IZDAJA DRUŠTVO MATEMATIKOV, FIZIKOV IN ASTRONOMOV SLOVENIJE

ISSN 0473-7466

2014
Letnik 61
2

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

dr JANEZ STRNAD

OBZORNIK MAT. FIZ. • LJUBLJANA • LETNIK 61 • ŠT. 2 • STR 41-80 • MAREC 2014

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Glasilo Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije
Ljubljana, MAREC 2014, letnik 61, številka 2, strani 41–80

Naslov uredništva: DMFA–založništvo, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana **Telefon:** (01) 4766 553, 4232 460 **Telefaks:** (01) 4232 460, 2517 281 **Elektronska pošta:** zaloznistvo@dmfa.si **Internet:** http://www.obzornik.si/ **Transakcijski račun:** 03100–1000018787 **Mednarodna nakazila:** SKB banka d.d., Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana **SWIFT (BIC):** SKBASI2X **IBAN:** SI56 0310 0100 0018 787

Jezikovno pregledal Janez Juvan.
Računalniško stavila in oblikovala Tadeja Šekoranja.
Natisnila tiskarna COLLEGIUM GRAPHICUM v nakladi 1250 izvodov.

Člani društva prejemajo Obzornik brezplačno. Celoletna članarina znaša 24 EUR, za druge družinske člane in študente pa 12 EUR. Naročnina za ustanove je 35 EUR, za tujino 40 EUR. Posamezna številka za člane stane 3,19 EUR, stare številke 1,99 EUR.

DMFA je včlanjeno v Evropsko matematično društvo (EMS), v Mednarodno matematično unijo (IMU), v Evropsko fizikalno društvo (EPS) in v Mednarodno združenje za čisto in uporabno fiziko (IUPAP). DMFA ima pogodbo o recipročnosti z Ameriškim matematičnim društvom (AMS).

Revija izhaja praviloma vsak drugi mesec. Sofinancira jo Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije iz sredstev državnega proračuna iz naslova razpisa za sofinanciranje domačih znanstvenih periodičnih publikacij.

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM OBZORNIKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Revija Obzornik za matematiko in fiziko objavlja izvirne znanstvene in strokovne članke iz matematike, fizike in astronomije, včasih tudi kak prevod. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij, poročila o dejavnosti Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije ter vesti o drugih pomembnih dogodkih v okviru omenjenih znanstvenih ved. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, diplomantov iz omenjenih strok.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev), sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo), izvleček v slovenskem jeziku, naslov in izvleček v angleškem jeziku, klasifikacijo (MSC oziroma PACS) in citirano literaturo. Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo tudi ločeno od besedila. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Prispevki so lahko oddani v računalniški datoteki PDF ali pa natisnjeni enostransko na belem papirju formata A4. Zaželena velikost črk je 12 pt, razmik med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku ali uredniku za matematiko oziroma fiziko na zgoraj napisani naslov uredništva. Vsak članek se praviloma pošlje dvema anonimnima recenzentoma, ki morata predvsem natančno oceniti, kako je obravnavana tema predstavljena, manj pomembna pa je originalnost (in pri matematičnih člankih splošnost) rezultatov. Če je prispevek sprejet v objavo, potem urednik prosi avtorja še za izvorne računalniške datoteke. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

OSNOVE KVANTNEGA RAČUNALNIŠTVA, 2. DEL

MATIJA PRETNAR

Fakulteta za matematiko in fiziko
Univerza v Ljubljani

Math. Subj. Class. (2010): 68Q12, 81P68

V drugem delu članka si ogledamo Deutschev algoritem, ki je bil prvi kvantni algoritem, ter najznamenitejša kvantna algoritma: Groverjev algoritem za iskanje v neurejeni tabeli in Shorov algoritem za razcep na praštevila.

THE BASICS OF QUANTUM COMPUTING, PART 2

The second part looks at Deutsch's algorithm, which was the first quantum algorithm, and at two most famous quantum algorithms: Grover's search algorithm and Shor's factorization algorithm.

Simulacija klasičnih vezij

Preden se začnemo navduševati nad učinkovitostjo kvantnih računalnikov, najprej preverimo, ali lahko z njimi res izračunamo vse, kar bi želeli. Torej, za vsako funkcijo $f\colon \{0,1\}^m \to \{0,1\}^n$, ki jo znamo izračunati na običajnem računalniku, želimo poiskati ustrezno unitarno preslikavo oziroma kvantno vezje U_f, ki bo dajala enake odgovore.

Kaj pomeni, da bodo odgovori enaki? Če nastavimo kubite na začetno bazno stanje $|x\rangle = |x_0 x_1 \cdots x_{m-1}\rangle$, kjer so x_i posamezni vhodni biti, potem želimo s pomočjo U_f izračunati stanje $|f(x)\rangle = |y_0 y_1 \cdots y_{n-1}\rangle$. Toda kako lahko z unitarnimi preslikavami izračunamo funkcijo, ki nima inverza? Še več: kaj, če funkcija f nima enakega števila vhodnih in izhodnih bitov?

Obema težavama se izognemo tako, da vezje poleg vhoda $|x\rangle$ sprejme še nekaj dodatnih kubitov, na katere bomo shranili izhod $|f(x)\rangle$. Za začetek si oglejmo primer, ko f izračuna en bit, torej ko je $n = 1$. Vezje U_f tedaj iz stanja $|x\rangle|0\rangle$ izračuna stanje $|x\rangle|f(x)\rangle$. Natančneje: iz stanja $|x\rangle|b\rangle$ bomo izračunali stanje $|x\rangle|b \oplus f(x)\rangle$, kjer je *ekskluzivni ali* $\oplus$ podan z:

$$0 \oplus 0 = 0 \quad 0 \oplus 1 = 1 \quad 1 \oplus 0 = 1 \quad 1 \oplus 1 = 0.$$

Iz enakosti $\textsc{cnot}|x\rangle|b\rangle = |x\rangle|b \oplus x\rangle$ izvira tudi oznaka za CNOT v kvantnih vezjih.

