C)$ unde habetur $- ig(D + E) - bc(A + B + C) = - bc(A + B + C + D + E) = - Gf(A + B + C + D + E)$. Quod in dubium vocari poterat.

SCHOL.

Schol. 2. Qui punctum G centrum gravitatis corporum A, B, C, D, & E esse, commonstrare voluerit, is ducto per G plano TH, demissisque ad hoc perpendiculis CT, *Ba*, *Sb*, R*d*, *De* &c. facile id methodo simili cum illa praestabit, qua (§. 27.) ostendimus C esse centrum gravitatis corporis BH P*bm* R*f*: Fig. 10. Eodem denique modo ex demonstrationibus (§§. 29. 30, 31 & 32.) facile quivis deducet methodum demonstrandi unicum in Systemate corporum quocunque A, B, C, D, & E esse grevitatis centrum commune: planum omne aequalium distantiarum intra hoc ductum Systema per centrum transire debere: centrum gravitatis toti systemati commune esse in recta SW, quae nectit centra particularia duarum systematis partium A, B, C, ac D, & E; denique centri gravitatis G distantias ab iisdem centris S, & W esse massis reci-

 cipro-

ciprocas, ſeu eſſe $SG : GW = D + E : A + B + C$.

CAPUT III.

Phyſicae Centri gravitatis proprietates.

XXXV. Mutuae elementorum corporis vires ſtatum centri gravitatis in eodem corpore non turbant, ſeu illud in motu, ſeu in quiete ſit poſitum.

Si datur centrum gravitatis in corpore quovis, illudque a diſtantiis, & ſitu partium corporis dependet, vires mutuae elementorum corporis ſtatum centri gravitatis ejusdem non turbant, ſeu illud in motu, ſeu in quiete ſit poſitum, (§.6

Co-

Coroll. 6) ; ſed datur in corpore quovis centrum gravitatis, & quidem unicum, illudque a diſtantiis, & ſitu partium corporis pendens; (§§. 27, & 29. ac Coroll.) ergo patet propoſitum.

Coroll. 1. Seu in motu itaque, ſeu in quiete poſitum ſit corpus, centrum gravitatis in eodem ita ſe habet, quaſi mutuae elementorum vires eſſent nullae; & de centro gravitatis in corpore quovis, absque omni ad vires, quibus elementa corporis ejusdem mutuo adhaerent, reflexione diſſerere licebit deinceps.

Coroll. 2. Quod itaque de corpore oſtenditur (§§. 11. & 12.), ad centrum gravitatis quoque pertinet, & centrum gravitatis cujusvis corporis in quiete poſiti quietem tamdiu continuat, donec corpus ab extrinſeco ad motum determinetur; in motu vero poſiti corporis centrum gravitatis coepta celeritate, & directione motum tamdiu continuat, donec ab extrinſeco ad alterutrius, vel utriusque mutationem determinetur corpus.

Coroll. 3. Motus hinc centri gravitatis, ſeu in acceſſu, ſeu in receſſu relate ad comparationis terminum conſiſtens, eſt etiam tempori, quo vis motum producens agit, proportionalis. Und $\mp AM$ $= \mp st$ (§. 28. Coroll. 6.) eſt $=$ T. quoque.

XXXVI. Corpus quodvis ita agit in planum extra ſe poſitum, quaſi omnia ipſius elementa eſſent in centro ejusdem gravitatis collecta.

Spectatis diſtantiis corpus quodvis ita ſe habet reſpectu plani extra ſe poſiti, quaſi omnia ipſius elementa eſſent in centro ejusdem

gra-

gravitatis collecta: (§. 28. Coroll. 2.) vires autem corporum, elementorumque in aliqua distantiarum ratione agunt; (§. 4. Coroll. 2.); ergo corpus quodvis ita etiam agit in planum extra se positum, quasi omnia ipsius elementa essent in centro ejusdem gravitatis collecta.

Coroll. 1. Binorum quorumvis in se mutuo agentium corporum quoque a centris ipsorum particularibus desumendae sunt distantiae, (§. 28. Coroll. 3.); bina itaque etiam, & quotcunque in se mutuo agentia corgora ita agunt in se invicem, quasi in suo singula gravitatis centro essent collecta.

Coroll. 2. Seu in motu itaque, seu in quiete posita corpora ita se habent, quasi eorum massae in suis singulae centris essent collectae, seu punctorum instar, quae eorundem centra gravitatis ſint, ſpectari poſſunt; unde centro gravitatis ſuſtentato totum corpus ſuſtentetur, eodem vero non ſuſtentato, totum corpus quoque ruat, eſt neceſſe, quae ipſa confirmat experientia.

Coroll. 3. Singula hinc corporis alicujus elementa, ſeu partes minimae eadem moventur celeritate, qua centrum ejusdem gravitatis, aut movetur reipſa, ſi illud in elementum aliquod corporis cadat, aut moveri concipitur, dum centro punctum ſolummodo vacui reſpondet.

Coroll. 4. Preſſio ſingulorum corporis elementorum eodem ſe habet modo, ſeu in eadem ratione eſt, in qua eſſet celeritas in ſingulis elementis vi aequali producenda, (§. 16. Coroll. 2.); ergo & preſſio ſingulorum corporis cujusvis elementorum eſt aequalis preſſioni centri gravitatis.

Coroll. 5. *Si majoris claritatis causſa* duas in ſe mutuo agentes corporum maſſas per M, & m deſignemus: vires, quas corpus M in ſingula alterius corporis m elementa exerit, ſunt ut factum ex maſſa M in vim, quam unicum elementum de M in centro gravitatis maſſae M poſitum in ſingula elementa maſſae m in ejusdem centro gravitatis poſita exereret, & viciſſim.

Coroll. 6. *Cum itaque duo inter* centra una, eademque ſit diſtantia, linea nempe recta ipſis terminata, quae duo inter puncta unica duci poteſt, debebit etiam vis, quam elementa bina quaevis in centris gravitatis de M, & m poſita a ſe mutuo perſentiſcerent, eſſe aequalis; (§. 4. Coroll. 2.); atque hinc vis, quam ſingula maſſae M elementa perſentiſcunt $=$ m: ea vero, quam elementa maſſae m ſingula experiuntur $=$ M; id eſt: vires, quas massae duae, dum agunt, in singulis suis elementis a se mutuo experiuntur, sunt in ratione reciproca massarum, seu: $V : v = m : M$, & in singulis ejusdem corporis elementis aequales.

Coroll. 7. Porro, ut habeantur vires, quas massae totae corporum singulorum persentiscunt, seu Summae virium in corporibus, quas per Q, & q exprimere licebit, debet vis, quae in singulis elementis ejusdem corporis eadem est, duci in numerum elementorum, seu massam ejusdem corporis; (§. 15. Coroll. 1.) ergo, dum corpora duo M., & m in se mutuo agunt, vis, quam persentiscit M, est $= mM$, & vis in $m = Mm$, & $Q : q = mM : Mm$; quae duo facta cum aequalia sint, corpora duo, dum agunt in se invicem, vires a se mutuo persentiscunt aequales, seu $Q = q$, & $P = p$ (§. 16. Coroll. 3.).

Co-

Coroll. 8. *Summa virium*, quas corpus aliquod persentiscit, vel eliditur contrariis corporis alterius actionibus, vel non; si non eliditur, motum in corpore producit; qui utpote effectus summae virium, est sicut summa virium, seu sicut summa iisdem proportionalium celeritatum, quae summa quantitas motus dicitur (§. 15.); Si vero summa virium, quibus corpus aliquod agitur, contrariis actionibus elidatur, pressionem generat, quam per actionem contraria actione elisam definiunt mechanici (§. 16.): Seu motum itaque, seu pressionem duo in se mutuo producant corpora, semper habetur effectus utraque in parte aequalis.

Coroll. 9. Omnis communicatio motus per vires corporum mutuas habetur; (§. 14.) in omni itaque motus communicatione debent esse actiones totae, consequenter etiam effectus utramque in partem aequales, quod ipsum phaenomena ostendunt quoque.

Coroll. 10. Vires hinc mutuae corporum attrahentes nempe, & repellentes vel singulae, vel certo ambae simul modo combinatae ad eam, quae in omni motus communicatione habetur, effectuum in utramque partem aequalitatem sufficiunt, nec distincto ad eam opus est reactionis principio.

Coroll. 11. $P:p = Q:q = mM:Mm$; (Coroll. 7.) sed $D:d = m:M$ (§. 32. Coroll. 1.); ergo & $P:p = Q:q = MD:md$; seu pressiones, & quantitates motus duorum in se mutuo agentium corporum sunt in ratione composita ex directa massarum, & distantiarum a Centro gravitatis communi.

Coroll. 12. $V:v = m:M$ (Coroll. 6.); sed effectus virium, quas elementa singula persentiscunt, est celeritas

ali-

aliqua in ſingulis, quae neceſſario viribus eſt *proportionalis*; ergo & $C : c = m : M$, $P : p = Q : q = MC : mc$: denique $C : c := S : S$, quando tempora ſunt aequalia, (§. 9. Coroll. 2.); ergo & $P : p = Q : q = MS : ms$.

Coroll. 13. Dum duo in ſe mutuo agunt corpora, ſemper $Q = q$, $P = p$ (vid. Coroll. 7. & 8.); ergo etiam $MD = md$, $MC = mc$, & $MS = ms$; & facta aequalia reſolveodo in proportionem $M : m = d : D = c : C = s : S$, in acceſſu aeque, ac receſſu, aut etiam niſu ad eundem.

Coroll. 14. In proportione geometrica factum extremorum aequale eſt facto mediorum; & ſi antecedens unius rationis eſt aequale ſuo conſequenti, etiam aatecedens alterius aequatur ſuo conſequenti: ergo etiam dum eſt $M : m = d : D$, vel $= c : C$, vel $= s : S$, $MD =$

md,

md, MC = mc, & MS = ms, & Q = q, P = p.

Coroll. 15. Sphaerae, cujus massa per totum homogenea est, centrum gravitatis cum centro voluminis, seu magnitudinis congruit (quod §. 46. Coroll. 2. ostendetur); sphaera itaque massae per totum homogeneae ita agit in punctum, vel corpus etiam quodvis extra se positum, quasi omnia ipsius puncta materiae essent in centro Sphaerae collecta; duae vero, vel plures Sphaerae, quarum singulae massas habent per totum volumen homogeneas, ita agunt in se mutuo, quasi singularum massae singulis in centris essent collectae: per quod demonstratio de puncto extra sphaeram homogeneam posito, & in eandem gravitante, quae tyronibus non parum molestiae facessere solet, e physica generali eliminatur.

Corll. 16. Sphaerae hinc duae, quarum massae sunt per totum homogeneae, aut Sphaera talis, & aliud corpus quodvis, dum urgentur, aut accedunt ad se mutuo, vel etiam recedunt abs se invicem, ad sua mutuo centra tendunt, aut accedunt, vel via recta ab iisdem recedunt; id est, tendunt, accedunt, vel recedunt directione rectae centra sphaerarum ejusmodi, aut centrum Sphaerae cum centro particulari gravitatis alterius cujusvis corporis nectentis, dum nempe nullis aliis, saltem sensibilem mutationem inducere valentibus, urgentur viribus, quam mutuis.

Coroll. 17. Recta, centra duarum Sphaerarum, aut centrum Sphaerae cum centro particulari alterius corporis nectens, est perpendicularis ad tangentem, quae ad punctum sphaerae, per quod recta hujusmodi transit, ducta concipitur, cum nihil sit, quam radius sphaerae productus;

seu

ſeu itaque tendat ſolum, ſeu accedat, ſeu recedat etiam ſphaera una ab altera, quarum utraque maſſam habet per totum homogeneam, aut corpus aliud quodvis ad Sphaeram talem, viribus mutuis tendit, accedit, vel etiam recedit directione ad ſuperficiem ſphaerae perpendiculari.

Coroll. 18. Si itaque tellus noſtra exacte ſphaerica, maſſaeque per totum volumen homogeneae eſſet, corpus quodvis, viribus mutuis *tantummodo* ad eandem tendens, vel accedens, aut ab eadem recedens quoque, deberet tendere, accedere, vel recedere directione rectae centrum telluris centro particulari corporis cujuscunque nectentis, & ad ſuperficiem telluris perpendicularis. At tellus noſtra nec Sphaerica eſt, ad polos ſiquidem compreſſa, & in aequatore protuberans eliptoidis figuram affectat; nec maſſae per totum homogeneae volumen ſtatui

tui poteſt. Corpora itaque ad tellurem ſolis viribus mutuis tendentia, decidua, vel ab eadem reſilientia directione rectae ad centrum telluris tendentis, quae ſuperficei ejusdem ad ſenſum ſolum perpendicularis ſit, tendunt, accedunt, vel recedunt; praeſertim, cum pars ſuperficei terreſtris, quacum directiones corporum ad eandem accedentium, vel ab ea recedentium comparamus, in ſe convexa, ad ſenſum plana non parum ad id conferat, ut eaedem directiones magis nobis perpendiculares videantur, quam in ſe eſſe eo etiam ex capite poſſint, quod centrum voluminis, & centrum gravitatis in tellure noſtra non congruant.

Coroll. 19. Corpus hinc in quacunque a tellure diſtantia libere pendens tendit in tellurem per rectam ex centro ſuo gravitatis ad centrum gravitatis telluris ductam, directione in ſuperficiem

tel-

tellurís ad ſenſum perpendiculari; porro niſus iſte perpendicularis a puncto ſuſpenſionis, ſeu viribus, quibus corpus in puncto hoc retinetur, ſuſtineri, elidique debet: ergo corpus libere pendens ad eum ſe ſitum componere debet, in quo niſus ejusdem verſus telluris centrum puncto ſuspenſionis e diametro ſit oppoſitus; unde punctum ſuſpenſionis, centrum gravitatis ipſius corporis, ac telluris in eadem recta horizonti ad ſenſum perpendiculari ſunt. Seu recta ex puncto ſuſpenſionis per centrum gravitatis ad horizontem ducta eſt eidem ad ſenſum normalis.

Coroll. 20. Recta hinc ex centro gravitatis horizonti perpendicularis linea directionis gravium dicitur; & centrum gravitatis eſt ſemper in recta e puncto ſuſpenſionis ad horizontem perpendiculariter ducta.

Co-

Coroll. 21. Dum duo in se mutuo agunt corpora, semper Q = q, P = p (Coroll. 7. & 8.); ergo & Corpus, in tellurem tendens, aut versus eandem gravitate deciduum, cum eadem, seu motus quantitatem, seu pressionem habet aequalem.

Coroll. 22. Quod si itaque duo ponamus corpora in se mutuo non agere, ita tamen esse connexa, ut unum absque altero moveri nequeat, eaque versus tellurem gravitate tendant, vel labantur: est summa pressionum, vel quantitatum motus in iisdem aequalis pressioni, vel quantitati motus ipsius telluris.

Coroll. 23. Unde si massas talium duorum corporum dicamus M, & m: celeritatem C, quae in utroque erit eadem (Coroll. 3.), cum duo ejusmodi corpora in centro suo gravitatis collecta poni possint, atque instar unius haberi (§. 28. Coroll. 3.); quantitates demum motus eorundem, aut pressiones sint Q, & q, aut P, & p; massa vero telluris μ: celeritas K, quantitas motus N, pressio B, $Q + q = N = P + p = B = MC + mC = \mu K$.

Coroll. 24. Ex quo consequitur, esse $Q : q = P : p = MC : mC = M : m$; seu quantitates motus, aut pressiones gravitate in tellurem genitas, dum distantiae nempe sunt eaedem, prout in assumta hypothesi ad sensum respectu radii terrestris semper erunt, esse in ratione massarum. Quod ipsum phaenomena gravitatis quoque uberrime commonstrant.

Coroll. 25. Quodsi jam duo ejusmodi corpora in se mutuo quoque agere ponamus, prout reipsa agunt, quamprimum ita sunt connexa, ut unum absque altero moveri nequeat: massae eorundem in suis elementis singulis a se mutuo persentiscent vires massis reciprocas, eruntque

que Summae virium, quas abs ſe mutuo experiuntur, ſeu preſſiones, aut quantitates motus ut facta maſſarum, prout idem (Coroll. 6, & 7.) oſtendimus; & duo ejusmodi corpora tendendo verſus tellurem quantitatibus motus, ſeu preſſionibus, quae ſint, ut maſſae, perſentiscent a ſe mutuo quantitates motus, aut preſſiones aequales.

