

# PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **19** (1991/1992)

Številka 1

Strani 40-44

Vilko Domajnko:

## PLATONOVİ POLIEDRI

Ključne besede: matematika, geometrija.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/19/1075-Domajnko.pdf>

© 1991 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

# MATEMATIKA

## PLATONOVI POLIEDRI

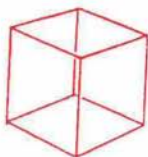
Med konveksnimi poliedri zlahka opazimo njih petero, ki zaradi svoje pravilne zgradbe še posebej izstopajo. Oglejmo si jih pozorneje:



tetraeder



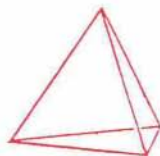
oktaeder



kocka



ikozaeder



dodekaeder

Peterici teh pravilnih poliedrov pravimo tudi **Platonovi** poliedri. Njihova zgodovina je prav zanimiva. Prislunimo ji!

Zdi se težko, če že ne prav nemogoče, seči z besedo ali s sliko tja daleč nazaj - k prvim odkritjem pravilnih poliedrov. Toda današnjim zgodovinarjem in arheologom vendarle marsikaj uspe. Tako so med izkopaninami na gori Monte Loffa blizu Padove v Italiji našli tudi model dodekaedra, ki sodi v sklop predmetov, ki so jih uporabljali Etruščani pred približno 2500 leti.

Spodnja slika nam prikazuje peterico predmetov, ki jih danes hranijo v Ashmolean Museum v Oxfordu v Angliji. Predmeti, v katerih seveda zlahka prepoznamo modele petih pravilnih poliedrov, sodijo v obdobje neolitske kulture na tamkajšnjih tleh in so torej stari vsaj 4000 let.



Žal ni znano, kakšen pomen so te stare kulture pripisovale pravilnim poliedrom.

Več zvedo, če se pomaknemo v obdobje starih Grkov. Znano je, da sta bila lepota in pomen teh teles izjemno visoko čaščena v nauku **Pitagorejcev**.

Tako, recimo, Aëtius (1. ali 2. stol.n.št.) poroča v svojih zapiskih:

"*Pitagora z ozirom na to, da obstaja pet geometrijskih teles, ki se imenujejo tudi matematična, pravi, da je iz kocke nastala zemlja, iz piramide ogenj, iz oktaedra zrak, iz ikozaedra voda in iz dodekaedra sfera vesoljstva.*"

Theo iz Smirne (1. ali 2. stol. n.št.) pa je o pitagorejskem nauku zabeležil, da "*obstaja petero teles (elementov) krogle sveta: v krogli so ogenj, voda, zemlja in zrak, peta pa je ladja, ki nosi kroglo*".

Roko na srce - matematike je v zapisih teh dveh starih poročevalcev najbrž manj, kot smo pričakovali. Pa še o njej, kar je pač je, pravi Aëtius, da je prisotna zgolj "*tudi*"! Misel se pač mora navaditi **Pitagore** (571 - 497 pr.n.št.), ki je bil predvsem mistik in mislec, seveda pa "*tudi*" matematik - gotovo eden prvih pomembnejših.

Kasneje veliki mislec **Platon** (429 - 348 pr.n.št.) ni ne preslišal in ne zanikal ničesar od tega, kar so vedeli povedati Pitagorejci o peterici pravilnih poliedrov. Zapis celo pravi, da je za velik denar kupil knjigo pitagorejskih naukov in po njej napravil svojega *Timeja* - knjigo, v kateri je med drugim obrazložil tudi svoje poglede na vlogo petih pravilnih poliedrov.

Za dodekaeder pravi, da pripada nebu, ker je bistveno različen od ostalih štirih teles. Poleg tega ga je, pravi Platon, že sam Bog uporabil v ta namen, ko je na njegovih dvanajst ploskev zarisal dvanajst zodiakalnih znamenj.

Kocka pripada zemlji, ker ima izmed vseh petih teles najtršo strukturo. In prav takšna, torej trda, je struktura zemlje v primerjavi s strukturami preostalih treh osnovnih elementov.

Tetraeder pripada ognju, pravi Platon, ker je z najmanjšim številom stranskih ploskev izmed vseh teles najbolj gibljiv. Pa tudi zato, ker je najlažji med njimi (danes pravimo, da ima pravilni tetraeder izmed vseh pravilnih teles z dano površino najmanjšo prostornino). Nazadnje pa še zato, ker je najostrejše telo, če opazujemo njegove prostorske kote v ogliščih. Zbode prav kakor ogenj.