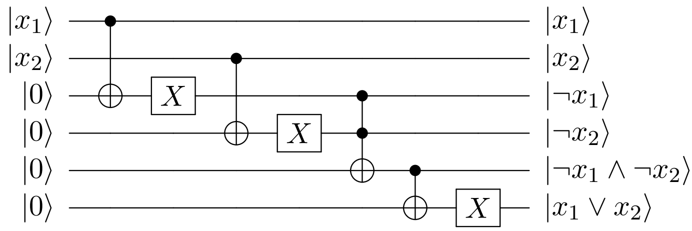
Če je izhodnih kubitov več, ravnamo podobno: iz vhoda $|x\rangle|b\rangle$, kjer je b zdaj zaporedje n kubitov, enako izračunamo $|x\rangle|b \oplus f(x)\rangle$, le da tokrat $\oplus$ deluje po posameznih kubitih.

Na splošni superpoziciji vezje U_f deluje linearno: stanje $\sum_{x,b} \alpha_{x,b}|x\rangle|b\rangle$, kjer $\sum_{x,b}$ označuje vsoto po vseh 2^m možnih baznih stanjih $|x\rangle$ in vseh 2^n možnih stanjih kubitov za odgovor $|b\rangle$, spremeni v $\sum_{x,b} \alpha_{x,b}|x\rangle|b \oplus f(x)\rangle$. Običajno pa bodo kubiti za odgovor nastavljeni na $|0\rangle$, zato bo odgovor kar superpozicija $\sum_x \alpha_x|x\rangle|f(x)\rangle$.

Ali lahko na tak način simuliramo vsa klasična vezja? Vemo, da lahko vsa taka vezja sestavimo iz negacije in konjunkcije. Negacijo simuliramo tako, da s kontrolirano negacijo stanje kontrolnega kubita presnamemo na ciljni kubit, nato pa ciljni kubit negiramo z vrati X. Zaradi izreka o nepodvajanju seveda ne moremo presneti splošnega stanja, le bazni stanji $|0\rangle$ in $|1\rangle$, a to je za simulacijo klasičnega vezja dovolj.

Za konjunkcijo pa uporabimo *Toffolijeva vrata* T. Ta delujejo podobno kot CNOT, le da imajo dva kontrolna in en ciljni kubit, ki ga negiramo takrat, ko sta oba kontrolna kubita enaka $|1\rangle$. Velja torej $T|110\rangle = |111\rangle$ in $T|111\rangle = |110\rangle$, vsa druga bazna stanja pa vrata T pustijo pri miru.

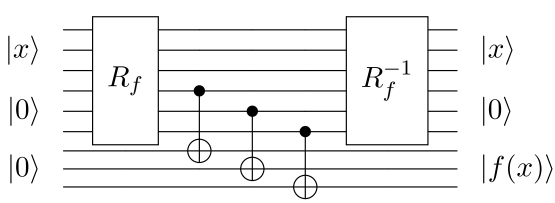
S pomočjo teh dveh vrat lahko izrazimo vsa preostala vezja, na primer disjunkcijo. Disjunkcijo lahko s pomočjo negacije in konjunkcije izrazimo kot $x_1 \vee x_2 = \neg(\neg x_1 \wedge \neg x_2)$, to pa implementiramo z naslednjim vezjem:



(1)

Pri tem smo zaradi sorodnega delovanja vrata T označili podobno kot CNOT.

Na tak način vsako klasično funkcijo f simuliramo s kvantnim vezjem R_f, ki poleg vhodnih podatkov dobi še nekaj kubitov delovnega prostora, poleg odgovora pa vrne še nekaj *smeti*, ki so posledica pomožnih računov. Teh smeti se hočemo znebiti, saj zaradi prepletenosti vplivajo na stanja vhodnih in izhodnih kubitov. K sreči tudi tu obstaja rešitev: po uporabi vezja R_f odgovor presnamemo na dodatne kubite, nato pa uporabimo inverz R_f^{-1}, ki kubite z odgovorom in smetmi povrne v prvotno prazno stanje, na dodatnih kubitih pa ostane kopija odgovora.

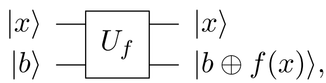


Ker so vsa vezja unitarna, vemo, da inverz obstaja. Toda kako ga izračunamo? Kot vemo, velja $(UV)^{-1} = V^{-1}U^{-1}$, zato inverz dobimo tako, da inverze posameznih vrat sestavimo v obratnem vrstnem redu. Ker so vrata X, Y, Z, H, CNOT in T sama svoj inverz, lahko vsako vezje, ki je sestavljeno iz njih, obrnemo kar tako, da ga izvedemo od desne proti levi (nekatere implementacije to enostavno dopuščajo).

Deutschev algoritem

Spodobi se, da si kot prvi kvantni algoritem ogledamo *Deutschev algoritem* [1], saj je bil to prvi kvantni algoritem, ki je deloval učinkoviteje od klasičnega. Recimo, da želimo za nam neznano funkcijo $f\colon \{0,1\} \to \{0,1\}$ ugotoviti, ali je konstantna, pri tem pa imamo na voljo le "črno škatlo", torej neko napravo, ki na nam neznan način računa vrednosti f.

Če je ta črna škatla klasično vezje, nam ne ostane drugega kot to, da jo uporabimo dvakrat, da izračunamo $f(0)$ in $f(1)$, nato pa odgovora primerjamo. Če pa imamo na voljo kvantno vezje U_f:



nam Deutschev algoritem odgovor izračuna z le eno uporabo U_f.