Coroll. 26. Unde, ſi ponatur centrum gravitatis commune talium duorum corporum fixum, ut adeo corpora haec circa idem inter ſe connexa nullum alium motum habere poſſint, quam rotationis circa illud, cum uno depreſſo verſus tellurem, alterum adtolli hoc ipſo debeat; preſſiones eorundem ſibi oppoſitae ſe mutuo elident, ac utrumque quieſcet.

Coroll. 27. Quod ſi itaque momentum corporis, ſeu maſſae per ſummam virium definiamus, quas corpus perſentiscit: aequilibrium vero per aequalitatem momentorum; ea, quae ad aequilibrium duorum in se mutuo agentium, aut ope medii reipsa connexorum (§. 20. Coroll.) corporum pertinent, facile ex dictis deducuntur.

Coroll. 28. Partes hinc etiam duae corporis cujuscunque, in quas illud ducto per centrum gravitatis plano dividitur (§. 22. Coroll. 2.), quiescunt circa centrum gravitatis subtentatum, & centro gravitatis sustentato, totum corpus sustentatur.

Coroll. 29. Si linea directionis cadat intra basim corporis, centrum gravitatis pro fulcro, cui insistat, habet ipsam corporis basim, atque adeo sustentatur; si linea directionis itaque cadat intra basim, corpus sustentatur.

Coroll. 30. Hinc centrum gravitatis est semper in plano corporis, quod deter-

determinatur per aciem prismatis triangularis, cui ita superpositum est corpus, ut quiescat liberum omni alia ex parte.

CoROLL. 31. Centro gravitatis non sustentato, pars una non habet pressionem contrariam alteri, cum utraque eadem directione versus tellurem accedere possit: centro gravitatis itaque non sustentato, neque corpus ipsum sustentatur, sed ruit; linea porro directionis intra basim corporis non cadente, centrum gravitatis fulcrum, cui innitatur, non habet, ut ruat itaque, necesse est.

SCHOL. 1. Corpus quodvis ita agere in planum extra se positum, quasi omnia ejus elementa in centro gravitatis essent collecta, deduxeram ex eo, quod vires agant in aliqua distantiarum ratione, spectatis autem distantiis corpus quodvis ita se habeat respectu plani extra se positi, quasi omnia ejus puncta in centro ipsius gravitatis essent collecta. Reipsa id ita se habere etiam respectu illorum plani punctorum, in quae actio elementorum corporis obliqua est, Tyro constructa figura facile sibi commonstrabit, si nempe

Tab. 1. Fig 7

assumtis in Tab. 1. Fig. 7. duobus elementis A, & B, quorum centrum gravitatis commune sit in C, assumserit punctum aliquod g, vel n, vel aliud quodcunque in plano Kn extra elementa posito, &, ductis ex singulis punctis A, B, ac C ad idem lineis rectis, consideraverit, quibus reipsa viribus singula in tale agant punctum; deprehendet siquidem in punctum e.g. g agi viribus Bg, Cg & Ag; atque hinc, cum Bg, & Ag sint reipsa tantum ut AK, & Bn (§. 19. Coroll. 1.), viribus solum Bn, Cg, & KA; & quia $AK + nB = 2Cg$, (§. 24.) ita agere duo ejusmodi elementa in punctum g intelliget, quasi in centro C essent collecta; cum itaque hoc de quovis binario elementorum

torum ostendi possit, & eodem modo ad ternarium extendatur, patebit Tyroni, corpus ita agere in quodvis plani extra se positi punctum, quasi omnia ipsius elementa essent in centro ejusdem gravitatis collecta. Sed & phaenomena ipsa evincunt, corpus quodvis gravitatis praecipue habita ratione ita agere, quasi in suo collectum esset gravitatis centro: qui enim fieri posset, ut sustentato gravitatis centro totum sustentetur corpus, quod experientia docet, nisi omnes corporis partes ita in tellurem, aut aliud tenderent corpus, quasi in centro suo gravitatis essent collectae? Qui fieret, duo ut in bilance, aut vecte, seu pertica rigida, & inflexili aequilibrata corpora ita se bilancis, aut perticae, ac ejus, qui hanc sustinet, respectu habeant, quasi utrumque in centro gravitatis ipsius bilancis, aut perticae esset applicatum, nisi vires corporis in ejusdem quasi centro gravitatis colligerentur?

Schol. 2. Contra ordinem methodicum (Coroll. 15.) ad §. 46. sequenti capite adferendum provoco, & ex eodem assummo, quod centrum gravitatis in sphaera, cujus massa per totum homogenea volumen est, cum centro voluminis congruat. Verum hujus veniam dabit lector benevolus: cum enim capite sequenti primo de determinando gravitatis centro agatur, etsi absolute potuissem, non volui tamen paragraphum citatum huc transferre, quia ad illum magis, quam ad hunc pertinet locum.

Tellurem dein nostram ad polos compressam, in aequatore vero protuberantem eliptoidis imitari figuram (Coroll. 18.) asserueram. Adeo compertum id habemus hodie, ut de eo Astronomorum, Physicorumque dubitet nemo. Primus, qui hanc detexerat veritatem, Richerus erat; cum enim is ano 1672. in Ca-

yenna ſub zona *torrida* jacente inſula obſervationibus Aſtronomicis daret operam, animadvertit horologium ſuum, quod Pariſiis ſingulis ſemel oſcillabat ſecundis, ibidem oſcillare lentius, ac diebus ſingulis 148. oſcillationibus abſolvere pauciores, quam abſolviſſet Pariſiis. Cum numeri oſcillationum dato tempore a pendulis peractarum, ſi longitudines ſint aequales, rationem directam ſubduplicatam virium acceleratricum ſequantur, ut oſtendunt mechanici, ex obſervato a ſe phaenomeno ad gravitatem in Cayenna inſula minorem, quam in urbe Pariſina concluſerat Richerus. Unde phaenomenon accurato digniſſimum examine ultro diſcuſſurus, attentione ſumma determinavit longitudinem penduli ſimplicis, quod ibidem ſingulis ſemel oſcillabat ſecundis, eandemque multiplici ſtabilitam experientia aeri inciſam ſecum Pariſios detulit, ubi accuratione ſumma inſtitutis
 ite-

iterum experimentis comperit: longitudinem penduli, quod in Cayenna insula ad singula oscillasset secunda, linea integra, & quarta *lineae* parte augeri debere, ut Parisiis quoque singulis oscillationem unam absolveret secundis. RICHERI observationes suis alii deinceps viri Clarissimi confirmarunt: BOUGUERIUS sub aequatore; HALLEJUS prope aequatorem; MAIRANUS sub latitudine 48°, 50 Parisiis; MAUPERTUISIUS Pelli sub lat. 66°, 48′; qui consensu maximo PEDEM HORARIUM, seu longitudinem penduli, quod semel singulis oscillat secundis, a polis versus aequatorem accedendo minui continuo debere deprehenderunt. * NEWTONUS porro, qui ex certis experimentis deducit, frigus, ac calorem in penduli longitudinem una sexta lineae parte majorem differentiam inducere non posse, satis ostendit,

* *Libr. 3. Princ. propos. 20.*

dit, longitudinem penduli a RICHERO in Cayenna insula aeri incisam non eo ex capite augeri Parisiis debuisse, quod ex zona torrida translata Parisios contracta frigore fuerit. Tuto itaque ad gravitatem ab aequatore versus polos accedendo crescentem ex eo concludere licet, quod pendulorum longitudines, ut Isochrona maneant, seu aequali oscillent tempore, augeri magis semper, & magis debeant, quo magis polos versus acceditur. Ex hac vero gravitatis in ratione reciproca duplicata distantiarum agentis inaequalitate physici, qui eam per motum vertiginis, id est circa axem in tellure explicant, ostendunt, ad eam concludendum esse telluris circa polos compressionem, quam NEWTONUS ex ipsa gravitatis theoria posito vertiginis motu calculo eruit. Eandem telluris ad polos compressionem, aequatorem vero protuberantiam multo ad-

huc

huc apertius evincunt dimensiones graduum meridiani, quas Academici Parisini, quorum alii in Americam, seu ad aequatorem anno 1735. alii vero anno 1736. in Laponiam profecti, quadrante fere circuli ab invicem distabant, suscepere, in America videlicet:* Godinius, Bouguerius, & Condaminius, in Laponia Maupertuisius, Clerautius, Monierius, & Camusius, quos Guthierius jam inde Parisiis, Celsius vero Professor Astronomiae Upsalensis ex Svecia comitati sunt, & qui post menses 18. in Aprili 1737. rediere; cum enim hi gradus meridiani polos versus crescere, ad aequatorem contra decrescere deprehenderint, extra dubium esse debet, curvedinem superficiei terrestris crescere aequatorem versus decrescere versus polos, & in his esse minimam. Tellurem autem ad

* Der Königl. Akad. der Wissenschaften in Paris Phys. Abhandl. 12. Th. 283. und 290. Seit.

ad aequatorem protuberantem ad polos compressam esse, quid aliud est, quam elliptoidis imitari figuram?

Eodem modo non sine ratione omnino evidenti asseritur, tellurem nostram non posse statui, massae per totum volumen homogeneae: ut enim taceam complura in hanc rem non ita plane obvia cuivis argumenta, illud neminem latere potest, in aequatore corpora omnia rariora multo esse debere, cum calor zonae torridae expandat corpora, quam sub polis, in quibus frigus continuum omnia adstringit, contrahitque corpora; secundo frequentissimi terrae motus quoque, qui in zona torrida sentiuntur, satis evidenter frequentes sub aequatore cavernas subterraneas ostendunt. Accedit, quod ipsa telluris superficies, seu exactius loquendo crusta exterior non ubique homogenea sit, non regiones tantum singulae alia, &

alia

alia habent soli strata, sed in eadem etiam regione, imo & in unius, ejusdemque loci territorio strata haec multum variant. Ultra crustam in viscera telluris altius progrediendo homogeneitatem pariter non deprehendi illum solum latere potest, qui neque tellurem penetravit altius, quam ipsa se aquis eluta apertam illi exhibuerit, nec discrimen productorum aut in ipsis telluris visceribus, aut certe ab his in superficiem terrae prodeundo enatorum contentus usu perpendit unquam.

Schol. 3. Dum duo in tellurem tendentia, aut versus eandem simul decidua (Coroll. 22.) consideraremus corpora, eaque, quae in praecedentibus deduximus Corollariis de duobus in se mutuo agentibus corporibus, ad massas tres applicaremus, ex viribus mutuis corporum gravitatis solum rationem eo ex capite habuimus, quod reliquarum virium attractiva-

rum

rum nempe, & repulſivarum, quae in minimis agunt diſtantiis, conſideratio in tribus maſſis eorum ſupponit cognitiones, quae a maxima Phyſicae ſtudentium parte exigi non poſſunt; illi vero, quibus ea omnia cognita ſunt, habito ſemel, quod maſſa quaevis ita agat in alteram, quaſi omnia ejus elementa in ejusdem centro gravitatis eſſent collecta, ſola directionis, & compoſitionis virium habita ratione cum aliquo Algebrae, ac geometriae ſubſidio eadem ſibi ipſis deducent facile.

Schol. 4. Ex Corollario 28, 29, & 31. plurimorum phaenomenorum reddi ratio phyſica poteſt: cur e. g. turres Piſana, & Colonienſis, etſi obliquos habeant ad horizontem axes, & ruinam minentur perpetuo, non ruant tamen; cur parietes novis ſuperſtructis fornicibus, aut parietibus, in partem reclinati non corruant, cur ubi periculum ſimili in caſu eſt, aut

par-

parietes novi penes antiquorum bases, ad has augendas, aedificentur, aut catenis, perticisque ferreis invicem necti parites soleant; cur quadrupedia, lento dum incedunt gressu, pedes alterne moveant, unum e. g. dextrum anteriorem, dein sinistrum posteriorem, & iterum sinistrum anteriorem, ac dextrum posteriorem, & sic porro, ubi vero duobus insistunt pedibus, totum ad eosdem reclinent corpus. Ex iisdem quoque Corollariis, cum (§. 32.) combinatis ratio habetur, cur aves dormientes capita sub alis recondant, volantes vero collum protendant; quare homines ambulantes, dum offendunt pedibus, proni ruant, nisi aut apprehenso aliquo substaculo, aut motu celeri corporis, aut denique manus etiam extensione in contrariam partem a lapsu restituant sese. Huc denique & argirtarum explicatus artis, dexteritatisque, similiaque pertinent, quae apud rudes, omnique

cen-

centri gravitatis theoria destitutos admirationem excitare consueverunt.

XXXVII. Quantitas motus in corpore quocunque, dum illud movetur nempe, aequatur facto ex celeritate centri gravitatis in massam corporis.

Si corpus quodvis ponatur moveri, atque adeo accedere, vel recedere respectu plani cujusdam, extra corpus assumti, est semper $\mp A \times M = st$ (§. 28. Coroll. 6.), sed tempus, quo centrum gravitatis corporis movetur, est aequale tempori, quo ipsum corpus movetur, &, si tempora sunt aequalia, spatia sunt ut celeritates (§. 9. Coroll. 2.) ergo pro A ponendo K, quod exprimat celeritatem centri, pro st vero, ſumma ſpatiorum omnium corporis partium, ſummam celeritatum, sC, ſeu quantitatem motus Q=sC, eſt K×M=Q, ſeu quantitas motus in corpore aequatur facto ex celeritate centri gravitatis in maſſam corporis.

Coroll. 1. MK = Q, ſed Q = P (§. 16. Coroll. 3.) ergo & MK = P.

Coroll. 2. MK = Q = P ergo K = $\frac{Q}{M} = \frac{P}{M}$ ſeu celeritas centri gravitatis, vel niſus ad eandem aequatur quantitati motus, aut preſſioni corporis diviſae per maſſam ejusdem.

Coroll. 3. Duo hinc corpora mota comparando inter ſe, eſt K : k = $\frac{Q}{M} : \frac{q}{m}$,

un-

unde, si $Q = q$, & $P = p$, $K : k = \frac{1}{M} : \frac{1}{m}$, si vero $M = m$, $K : k = Q : q = P : p$.

Coroll. 4. Et celeritas, & pressio cujusvis in corpore elementi eadem est cum celeritate, aut pressione centri gravitatis (§. 36. Coroll. 3, & 4.), ergo si celeritatem omnibus elementis communem, seu etiam pressionem dicamus C hoc pro K substituendo, est etiam $C = \frac{Q}{M} = \frac{P}{M}$, & $C : c = \frac{Q}{M} : \frac{q}{m}$, $= \frac{P}{M} : \frac{p}{m}$, unde posito $Q = q$, $P = p$, aut $M = m$, habetur, $C : c = \frac{1}{M} : \frac{1}{m}$, vel $C : c = Q : q$, $= m : M$, $= P : p$, & etiam $MC = Q$, $= P$.

Schol. 1. Cum quantitas motus semper sit, sicut pressio, quae aequali sive eadem vi elisa producitur, intulimus (Coroll. 1.) esse & $P = MK$, & $K:k = \frac{P}{M} : \frac{p}{m}$ (Coroll. 2.), & similia (Coroll. 3. & 4.), ubi denique dicitur esse $P = MC$ consideravimus itaque tum quoque celeritatem, quae pressione solum producta nulla reipsa habetur; verum, cum vis eadem, quae pressionem producit, si contraria actione non elideretur, celeritatem produceret, semper intensitas pressionis in singulis corporis elementis est proportionalis celeritati in iisdem producendae, quum contraria, & aequalis actio non adesset, pressionum vero, sicut & celeritatum dicta in hypothesi producendarum numerus, seu summa a numero elementorum, seu massa corporis dependet.

Schol. 2. Neque eo offendi quisquam debet, quod jam saepius hactenus centrum gravitatis cum corpore moveri, vimque aliquam persentiscere posse supposuerimus, etsi (§. 21. Coroll.) intulerimus, longe omnino esse probabilius, quod centrum gravitatis in corpore sit punctum aliquod spatii vacui corporis clausi volumine, quam esse punctum physicum, seu elementum aliquod corporis; metaphisici autem ostendant, spatium vacuum esse immobile, atque adeo dimoto ex loco, in quo ante fuit, corpore, jam aliud vacui punctum & ipsi respondere gravitatis centro, utpote in alia jam parte vacui posito corpore. Siquidem praeter id, quod explicatus major claritas hoc sibi deposcat assumtum, centrum gravitatis corpore moto ita se habet, quasi unacum corpore esset translatum, etsi enim post motum quamcunque exiguum aliud jam sit vacui punctum, in quod centrum gravitatis incidat, & istud tamen numediversum vacui punctum eodem se cum priori ad elementa corporis habet modo, consequenter ita est, quasi non esset variatum, cum centrum gravitatis illud sit nobis in corpore punctum, per quod si ducatur planum, summae distantiarum in partibus cis, & trans planum positis aequales sunt, (§. 21.), & in quovis eorpore, ac in quavis collectione in se mutuo agentium corporum detur aliquod, & quidem unicum gravitatis centrum, (§§. 27, 29, & 28. ac Coroll. ejusdem 5.), seu quiescant, seu moveantur corpora, habent semper centra gravitatis, quae eadem relatione ad ipsorum elementa determinantur.