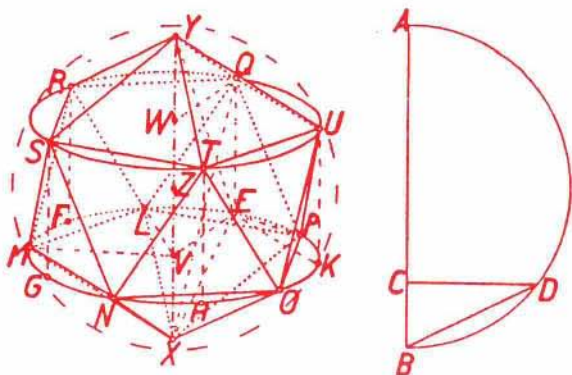
Ikozaeder pripada vodi, ker je v naštetih lastnostih tetraedru najbolj nasproten. Je najmanj gibljivo in nanjtežje telo in ima najmanj ostra oglišča. In kaj je bolj nasprotnega ognju kakor prav voda!

Oktaeder naposled pripada zraku, ker je v vseh omenjenih lastnostih med tetraedrom in ikozaedrom. Prav tako, kakor je zrak med dvema ekstremoma - med ognjem in vodo.

Tako je torej v *Timeju* opisoval Platon pet pravilnih poliedrov. In sedaj je najbrž tudi že jasno, zakaj se jih je kasneje oprijelo ime Platonovi poliedri.

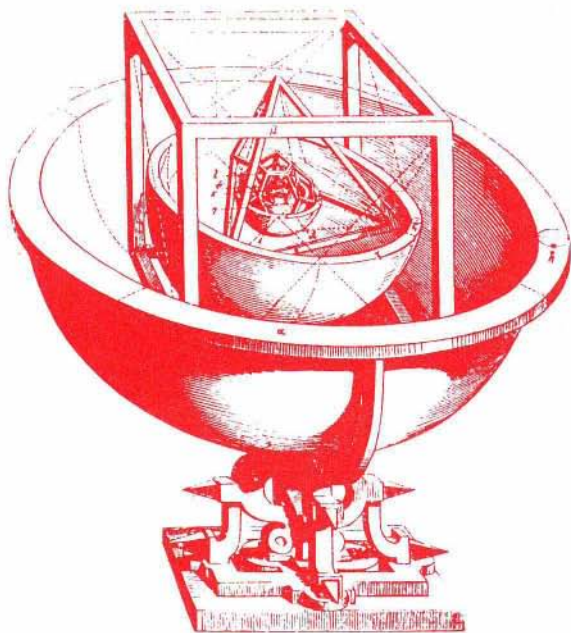
Pri starih Grkih postojmo še malo, preden odhitimo naprej skozi zgodovino po sledih Platonovih poliedrov. Učeni Proklos iz 5. stoletja pravi, da je **Evklid** (365 - 300 pr.n.št.) napisal svoje znamenite *Elemente* zgolj zato, da

Iz Evklidovih *Elementov*  
(knjiga 13, izrek 16)



bi v njih obširno in natančno obrazložil vse, kar je potrebnega za poznavanje petih Platonovih poliedrov. Mimogrede - *Elementi* so po vsej verjetnosti najvplivnejša matematična knjiga, kar jih je bilo kdajkoli napisanih. Proklesov pogled na *Elemente* je seveda navzkriž z današnjim. Vendar je treba vedeti, da je bil Proklos goreč Pitagorejec in eden najvnetejših razlagalcev Platonove filozofije.

V srednjem ve-  
ku najprej zgolj ome-  
nimo beneškega uč-  
njaka **Luca Pacioli-  
ja** (1445 - 1514).  
Zanimivo sliko, ki ga  
prikazuje pri ukvarja-  
nju s poliedri, najde-  
te v lanskoletni tretji  
številki Preseka.



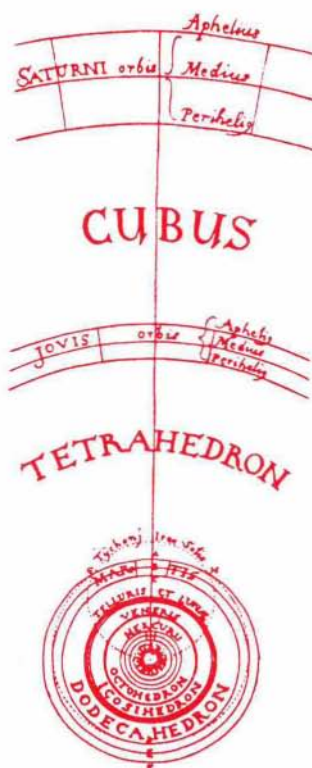
Keplerjeva verzija Son-  
čevega sistema iz dela  
*Mysterium Cosmogra-  
phicum*

Več pozornosti velja posvetiti nemškemu matematiku in astronomu **Johannesu Keplerju** (1571 - 1630). Ta je leta 1596 v nemškem Tübingenu objavil svoje delo *Mysterium Cosmographicum*, ki ga je napisal med svojim bivanjem v štajerskem Gradcu. V njem je pritrnil takrat še sveži in močno vznemirjajoči trditvi Poljaka Kopernika, da stoji Sonce v središču, okrog katerega se vrtijo Zemlja in ostali planeti. Podrobno je obrazložil tudi poti, po katerih se gibljejo planeti. Njegovo predstavo o Osončju bi lahko v zgoščeni obliki podali takole:

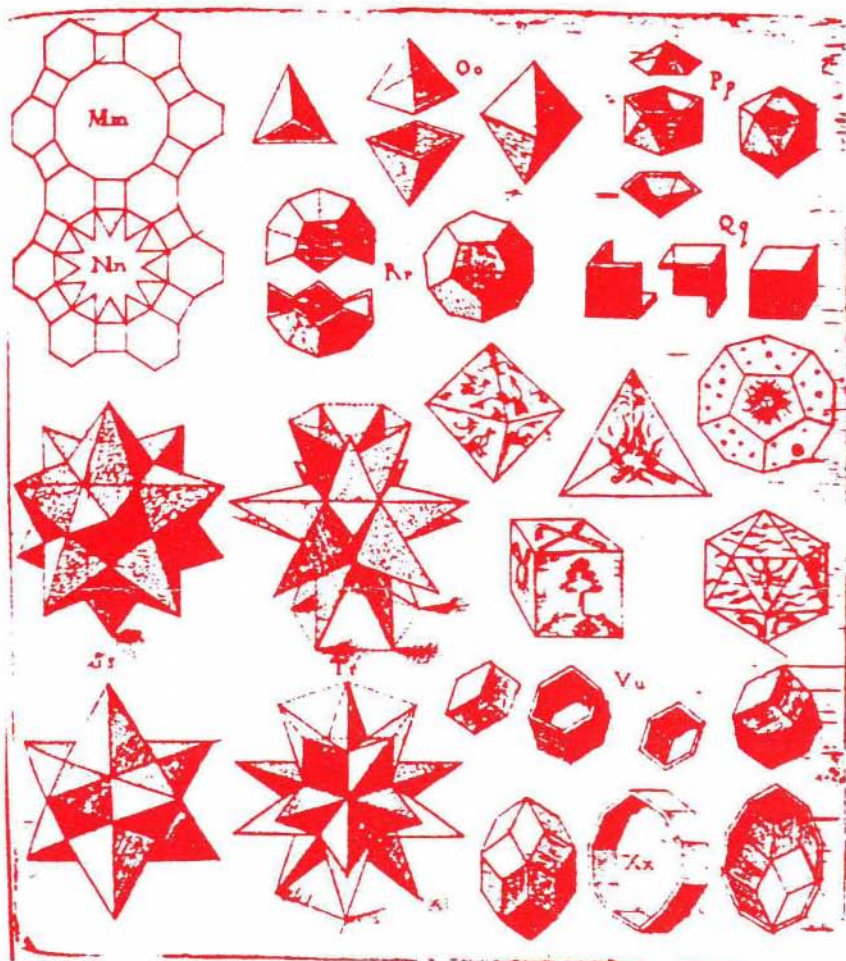
Naj na sferi krogle leži pot Zemlje okrog Sonca. Tej krogli očrtajmo dodekaeder. Na sferi, očrtani temu dodekaedru, leži pot Marsa okrog Sonca. Tretji sferi očrtajmo tetraeder in tetraedru spet sfero. Na sferi, očrtani tetraedru, leži pot Jupitra okrog Sonca. Očrtajmo ji kocko. In na sferi, očrtani kocki, leži pot Saturna okrog Sonca.

Pa se vrnimo nazaj k sferi, po kateri potuje Zemlja in ji včrtajmo ikozaeder. Na ikozaedru včrtani sferi leži pot Venere okrog Sonca. Tej sferi zatem včrtajmo oktaeder. Na oktaedru včrtani sferi leži pot Merkurja in v središču Merkurjeve sfere je točka, ki ustreza položaju Sonca, okrog katerega se gibljejo planeti.

Tako je tistikrat o harmoniji vesolja govoril Kepler, po svojem lastnem prepričanju *"bolj filozof v matematiki, kakor pa matematik, ki filozofira"*. Vse življenje je pri svojem delu prepričano sledil misli, da so *"odtisi geometrije izraženi v podobi sveta, tako da je geometrija pravzaprav neke vrste prasluka lepote sveta"*.



Risba iz Keplerjevega dela *Harmonices mundi* (Harmonija sveta) ponazarja razmerja sfer, na katerih ležijo poti vseh šestih planetov v Osončju, ki so bili tedaj znani Keplerju. Zanimivo, da dokaj dobro ustrezajo dejanskim razmeram v vesolju.



Iz Keplerjevega dela *Harmonices mundi*. Poleg obrazložitve petih Platonovih poliedrov so na sliki nekateri polpravilni in nekateri zvezdni poliedri, ki jih je odkril prav Kepler.

Spoznali smo torej, da je Kepler harmonijo sveta tesno povezoval s harmonijo petih Platonovih poliedrov. In kakor nam kaže zgornja leva slika, je v celoti ohranil tudi nauk Pitagorejcev - poliedre je še zmeraj povezoval s petimi osnovnimi elementi, z nebom, z ognjem, z vodo, z zemljo in z zrakom.