Glavni ideji sta dve. Prva je očitna: na vhodnem kubitu podamo superpozicijo $|+\rangle$, da hkrati izračunamo U_f na $|0\rangle$ in $|1\rangle$. Druga pa je bolj zvita: na izhodnem kubitu namesto $|0\rangle$ podamo $|-\rangle$. Po uporabi vezja na $|x\rangle|-\rangle$ je stanje namreč enako

$$U_f|x\rangle|-\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2}}U_f|x\rangle|0\rangle - \tfrac{1}{\sqrt{2}}U_f|x\rangle|1\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2}}|x\rangle|0 \oplus f(x)\rangle - \tfrac{1}{\sqrt{2}}|x\rangle|1 \oplus f(x)\rangle.$$

Če je $f(x) = 0$, je končno stanje enako $|x\rangle|-\rangle$, če pa je $f(x) = 1$, je izhodno stanje enako $-|x\rangle|-\rangle$. Torej v splošnem velja, da je izhodni kubit v stanju $(-1)^{f(x)}|x\rangle|-\rangle$.

Če za vhod podamo $|+\rangle$, dobimo

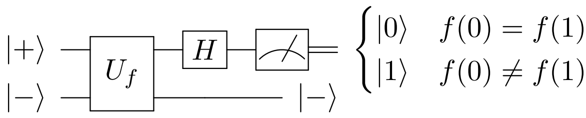
$$\begin{aligned} U_f|+\rangle|-\rangle &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}U_f|0\rangle|-\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}U_f|1\rangle|-\rangle \\ &= \tfrac{1}{\sqrt{2}}(-1)^{f(0)}|0\rangle|-\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}(-1)^{f(1)}|1\rangle|-\rangle \\ &= (-1)^{f(0)}(\tfrac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{(-1)^{f(1)-f(0)}}{\sqrt{2}}|1\rangle)|-\rangle. \end{aligned}$$

Če je f konstantna in je $f(0) = f(1)$, je prvi kubit v stanju $|+\rangle$, sicer pa je v stanju $|-\rangle$. Kako ugotovimo, v katerem stanju je?

Po uporabi vezja na prvem kubitu uporabimo Hadamardova vrata H. Ta $|+\rangle$ slikajo v $|0\rangle$, $|-\rangle$ pa v $|1\rangle$, kar potem izmerimo na običajen način.

Podobno lahko stanje pomerimo v vsaki ortonormirani bazi, le namesto H moramo izbrati ustrezno unitarno preslikavo.

Celoten Deutschev algoritem izvedemo s sledečim vezjem:



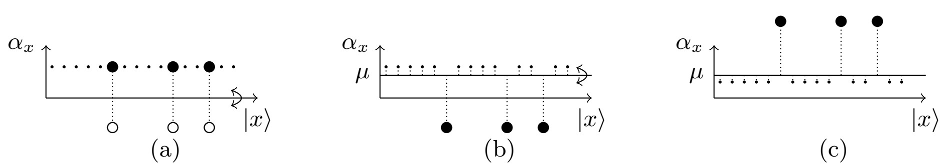
Če je funkcija f konstantna, izmerimo $|0\rangle$, če ni, pa $|1\rangle$.

Vprašanje, na katero odgovori Deutschev algoritem, ni ravno najbolj zanimivo, a v odgovoru nanj smo videli nekaj glavnih trikov, ki se uporabljajo v skoraj vseh kvantnih algoritmih.

Groverjev algoritem

Zanimivejša je naslednja naloga: za funkcijo $f\colon \{0, 1, \ldots, N-1\} \to \{0, 1\}$ želimo poiskati x, za katerega velja $f(x) = 1$. To je tako, kot bi v (papirnatem) telefonskem imeniku iskali osebo, ki živi na danem naslovu. Ker je imenik urejen po priimkih in ne po naslovih, nam ne ostane drugega, kot da ga preiščemo od začetka do konca. Če imamo srečo, osebo najdemo takoj, če ne, pa lahko šele čisto na koncu. Čas, ki ga potrebujemo za tako iskanje, narašča linearno z velikostjo imenika: za stokrat večji imenik potrebujemo stokrat več časa. Pravimo, da je časovna zahtevnost problema enaka $O(N)$.

Groverjev algoritem [3] pa isti problem na kvantnem računalniku reši s časovno zahtevnostjo $O(\sqrt{N})$, kar pomeni, da za stokrat večji imenik potrebujemo le desetkrat več časa. Ideja je sledeča: začnemo s superpozicijo vseh baznih stanj, nato pa amplitudi ustreznih stanj zamenjamo predznak, nazadnje pa vse amplitude »prezrcalimo« prek povprečja, s čimer se amplituda vseh ustreznih stanj poveča (slika 1).



Slika 1. Amplitude baznih stanj pri (a) začetnem stanju, (b) obratu faz ustreznih stanj in (c) zrcaljenju amplitud prek povprečja μ. Ustrezna stanja so označena z znakom $\bullet$.

Ta dva koraka nato dovoljkrat ponovimo, na koncu pa izmerimo stanje. Z veliko verjetnostjo bo to izmerjeno stanje ravno eno od ustreznih. Ustreznost izmerjenega stanja nato preverimo še s prvotno funkcijo f, in če odgovor ni ustrezen, postopek ponovimo. Najprej moramo pokazati, da sta obrat faze in zrcaljenje prek povprečja unitarni preslikavi, nato pa še ugotoviti, kolikokrat ju moramo ponoviti, da pridemo do odgovora. Zaradi enostavnosti bomo privzeli, da je $N = 2^n$, in stanja $|0\rangle, |1\rangle, \ldots, |N-1\rangle$ izenačili z vsemi baznimi stanji $|x\rangle$ sistema n kubitov.