Accedit, quod corpus motum singulis motus sui tempusculis succesivis, & infinite parvis aliud semper, & aliud habeat centro suo gravitatis respondens vacui punctum, atque adeo series haec punctorum, quae durante motu centro gravitatis successive respondebant, viam quasi aliquam puncti sui ubique vestigium relinquentis constituat; cum itaque relatio, quam centrum gravitatis in corpore ad ejusdem elementa habet, per hujus viae puncta succesive ipso corporis motu sit translata quasi, quid vetat, nos ponere centrum gravitatis moveri, vimque aliquam persentiscere? quemadmodum mathematici motu puncti sui ubique vestigium relinquentis lineam generari concipiunt, etsi punctum mathematicum aeque, ac spatium vacuum sit immobile.

CAPUT IV.

Problemata nonnulla de inveniendo gravitatis centro.

XXXVIII. PROBLEMA I. Centrum gravitatis punctorum quotcunque invenire.

Tab. I. Fig. 14. RESOLUTIO. Sint in fig. 14. Tab. I. puncta A, B, C, D, & E, A, & B, item D, & E jungantur rectis AB, & DE, puncta earundem media R, & W notentur ex R, dein ad C ducatur recta RC, haec seccetur in *S* in ratione reciproca, ut sit CS : SR = A + B : C, *S* denique cum W jungatur recta *S*W, quae secta in ratione reciproca numeri punctorum versus *W*, & *S* positorum, seu ita, ut sit *S*G : GW = D + E : A + B + C, dat punctum G, quod est centrum quaesitum punctis A, B, C, D, & E commune.

DEMONSTR. Eadem est, quam supra (§. 27.) pro corpore dedimus: ducto nimirum per G plano TH, demissisque ad illud ex punctis singulis normalibus CT, aB, Sb, Rd, Ap, De, Wg, & EH. Ex similitudine triangulorum SGb, & GWg deducitur, esse $Sb : Wg = SG : GW$, atque hinc, quia $SG : GW = D + E : A + B + C$, esse etiam $Sb : Wg = D + E : A + B + C$, & $Sb (A + B + C) = Wg (D + E)$. Unde cum $Sb (A + B + C)$ sit summa distantiarum punctorum A, B, & C a plano TH, (§. 26.), & $Wg (D + E)$ summa distantiarum D, & E ab eodem plano (§. 24.), habetur, $Ap + Ba + CT = De + EH$, consequenter TH esse planum aequalium distantiarum, & qunctum G, per quod ductum planum ita dividit corpus, ut summae distantiarum in partibus cis, & trans planum positis aequales sint, centrum gravitatis commune puncto-rum A, B, C, D, & E. Q. E. D.

Coroll. 1. Centrum itaque gravitatis commune quotcunque punctis invenitur, si primo bina quaevis jungantur lineis rectis, & centra gravitatis binorum quorumvis earundem rectarum intersectione determinata, aut invicem bina, & bina, aut puncto alicui tertio jungantur iterum rectis, quarum intersectio det centrum gravitatis punctis aut quatuor, aut tribus commune, & sic porro, donec ad duas puncta omnia reducantur collectiones suo singulas praeditas gravitatis centro; haec duo denique centra jungantur recta, eaque secetur in ratione reciproca numeri punctorum utrinque positorum.

Coroll. 2. Elementa corporum singula punctorum instar sunt; corporis vero cujusvis massam in suo collectam centro gravitatis ponere, atque hinc corpus ip-

ipſum puncti inſtar habere licet. (§. 28. Coroll. 2.) eadem itaque in problemate allata methodo invenire licet etiam centrum gravitatis tam particulare ſingulorum, quam commune quotcunque in ſe mutuo agentium corporum, modo, ſicut habita eſt in problemate numeri punctorum, ita & maſſarum habeatur ratio. Idem ad quantitates geometricas quoque extendendum eſt denique.

XXXIX. PROBLEMA 2. Centrum gravitatis rectae invenire.

RESOLUTIO. Sit Tab. 1. Fig. 15. recta AB, biſecetur in C, erit C centrum gravitatis rectae AB. *Tab. 1. Fig. 15.*

DEMONSTR. Ducatur per C planum DE, & ex A, ac B demittantur ad illud perpendicula AE, & BD, Triangula ACE, & BCD ſunt,

ob

ob angulos in C verticales, in D, & E rectos, ac in A & B alternos internos parallelarum, latusque AC = BC, aequalia, ergo & AE = BD, quae ſunt diſtantiae punctorum A, & B a plano DE; bina autem quaevis T, & G in AC, & BC accepta puncta correſpondentia aequidiſtant a C, cum AB ſit in C biſſectum, ergo & binorum quorumvis punctorum correſpondentium T, & G in AC, & BC acceptorum diſtantiae TL, & GM a plano DE eodem modo demonſtrantur aequales: ſunt vero AC, & BC ex conſtructione aequalia, atque adeo numerus punctorum correſpondentium idem utrinque, & ſi binae quaevis homologae duarum quantitatum partes ae-

qua-

quales ſunt, totae etiam quantitates aequantur inter ſe, argo *Summa* omnium diſtantiarum in partibus *AC* a plano DE eſt aequalis *Summae* diſtantiarum, quas partes de *BC* habent ab eodem plano DE; eſt itaque DE planum aequalium diſtantiarum (§. 22.) ſed DE tranſit per C, & punctum, per quod ſi ducatur planum, ſummae diſtantiarum in partibus cis, & trans planum poſitis aequales ſunt, centrum gravitatis dicimus (§. 21.) ergo C eſt centrum gravitatis rectae *AB*. Q. E. D.

Coroll. 1. Centrum itaque gravitatis lineae rectae eſt punctum ejusdem medium.

Coroll. 2. Ergo e ſeriei elementorum rectilineae, & homogeneae per totum

tum, ſeu in qua elementa in aequalibus ab invicem diſtantiis cohaerent, centrum gravitatis eſt punctum ejusdem medium, quod, ſi numerus elementorum fuerit impar, erit unum ex ipſis elementis.

Schol. In problemate hoc lineam rectam, & in ſequentibus perimetros ſigurarum nonnullarum, uti &, areas earundem, ac denique ſolida mathematica ita tractamus, quaſi corpora eſſent phyſica, proprietatibusque eorundem praedita gravitarent etiam, etſi in re ipſa iliud non ſint, quam extenſiones abſtractae, aut unius ſolum, aut duarum, vel trium etiam dimenſionum; cum enim lineas ex lineolis aliis infinite parvis, ſeu quarum longitudo evaneſcat, ſuperſicies ex ſuperſiciebus evaneſcentis latitudinis, ſolida denique ex Solidis, quarum altitudines, ſeu profunditates ſint infinite parvae, ſive in evaneſcentia, compoſita velut ex elementis corpora concipere liceat; haec vero quantitatum geometricarum quasi elementa, si non aliter, saltem, quatenus in iisdem simili modo, sive homogenea cohaerentia concipere possumus elementa physica, gravia concipere licebit. Cl. Scherfferus eandem facit animadversionem: „ Etsi quantitates, inquit, geo„ metricae ideales modo sint, nihilque „ proprietatum corporum naturalium par„ ticipent, concipi tamen possunt, con„ stare certis elementis, in quae vires „ eodem modo agant, ac in particulas „ corporum gravitas; & in hac hypo„ thesi, etsi mere geometrica sit, necesse „ est, ut habeatur aliquod punctum cir„ ca quod Summa momentorum omnium „ elementorum aequalis sit. Unde non „ aliter loquemur de hisce quantitatibus, „ quam si reapse graves forent.*

XL.

* Instit. Mech. Part. I. Cap. 2. Art. 2. pag. 50. Nro. 107.

XL. Problema 3. Duarum parallelarum invenire centrum gravitatis.

Tab. ead. Fig. 16. Resolut. Sint in Tab. ead. Fig. 16. parallelae AB, & DE, bisecentur in C, & F, duo haec puncta jungantur linea recta CF, quae ita secetur in i, ut sit iF : iC = AB : DE, seu secetur in ratione reciproca ipsarum parallelarum, erit i centrum gravitatis commune harum duarum parallelarum.

Demonstr. Ducatur per i planum ME, ad quod e punctis A, C, B, F, & D demittantur perpendicula AM, CL, BI, eF, & DN, per C denique ducatur recta po plano ME parallela, producaturque AM, usque

que dum in p occurrat rectae op, ob $CL = oI$, $= Mp$, & ob aequalitatem triangulorum pCA, & BCo, facile ostenditur $2CL = BI + AM$ (vid. demonstr. §. 24.), & quia idem de aliis quibusvis correspondentibus lineae AB punctis eodem modo demonstratur, Summa omnium distantiarum partium rectae AB a plano ME est $= CL \times AB$, quemadmodum (§. 28.) ostendimus, summam distantiarum omnium corporis partium esse factum ex distantia centri gravitatis in massam corporis; simili ratione demonstratur quoque, $eF \times DE$ esse Summam distantiarum partium omnium de DE a plano ME; sunt autem triangula LCi, & Fei, ob angulos in i verticales, in L, & e rectos, C, & F vero alternos parallelarum, similia, atque adeo $CL : eF = iC : Fi$, & quia ex constructione $iC : iF = DE : AB$, est etiam $CL : eF = DE : AB$, unde habetur aequatio $CL \times AB = eF \times DE$, seu summae distantiarum cis, & trans planum ME positarum partium aequales, est ergo ME planum aequalium distantiarum (§. 22.) & punctum i centrum gravitatis commune de AB, & DE, (§. 21.) Q. E. D.

Coroll. I. Centrum ergo gravitatis duarum parallelarum invenitur, si puncta bisectionis earundem jungantur linea recta, & haec secetur in ratione reciproca ipsarum parallelarum.

Coroll.

Coroll. 2. Patet hinc, qua ratione plurium etiam, quam duarum parallelarum, centrum gravitatis commune possit inveniri, dicta videlicet ratione invenitur centrum gravitatis duarum quarumvis, & conjunctis duobus centris, quorum quodvis centrum duarum est, recta eadem jungens secatur in ratione reciproca, punctum intersectionis est centrum gravitatis commune 4 parallelarum, quo per lineam rectam juncto cum centro duarum aliarum parallelarum, eademque recta secta in ratione reciproca, habetur centrum gravitatis sex parallelarum, qua methodo continuata quotcunque, & quocunque situ positarum parallelarum centrum gravitatis commune invenitur (§. 38. Coroll. 2.)

Coroll. 3. Si itaque dentur Series sive duae, sive etiam plures parallelae in quibus elementa corporum physicorum homogenee, seu eodem modo disposita sint, series nimirum elementorum homogeneae, & parallelae, earundem binarum quarumvis centrum gravitatis commune invenitur, si bisecentur singulae, & recta puncta intersectionis jungens secetur in ratione reciproca massarum; haec vero puncta dein successive bina, & bina jungendo, ac eodem modo secando invenitur centrum gravitatis omnibus seriebus commune (§. 38. Coroll. 2.)

Coroll. 4. Cum parallelae solo situ, quem ad invicem habent, differant ab aliis rectis non parallelis, patet quoque, qua rarione duarum rectarum AB, & DE, Tab. 2. Fig. 18, quae parallelae non sint, sed productae saltem alicubi concurrant, centrum gravitatis commune possit inveniri, siquidem singulis in C, & F bisectis, & recta CF puncta bisectionis, quae centra rectarum particularia sunt,

Tab. 2. Fig. 18.

(§. 39.

(§. 39. Coroll.), jungente, secta in ratione reciproca linearum AB, & DE, obtinetur punctum *i*, quod centrum gravitatia commune rectarum AB, & DE esse, ducto per *i* plano NK, demissisque ad hoc perpendiculis AQ, *m*C, BL, EI, *o* F, & DP eodem, quo supra id de parallelis ostendimus, modo facile demonstratur.

Coroll. 5. Ex quo patet quoque methodus inveniendi centrum gravitatis plurium, quam duarum rectarum non parallelarum, ejusdemque demonstratio: inventum enim duarum centrum jungendum est linea recta cum centro tertiae, aut aliarum duarum itidem invento, recta dein haec secanda in ratione reciproca, punctum intersectionis erit centrum trium, vel quatuor rectarum, qua methodo continuata plurium etiam rectarum non parallelarum invenitur centrum gravitatis (§. 38. Coroll. 2.)

Schol. 1. Poſtquam quantitates geometricas inſtar corporum phyſicorum graves conſiderae licet, (§. praec. Schol.), ea quoque omnia, quae (Cap. 2.) de centro gravitatis commonſtravimus, ad quantitates gemetricas extendere licebit; ſumma hinc diſtantiarum, quas omnes ſimul partes quantitatis geometricae a plano extra ſe poſito habent, aequalis eſt facto ex diſtantia centri gravitatis in ipſam quantitatem geometricam, & totam quantitatem geometricam in ſuo collectam, & quaſi compenetratam centro ponere tuto poſſumus (§. 28. & ſeq. ac Coroll.). Quodſi autem haec, ſimiliaque, citato loco commonſtrata, ad geometricas transferre quantitates integrum nobis eſt, extra dubium quoque ponitur, quod, ſi duarum quantitatum geometricarum particularia gravitatis centra jungantur, & recta eadem jungens ſecetur in ratione reciproca

ipſa-

ipſarum quantitatum, inveniatur centrum gravitatis commune duabus quantitatibus, &, ſi hoc jungatur cum centro tertiae, aut communi aliis daabus, centrum gravitatis commune tribus, aut etiam quatuor quantitatibus determinetur: verbo denique, quod eodem modo, qui ex (§. 38.) deducitur, inveniatur quoque centrum gravitatis commune pluribus quantitatibus geometricis, ſi centra particularia primum, dein vero centra binis, aut ternis communia jungantur lineis rectis, quae in ratione reciproca earundem quantitatum geometricarum ſecentur.

Schol. 2. Demonſtratio allati problematis, ut patet, non pro eo ſolum caſu valet, quo planum ME cum una ex parallelis concurrit, verum pro eo quoque, in quo planum ME cum neutra parallelarum, niſi producta concurrit, ut in Fig. 18. Tab. 2. planum NK cum DE

producto concurreret, in hoc siquidem casu demonstratio, ut tentanti patebit illico, nihil mutatur. At, si planum ME (Fig. 16. Tab. 1.) alterutram, aut utramque
Tab. 2. Fig. 17. secet, ut in Fig. 17. Tab. 2. videre est in plano KN, nisi quis ea, quae (§. 24. Schol. 1.) diximus, huic casui applicare velit, demonstratio, ut expeditior evadat, paululum mutanda erit, & duae lineae AB & DE instar trium considerandae venient, quarum una AB in C, altera DO in P, tertia vero OE in *S* habeat centrum gravitatis; nihil siquidem vetat concipere rectam quamvis seu magnam, sive parvam, ut compositam ex duabus, vel pluribus minoribus rectis, quarum omnium longitudines simul sumtae, rectam illam constituant. Juxta methodum (Coroll. 2, & 3.) datam junctis primum P, & C recta PC, eaque in ratione reciproca rectarum AB, & DO secta in R, habebitur R centrum gravitatis commune

de

de AB, & DO, hoc juncto cum S per rectam RS, & hac secta iterum in ratione reciproca, seu ita, ut sit RG : GS = OE : AB + DO, invenitur G idem omnino punctum pro centro gravitatis rectarum AB, & DE, quod in Fig. 16. Tab. 1. erat punctum i; hoc autem esse reipsa centrum gravitatis earundem facile demonstratur, siquidem demonstratione (§. praec. Coroll. 2.) id evincitur. Licebit autem idem sic quoque demonstrare, RL (AB + DO) est Summa distantiarum AB, & DO a plano KN (§. 33. part. 1. Coroll. 1.), & SU × OE Summa distantiarum OE ab eodem plano (§. 28.), quo posito, cum ob similitudinem triangulorum RGL, & GSU, sit LR : SU = RG : GS, est quoque LR : SU = OE : AB + DO, atque adeo LR (AB + DO) = SU × OE, & NK planum aequalium distantiarum, unde jam consequitur, G esse centrum gravitatis de AB, & DE.

