

Kozmološki učinki na razdaljo



VID KAVČIČ

→ Zaradi širjenja vesolja se razdalja med zelo oddaljenimi nebesnimi telesi s časom povečuje. Pri merjenju razdalj na velikih skalah moramo torej pazljivo upoštevati kozmološke učinke na razdaljo. V članku se bomo seznanili z različnimi kozmološkimi definicijami razdalj in izpeljali povezave med njimi.

Uvod v kozmologijo

Danes vemo, da je vesolje na največjih razsežnostih homogeno in izotropno, kar povzema tako imenovano **kozмолоško načelo**. To pomeni, da je na takšnih skalah vesolje povsod enako, poleg tega pa je tudi videti enako v vseh smereh. Posledica tega načela je, da v vesolju na razdaljah, večjih od okoli 100 Mpc, ni odlikovanega položaja ali odlikovane smeri. Vesolje se širi, kar pomeni, da se razdalje med telesi na kozmoloških skalah povečujejo. To pomeni, da raztezanje vesolja vpliva na razdaljo, ki jo s tako ali drugačno metodo izmerijo astronomi.

Prvi pomemben eksperimentalni dokaz, da se vesolje res širi, je **Hubble-Lemaîtrejev zakon**. Hubble in Lemaître, ki sta do ugotovitve neodvisno prišla v letih 1927–1929, sta opazila, da so spektralne črte oddaljenih galaksij opazno zamaknjene. Ugotovila sta, da je izmerjeni rdeči premik z sorazmeren z oddaljenostjo d nebesnega telesa. Premik spektralnih črt sta pripisala temu, da se galaksije dejansko od nas oddaljujejo s hitrostjo $v = zc$. Zapisala sta torej sorazmerje med navidezno hitrostjo v oddaljevanja

in oddaljenostjo d galaksije:

$$v = H_0 d, \quad (1)$$

kjer je $H_0 \approx 70 \text{ (km/s)/Mpc}$ **Hubbleova konstanta**. Odkritje ima zelo velik pomen: če se galaksije medsebojno oddaljujejo, to pomeni, da se vesolje širi in da so bile v preteklosti bližje skupaj. S tem potrjuje, da je imelo vesolje svoj začetek, ki mu pravimo **veliki pok** oziroma **prapok**.

Kozmološki rdeči premik

Hubble je predpostavil, da je premik spektralnih črt oddaljenih galaksij posledica Dopplerjevega pojava. Vendar je pri tem prostor in čas obravnaval klasično. V resnici je treba vesolje obravnavati v sklopu Einsteinove splošne teorije relativnosti, ki poenoti prostor in čas ter opiše vesolje kot gibko tkanino prostor-časa, ki se lahko razteguje ali krči.

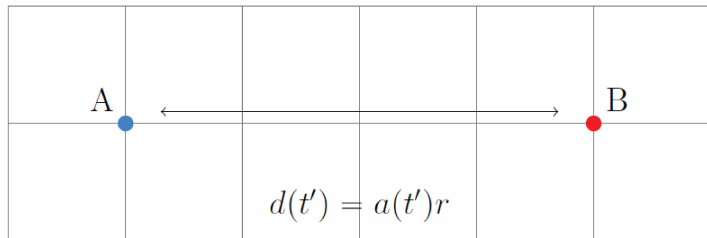
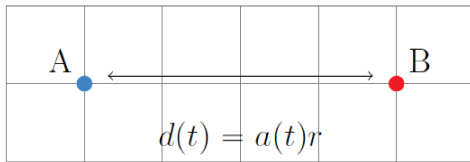
Izmerjeni rdeči premik tako ni posledica Dopplerjevega premika, kot je domneval Hubble, temveč je posledica raztezanja vesolja. V času, ko svetloba potuje od zelo oddaljene galaksije do nas, se lahko vesolje opazno razširi. Valovna dolžina svetlobe se zato medtem podaljša, kar opazimo kot rdeči premik.