Obrat faze F je seveda unitarna preslikava: vsa ustrezna bazna stanja imajo lastno vrednost -1, vsa preostala pa 1. Implementiramo jo tako, da izhodni kubit pri vezju U_f, ki računa funkcijo f, nastavimo na $|-\rangle$. Tako kot pri Deutschevem algoritmu vidimo, da je $U_f|x\rangle|-\rangle = (-1)^{f(x)}|x\rangle|-\rangle$.

Zrcaljenje prek povprečja definiramo kot $D = 2|\psi\rangle\langle\psi| - I$, pri čemer je $|\psi\rangle = H^{\otimes n}|0^n\rangle$ superpozicija vseh 2^n baznih stanj, $|\psi\rangle\langle\psi|$ pa ortogonalni projektor na vektor $|\psi\rangle$, saj $|\varphi\rangle$ slika v $|\psi\rangle\langle\psi||\varphi\rangle = |\psi\rangle\langle\psi|\varphi\rangle = \langle\psi|\varphi\rangle|\psi\rangle$.

Preslikava D res zrcali prek povprečja μ, saj iz

$$
\begin{aligned}
D\sum_x \alpha_x|x\rangle &= \sum_x \alpha_x(2|\psi\rangle\langle\psi| - I)|x\rangle = \sum_x (2\alpha_x|\psi\rangle\langle\psi|x\rangle - \alpha_x|x\rangle) \\
&= 2\sum_{x'} \frac{\alpha_{x'}}{\sqrt{N}}|\psi\rangle - \sum_x \alpha_x|x\rangle = 2\sum_{x'} \frac{\alpha_{x'}}{\sqrt{N}} \sum_x \frac{1}{\sqrt{N}}|x\rangle - \sum_x \alpha_x|x\rangle \\
&= 2\frac{\sum_{x'}\alpha_{x'}}{N}\sum_x|x\rangle - \sum_x \alpha_x|x\rangle = 2\mu\sum_x|x\rangle - \sum_x \alpha_x|x\rangle = \sum_x(2\mu - \alpha_x)|x\rangle
\end{aligned}
$$

vidimo, da amplitudo α_x spremeni v $\mu - (\alpha_x - \mu) = 2\mu - \alpha_x$.

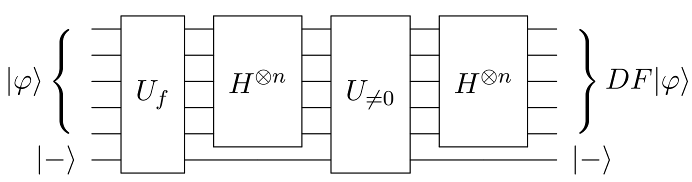
Ker je $|\psi\rangle = H^{\otimes n}|0^n\rangle$ in ker je $H^{\otimes n}$ sebi adjungirana, lahko pišemo:

$$
D = 2|\psi\rangle\langle\psi| - I = 2H^{\otimes n}|0^n\rangle\langle 0^n|H^{\otimes n} - H^{\otimes n}H^{\otimes n} = H^{\otimes n}(2|0^n\rangle\langle 0^n| - I)H^{\otimes n}.
$$

Preslikava $2|0^n\rangle\langle 0^n| - I$ bazni vektor $|0^n\rangle$ slika v $|0^n\rangle$, vse druge bazne vektorje $|x\rangle$ pa v $-|x\rangle$, zato je unitarna, torej je unitarna tudi preslikava D.

Poleg tega tudi vidimo, kako implementiramo D. Med dvoje Walsh-Hadamardovih vezij vrinemo vezje, ki obrne fazo vsem baznim stanjem, različnim od $|0^n\rangle$. To spet lahko dosežemo tako, da na izhodnem kubitu $|-\rangle$ uporabimo vezje, ki $|0^n\rangle$ slika v $|1\rangle$, preostala bazna stanja $|x\rangle$ pa v $|0\rangle$. Tako vezje lahko naredimo s konjunkcijo negacij vseh vhodnih kubitov.

Vezje, ki izvede celoten korak Groverjevega algoritma, je torej:



Kolikokrat moramo izvesti ta korak? Vidimo, da se vsem ustreznim stanjem amplituda spreminja hkrati. Podobno velja za vsa neustrezna stanja. Privzemimo, da vemo, da je vseh ustreznih stanj p. Tedaj lahko definiramo superpozicijo ustreznih stanj $|\varphi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{p}}\sum_{x,f(x)=1}|x\rangle$ in superpozicijo neustreznih stanj $|\varphi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{N-p}} \sum_{x, f(x)=0} |x\rangle$. Tedaj je superpozicija vseh stanj enaka $|\psi\rangle = \sqrt{\frac{p}{N}} |\varphi_1\rangle + \sqrt{\frac{N-p}{N}} |\varphi_0\rangle$. Če označimo $\sqrt{\frac{p}{N}} = \sin\vartheta$, velja $|\psi\rangle = \sin\vartheta|\varphi_1\rangle + \cos\vartheta|\varphi_0\rangle$.

Očitno velja, da obrat faze F deluje kot $F|\varphi_1\rangle = -|\varphi_1\rangle$ in $F|\varphi_0\rangle = |\varphi_0\rangle$, saj vsem ustreznim stanjem obrne fazo, neustrezna pa pusti pri miru.

Za zrcaljenje prek povprečja D pa lahko pokažemo

$$\begin{aligned} D|\varphi_1\rangle &= 2|\psi\rangle\langle\psi|\varphi_1\rangle - |\varphi_1\rangle = 2\sin\vartheta|\psi\rangle - |\varphi_1\rangle \\ &= 2\sin\vartheta(\sin\vartheta|\varphi_1\rangle + \cos\vartheta|\varphi_0\rangle) - |\varphi_1\rangle \\ &= -\cos 2\vartheta|\varphi_1\rangle + \sin 2\vartheta|\varphi_0\rangle \end{aligned}$$

in podobno $D|\varphi_0\rangle = \sin 2\vartheta|\varphi_1\rangle + \cos 2\vartheta|\varphi_0\rangle$. Torej za korak $G = DF$ velja

$$\begin{aligned} G|\varphi_1\rangle &= -D|\varphi_1\rangle = \cos 2\vartheta|\varphi_1\rangle - \sin 2\vartheta|\varphi_0\rangle, \\ G|\varphi_0\rangle &= D|\varphi_0\rangle = \sin 2\vartheta|\varphi_1\rangle + \cos 2\vartheta|\varphi_1\rangle, \end{aligned}$$

zato je G rotacija za kot 2ϑ.