XLI. PROBLEMA 4. Invenire centrum gravitatis perimetri triangularis.

RESOLUT, Sit Tab. ead. Fig. 19. triangulum *ABC* bisecentur singula latera in D, E, & F, erunt haec tria puncta centra tria particularia laterum AB, AC, & BC, (§. 39. Coroll. 1.), jungantur dein D, & E recta DE, haec secetur in H in ratione reciproca ipsorum laterum *AB*, & AC, erit H centrum gravitatis commune eorundem laterum (§.40. Coroll.), centrum denique H cum F jungatur recta *HF*, quae in puncto aliquo G ita secetur, ut sit HG : GF = BC : AB + AC, seu in ratione reciproca summae laterum duorum ad latus tertium, habebitur G

Tab. ead. Fig. 19.

cen-

centrum gravitatis commune tribus lateribus AB, AC, & BC, ſeu perimetri triangularis.

Demonstr. Ducatur per G planum aliquod KN, quod ſecet latera AB, & AC in *e* & *f*; demonſtrationis gratia nihil vetat, concipere latus AB compoſitum ex A*e*, & *e*B, latus vero AC ex A*f*, & *f*C, centra gravitatis harum 4. rectarum (per Probl. 1. Coroll. 1.) erunt I, *a*, L, & R, L, & I jungantur recta. LI, punctum hujus M erit centrum de A*e*, & A*f*, (§. 40. Coroll. 4.), eodem modo recta *a* cum F jungens ſecta in W in ratione reciproca *e*B : BC, dat W centrum gravitatis de *e*B, & BC, & recta jungens W cum R, ac in g ſecta reciproce ut

*f*C:

$fC : eB + BC$ dat g centrum gravitatis commune de eB, BC, & Cf (§. 40. Coroll. 4. & 5.) g denique jungens recta cum M dat centrum G idem, quod in resolutione invenimus, commune rectis Ae, Af, eB, BC, & Cf, sive AB, AC, & BC, si secetur in ratione reciproca, seu ita, ut sit $GM : Gg = BC + Be + fC ; Ae + Af$, ex punctis A, L, M, I, B, a, W, g, F, R, & C ducantur ad KN perpendicula AZ, LS, Mx, &c. $LS \times Af$ est summa distantiarum rectae Af, $IO \times Ae$, Summa distantiarum Ae, & Mx, $(Af + Ae) = LS \times Af + IO \times Ae$, Summa distantiarum Af, & Ae a plano KN; eodem modo $ab \times Be$ Summa distantiarum Be,

FT,

FT, $\times$ BC Summa de BC, RQ $\times$ C*f* Summa de C*f*, W*y* (BC + B*e*) = *ab* $\times$ B*e* + FT $\times$ BC, Summa distantiarum BC, & B*e*, denique *g*U (BC + B*e* + C*f*) = W*y* (BC + B*e*) + C*f* $\times$ RQ = BC $\times$ FT + B*e* $\times$ *ab* + C*f* + RQ, est Summa distantiarum trium rectarum BC, B*e*, & C*f* ab eodem plano KN (§§. 28. & 33. part. 1. & 2. ac Coroll.) quae (§. praec. Schol. 1.) ad quantitates geometricas extendimus: sed triangula U*g*G, & *x*GM sunt similia, habent enim angulos in U, & *x* rectos, in G verticales, in *g* vero, & M alternos parallelarum, atque adeo M*x* : *g*U = MG : G*g*, & quia MG : G*g* = BC + B*e* + C*f* : A*e* + A*f* ex constructione, est quoque M*x* : *g*U =

BC

BC + Be + Cf : Ae + Af, ergo Mx (Ae + Af) = gU (BC + Be + Cf), unde habetur esse NK planum aequalium distantiarum respectu perimetri triangularis ABC (§. 22.): ex quo denique consequitur G esse ejusdem perimetri centrum gravitatis, (§. 21.). Q. E. D.

COROLL. 1. Perimetri itaque triangularis *centrum* gravitatis invenitur, si inventis singulorum laterum centris, centra gravitatis duorum jungantur linea recta, haec vero secetur in ratione reciproca eorundem laterum, punctum intersectionis jungatur *eum centro tertii lateris*, & recta eadem jungens *secetur* in ratione reciproca Summae duorum ad latus tertium.

COROLL. 2. Eadem methodo invenitur itaque centrum gravitatis *seriei triangu-*

angularis elementorum, quae per trianguli alicujus perimetrum homogenee ſint diſpoſita, ſeu centrum gravitatis trianguli, cujus latera ex elementis cohaerentibus ſint conflata, maſſasque habeant per totum homogeneas.

Coroll. 3. Ex quo deducitur quoque, quod eadem methodo paucis immutatis inveniatur quoque centrum gravitatis ſeriei triangularis elementorum, etſi etiam non omnia tria latera habeant maſſas inter ſe homogeneas, modo ſingula latera per totam ſuam longitudinem homogeneam habeant maſſam, aut ſaltem conſtet, qua parte longitudinis homogenea, qua vero heterogenea ſit elementorum conſociatio, & in determinando gravitatis centro, ſeu interſectionibus rectarum ratio maſſarum reciproca non negligatur. (vid. §. 38. Coroll. 2.)

SCHOL. 1. Planum NK per G inventum gravitatis centrum, consulto ita duximus, duo ut, tot nempe, quot in triangulo potest, secaret latera, cum per omnia tria latera transire planum non possit, nisi totum in eodem cum triangulo jaceat plano, aut secto uno latere, per angulum eidem oppositum transeat, qui casus pro intersectionibus haberi, stricte loquendo, non possunt, consulto inquam ita duximus planum NK, duo ut secaret trianguli latera, etsi necessarium non fuisset, cum ita etiam duci potuisset, ut transiens per angulum unum e. g. C Latus AB alicubi secuisset in D, ut Fig. 20. exhibet; quo initiantibus ostenderemus demonstrationis methodum pro illo quoque casu, quo per inventum gravitatis centrum aliud planum, quam quod duo perimetri latera intersecet, ducere non liceret, & ut viderent una, non solum hoc, aut illud per gravitatis centrum ductum, quo demonstraſtratio facilior evadit; Verum quodvis etiam planum, quod per centrum gravitatis tranſeat, aequalium eſſe diſtantiarum. Quodſi planum NK per centrum gravitatis G ductum tranſeat per angulum unum C, & ſecet latus oppoſitum alicubi in D; ſicut in Fig. 20, Tab. ejusdem, planum NK tranſiens per *i* ſecat angulum C, & latus AB eidem oppoſitum in D; biſectis in O, & Q hujus lateris partibus, O & E, Q, & F junguntur rectis EO, & TQ, quae ſectae in tatione reciproca dant centra gravitatis W pro BC, & BD, & X pro AC, & AD, quae ſi jungantur recta XW, eaque ſecetur in ratione reciproca habetur *i* idem, quod methodo (Coroll. 1) allata invenitur, quo habito ductis more ſolito perpendiculis demonſtratio conficitur, quae uſui eſt pro iis polygonis, in quibus planum per centrum gravitatis ductum ſecat angulum unum cum latere oppoſito.

Tab. 2. *Fig* 20.

N Schol.

Schol. 2. Si quis comonstraturus, punctum G methodo allata inventum esse reipsa centrum gravitatis, demonstratione ad ipsam in definitione centri (§. 21.) datam proprietatem deducente uti non vellet, neque de puncto invento G commonstrare primum, quod ductum per illud planum ita dividat corpus, ut summae distantiarum cis, & trans planum positarum partium sint aequales, & ex hac proprietate ejusdem puncti ad id concludere demum, quod sit centrum gravitatis; is demonstrationem ex eo ducere poterit, quod centrum gravitatis commune sit in linea recta centra particularia jungente, habeatque distantias a centris particularibus massis reciprocas (§. 31. & 32.) & sic argumentari: H est in linea recta centra particularia E, & D jungente, habetque ab iisdem distantias ex constructione rectis AB, & AC reciprocas, ergo est centrum gra-

gravitatis commune de AB, & AC, easdem proprietates habet punctum G respectu H, & F, ergo G est commune gravitatis centrum rectarum AB, AC, & BC, seu perimetri triangularis.

Schol. 3. Punctum G in resolutione problematis inventum idem omnino esse cum eo, quod methodo in demonstratione adhibita deprehendimus, in dubium vocabit nemo, siquidem constructio figurae pro utraque methodo facta id ostendit evidenter, & rectarum tam positio, quam magnitudo eadem persistens tum quoque, quum rectae ex pluribus minoribus compositae concipiuntur, evincit centrum gravitatis, quod a situ, & magnitudine rectarum, quemadmodum in corporibus a situ, & multitudine elementorum dependet, manere invariatum, sive hoc, sive alio inventum ordine. Quibus & illud accedit, quod, cum centrum gravitatis utraque inventum methodo demonſtrari poſſit, ut ex demonſtratione data, & Scholio praecedenti patet, ſi utraque methodo non unum, idemque inveniretur centrum, duo in eodem corpore, aut corporum collectione centra gravitatis eſſe deberent, quod (§. 29.) impoſſibile oſtenditur.

XLII. Problema 5. Centrum gravitatis perimetri figurae alicujus rectilineae, & polygonae invenire.

Tab. 2. Fig. 21. Resolut. Sit Tab. 2. Fig. 21. quadrilaterum irregulare ABCD, biſecentur latera in M, H, E, & X, M, & X, H, & E jungantur rectis MX, & EH, quae ſecentur in ratione reciproca laterum in *c*, & *d*, denique recta *cd*, ſecetur in G iterum in ratione reciproca, ſeu ita, ut ſit *c*G:

G d

$Gd = BC + CD : AB + AD$, erit G centrum gravitatis perimetri AB CD.

Demonstr. Ducto per G plano NK, quod latera AD, & BC ſecet alicubi in X, & Y, biſectis in O, P, L, & F partibus horum laterum ſingulis inveniantur methodo in demonſtratione (§. praec.) allata, ductis nimirum rectis LM, & EF, primo centra *a*, & *e*, ex his dein ad O, & P ducantur rectae *a*O, & *e*P, quae ſectae in ratione reciproca dabunt centra gravitatis *b*, & *f*, illud lineis AX, AB, BY, hoc vero XD, DC, & CY commune, denique recta *fb* ſecta in ratione reciproca dabit punctum G idem cum eo, quod in reſolutione problematis inventum est: (vid. §. praec. Schol, 3.) esse autem G centrum gravitatis demissis ad planum NK perpendiculis (ut in demonstr. §. praec.) ostenditur. Potest & illa huc applicari demonstratio, quam (§. praec. Schol. 2.) attulimus. Q. E. D.

Coroll. I. Perimetri itaque figurae quadrilaterae cujuscunque centrum gravitatis invenitur, si puncta bisectionis laterum bina, & bina jungantur lineis rectis, hae vero secentur in ratione reciproca illorum duorum laterum, quorum centra gravitatis jungunt, puncta denique intersectionis harum rectarum jungantur iterum linea recta, & haec secetur in ratione reciproca laterum, quorum centra gravitatis communia jungit, ipsum nempe hoc intersectionis punctum est centrum gravitatis quaesitum.

Coroll. 2. Ex quo patet, qua ratione perimetri plurium etiam laterum, quam quatuor, seu pari, seu impari sint numero, inveniri centrum gravitatis possit, cum etiam pro tribus lateribus methodum (§. praec. & Coroll. 1.) expressimus: nihil aliud enim praestandum, quam methodus hactenus exposita continuanda venit.

Coroll. 3. Eodem itaque modo invenitur etiam centrum gravitatis perimetri quotcunque laterum, in quibus elementa corporum homogeneam habeant combinationem, aut in omnibus, aut in singulis per totam longitudinem eandem, aut de quibus constet saltem, quousque eadem obtineat combinatio, & ubi incipiat alia, modo propter ipsam hanc elementorum combinationem massarum quoque in singulis lateribus habeatur *ratio*.

SCHOL. 1. In problematis resolutione quadrilaterum irregulare, & quidem trapezium assumsimus eo ex capite, quod parallelogrami, quadratique perfecti centrum gravitatis & invenire, & inventum demonstrare omni omnino careat difficultate; si enim, ut Tab. 2. Fig. 22. & 23 ostendunt, bisectis lateribus singulis & punctis mediis binorum, aut oppositorum, aut concurrentium junctis rectae eadem jungentes secentur in ratione reciproca laterum, quorum jungunt puncta media, & puncta intersectionis earundem iterum jungantur recta, haec vero bisecetur, habetur centrum gravitatis perimetri quadrati, aut parallelogrammi, immo si, ut Fig. 23. exhibet, laterum oppositorum puncta media rectis jungantur, hae ipsa sui intersactione mutua determinant centrum gravitatis quaesitum. Demonstratio porro inventi hac ratione centri gravitatis minus adhuc difficultatis ha-

Tab. 2. Fig 22. & 23

habet; poſtquam enim ex Geometria habemus, quod quacunque per tale punctum G ducta recta, vel plano NK, tota in duas partes aequales dividatur figura, demonſtratum quoque eſt, ſummas omnium diſtantiarum, ſive omnium perpendiculorum HP, AG, IO &c. ex punctis laterum cis, & trans planum poſitorum ad planum NK ductorum aequales eſſe, conſequenter eſſe G centrum gravitatis quaeſitum. (§. 21.)

Schol. 2. Absque ulteriori demonſtratione patet methodo eadem, quam ſupra in problemate dedimus, repetita centrum gravitatis perimetri non tantum quatuor, ſed quotcunque etiam laterum inveniri poſſe, exempli gratia perimetrum ABCDEFHLA Tab. ead. Fig. 24. adfero, cujus latera in O, P, Q, R, S, U, I, & M biſecta ope rectarum MO, PQ, RS, & UI ſunt conjuncta, hae ve- *Tab. ead. Fig. 24.*

ro rectae in *e*, Z, *b*, & *d* sectae in ratione reciproca laterum, quorum jungunt centra, dant centra gravitatis *e*, Z, *b*, & *d* binis, & binis lateribus communia, ex *b*, ad Z, & ex *d* ad *e* pariter ducuntur rectae, qarum quaevis in *f*, & *a* secetur in ratione reciproca, quae puncta si jungantur recta *af*, haec vero secetur in ratione reciproca, seu ita, ut sit *f*G : *a*G = BC + CD + DE + EF : AB + AL + LH + HF, dat punctum G centrum gravitatis perimetri dati. Demonstratio eundem in modum conficitur, quo eandem pro centro gravitatis perimetri triangularis construximus (§. 41.). Poterit autem & illa servire, quam (in Schol. 2. ejusd. §.) attulimus. Unde superfluum existimo pluribus de inveniendo perimetri figurarum lineis rectis clausarum, etsi irregularium, gravitatis centro tractare. De figurarum regularium perimetris solum breviter adhuc dicam aliquid.

XLIII.

XLIII. Theorema. 13. In figura quacunque regulari centrum gravitatis perimetri congruit cum centro perimetri, quod, si placet, distinctionis gratia centrum geometricum, vel sine addito, centrum dicere possumus.

Constr. Sit demonstrationis caussa ex figuris regularibus e.g. hexagonum *ABCDEFA* Tab. 2. Fig. 25., sit ejus centrum, geometricum nempe, G, si ostensum fuerit, G esse simul centrum gravitatis ejusdem perimetri ABCDEFA, patebit una propositum quoque. Ducatur per G planum quodcunque NK, quod perimetrum secet in *i*, & *q*, & demittantur ex I, L, B &c. perpendicula, quae producta occur- *Tab. 2. Fig. 25.*

rant

rant iterum perimetro in punctis respondentibus T, U, E, S, &c.

Demonstr. In Geometria ostenditur, quod recta in figura regulari ex perimetri puncto uno per centrum figurae ad oppositum perimetri punctum ducta, figuram in duas partes aequales devidat, ergo $iABCq = qDEFi$, sed spatia haec consurgunt ex perpendiculis Ai, Il, Lm, Mo, &c. seu, si malis, ex parallelogrammis, quarum latitudo evanescens, longitudo vero aequalis longitudini dictorum perpendiculorum, illa perpendiculis his aequari faciat; perpendicula vero haec sunt distantiae punctorum perimetri a plano NK, ergo Summae

di-

distantiarum in partibus perimetri cis, & trans planum NK positis sunt aequales, & NK per G ductum est planum aequalium distantiarum, (§§. 22.), consequenter G centrum gravitatis perimetri ABCDEFA hexagoni regularis (§. 21.). Idem vero eodem modo de quavis alia figura regulari demonstratur, ergo in figura regulari centrum gravitatis perimetri congruit cum centro perimetri, quod, si placet, distinctionis gratia centrum geometricum, vel, sine addito, centrum dicere possumus. Q. E. D.