Kozmološki rdeči premik definiramo kot relativno spremembo valovne dolžine neke opazovane spektralne črte, ki ni posledica gibanja galaksije v prostoru, pač pa širjenja vesolja:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{odd}}} = \frac{\lambda_{\text{pr}} - \lambda_{\text{odd}}}{\lambda_{\text{odd}}}, \quad (2)$$

kjer je λ_{odd} valovna dolžina svetlobe, ki je bila oddana, in λ_{pr} valovna dolžina te svetlobe, kot jo izmerimo. Hubble-Lemaîtrejev zakon pravilneje zapišemo kot sorazmernost med rdečim premikom z in





SLIKA 1.

Mreža sogibajočih koordinat r ob času t , ko je prava razdalja med galaksijama enaka $d(t)$, skalirni faktor pa $a(t)$. Ob kasnejšem času t' se sogibajoča razdalja med galaksijama A in B (število kvadratkov) ni spremenila, kljub temu pa se je prava razdalja povečala na $d(t')$, ker se je vesolje razširilo. Skalirni faktor se je povečal na $a(t')$.

oddaljenostjo d :

$$\blacksquare \quad z = \frac{H_0}{c} d. \quad (3)$$

Hubble-Lemaîtrejev zakon velja le za bližnja telesa. Pri večjih oddaljenostih galaksij, ko je $z > 0,2$, je zveza med z in d bolj zapletena in moramo poznati sestavo vesolja. V preteklosti ali v prihodnosti je sorazmernostni koeficient drugačen in ga imenujemo **Hubblev parameter** $H(t)$. Hubbleva konstanta je tako le vrednost Hubblovega parametra danes, kar označimo kot $H_0 = H(t_0)$.

Skalirni faktor, prava razdalja in sogibajoča razdalja

Širjenje vesolja opišemo s **skalirnim faktorjem** $a(t)$. Razdaljo med dvema telesoma ob nekem času t zapišemo kot

$$\blacksquare \quad d(t) = a(t)r. \quad (4)$$

Razdalji d pravimo **prava razdalja**, razdalji r pa **sogibajoča razdalja**. Sogibajoča razdalja je v sedanjem času t_0 enaka pravi razdalji. Grafično ponazoritev skalirnega faktorja prikazuje slika 1.

Hubblev parameter lahko po zgornji definiciji izrazimo kot

$$\blacksquare \quad H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}, \quad (5)$$

kjer je $\dot{a}$ časovni odvod skalirnega faktorja, to je hitrost spreminjanja skalirnega faktorja s časom.

Pokažemo lahko, da za kozmološki rdeči premik na splošno velja zveza

$$\blacksquare \quad \frac{a(t_{\text{pr}})}{a(t_{\text{odd}})} = \frac{\lambda_{\text{pr}}}{\lambda_{\text{odd}}} = 1 + z, \quad (6)$$

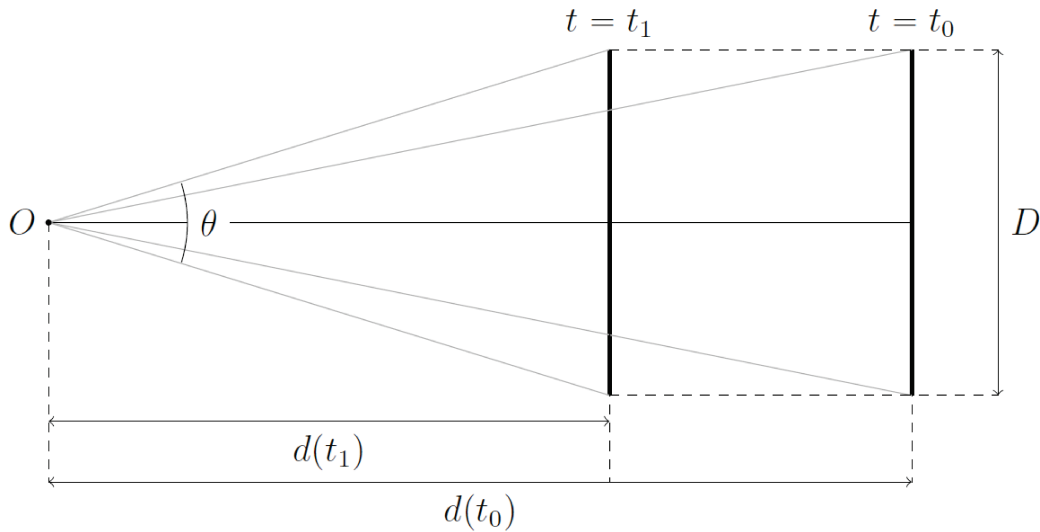
kjer sta $a(t_{\text{odd}})$ in $a(t_{\text{pr}})$ skalirna faktorja ob časih t_{odd} oziroma t_{pr} , ko je bila svetloba oddana oziroma prejeta, ter λ_{odd} in λ_{pr} valovni dolžini svetlobe, ko je bila oddana oziroma prejeta. Za vrednost skalirnega faktorja danes navadno vzamemo $a(t_0) = 1$, zato velja