Iz začetnega stanja $|\psi\rangle = \sin\vartheta|\varphi_1\rangle + \cos\vartheta|\varphi_0\rangle$ po k rotacijah tako pridemo v stanje $G^k|\psi\rangle = \sin(2k+1)\vartheta|\varphi_1\rangle + \cos(2k+1)\vartheta|\varphi_0\rangle$. Če izberemo k, za katerega bo $(2k+1)\vartheta$ blizu $\frac{\pi}{2}$, bo v končnem stanju prevladovala superpozicija $|\varphi_1\rangle$ in z veliko verjetnostjo bomo izmerili eno od ustreznih stanj. Veljati mora torej $k \approx \frac{1}{2}(\frac{\pi}{2\vartheta} - 1)$, zato izberemo kar $k = \lfloor \frac{\pi}{4\vartheta} \rfloor$.

Če je ustreznih stanj malo (kar je klasično najtežje), je $\sin\vartheta = \sqrt{\frac{p}{N}}$ majhno število. Tedaj velja $\vartheta \approx \sin\vartheta$, zato moramo izvesti približno $\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{N}{p}}$ korakov, zaradi česar je časovna zahtevnost Groverjevega algoritma enaka $O(\sqrt{N})$.

Kaj pa, če ne vemo, koliko je p? Tedaj lahko najprej poskusimo primere, ko je $p = 1, 2, 4, 8, \ldots$, in z veliko verjetnostjo bomo v vsaj enem od poskusov izmerili ustrezen odgovor. Poleg tega pa obstajajo algoritmi, ki ocenijo p, njihova časovna zahtevnost pa je prav tako $O(\sqrt{N})$.

Shorov algoritem

Za konec si oglejmo še najznamenitejši kvantni algoritem: *Shorov algoritem* za praštevilski razcep [4]. V resnici bomo reševali osnovnejšo nalogo: namesto razcepa števila N bomo iskali neki njegov pravi delitelj, torej število $1 < d < N$, ki deli N. Kajti če najdemo tak d, lahko postopek ponovimo na d in N/d ter tako sčasoma pridemo do celotnega praštevilskega razcepa.

Število d najenostavneje poiščemo tako, da pregledamo vsa naravna števila, ki so večja od 2 in manjša od $\sqrt{N}$, ter se ustavimo, ko eno izmed njih deli N. Časovna zahtevnost takega postopka je torej $O(\sqrt{N})$: za štirikrat večje število potrebujemo dvakrat več časa. Seveda obstajajo tudi učinkovitejši algoritmi, a vseeno iz praštevil p in q veliko laže izračunamo $p \cdot q$ kot pa iz zmnožka $p \cdot q$ dobimo nazaj razcep na p in q. Šifriranje RSA, ki je danes precej pogosto uporabljano, se zanaša ravno na težavnost praštevilskega razcepa. Časovna zahtevnost Shorovega algoritma pa je le $O((\log N)^3)$. Hitrost takega razcepa si najbolje predstavljamo s primerjavo časov, ki jih za razcep potrebujejo različni algoritmi (tabela 1).

velikost števila	$\approx 10^6$	$\approx 10^{10}$	$\approx 10^{20}$	$\approx 10^{30}$	$\approx 10^{40}$	$\approx 10^{50}$
naivni algoritem	1 ms	100 ms	3 h	30 let	$3 \cdot 10^6$ let	$3 \cdot 10^{11}$ let
algoritem GNFS	1 ms	75 ms	3 min	10 h	1 mesec	6 let
Shorov algoritem	1 ms	4 ms	40 ms	125 ms	300 ms	600 ms

Tabela 1. Časi, potrebni za razcep števila z naivnim algoritmom ($O(\sqrt{N})$), trenutno najučinkovitejšim klasičnim algoritmom GNFS ($O(e^{(64/9 \log N)^{1/3} (\log\log N)^{2/3}})$) in s Shorovim algoritmom ($O((\log N)^3)$). Za lažjo primerjavo predpostavimo, da vsi trije algoritmi za razcep števil okoli milijona potrebujejo eno milisekundo.

Shorov algoritem temelji na ideji, da poiščemo naravno število x, za katero velja $x^2 \equiv 1 \pmod N$. Tedaj je $x^2 - 1$ deljivo z N, zato ima vsaj eno od števil $x-1$ in $x+1$ skupni delitelj z N, ki pa ga lahko hitro izračunamo z Evklidovim algoritmom. Število x poiščemo v zaporedju

$$a \bmod N, a^2 \bmod N, a^3 \bmod N, \ldots,$$

kjer je a neko število, ki je tuje N.

Ker je vseh ostankov pri deljenju z N le končno mnogo, se mora neki člen v zaporedju ponoviti. Recimo, da za števili m in r velja $a^m \equiv a^{m+r} \pmod N$. Tedaj velja $a^m(a^r - 1) \equiv 0 \pmod N$, in ker je a in s tem tudi a^m tuje N, je $a^r \equiv 1 \pmod N$. Zato je r perioda zaporedja, in če je število r sodo, bo $a^{r/2}$ ravno iskani x.