Coroll. 1. Invenitur itaque centrum gravitatis perimetri figurae regularis, si inveniatur ejusdem figurae centrum, nempe geometricum; demonstratio

vero

vero habetur, si demonstratio nunc allata polygono regulari dato accomodetur.

Coroll. 2. Recta in circulo ab una peripheriae parte ad oppositam per centrum circuli ducta diameter circuli geometris dicitur, demonstraturque, circulum in duas partes aequales inter se dividere, atque hinc diametro pro axe abscissarum assumta Summae ordinatarum omnium cis, & trans axem aequales sunt, cum singulae singulis correspondentibus aequentur; si itaque Tab. 2. Fig. 26. per centrum circuli A B D e A ducatur planum quodcunque NK, assumanturque ordinatae perpendiculares, ut ipsas punctorum peripheriae exhibeant distantias a plano, summae distantiarum cis, & trans planum positarum partium peripheriae aequales semper sunt, atque adeo planum per centrum circuli ductum respectu peripheriae aequalium distantiarum (§. 22.),

Tab. 2. Fig. 26.

&,

&, quia variatis planis ſolum centrum manet in omnibus, centrum circuli ſimul eſt centrum gravitatis peripheriae (§. 21.).

Coroll. 3. De elipſi quoque oſtenditur Fig. 27. Tab. 2. in geometria, quod ducta quacunque per centrum C recta, ſeu diametro, in duas partes aequales dividatur; itaque eodem, quo in circulo, modo, & perimetri elipſeos centrum gravitatis ipſum elipſeos centrum eſt. Tab. 2. Fig. 27.

Coroll. 4. Quod de figuris regularibus oſtendimus, ad figuras etiam ſymmetricas ſolum pertinet; cum enim in his latera oppoſita ſint parallela, & aequalia, patet, centrum gravitatis duorum laterum oppoſitorum in figura tali eſſe punctum medium rectae, quae media ipſorum laterum puncta jungit; (§. 40, & Coroll.), unde, cum in Geometria oſtendatur, lineas has in figura ſymmetrica mutuo ſe in eodem puncto biſariam ſecare, in his

quo.

quoque figuris, etsi regulares simul non sint, habetur aliquod quasi centrum, cujus binae semper ab angulis, aut lateribus oppositis distantiae aequentur inter se, quod ipsum (vi th.) centrum gravitatis perimetri *Symmetrici* esse debet.

Coroll. 5. Quod de perimetro figurae regularis, circuli item, ac elipseos ostenditur, ad perimetrum quoque regularem, in quo ea, quam hactenus ponere consuevimus, elementorum sit dispositio, extendendum erit.

Schol. 1. Attendenti patebit, demonstrationem non ad eas solum se extendere figuras regulares, quibus numerus laterum sit par, sed ad illas quoque, in quibus impar est laterum numerus, siquidem in tali etiam regulari polygono quocunque per centrum G, geometricum nempe, figurae ductum planum totam in partes duas aequales partitur figuram uno hoc a polygonis, quorum numerus laterum par, discrimine, quod, ubi impar est laterum numerus, omnis quidem recta, seu planum per centrum transiens eandem duas in partes aequales, at non etiam similes dividat, nisi una per aliquem polygoni transeat angulum, ut Tab. 2. Fig. 29 exhibet, ubi contra numerus laterum est par, partes tales duae, & aequales, & similes sint semper. *Tab. 2. Fig. 29.*

Schol. 2. *Demonstrato*, quod methodo in praecedentibus data inventum perimetri gravitatis centrum in figura regulari sit simul centrum, geometricum nempe, ut alioquin intelligitur, theorematis allati veritas pro demonstrata haberi debet quoque; & hujus itaque demonstrationis specimen proponam. Sit Tab. 2. Fig. 28. hexagonum iterum regulare A B C D E F A, bisectis in I, L, M, N, O, & H ejusdem lateribus, jungantur *Tab. end. Fig. 28.*

H, & I recta, hujus punctum medium *a* erit centrum laterum AB, & AF, (§. 40. Coroll. 4.) *a* cum L jungatur iterum linea recta, & haec secetur in *b* in ratione reciproca, seu ita, ut sit *ab* : *b*L = BC : AB + AF = 1 : 2, cum polygona regularia latera habeant aequalia, erit *b* centrum gravitatis laterum AB, AF, & BC, (§. cit. Coroll. 5.), eodem modo sit determinatum *e* centrum gravitatis laterum CD, DE, & EF, *e* denique, & *b* jungantur recta *eb*, haec vero bisecetur in G, erit G centrum gravitatis perimetri hexagoni regularis. (vid. §. 32. Coroll. 2. vel §. 40. Coroll. 2.). Hoc porro perimetri centrum gravitatis cum ejusdem centro, geometrico nempe, congruere, sic ostendi paucis potest: Ducantur ex G ad angulos A, B, D, vel alios quoscunque rectae GA, GB, GD, &c. cum polygonum ABCDEFA ex hypothesi sit regulare, atque adeo latera, & angulos omnes aequaquales habeat, bina quaevis perimetri puncta correspondentia aequaliter disposita, & situata esse debent; si itaque G est centrum gravitatis polygoni hujus, & ducatur per G planum quodcunque HM, erunt summae distantiarum in partibus perimetri cis, & trans planum HM positis aequales; (§. 21.), debebunt itaque & bina quaevis correspondentia puncta A, & D, I, & N, B, & E, L, & O &c. utpote aequalia aequales habere, & a plano HM, & per consequens etiam a G distantias, consequenter esse AG = GD, IG = GN, &c. unde, quia ex natura polygoni regularis puncta omnia similia eundem, & aequidistantem ab invicem situm habere debent, deducitur, esse AG = GD = BG &c.: item IG = GN = LG &c. consequenter G esse centrum perimetri ABC DEFA regularis, centrum nempe geometricum.

XLIV. THEOREMA. 14. Centrum gravitatis areae cujuscunque figurae *idem* est cum centro gravitatis perimetri ejusdem figurae.

Tab. 2. Fig. 30. CONSTR. Sit Tab. 2. Fig. 30. triangulum ABC, ductis parallelis aequidistantibus *ab, ac, bc*, &c., concipiantur intra ABC triangula minora, quorum latera infinite parvam, seu evanescentem habeant latitudinem, *abc, dmf* &c, sitque G determinatum perimetri ABC gravitatis centrum; puncta denique etiam media D, E, F, *n, p, S, q, g,* & *r* laterum determinentur, ducanturque rectae DE, *np, qg*, D*q*, E*g*, & *r*F. Demonstrandum est, G esse quoque centrum gravitatis totius areae ABC.

DE-

Demonstrat. Ex parallelismo laterum, qui ex primis geometriae principiis est, facile ostenditur, Triangula ABC, *abc*, &c. esse inter se similia, atque unum intra alterum claudi, minus nempe a majore contineri; habent itaque triangula haec & inter se, & cum extimo positiones similes, & latera in his eandem, quam in extimo, ad invicem rationem dicunt, consequenter puncta media, ut E, *p*, *g*, &c. laterum homologorum in eadem posita esse recta E*g* debent, & lineae *DE*, *np*, *qg*, quae laterum binorum quorumvis jungunt puncta media, sive centra gravitatis, si non coincidunt, quod iis in figuris haberi potest, in quibus laterum oppsitorum puncta media lineis rectis ad inveniendum gravitatis centrum junguntur, parallelae saltem esse debent, ac praeter situm similem, eandem cum lateribus ipsis rationem habere; puncta quoque intersectionum, ut *x*, *o*, *i*, in quibus eaedem rectae secantur in ratione reciproca laterum, in eadem esse recta, eorumque distantiae a centro gravitatis G perimetri *ABC*, nimirum *x*G, *o*G, & *i*G in eadem cum lateribus ipsis ratione decrescere debent, centrum autem gravitatis cujuscunque perimetri dependet a situ & proportione laterum ad invicem (§§. 41. 42. & Coroll.), ergo unum, idemque est centrum gravitatis perimetrorum ABC, *abc*,

dmf

dmf &c. ſed aream ABC ex meris talibus perimetris, quorum latera ſint parallela, & infinite propinqua, habeantque latitudines evanaſcentes, compoſitam concipere licet, ut ex geometria novimus, ergo & areae ABC centrum gravitatis idem eſt cum centro gravitatis ipſius perimetri ABC. Porro, quod de triangulo oſtendimus, non ex proprietatibus triangulo ſpecialibus, ſed ex paralleliſmo, & ſimilitudine figurarum univerſaliter deduximus, ſequelas paralleliſmi, & ſimilitudinis figurarum triangulo applicantes, atque hinc eadem, quae de triangulo demonſtravimus, ad omnes pertinent figuras, ergo centrum gravitatis in area cujuscunque figurae idem est cum centro gravitatis perimetri ejusdem. Q. E. D.

Coroll. 1. Ut inveniatur itaque centrum gravitatis areae cujuscunque, ejusdem perimetri gravitatis centrum quaerendum est.

Coroll. 2. In figura regulari centrum gravitatis areae est ipsum centrum, geometricum nempe, figurae, centrum siquidem istud est centrum gravitatis perimetri, (§. praec.).

Coroll. 3. Centrum circuli est simul centrum gravitatis areae circularis: centrum vero elipseos centrum gravitatis areae elipticae; cum centrum circuli, & elipseos sint centra gravitatis peripheriae circuli, & elipseos (§. praec. Coroll. 2. & 3.)

Coroll.

Coroll. 4. Areae quoque Symmetricae centrum gravitatis est ipsum punctum medium rectae, quae intersectiones laterum oppositorum, & bisectorum jungit (§. praec. Coroll. 4.)

Coroll. 5. Si itaque in superficie ita disposita sint elementa, ut aream quasi aliquam constituant, cujus massa per totam extensionem in longum, & latum sit homogenea, centrum gravitatis ejusdem seriei elementorum est ipsum perimetri centrum gravitatis, & per consequens, elementis in figuram regularem, circulum, aut elipsim dispositis, ipsum figurae centrum geometricum; hoc proinde reperto, habetur & centrum gravitatis in aream quamcunque homogenee cohaerentium elementorum.

Schol. 1. Si quis conum EcD Tab. 2. Fig. 31, quem rotatione areae triangularis cCD generari posse novimus, ex meris triangulis, quale est EcD, compo- Tab. 2. Fig 31.

positum considerare velit, is ex hoc ipso, quod de area triangulari diximus, methodum (ope §§. 38, & 41.) centrum gravitatis in cono inveniendi deducet facile, quam dein ad pyramidem quoque extendendi difficultas erit nulla, cum & pyramidem ex areis triangularibus, quae lateribus ipsius pyramidis extimis similia sint, compositam concipere liceat, posito nimirum, quod pyramides triangulares evanescentibus profunditatibus in areas abeant. A cono demum, & pyramide abstracta ad corpus physicum, cujus figura conus, aut pyramis, massa vero per totum volumen homogenea sit, concludere licebit.

XLV. Problema. 6. Centrum gravitatis cylindri, vel prismatis invenire.

Resolut. Sit Tab. 2. Fig. 31. cylinder ABDE, & Fig. 32. prisma, cujus bases ABDE & GFKI, centra gravitatis ipsarum basium, C & c (§. 43. Coroll. 2. & §. 42. Coroll. 1.) jungantur recta Cc, hujus punctum medium O erit centrum gravitatis cylindri, vel prismatis. Tab. 2. Fig. 31. & 32

Demonstr. Tam cylinder, quam prisma concipitur generari motu baseos, vel perpendiculari, vel obliquo sive superioris, sive inferioris, in quo motu basis sibi semper maneat parallela, & sui ubique relinquat vestigium, unde & cylinder, & prisma consideratur ut compositus ex solidis ejusdem speciei parallelarum, & infinite propinquarum basium, quorum per-

con-

consequens profunditas evanescat, ergo, si centra gravitatis basium junganturlinea *recta* C*c*, ea per omnium, & singulorum ejusmodi sive cylindri, sive prismatis elementorum centra particularia gravitatis transit; unde & centrum gravitatis omnibus his elementis commune, seu centrum gravitatis cylindri, vel *prismatis totius* in eadem recta C*c* sit, opportet (§. 31.): est autem ipsa haec recta C*c* numerus omnium ejusmodi elementorum cylindri, vel prismatis, & elementa haec sunt singula singulis sive in cylindro, sive in prismate aequalia, ergo puncto medio O rectae C*c* determinato, ductoque per illud plano, habentur soliditates, atque adeo etiam

Sum-

Summae perpendiculorum ad idem planum demissorum, seu distantiarum utrinque aequales, & punctum O habet a centris particularibus binorum quorumvis correspondentium elementorum cylindri, aut prismatis distantias numero partium eorundem elementorum reciprocas, quod centro gravitatis communi proprium est (§§. 21, & 32.) unde habetur, O esse centrum gravitatis Cylindri, & prismatis. Q. E. D.

Coroll. 1. Demonstratio allata non ad eos solum cylindros, aut prismata se extendit, quorum altitudo est lateribus parallela, sed ad obliqua quoque, in omni itaque universim cylindro, & prismate centrum gravitatis est punctum medium

rectae

rectae centra gravitatis particularia basium jungentis.

Corol. 2. Centrum itaque gravitatis etiam corporis physici, quod exacte cylindricum, aut prismaticum sit, & instar solidi mathematici haberi possit, seu massam habeat per totum volumen homogeneam, est punctum medium rectae centra gravitatis particularia basium jungentis; aut certe eo magis accedit ad haec puncta, quo ejus proprietates ad dictas accesserint magis.

Schol. Qui cylindrum ex cylindrulis, quorum altitudo eadem sit cum altitudine cylindri totius, basium vero diametri evanescant; prisma vero ex similibus prismatibus compositum conceperit, is, cum evanescentibus cylindrorum diametris, & prismatum baseos lateribus, cylindri, & prismata a rectis non differant, deprehendet centra gravitatis particularia

cy-

cylindrorum, & prismatum ejusmodi omnium esse in plano basibus parallelo, quod per medium totius cylindri, aut prismatis, sive per media omnium ejusmodi elementorum puncta transeat, (§. 39. Coroll. 1.); atque hinc centrum gravitatis commune omnium hujusmodi elementorum, seu cylindri totius, aut prismatis esse ipsum centrum gravitatis plani supra dicti medii, quod centrum in eadem cum centris basium recta esse debet, cum supra dictum planum sit parallelum, & aequidistans. (§§. 31. & 32).

XLVI. Theorema. 15. Centrum gravitatis Sphaerae est ipsum centrum ejusdem voluminis.

Constructio. Sit Tab. 2. Fig. 26. Sphaera ABD*e*A, ejus centrum voluminis sit C, ducatur per C planum quodcunque NK, & ex *Tab. 2. Fig. 26.*

pun-

punctis E, F, B, G, H, &c. uti & in altero hemiſphaerio ex reſpondentibus punctis M, L, *e*, K, I, &c. concipiantur ad NK demiſſa perpendicula E*a*, F*b*, BC, G*d*, H*i* &c. & M*a*, L*b*, *e*C, K*d*, I*i* &c.