$$\blacksquare \quad a = \frac{1}{1 + z}. \quad (7)$$

Zdaj, ko smo se seznanili z osnovami kozmologije in spoznali dve definiciji razdalje – pravo razdaljo in sogibajočo razdaljo, si oglejmo še dve drugi definiciji razdalje, ki izhajata iz dveh elementarnih metod merjenja razdalj v astronomiji.

Razdalja kotne velikosti

Zamislimo si nebesno telo s fiksno velikostjo D , na primer galaksijo. Takoj na začetku naj posebej poudarimo, da se vrednost D s časom zaradi raztezanja vesolja ne spreminja. Denimo, da izmerimo, da je kotna velikost galaksije na našem nebu enaka θ .



SLIKA 2.

Poenostavljena slika medsebojne lege opazovalke in galaksije ob času $t = t_1$ in ob času $t = t_0$. Čeprav nam kopernikansko načelo pravi, da položaj Zemlje v vesolju ni nikakor odlikovan, je zavrlo preglednosti na skici položaj opazovalke v obeh primerih na istem mestu. Spremenjena je le lega galaksije. Z drugimi besedami, skica prikazuje spremembo relativnega položaja galaksije glede na opazovalko.

Razdaljo kotne velikosti (angl. *angular diameter distance*) s tem v zvezi definiramo kot

$$d_A = \frac{D}{\theta}. \quad (8)$$

Denimo, da se galaksija z velikostjo D nahaja na sogibajoči razdalji r in da je svetlobo, ki jo opazujemo danes, oddala ob času $t = t_1$. To svetlobo nato opazovalka zazna ob času $t = t_0$ na razdalji $r = 0$. Poenostavljen oris pojava prikazuje slika 2. Če želimo izraziti velikost D galaksije z izmerjeno kotno velikostjo θ , moramo v izračunu torej upoštevati oddaljenost galaksije, ko je galaksija svetlobo, ki jo opazujemo danes, oddala.

Če predpostavimo, da je vesolje ravno, lahko velikost D nebesnega telesa zapišemo kot

$$D = \theta \cdot a(t_1)r,$$

kjer smo z $a(t_1)$ označili skalirni faktor ob času t_1 . Če upoštevamo, da je $a(t_0)/a(t_1) = 1+z$ in $a(t_0) = 1$,

lahko razdaljo kotne velikosti izrazimo kot

$$d_A = \frac{D}{\theta} = a(t_1)r = \frac{r}{1+z}.$$

Povzamemo, da za med razdaljo kotne velikosti in sogibajočo razdaljo r , ki je v ravnem vesolju po definiciji enaka današnji vrednostni prave razdalje $d(t_0)$, velja povezava

$$d_A = \frac{r}{1+z}. \quad (9)$$

Ker je $z > 0$, to pomeni, da je današnja vrednost prave razdalje $d(t_0) = r$ do galaksije v resnici za faktor $(1+z)$ večja od razdalje d_A , ki jo določimo iz meritve kotne velikosti galaksije. Z drugimi besedami, zaradi kozmoloških učinkov so galaksije videti večje, kot bi bile, če se vesolje ne bi raztezalo. Če opazujemo dve galaksiji, ki imata enako fizično velikost, bo na našem nebu večja videti galaksija, ki leži na višjem rdečem premiku.