Za primer vzemimo $N = 21$ in $a = 10$. Tedaj je zaporedje ostankov potenc enako $10, 16, 13, 4, 19, 1, 10, 16, \ldots$ Perioda zaporedja je enaka 6 in iskani x je enak $10^3 \equiv 13 \pmod{21}$. Torej je število $13^2 - 1$ deljivo z 21 in iskani delitelj najdemo tako z $D(12, 21) = 3$, kot z $D(14, 21) = 7$.

Če je število r liho, pa tak prijem ne deluje, zato postopek ponovimo za neki drug a. S tem in drugimi manjšimi zapleti se tu ne bomo ukvarjali, temveč se bomo posvetili ključnemu delu Shorovega algoritma: izračunu periode. Kogar tema bolj zanima, si lahko vse podrobnosti ogleda v [2].

Posamezne člene zaporedja $a^j \bmod N$ lahko izračunamo precej učinkovito. Če je j sodo, velja $a^j = (a^{j/2})^2$, sicer pa velja $a^j = a \cdot (a^{(j-1)/2})^2$. Tako postopoma zelo hitro izračunamo poljubno potenco. Na primer, a^{42}

izračunamo iz a^{21}, to iz a^{10}, to iz a^5, to iz a^2 in to iz a. Poleg tega ves čas računamo le z ostanki, kar nam stvari še olajša, saj nam ni treba delati s števili, večjimi od N.

A kljub temu s postopnim računanjem členov ne bomo prišli daleč, saj je perioda lahko skoraj tako velika kot N. Na tej točki prvič uporabimo prednosti kvantnih računalnikov: členov ne bomo računali drugega za drugim, temveč vse hkrati.

Klasično vezje, ki potence računa po zgornjem postopku, namreč znamo pretvoriti v kvantno vezje U, za katero velja $U|j\rangle|0\rangle = |j\rangle|a^j \bmod N\rangle$. Nato to vezje uporabimo na superpoziciji $\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{j=0}^{M-1}|j\rangle|0\rangle$ za neko dovolj veliko število M, da dobimo superpozicijo

$$\tfrac{1}{\sqrt{M}}\big(|0\rangle|a^0 \bmod N\rangle + |1\rangle|a^1 \bmod N\rangle + \cdots + |M-1\rangle|a^{M-1} \bmod N\rangle\big).$$

Nato pomerimo izhodni register. Izmerili bomo $|a^m \bmod N\rangle$ za neki naključno izbran in nam neznan $m < r$. Ta vrednost nam sicer ne bo pomagala, vendar bomo s tem dosegli, da se bo na vhodu obdržala le superpozicija tistih stanj $|j\rangle$, za katera je $a^j \bmod N = a^m \bmod N$. Stanje vhoda bo torej

$$|\varphi\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{n}}(|m\rangle + |m+r\rangle + |m+2r\rangle + \cdots + |m+(n-1)r\rangle),$$

pri čemer je $n = \lfloor \frac{M-m}{r} \rfloor$ število vseh stanj v superpoziciji. Ta superpozicija pa je sestavljena ravno iz baznih stanj, razmaknjenih za periodo r.

Na primer, za $N = 21$, $a = 10$ in $M = 64$ iz začetne superpozicije $\frac{1}{8}\sum_{j=0}^{63}|j\rangle|0\rangle$ z uporabo vezja U dobimo stanje

$$\begin{aligned}\tfrac{1}{8}\big(&|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|10\rangle + |2\rangle|16\rangle + |3\rangle|13\rangle + |4\rangle|4\rangle + |5\rangle|19\rangle + |6\rangle|1\rangle + \\ &|7\rangle|10\rangle + |8\rangle|16\rangle + |9\rangle|13\rangle + \cdots + |61\rangle|10\rangle + |62\rangle|16\rangle + |63\rangle|13\rangle\big).\end{aligned}$$

Recimo, da pri meritvi izhoda izmerimo $|13\rangle$. Tedaj je stanje vhodnega registra enako $|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{11}}(|3\rangle + |9\rangle + |15\rangle + \cdots + |63\rangle)$. Če bi pri meritvi izmerili kak drug izhod, bi dobili drugačno stanje vhoda, a v vsakem primeru bi bila stanja v superpoziciji razmaknjena ravno za periodo r.

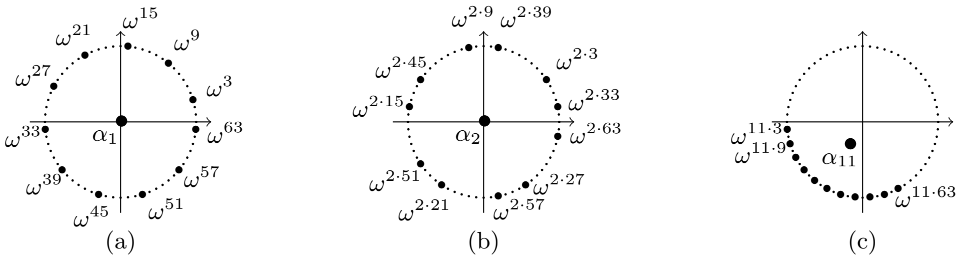
To periodo bomo izluščili tako, da bomo na $|\varphi\rangle$ uporabili *kvantno Fourierevo transformacijo*. To je unitarna preslikava, podana z matriko

$$Q = \frac{1}{\sqrt{M}}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & \omega & \omega^2 & \cdots & \omega^{M-1} \\ 1 & \omega^2 & \omega^4 & \cdots & \omega^{2(M-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega^{M-1} & \omega^{2(M-1)} & \cdots & \omega^{(M-1)(M-1)} \end{bmatrix},$$

kjer je $\omega = e^{2\pi i/M}$ kompleksni koren enote. Najprej si oglejmo, kako kvantna Fouriereva transformacija deluje, nato pa še to, kako jo učinkovito implementiramo s kvantnim vezjem. S tem bomo tudi preverili, da je unitarna.