DEMONSTR. In Geometria oſtenditur Sphaeram ducto quocunque per centrum voluminis C plano NK in duas partes aequales, ſeu in duo dividi hemiſphaeria, ergo, ducto quocunque per centrum voluminis C plano NK, ſemper eſt ABD = D*e*A, ſeu partes Sphaerae cis, & trans planum poſitae aequales ſunt, &, ſi demiſſis ex ſingulis hemiſphaeriorum punctis E, F, B, G, H, &c. ac ex M, L, *e*, K, I, &c. ad planum NK perpendiculis E*a*, F*b*, BC, G*d*,

H*i*

H *i* &c. ex iisdem coalescere hemisphaeria concipiantur, quae ex cylindrulis, quorum evanescant diametri, altitudines vero perpendiculis illis aequentur, composita poni possunt, *S*ummae perpendiculorum ex punctis Sphaerae cis, & trans planum NK per centrum voluminis C ductum positis ad idem planum demissorum aequales sunt, sed perpendicula haec sunt distantiae punctorum sphaerae cis, & trans planum positorum ab eodem plano NK, cum distantiam puncti a plano perpendiculo ex eodem demisso metiantur Geometrae, ergo, ducto quocunque per centrum voluminis Sphaerae plano NK, *S*ummae distantiarum in partibus cis, &

trans planum positis aequales sunt, seu Summa distantiarum de ABD a plano NK per C ducto est aequalis Summae distantiarum de D*e*A ab eodem plano, sed planum *tale* aequalium distantiarum dicimus (§.22) & planum omne aequalium distantiarum per centrum gravitatis transire debet (§. 30.) ergo quodvis planum NK *in* Sphaera quacunque ABD*e*A *per centrum ejusdem voluminis* C ductum est planum aequalium distantiarum, & transit per centrum gravitatis ipsius Sphaerae. Concipiantur *jam* praeter planum horizontale NK ducta alia duo plana per centrum voluminis C, utrumque verticale, unum BC*e*, alterum ipso circulo maximo ABD*e*A designaſignatum, erunt & haec duo plana aequalium diſtantiarum, & tranſibunt per centrum gravitatis Sphaerae totius *ABDeA*, eritque centrum gravitatis ipſius Sphaerae in ſingulis horum trium planorum, ſed plana haec omnia tria aliud praeter centrum C voluminis Sphaerae punctum commune non habent, ut patet, ergo centrum gravitatis in Sphaera eſt ipſum centrum ejusdem voluminis. Q. E. D.

Coroll. 1. Centrum itaque gravitatis in ſphaera invenitur, ſi inveniatur centrum voluminis, quod invento centro geometrico nempe circuli maximi habetur quoque; unde ad inveniendum centrum gravitatis ſphaerae, quaerendum ſolummodo venit centrum circuli maximi.

Coroll. 2. Corpus physicum, cujus figura spaerica est, massa vero per totum volumen homogenea, sphaerae mathematicae instar haberi tuto potest; ergo centrum gravitatis in corpore tali physico quoque est idem cum centro voluminis, qua positione (§. 36. Coroll. 15.) usus sum.

Coroll. 3. De eliptoide quoque, qualem Fig. 27. Tab. 2. ABDEFGA exhibet, ostendunt Mathematici, quod ducto quocunque per centrum C plano KN dividatur in duas partes KEFGN, & NABDK aequales inter se, atque adeo etiam in eliptoide eodem, quo in sphaera, modo ostendi potest summas distantiarum in partibus cis, & trans planum quodcunque KN per centrum C transiens positis aequales esse; unde deducitur centrum gravitatis eliptoidis quoque esse illud ipsum punctum C, quod centrum voluminis dicitur.

Tab. 2. Fig 27.

Coroll.

Coroll. 4. Et corporis itaque physici, quod eliptoidis habet figuram, & massam per totum volumen homogeneam, centrum gravitatis est ipsum centrum ejusdem voluminis.

Coroll. 5. Cum polyedrum regulare illud sit, quod angulos solidos aequales omnes, & polygona superficiem ejusdem constituentia regularia ejusdem speciei, & aequalia pariter omnia, singula nempe singulis habet, polyedrum quodcunque regulare concipi potest compositum ex tot pyramidibus aequalibus, quorum altitudines nempe, & bases, quae polygona regularia ejusdem speciei, & aequalia sunt, aequentur inter se omnes, quot in superficie tota habentur polygona. Ex quo evincitur verticem pyramidibus his communem esse centrum voluminis ipsius polyedri, seu ejusdem, & a punctis mediis polygonorum, quae superficiem polyedri constituunt, distantias inter se, & illas a verticibus angulorum solidorum itidem inter se aequales esse omnes, ac assumto eodem puncto, vertice nimirum pyramidibus illis communi, pro centro, polyedro cuivis & inscribi, & circumscribi sphaeram posse, illam, quae media basium pyramidalium puncta tangat omnia, hanc vero, quae per vertices omnes solidorum transeat angulorum. Hoc autem posito simili, qua de sphaera argumentati sumus, ratione ostenditur quoque, centrum gravitatis polyedri cujusvis regularis esse ipsum supra commemoratum voluminis centrum.

Coroll. 6. *Unde* & corpus physicum, quod polyedrum aliquod regulare sit, & massam habeat per totum volumen homogeneam, centrum gravitatis idem cum centro voluminis punctum habet.

Coroll. 7. Ad solida symmetrica etiam, inter quae eliptois quoque, cylinder, & prisma referri debent, etsi stricte tale voluminis centrum non habeant, extendi debet, quod hactenus de sphaera, & polyedris regularibus diximus; cum enim solida Symmetrica centri voluminis loco habeant punctum aliquod, quod ab oppositis binis quibusvis e diametro punctis aequales habet distantias, centrum gravitatis solidi symmetrici erit hoc ipsum punctum, cujus distantiae a punctis oppositis binae quaevis aequales sunt.

Coroll. 8. Ex quo colligitur, quod supra (§. 45.) demonstratum est, centrum gravitatis in cylindro, aut prismate esse punctum medium rectae centra gravitatis basium jungentis. 2do. idem, quod de solidis symmetricis in abstracto demonstratur, ad corpora physica quoque, quae symmetricam habent figuram, & massam

 per

& genitoris area coalescere concipitur. Demonstratio eadem, ob similem, qua eliptois generatur, modum, eliptoidi quoque adaptari potest.

XLVII. Problema 7. Corporis alicujus centrum gravitatis practice determinare.

Tab. 2. Fig. 33. Resolut. Sit Tab. 2. Fig. 33. corpus alipuod ABCDE, appendatur illud ex puncto quocunque I, una cum plumbagine IC ita, ut libere utrumque, & corpus videlicet, & plumbago pendeant, ubi quieverit utrumque, recta IC, quam plumbago filo suo in superficie corporis ABCDE designabit, notetur in eadem superficie; appendatur dein idem corpus cum plumbagine ex K, & notetur in superfificie eodem, quo ſupra lineam IC deſignavimus, modo, etiam linea KF; eodem denique modo, puncto ſuſpenſionis in ſuperficie quacunque *laterali ED* applicato, in ea quoque determinetur linea talis, quales ſunt IC, & KF, punctum G, in quo linearum illarum plana tria ſe ſecant mutuo, erit centrum gravitatis quaeſitum.

Eodem modo invenitur centrum gravitatis practice ope priſmatis triangularis: corpus ABCDE Tab. ead. Fig. 34. imponitur priſmatis triangularis aciei ita, ut quieſcat in eadem acie liberum omni alia ex parte, recta dein priſmatis acie in ſuperficie corporis determinata in eadem notatur, ſit recta, quae in *Tab. 2. Fig. 34.*

ſu-

ſuperficie inferiori lineae per aciem priſmatis determinatae in ſuperficie ſuperiori reſpondet, FK, eodem modo determinetur recta, cui reſpondeat IL, ac denique tertia aliqua in ſuperficie laterali ED, punctum G, in quo plana harum trium rectarum ſe interſecant, eſt centrum gravitatis corporis ABCDE.

DEMONSTR. 1. Corpore libere pendente centrum gravitatis eſt ſemper in recta ex puncto ſuſpenſionis ad horizontem perpendiculariter ducta; (§. 36. Coroll. 20.) hanc autem lineam exhibet ipſum plumbaginis filum juxta niſum plumbaginis flexile, ergo eodem plumbaginis filo deſignatur in corporis ſuperficiei quoque linea horizonzonti ad ſenſum perpendicularis, in cujus rectae plano verticali ſit centrum gravitatis ipſius corporis, una cum linea directionis, ſed omnia tria hac ratione determinata plana unicum punctum G interſectionis commune habent, ergo punctum interſectionis G eſt centrum gravitatis quaeſitum.

2. Centro gravitatis ſuſtentato totum corpus ſuſtentatur, & hinc centrum gravitatis eſt in plano corporis acie prismatis, in qua quieſcit liberum, determinato, (§. 36. Coroll. 2, 28, & 30.); ſed ita repoſitum in acie prismatis poſuimus omnibus tribus vicibus corpus, ut in eadem quieſceret liberum omni alia

ex

ex parte, nihil consequenter ipsa prismatis acie sustentabatur, quam plana corporis prismatis aciei verticaliter imminentia successive, ac per rectus KF, IL, & rectam tertiam in DE designata, ergo centrum gravitatis corporis ABCDE debet esse in singulis horum planorum; plana autem haec praeter punctum intersectionis G commune aliud non habent, ergo patet G esse centrum gravitatis quaesitum. Q. E. D.

Schol. De methodis his duabus centrum gravitatis practice determinandi illud solum adnotare sufficiet, quod, me tacente etiam, Tyro perspiciet facile, easdem nimirum secundam praecipue operosam admodum evadere nonnunquam posse, siquidem experientia docemur, in acie

ali-

aliqua corpora nonnulla nonnisi post tentamen longum, & multiplex ita locari, ut in eadem quiescant omni alia ex parte libera, nec methodos omnino universales esse; secundam tamen priori praeferendam.

FINIS.

[illegible]
tamen longam, & multiplex ita vocari, ut
in eadem quidquam omni alia ex parte li-
bera, nec methodos omnino universales
eſſe; ſecundam tamen priori præfe-
rendam.

F I N I S.

ASSERTIONES
EX UNIVERSA
PHYSICA
ET
MATHESI ELEMEMTARI
QUAS
IN AULA ACADEMICA
ARCHIDUCALIS GYMNASII
LABACENSIS
EX PRÆLECTIONIBUS
MARTINI JEELL
CÆS. Reg. MATH. ELEM. PROF.
PUBL. ORD.
ANTONII AMBSCHELL
AA. LL. AC PHIL. DOCT. NEC NON
CÆS. REG. PHYS. PROF. P. O.
Menſe Auguſto die
ANNO MDCCLXXIX.
PROPUGNABIT
R. ac P. D. WOLFGANGUS MUHA
CARN. CORGNIAL. PHIL. IN II. ANNUM
AUDITOR.

LABACI TYPIS EGERIANIS.

POSITIONES PHYSICÆ

I.

Physica, quæ per scientiam rerum naturalium definitur, corpus sensibile contemplatur, ejusque attributa partim e phænomenis, & experimentis, partim vero, cum hæc deficiunt, per attentationem determinat.

II.

In determinandis corporum attributis tribus potissimum innititur philosophandi regulis Newtonianis, sic dictis, quia iisdem uso Newtono praeclarissima inventa ea physica debemus, quae hodiedum suspicimus.

III.

Corporum nomine ea veniunt nobis entia composita, quae mundum hunc aspectabilem constituunt, & in quibus primo velut intuitu impenetrabilitatem, extensionem, ac divisibilitatem deprehendimus.

IV.

Attributa corporum alia cum nulla prorsus actione conjunguntur, ut mobilitas, seu illa ad motum indifferentia, qua corpus nullum, se ipsum ad motum determinat, potest tamen ab alio ad eundem determinari.

V.

V.

Alia cum actione conjunguntur, ut vis insita, qua corpus motum cæpta semel celeritate, & directione tamdiu continuat, donec ad alterutrius, vel utriusque mutationem ab extrinseco determinetur; attractio, qua corpora, partesque corporum minimis in distantiis mutuum ad accessum urgentur, aut ab ulteriori recessu prohibentur: Repulsio dein, qua aliis in distantiis recedunt abs se, invicem, aut ab ulteriori arcentur accessu. Viribus his attractivis, & repulsivis vel singulis, vel certa utriusque combinatione omnis motus communicatio habetur.

VI.

Inter attributa corporum, quæ cum actione conjunguntur gravitas quoque terrestris, seu attractio in majoribus distantiis in tellure nostra continuo, & æqualiter agens est referenda.

VII.

Cum nullum in natura noverimus ſaltum, viresque attractivas, & repulſivas in minoribus diſtantiis alternare, ſolam denique *in majoribus attractionem* gravitatem dictam agere phænomena oſtendant, viciſſitudines, mutationesque virium tam attractivarum, quam repulſivarum recte per curvam Boſchovichianam exhibentur.

VIII.

Ipſa autem *corporum cohæſio a partibus* in cohæſionis limitibus conſtitutis, qui pro diverſis corporibus diverſæ amplitudinis arcus intercipiant, diverſique ſint roboris repetenda videtur.

IX.

Eandem legem ſequitur cohæſio artificialis quoque, ſeu fluido interjecto, in qua motus directione ad ſuperficies cohærentes parallela liber eſt, ſeu intorſione partium in ſolidis obtenta.

X.

Virium combinatio, qua cohæsio efficitur spatiola vacua non solum inter elementa sed etiam inter binas quasvis corporum *fibras intercedere arguit*. Spatiola hæc vacua pori dicuntur. quos in corporibus diversissimarum magnitudinum dari & virium combinationes diversæ, & directa etiam commonstrant experimenta.

XI.

Densitas hinc corporum, quæ rationem compositam ex directa massarum, & reciproca voluminum sequitur, in diversis quoque corporibus diversa habetur.

XII.

Attractionum differentia, qua fluidorum partes ad solida magis, quam ad se mutuo trahuntur, & a qua humiditas, vel siccitas fluidorum dependet, debitæ juncta pororum dispositioni solutionum, præcipitationumque phænomenis satisfacit. Fermentatio calida calore, atque ingressu, & eggressu heterogenearum quarumdam partium concitatur.

XIII.

Quoniam phænomenis, rationique naturali per attentationem conformius deprehendimus elementa corporum esse simplicia, sibi invicem omnino simillima, omnique extensione destituta, viribus temen, quarum collectione sola vires corporum constituantur, prædita; statuimus elementa corporum *simplicia*, *inextensa*, *sibi invicem* omnino simillima, viribus tamen iisdem prædita, quas in corporibus observamus.

XIV.

Centrum gravitatis *est illud in* corpore vel corporum collectione punctum, per quod si ducatur planum summæ distantiarum in partibus cis, & trans planum positis æquales sunt. Planum circa quod summæ mæ diſtantiarum æquales ſunt, æqualium diſtantiarum dicimus.

XV.

Centrum tale gravitatis habetur in quovis corpore, illudque unicum. Diſtantia centri a plano extra corpus poſito ducta in maſſam corporis æquatur ſummæ diſtantiarum omnium corporis partium ab eodem plano.

XVI.

Corpus hinc quodvis ſpectatis diſtantiis in centro ſuo gravitatis quaſi collectum, & inſtar puncti haberi poteſt; ſumma quoque acceſſuum, vel receſſuum omnium corporis partium reſpectu plani extra illud poſiti æquatur acceſſui, vel receſſui centri gravitatis ducto in maſſam corporis.

XVII.

Bina etiam, autquotcunque in ſe mutuo agentia, aut ſtricte nexa corpora habent centrum gravitatis commune. Centrum istud est semper in recta particularia corporum centra jungente, habetque ab his distantias massis reciprocas.

XVIII.

Planum omne æqualium distantiarum in corpore, aut systemate quocunque corporum ductum, vel conceptum per centrum gravitatis transire debet, corpora duo vel quotcunque, dum agunt in se invicem ita agunt, quasi in suo singula gravitatis centro essent collecta.

XIX.

In omni hinc motus communicatione haberi debet effectuum in utramque partem æqualitas, nec proinde distincto ad eam opus est *reactionis principio*. Linea hinc pariter corpore libere pendente e puncto suspensionis per centrum gravitatis ducta horizonti ad sensum normalis sit oportet. Corpus denique quodvis linea

nea directionis intra basim cadente sustentari, secus ruere debet; & quantitas motus in corpore æquatur facto ex massa in celeritatem centri gravitatis seu Q. q. = MC. mc.

XX.

Ex proprietatibus his centri gravitatis methodos deducere licet practice in nonnullis corporibus determinandi centrum gravitatis, præter alias theoreticas centrum gravitatis in quantitatibus geometricis, ut linea recta, figura rectilinea, Circulo, elipsi, sphæra, eliptoide, & cylindro inveniendi.

XXI.

Vires tam attractivæ, quam repulsivæ, quam etiam gravitatis, quum contrariis actionibus non eliduntur, motum generant, qui spectatis viribus producentibus simplex, vel compositus, spectata Celeritate Æquabilis, Acceleratus, vel

Re-

Retardatus; habita denique directionis ratione Rectilineus, vel Curvilineus esse potest.

XXII.

In motu æquabili $C. c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t} = St : sT$: In motu uniformiter accelerato totis temporibus confecta $S : s = \frac{CT}{2} : \frac{ct}{2} = CT : ct = C^2 : c^2 = T^2 : t^2$; singulis vero sibi ordine succedentibus temporibus confecta spatia in progressione numerorum naturalium imparium crescunt.