Razdalja izseva

Oddaljenost d_L nebesnega telesa lahko preprosto izračunamo, če poznamo njegov izsev L in izmerimo gostoto svetlobnega toka j . Velja

$$j = \frac{L}{4\pi d_L^2}.$$

Razdaljo, ki jo dobimo iz izseva in izmerjene gostote svetlobnega toka, imenujemo **razdaljo izseva** (angl. *luminosity distance*) in jo označimo z d_L . Neposredno jo torej definiramo kot

$$d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi j}}.$$

Svetloba s tega nebesnega telesa je prepotovala razdaljo r in se porazdelila po sferi s površino $4\pi r^2$. Če želimo podobno kot prej izpeljati povezavo s sogibajočo razdaljo, moramo upoštevati še dva pomembna učinka.

Zaradi rdečega premika se energija fotona zmanjša. Označimo energijo fotona oddane svetlobe z

$$E_{y,\text{odd}} = h\nu_{\text{odd}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{odd}}},$$

energijo fotona svetlobe, ki jo opazujemo na Zemlji, pa z

$$E_{y,\text{pr}} = h\nu_{\text{pr}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{pr}}}.$$

Če upoštevamo definicijo kozmološkega rdečega premika

$$z = \frac{\lambda_{\text{odd}} - \lambda_{\text{pr}}}{\lambda_{\text{pr}}},$$

lahko energijo fotona prejete svetlobe v zvezi z energijo fotona oddane svetlobe izrazimo kot

$$E_{y,\text{pr}} = \frac{E_{y,\text{odd}}}{1+z}.$$

Vidimo, da je energija prejetega fotona za faktor $1+z$ manjša od energija oddanega fotona.

Drugi učinek pa je povezan s številom fotonov, ki jih v danem časovnem intervalu zaznamo. Denimo,

da galaksija v časovnem intervalu Δt_{odd} odda N fotonov in da na Zemlji teh N fotonov zaznamo v časovnem intervalu Δt_{pr} . Potem velja

$$\frac{\Delta t_{\text{pr}}}{\Delta t_{\text{odd}}} = \frac{a(t_{\text{pr}})}{a(t_{\text{odd}})} = 1+z.$$

Z drugimi besedami, število prejetih fotonov v danem (fiksni) časovnem intervalu se zmanjša za faktor $1+z$, zato ponovno sklenemo, da se gostota svetlobnega toka zaradi tega učinka zmanjša za faktor $1+z$.

Če upoštevamo oba učinka, lahko izmerjeno gostoto svetlobnega toka j v zvezi z izsevom L izrazimo kot

$$j = \frac{L}{4\pi r^2(1+z)^2}.$$

Iz enačbe izluščimo izraz za razdaljo izseva

$$d_L = r(1+z).$$

S tem lahko zvezo med različnimi definicijami razdalj povzamemo z eno samo enačbo kot

$$d_L = (1+z)r = (1+z)^2 d_A.$$

Pri majhnih rdečih premikih ($z \ll 1$) pričakovano velja $d_L \approx r \approx d_A$. Na tem mestu je treba znova poudariti, da je sogibajoča razdalja enaka današnji vrednosti prave razdalje, $r = d(t_0)$.