Delovanje kvantne Fouriereve transformacije si najlaže predstavljamo, če si ogledamo amplitude baznih stanj v sliki $Q|\varphi\rangle$, torej skalarne produkte vrstic matrike Q s stanjem $|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{n}}(|m\rangle+|m+r\rangle+\cdots+|m+(n-1)r\rangle)$. Amplituda pri $|0\rangle$ je tako enaka $\alpha_0 = \sqrt{\frac{n}{M}}$, pri $|1\rangle$ pa $\alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{nM}} \sum_{j=0}^{n-1} \omega^{m+jr}$.

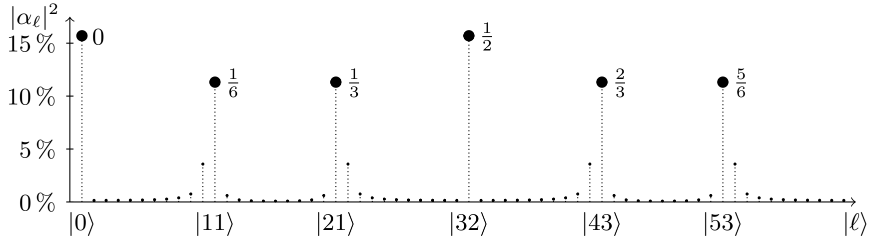
K tej vsoti torej prispevajo le potence, ki ustrezajo baznim stanjem, ki so v superpoziciji $|\varphi\rangle$. Predstavljamo si lahko, da hodimo po enotski krožnici in se v vsakem koraku premaknemo za eno potenco, v vsoto pa štejemo vsako r-to obiskano potenco (slika 2a). Potence so razporejene enakomerno, bazna stanja pa nastopajo periodično, zato se upoštevane potence medsebojno (skoraj) izničijo in amplituda je blizu 0.



Slika 2. Potence korena enote $\omega = e^{2\pi i/64}$, ki jih upoštevamo pri izračunu amplitud baznih stanj (a) $|1\rangle$, (b) $|2\rangle$ in (c) $|11\rangle$ v kvantni Fourierevi transformaciji superpozicije $|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{11}}(|3\rangle + |9\rangle + \cdots + |63\rangle)$. Amplituda je označena z znakom • na sredini kroga, zaradi berljivosti pa so nekatere oznake izpuščene.

Pri izračunu amplitude stanja $|2\rangle$ ravnamo podobno, le da se s koraki premikamo za dve potenci. Ker so upoštevane potence zopet razporejene enakomerno (vsaj za dovolj velike M), bo amplituda zopet zanemarljiva (slika 2b). Tudi pri nadaljnjih stanjih sklepamo enako — vse dokler ne pridemo do nekega stanja $|\ell\rangle$, pri katerem med dvema upoštevanima potencama približno obhodimo celotno krožnico. Tedaj namreč upoštevane potence niso več enakomerno razporejene po krožnici, temveč so si blizu, zato se njihovi prispevki ne izničijo (slika 2c).

V vsakem koraku se premaknemo za ℓ potenc, potenco pa upoštevamo na vsakih r korakov. Tako bomo z veliko verjetnostjo izmerili le stanja $|\ell\rangle$, za katera bo ℓr čim bliže polnega obhoda, torej števila M ali pa nekega njegovega večkratnika. Ko izmerimo stanje $|\ell\rangle$, prek razvoja v verižni ulomek izračunamo zaporedne približke ulomka $\frac{\ell}{M}$. Izkaže se [2], da je prvi približek, ki se od $\frac{\ell}{M}$ razlikuje za manj kot $\frac{1}{2M}$, oblike $\frac{k}{r}$ za neki k, s čimer lahko končno izračunamo periodo r.



Slika 3. Verjetnosti posameznih baznih stanj po uporabi kvantne Fouriereve transformacije na superpoziciji s periodo 6 pri $M = 64$. Ob vsakem vrhu je poleg ustreznega baznega stanja $|\ell\rangle$ zapisan tudi ulomek, ki ga dobimo z razvojem števila $\frac{\ell}{M}$ v verižni ulomek.

Iz števila r izračunamo $x = a^{r/2} \bmod N$, iz tega pa $D(x-1, N)$ in $D(x+1, N)$. Če smo našli pravi delitelj števila N, končamo. V primeru neuspeha poskusimo še z nekaj večkratniki dobljenega imenovalca, saj imata lahko k in r skupni delitelj, zato bo dobljeni ulomek okrajšan. Če tudi to ne uspe, poskusimo še s števili, ki so blizu ℓ, saj, kot vidimo na sliki 3, obstaja manjša verjetnost, da smo izmerili število blizu vrha. Če tudi v tem primeru ne najdemo števila r, celoten postopek ponovimo.

Nazadnje poglejmo še, kako kvantno Fourierevo transformacijo učinkovito implementiramo. Kot pri Groverjevem algoritmu bo tudi tu najenostavneje, če vzamemo M oblike 2^q in stanja $|0\rangle, |1\rangle, \dots, |M-1\rangle$ izenačimo z vsemi baznimi stanji $|x\rangle$ sistema q kubitov. Stanje $|x_0 x_1 \cdots x_{q-1}\rangle$ torej predstavlja $|x_0 2^{q-1} + x_1 2^{q-2} + \cdots + x_{q-1}\rangle$. Poleg tega kvantno Fourierevo transformacijo pri $M = 2^q$ označimo s Q_q, koren enote $e^{2\pi i/2^q}$ pa z ω_q.