XXIII.

In motu uniformiter retardato, in quo omnia, quæ in accelerato, sed inverse, obtinent, corpus celeritate finali motus uniformiter accelerati actum æquali tempore æquale spatium conficit. Si vero eadem celeritate finali motu æquabili feratur corpus, æquali tempore duplum illius spatii percurrit, quod motu uniformiter accelerato confecerat.

XXIV.

XXIV.

Descensus gravium tam liber, quam super plano inclinato motu uniformiter accelerato peragitur. C : c = A : L; eandem rationem spatia lapsu libero, & super plano eodem tempore confecta sequuntur; hinc corpus eodem tempore per circuli diametrum, & per quamvis ejus chordam delabitur,

XXV.

In plano inclinato est T : t = L : A. Celeritates hinc finales æquales sunt, seu per unum, seu per plura plana sub angulis infinite parvis, ad invicem inclinata, seu per arcum denique curvæ decidat corpus, modo altitudines sint æquales. Celeritate hac finali corpus oppositam in partem ad eandem altitudinem attolli potest.

XXVI.

Motus ab unica vi productus simplex est; motus contra pluribus, quam una,

vi-

viribus simul agentibus concitatus, compositus dicitur. Si vires simul agentes in eadem agant directione, *motus* fit summa; sin autem directiones virium sint oppositæ, differentia virium. *Si denique* virium simul agentium directiones ad *angulum* conspirent, describitur diagonalis ejus parallelogrammi, cujus latera exhibent ipsas quantitates, & directiones virium conspirantium.

XXVII.

Motus summa, *vel differentia* virium concitatus a simplici in se non differt; atque hinc ut plurimum solus motus viribus ad angulum conspirantibus productus pro *composito* habetur. In omni virium ad angulum *conspiratione aliquid* virium conspirantium eliditur; quod plurimis quidem modis, omnium tamen apertissime per ipsam virium resolutionem commonstratur.

XXVIII.

XXVIII.

Vis quævis obliqua in duas reſolvi poteſt; unde eruitur vim directe applicatam eſſe ad vim eandem oblique applicatam, ut eſt ſinus totus, ſive raduis ad ſinum anguli obliquitatis. Vires hinc cum diſpendio oblique applicantur.

XXIX.

In conflictu corporum directo, ſi hæc mollia ſint, celeritas communis poſt conflictum eſt $= \frac{MC + mc}{M + m}$, ſi vero perfecte elaſtica ſint, erit celeritas maſſæ incurrentis poſt conflictum $= \frac{MC - mC + 2mc}{M + m}$, maſſæ vero alterius $= \frac{2MC - Mc + mc}{M + m}$.

XXX.

Si una ex viribus ad angulum conſpirantibus æquabilis ſit, altera vero verſus centrum aliquod accelerans, corpus iis-

dem

dem impulſum deſcribit curvam trajectoriam circa idem centrum, quod centrum virium dicitur. Circa hoc radii vectores verrunt areas temporibus proportionales.

XXXI.

Si conſpiratio harum virium ad angulum fiat acutum, corpus accedit ad centrum virium, motumque accelerat: Si ad obtuſum, recedit, & motum retardat: Si rectus denique ſit conſpirationis angulus, motus eſt æquabilis, &, ſi ea ſit vis projectilis, quæ ad circulum deſcribendum requiritur, corpus nec accedit, nec recedit a centro virium: ſin autem alia ſit vis projectilis, vel accedit, vel recedit, prout nempe vis projectilis minor, vel major fuerit ea, quæ in circulo eſſe debet.

XXXII.

Vires centrales corporum in circulis revolutorum ſunt in ratione directa dupli-

cata

eata celeritatum, & reciproca simplice radicorum. Celeritas in circulo est æquabilis ubique, & æqualis illi, quæ lapsu libero gravitate genito per dimidium circuli radicum obtineretur. Corporum vero ope machinæ centralis in circulis revolutorum $V : v = \frac{MR}{T^2} : \frac{mr.}{t^2}$

XXXIII.

In elipsi sunt $V : v = d^2 : D^2, C : c = p : P$, & $T^2 : t^2 = D^3 : d^3$, & vicissim, si $T^2 : t^2 = D^3 : d^3$, sunt $V : v = d^2 : D^2$.

XXXIV.

Mobile per cycloidis versæ arcum descendens, eam habet in puncto quocunque celeritatem, quæ sit arcubus ad verticem usque computatis, & per a, ac a — b expressis $= \sqrt{(a)^2 - (a-b)^2}$

XXXV.

Celeritate hinc finali per arcum quemcunque descendendo in cycloide obtenta motu æqvabili actum corpus eodem tempore percurrit quadrantem circuli eodem arcu in rectam extenso velut radio descriptum, quo ipsum arcum percurrerat. Arcum vero ipsum in rectam extensum eodem tempore conficit, quo lapsu libero per axem cycloidis laberetur.

XXXVI.

Si penduli duas inter cycloides versas oscilantis longitudo dupla sit axeos cycloidis, describit cycloidem. Tempus oscillationis penduli in cycloide est ad tempus lapsus liberi per axem, sicut peripheria circuli ad diametrum; Oscillationis hinc penduli in cycloide sunt isochronæ.

XXXVII.

Pendulorum in diversis cycloidibus oscillantium T: $t = \sqrt{Lv} : \sqrt{lV}$; Eandem rationem, sed inversam numeri os-

cil-

cillationum dato tempore peractrum sequntur. Rationes eadem in exiguis circuli arcubus, qui a cycloidalibus parum abludant, obtinent quoque, sed proxime *solum.*

XXXVIII.

Vires omnes, cum contrariie actionibus eliduntur, pressiones tantum gignunt. Pressiones in æquilibrio esse, quum massæ rationem reciprocam distantiarum, vel spaciorum percurrendorum sequuntur ex centri *gravitatis theoria deducitur.* Unde ea quoque, quæ ad determinandum corporum pondus, seu stateræ, seu libræ legitime, sive dolosæ etiam ope pertinent deducuntur.

XXXIX.

Machinæ simplices sunt: vectis, isque triplex; Axis in peritrochio, Trochleu, Cochlea, cuneus, & planum indinatum. Ex his vario modo inter se sociatis plurimæ aliæ componi poſſunt. In omni univerſim machina Reſiſtentiarum, Potentiarumque directe applicatarum preſſiones in æquilibrio ſunt, cum ad invicem ſpatiorum percurrendorum rationem reciprocam dicunt; quæ ipſa ſpacia in diverſis machinis diverſis earundem partibus ſunt proportionalia.

XL.

Gravitas in ratione reciproca duplica. diſtantiarium agens per totum ſyſtema planetarium mutua, & univerſalis eſt. Per hanc labentium, projectorumque in tellure phænomana; per hanc cum vi æquabili conſpirantem motus planetarum tam primariorum circa ſolem, quam ſecundanorum circa ſuos primarios in trajectoriis elipticis habentur.

XLI.

Eandem legem & luna, & Tellus noſtra, quæ motu tam annuo circa ſolem, quam vertiginis circa axem revolvitur, obſervat.

XLII.

Cometæ ſunt corpora planetis analoga, & mutuato a ſole lumine lucentia.

XLIII.

Phænomena *æſtus marini* a conjunctis Solis & Lunæ meridianum loci attingentium actionibus recte repetuntur.

XLIV.

Hydroſtatica per ſcientiam æquilibrii fluidorum definitur. In hac preſſiones fluidorum, tam homogeneorum, quam heterogeneorum in ſe invicem, quam etiam in ſolida iisdem immerſa conſiderantur.

XLV.

Preſſiones fluidorum omnem in partem æquales ſunt, & altitudinibus proportionales. Preſſiones in fundos vaſorum ſunt in ratione compoſita altitudinum, baſuim, & gravitatum ſpecificarum, quæcunque ſint vaſorum figuræ, modo baſes, & altitudines habeant æquales.

XLVI.

In tubis, seu vasis communicantibus fluidorum homogeneorum æquilibri tempore æquales sunt altitudines; heterogeneorum vero altitudines rationem gravitatum specificarum reciprocam sequuntur.

XLVII.

Fluidorum e vasis quacunque directione erumpentium quantitates rationem compositam temporum, luminum, & celeritatum ad invicem dicunt. Si vero lumina, & tempora sint æqualia, sunt ut radices altitudinum supra lumen positorum fluidorum.

XLVIII.

Hinc celeritate eadem prosiliunt fluida e vasis, quam libere labendo per altitudinem fluidi supra lumen positi obtinuissent, perpendiculariter autem ejecta ad eandem fere assurgunt altitudinem in qua fluidum in ipso vase consistit.

XLIX.

XLIX.

Differentia pressionum in duobus syphonis cruribus existentium est causa traducti ope ejusdem fluidi ex uno vase in alterum. *In syphone verso celeritates* jactuum perpendicularium primi, & reliquorum sunt ut differentia radicum longitudinum crurum, ad radicem differentiæ earundem longitudinum.

L.

Solidum ejusdem cum fluido, cui mergitur, *specificæ gravitatis*, quocunque situ reponatur, intra fluidum suspensum hæret; specifice gravius fundum petit, specifice levius denique tamdiu mergitur, donec æquale ponderi suo pondus aquæ extrudat.

LI.

Solidum ejusdem cum fluido, cui mergitur, & minoris gravitatis specificæ totum pondus, solidum vero specifice gravius tantum ponderis ſui amittit in fluido, quantum eſt pondus fluidi ſub æquali volumine; Pondere eodem a ſolido amiſſo augetur pondus fluidi.

LII.

Unde methodus commodiſſima habetur, gravitates ſpecificas tam ſolidorum, quam fluidorum determinandi.

LIII.

Si fluidum quacunque ſui parte prematur, circa cavitatem preſſione genitam attolli debebit undique, rurſusque dehiſcere, ac attoli iterum, quas alternas depreſſiones, ſublationesque undas dicimus. Atque hinc patet undas fluidorum in circulum propagari debere. Celeritates undarum ſunt in ratione *ſubduplicata latitudinum.*

LIV.

Aqua corpus non natura ſua, ſed colore fluidum eſt; ſtatuimus autem contra

com-

communem hodiernorum Physicorum opinionem eandem compressibilem, & elasticam.

LV.

Phænomenon tubulorum capillarium ab attractionum differentia, qua partes aquæ ad vitrum magis, quam ad se invicem trahantur, repetendum videtur.

LVI.

Aer corpus a vaporibus diversum, fluidum compressibile, & elasticum, vitæque tam animali, quam vegetationi, flammæque alendæ necessarius est, nec sufficit aer qualiscunque, sed continuo fere renovatus.

LVII.

Atmosphæra terrestris, quæ aliud nonest, quam aer telluri circumfussus, & in tres regiones dividi solet, motu duplici potissimum concitari potest, translatorio nimirum de loco in locum, & oscillatorio.

LVIII.

In Barometro seu ordinario, seu fulminante, ut *dicere solemus*, *causa* sublati mercurii pressio atmosphæræ est. *De*ducitur hinc pressionem atmosphæræ in corpus quodcunque esse æqualem ponderi collumnæ mercurialis, cujus altitudo est 28. circiter digitorum, bassis vero eadem cum superficie corporis.

LIX.

Sonus prout is in corpore sonoro est, in motu tremulo, & oscillatorio partium corporis constituendus censetur. Medium vero ordinarium, per quod sonus propagatur, aer est, *cujus motus oscillatorius*, & tremulus similem motum in organo auditus excitans sensationem soni in nobis producit.

LX.

LX.

Tonorum diversitas a diverso numero oscillationum dato tempore peractarum pendet, nec est, cur pro hac diversæ aeris species adstruantur. Sonus ab obstaculo reflexus Echo dicitur.

LXI.

Vapores e tellure assurgentes, atque soluti quasi in aere in eodem altius elevari possunt. Vapores hi cum depressi hærent, aeremque opacant, nebulas constituunt, altius vero sublati pluviam, grandinem, rorisque speciem unam propignunt.

LXII.

Materia auroræ borealis probabilissime sunt particulæ minimæ congelatæ, & levigatissimæ, ex quibus flocci etiam nivium consurgunt. Lux vero, & colores auroræ Borealis a radiis Solis, aut Lu-

nae

næ infra horizotem verſantium reflexis habentur.

LXIII.

Fontes temporanei a pluviis, nivibusque *ſolutis repetendi videntur.* Perennes contra originem ſuam aquis *marinis* per canales meatuum ſubterraneorum diffuſis, ac evaporatione calore ſubterraneo genita a ſalibus purgatis, inque Hydrophilaciis ſubterraneis collectis debent.

LXIV.

In aquis per plana indiuata decurrentibus, quæ flumina conſtituunt, niſi impedimenta intervenirent, motus uniformiter accelleratus eſſe deberet. In flumine univerſim, ſi *is* in ſtatu aliquo permanenti eſſe ponatur, *celeritates ſunt in ratione* inverſa ſectionum ejusdem, ipſa vero fluminis celeritas variis modis determinari poteſt.

LXV.

LXV.

Aquæ fluminum decurrentes terram solutam, arenasque secum deferunt, littora quoque perrumpunt non raro, quod ut impediatur, repagula in fluvium procurrentia, sed obliqua, optime vero recurva arcus instar alicujus circularis construuntur.

LXVII.

Ignis, seu id, quod clefacit, & lucet, triplici modo spectari potest, ut calor nimirum, seu causa caloris, *ut lux*, ac denique, ut is absorptus est, in corporibus, ex iisque eliberatur.

LXVII.

Causa caloris fluidum quoddam elasticum est, nec proinde calor, qui corpora omnia, fluida quidem magis, quam solida expandit, atque in his ad aliquam sese æqualitatem reducit, quod fluidis

pro-

proprium eſt, in motu partium inteſtino conſtitui poteſt.

LXVIII.

Caloris defectus frigus dicitur. Aqua *in glaciem non ingreſſu heterogenearum* precipue ſolinarum partium, verum *ſolo* caloris receſſu vertitur. Voluminis augmentum, quod aqua ſub ipſum tranſitum in glaciem nanciſcitur, ipſi concretioni tribuendum eſt.

LXIX.

Luminis, cujus materia a materia ignis non differt, ſucceſſiva eſt propagatio; unde nec in medio quopiam perfecte duro, & continuo, nec in elaſtico quodam fluido *conſtitui poteſt*, ſed effluvium corporum lucentium *eſt ea celeritate* propagatum, ut 8. fere minutorum tempore a ſole ad nos uſquue pertingat.

LXX.

Radii luminis pro diverſo, quo præ-

diti

diti sunt, refrangibilitatis gradu diversos etiam colores præseferunt; prismate hinc distracta radii stamina spectrum illud prismaticum exhibent, in quo facile a quovis septem primigenei, uti dicimus colores discernuntur.

LXXI.

Diaphaneitas corporum ab homogeneitate, opacitas vero ab heterogeneitate partium, ex quibus corpora coalescunt, habetur.

LXXII.

Reflexio, & refractio luminis per media diversa transeuntis a viribus attractivis, & repulsivis eorundem mediorum efficitur.

LXXIII.

Colores corporum opacorum a diversa laminarum tenuium crassitie, & densitate, qua fiat, ut hujus coloris radios reflectant potius, quam transmitmittant, aut contra, recte repetuntur. Iridis colores a radiis in guttis roscidis varie reflexis, & refractis habentur.

LXXIV.

Transeuntes vero corporum colores ab ea laminarum constitutione dependent, qua diversimode incurrentibus radiis diversæ laminarum crassities obvertantur. Albedo aliorum colorum mixtione habetur, nigredo colores inter referenda non est, sed habetur radiis aut nullis, aut exiguo *numero reflexis.*

LXXV.

Oculi structura cemeram propemodum opscuram refert, in cujus fundo imagines sub diversis radiorum in pupilla sese decussantium angulis *efformantur.* Cuum radii ex eodem puncto emissi rursus collecti in retinam incidunt, visio distincta evadit.

LXXVI.

LXXVI.

Qui objecta nonnisi vicina distincte vident, myopes, qui remota presbytæ vocantur. His oculorum vitiis angulis opticies lentium ope vel auctis, vel diminutis medemur, unde ea deducuntur, quæ ad perspicilla, microscopia, telescopia tam dioptrica, quam catoptrica pertinent.

LXXVII.

Electricitas est materia sui generis, fluida & inflammabilis, partibus constans sese mutuo repellentibus, ad corpora heterogenea vero accedentibus. Per corpora aliqua transit liberrime, per alia cum difficultate, per aliqua vero plane non.