Modul razdalje

Navidezni sij m in absolutni sij M nebesnega telesa, ki se nahaja na razdalji d , povezuje standardna zveza

$$m - M = 5 \log \left(\frac{d}{10 \text{ pc}} \right).$$

Količino $\mu = m - M$ pogosto imenujemo **modul razdalje** (angl. *distance modulus*). Na kozmoloških skalah se pojavi vprašanje, katero od zgoraj definiranih razdalj moramo upoštevati v enačbi, če želimo na primer izračunati absolutni sij telesa, ki mu izmerimo navidezni sij m . Ker je sij v zvezi z gostoto svetlobnega toka, je naravna in edina smiselna izbira razdalja izseva d_L . Enačbo za modul razdalje v tem primeru prepisemo v

$$m - M = 5 \log \left(\frac{d_L}{10 \text{ pc}} \right).$$

Poudarimo naj, da zveza velja le za bolometrični sij. Zveza za sij pri določeni valovni dolžini (spektralni sij) ali na posebnem intervalu valovnih dolžin je na splošno bolj zapletena in vsebuje še dodatne popravke.

Zgled

Oglejmo si računski zgled, v katerem bomo ilustrirali izračun navideznega sija supernove tipa Ia in pri tem upoštevali kozmološki popravek k razdalji.

Naloga. V spiralni galaksiji, ki jo opazujemo s strani, opazimo izbruh supernove tipa Ia. Opazujemo središče galaksije. V spektru opazimo spektralno črto $H\alpha$, ki ima v laboratoriju valovno dolžino $\lambda_0 = 656,3 \text{ nm}$. Izmerimo, da se črta nahaja pri valovni dolžini $\lambda = 721,9 \text{ nm}$. Izračunaj navidezni sij m supernove ob največji svetlosti za opazovalko na Zemlji. Upoštevaj, da je rdeči premik posledica izključno kozmoloških učinkov. Znano je, da je absolutni sij teh supernov ob največji svetlosti enak $M = -19,5$.

Rešitev.

Najprej določimo rdeči premik z galaksije. Velja

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = 0,10.$$

Rdeči premik bo dovolj velik, da bo opazno vplival na popravek k razdalji, in hkrati dovolj majhen, da pravo razdaljo d galaksije določimo s Hubble-Lemaîtrejevim zakonom:

$$d = \frac{zc}{H_0} = 428 \text{ Mpc}.$$

Ker nas zanima navidezni sij m galaksije, moramo najprej izračunati razdaljo izseva d_L :

$$d_L = (1 + z)d = 471 \text{ Mpc}.$$

S tem za navidezni sij galaksije sledi

$$m = M + 5 \log \left(\frac{d_L}{10 \text{ pc}} \right) = 18,9.$$

Zaključek

V članku smo izpeljali povezavo med sogibajočo razdaljo, razdaljo kotne velikosti in razdaljo izseva. Velikega pomena je poudariti, da izpeljane zveze temeljijo na ključni predpostavki, da je vesolje ravno, kar nam je račune izjemno poenostavilo. Za vesolje, ki ni ravno, sta zvezi za razdalji d_A in d_L veliko bolj zapleteni ter odvisni od kozmološkega modela.

Na splošno razdalja kotne velikosti in razdalja izseva nista odvisni le od kozmološkega rdečega premika z , pač pa tudi od vrednosti ostalih kozmoloških parametrov, ki opisujejo sestavo vesolja. Mednje sodijo današnja vrednost Hubblovega parametra (H_0), parameter gostote snovi (Ω_m), parameter gostote sevanja (Ω_r), parameter ukrivljenosti (Ω_k) in parameter gostote temne energije (Ω_Λ).

Literatura

- [1] Guštin, A., Fabjan, D., Kavčič, V. in Bukovšek, S. (2024). **Zbirka nalog z astronomskih tekmovalanj 2009–2024: teorija in rešene naloge za srednje šole** (Let. 98, str. 363). Fakulteta za matematiko in fiziko.
- [2] Weinberg, S. (2008). **Cosmology**. OUP Oxford.
- [3] Weinberg, S. (1972). **Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity**. John Wiley & Sons.
- [4] Karttunen, H., Kröger, P., Oja, H., Poutanen, M., & Donner, K. J. (2007). **Fundamental Astronomy** (5th ed.). Springer.

× × ×

www.presek.si

www.fmf.uni-lj.si/sl/zalozba/