LXXVIII.

Cum electricitas uno in corpore redundans, in altero vero deficiens, aut naturalis cum eadem communicat, effectus electrici habentur, ut adeo differentes corporum electricitates sua ad aquilibrium reductione omnes effectus electricos producant.

LXXIX.

Electricitas atmosphæræ ab electricitate machinis excitata non differt in alio, quam quod majori ejus copia in atmosphæra tempestatum fulminearum tempore præcipue quam in machina etiam præcellenti deprehendatur. Omnia hinc tempestatum harum phænomena ex theoria electricitatis opprime explicantur, conductoresque *illi*, *seu perticæ illæ* electricitatem fulminis derivantes ad fulmen innocuum reddendum conducunt plurimum.

MATHEMATICÆ.

LXXX.

Quantitates algebraicas addere, subtrahere, multiplicare, & dividere, elevare ad potentias quasvis, & ex potententia data radicem extrahere. Easdem operationes in fractionibus seu decimalibus, seu aliis exhibere.

LXXXI.

Invenire formulam generalem Newtoni quamvis quantitatem binomiam ad quamcunque potentiam elevandi.

LXXXII.

Formulam eandem polynomio cuivis ad quamcunque potentiam elevando, uti & extractioni radicis accommodare.

LXIII.

Quid æquatio? Quod problema determinatum? indeterminatum? Quid æquationum reductio? & quibus modis fieri potest?

LXXXIV.

Resolvere problemata ad æquationes primi & secundi gradus pertinentia.

LXXXV.

Quid ratio? Proportio? Progressio? &

quotuplex? Quæ in arithmetica, quæ in geometrica proprietates?

LXXXVI.

Datis tribus quartum, datis duobus proportionis terminis tertium, aut medium proportionalem invenire; hoc est, problemata regulæ aureæ resolvere.

LXXXVII.

Construere formulas generales ad resolvenda problemata progressionis tam arithmeticæ, quam geometricæ pertinentes.

LXXXVIII.

Fractionum etiam infinitarum, quarum denominator in progressione geometrica, numerator vero in arithmetica crescit, aut constans est, invenire summam. Potentias quasvis numerorum naturali ordine progredientium, & seriem finitam constituentium summare.

LXXXIX.

Anguli verticales, alterni inter parallelas, sunt æquales.

XC.

Ex quovis puncto in vel extra lineam erigere perpendicularem.

XCI.

Angulus ad peripheriam habet pro mensura dimidium arcus quem crura interupiunt Lineam, arcum, angulum bisecare. Per data tria puncta ducere circulum. Circuli vel arcus dati invenire centrum. Arcum circuli datum complere.

XCII.

In triangulo omnes anguli duobus rectis, & externus duobus oppositis internis aequatur.

XCIII.

Aequalia erunt triangula, si habeant omnia latera homologa aequalia, aut angulum inter duo latera homologa & aequalia interceptum aequalem, aut latus unum homologum cum omnibus angulis aequale. Similia vero erunt, si habent angulum inter duo latera proportionalia æqualem, vel communem, aut si omnia latera sint sibi mutuo proportionalia, aut anguli respondentes æquales.

XCIV.

Si ex angulo recto trianguli rectanguli demittatur perpendicularis ad hypothenusam, ea dividet triangulum in triangula tum inter se, tum toti similia. Quadratum autem hypotheusæ æquale quadratis cathetorum simul sumptis.

XCV.

Rectam datam secare in ratione media, & extrema. Parallelogrami, vel polygoni cujusvis aream invenire.

XCVI.

Polygonum quodvis ad triangulum ejusdem areæ reducere.

XCVII.

Areæ duarum figurarum similium quarumvis sunt in ratione duplicata dimensionum homologarum.

XCVIII.

Soliditas prismatis, & cylindri est æqualis facto ex altitudine in aream baseos, soliditas pyramidis, uti & coni cujusvis æqualis est tertiæ parti facti ex basi in altitudinem. *Soliditas* autem sphæræ æquatur, duabus tertiis partibus producti ex axe in aream circuli maximi.

XCIX.

In omni triangulo rectilineo se habent latera, uti sinus angulorum oppositorum.

C.

In quovis triangulo est latus maximum ad summam reliquorum laterum, ut differentia horum est ad differentiam segmentorum lateris maximi, quæ fiunt a perpendiculari ex angulo maximo ad latus maximum demissa.

CI.

In omni triangulo rectilineo est summa laterum ad differentiam eorumdem, ut

tan.

tangens semisummæ angulorum oppositorum ad tangentem semidifferentiæ eorumdem.

CII.

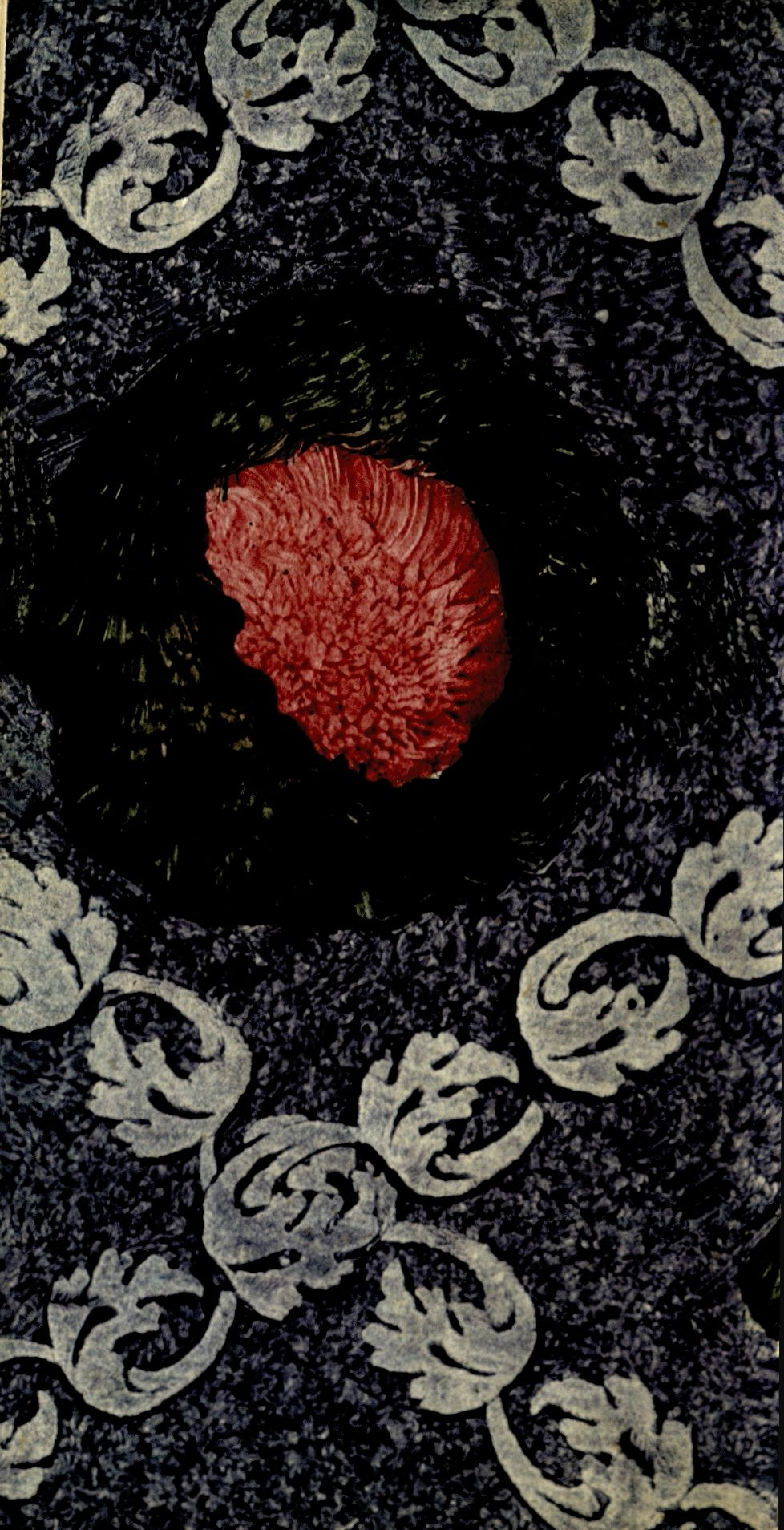
Quot, & quæ sunt sectiones conicæ, & unde hoc nomen *sortitæ?*

CIII.

Dato circulo, & puncto invenire locum geometricum omnium punctorum a peripheria circuli, & puncto dato æquidistantium.

CIV.

Ex hac sectionum conicarum constructione earundem primas, & præcipuas proprietates deducere.



Tab. I

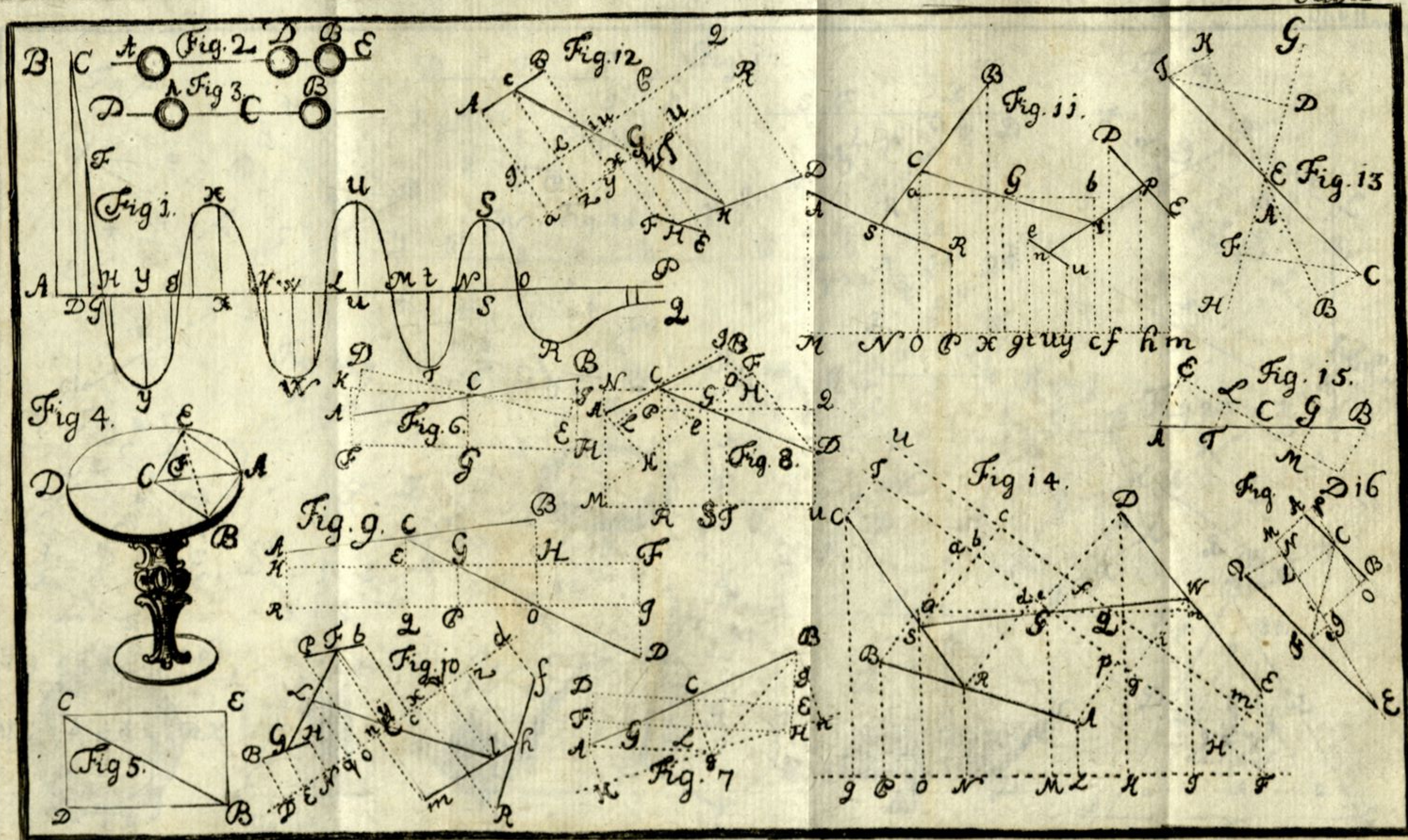


Fig. 1
Fig. 2
Fig. 3
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10
Fig. 11.
Fig. 12
Fig. 13
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16

Tab. II

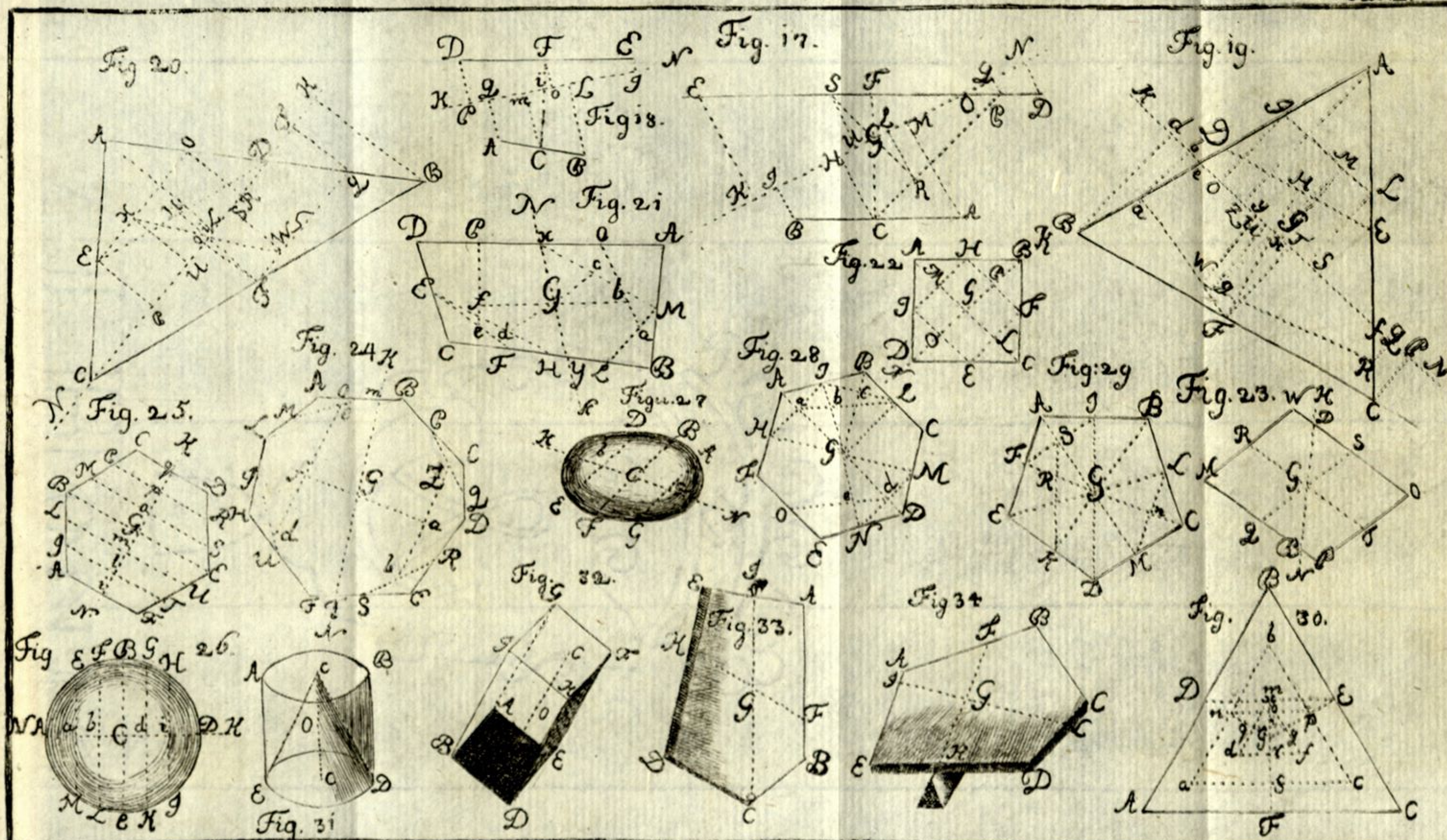


Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21
Fig. 22
Fig. 23.
Fig. 24
Fig. 25.
Fig. 26.
Fig. 27
Fig. 28
Fig. 29
Fig. 30.
Fig. 31
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34