Poglejmo, kako lahko Q_q rekurzivno izrazimo s pomočjo Q_{q-1} in s tem njeno računanje prevedemo na enostavnejši primer. Če Q_q uporabimo na nekem sodem stanju $|2k\rangle$ in v dobljeni vsoti združimo člene, razmaknjene za 2^{q-1}, dobimo

$$Q_q|2k\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2^q}} \sum_{j=0}^{2^q-1} \omega_q^{2jk}|j\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2^q}} \sum_{j=0}^{2^{q-1}-1} \omega_q^{2kj}|j\rangle + \omega_q^{2k(j+2^{q-1})}|2^{q-1}+j\rangle.$$

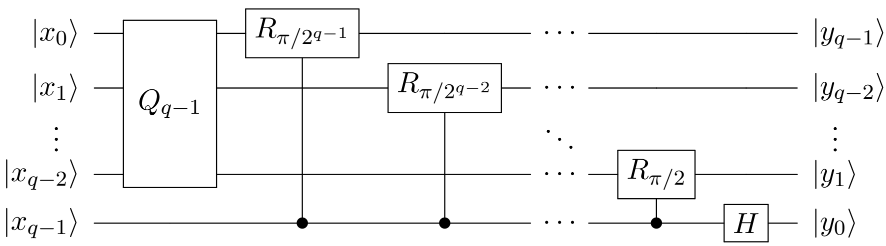
Če $|x_0 2^{q-1} + j\rangle$ pišemo kot $|x_0\rangle|j\rangle$ ter upoštevamo, da velja $\omega_q^2 = \omega_{q-1}$ in $\omega_q^{2^q} = 1$, lahko vsoto naprej zapišemo kot

$$\tfrac{1}{\sqrt{2^q}} \sum_{j=0}^{2^{q-1}-1} \omega_{q-1}^{kj}(|0\rangle|j\rangle + |1\rangle|j\rangle) = (\tfrac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \tfrac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle)\tfrac{1}{\sqrt{2^{q-1}}} \sum_{j=0}^{2^{q-1}-1} \omega_{q-1}^{kj}|j\rangle.$$

Zadnji kubit stanja $|2k\rangle$ je enak $|0\rangle$, prvih $q-1$ kubitov pa predstavlja $|k\rangle$, zato lahko pišemo $|2k\rangle = |k\rangle|0\rangle$ in tako dobimo $Q_q(|k\rangle|0\rangle) = |+\rangle(Q_{q-1}|k\rangle)$.

Z malce več truda za liha stanja dobimo $Q_q(|k\rangle|1\rangle) = |-\rangle(RQ_{q-1}|k\rangle)$, kjer je R rotacija, ki bazno stanje $|\ell\rangle$ slika v $\omega_q^\ell|\ell\rangle$. To izvedemo tako, da na j-tem izhodnem kubitu uporabimo fazno rotacijo $R_{\pi/2^j}$, ki stanje $|0\rangle$ ohranja, stanje $|1\rangle$ pa slika v $e^{i\pi/2^j}|1\rangle = \omega_q^{2^{q-j-1}}|1\rangle$, saj tako za $\ell = y_1 2^{q-2} + \cdots + y_{q-1}$ stanje $|\ell\rangle = |y_1 \cdots y_{q-1}\rangle$ slikamo v $\omega_q^{y_1 2^{q-2}} \cdots \omega_q^{y_{q-1}}|y_1 \cdots y_{q-1}\rangle = \omega_q^\ell|\ell\rangle$.

Tako za soda kot za liha stanja torej na prvih $q-1$ kubitih uporabimo Q_{q-1}, nato pa v odvisnosti od zadnjega kubita x_{q-1} uporabimo še rotacijo R ter prvi kubit izhoda y_0 nastavimo na $|+\rangle$ oziroma $|-\rangle$. To elegantno storimo z dogovorom, da bomo izhod brali v obratnem vrstnem redu. Tedaj moramo namreč v odvisnosti od zadnjega bita vhoda ustrezno nastaviti *zadnji* kubit izhoda, kar pa lahko storimo s Hadamardovimi vrati. V tem primeru tudi fazne rotacije izvedemo v obratnem vrstnem redu, zato kvantno Fourierevo transformacijo Q_q izvedemo z vezjem:



Za Q_q torej poleg vezja za Q_{q-1} potrebujemo še q dodatnih kvantnih vrat, torej vsega skupaj $\frac{q(q+1)}{2}$ vrat. Tako je zahtevnost kvantne Fourierеve transformacije enaka $O(q^2)$ oziroma $O((\log N)^2)$. Zahtevnost celotnega Shorovega algoritma, ki znaša $O((\log N)^3)$, pa je posledica računanja potenc in največjih skupnih deliteljev ter še nekaj drugih korakov preverjanja, ki jih tu nismo omenjali.

LITERATURA

[1] D. Deutsch, *Quantum Theory, the Church-Turing Principle and the Universal Quantum Computer*, Proc. R. Soc. Lond. **400** (1985), 97–117.

[2] A. Ekert in R. Jozsa, *Quantum computation and Shor's factoring algorithm*, Rev. Mod. Phys. **68** (1996) 733–753.

[3] L. K. Grover, *Quantum Mechanics helps in searching for a needle in a haystack*, Phys. Rev. Lett. **79** (1997), 325–328.

[4] P. W. Shor, *Polynomial-Time Algorithms for Prime Factorization and Discrete Logarithms on a Quantum Computer*, SIAM J. Sci. Statist. Comput. **26** (1997), 1484–1509.

HOMOPOLARNA INDUKCIJA

ROBERT HAUKO

Fakulteta za strojništvo
Univerza v Mariboru

PACS: 41.20.Gz

Elektromagnetna indukcija je eno od zahtevnejših poglavij fizike v šolah. Ob bogati aplikativni moči pojava je potrebna še vsaj osnovna teoretična razlaga. V srednji šoli zadostujeta izraza za magnetno silo na gibajoči se naboj ter Faradayev indukcijski zakon v obliki spremembe pretoka skozi prevodno zanko. Homopolarna indukcija, pri kateri nastopa homogeno ali osno simetrično magnetno polje, je teoretično zahtevnejša. Osnovni namen članka je seznanitev učiteljev in učencev z nekaterimi primeri homopolarne indukcije in z njenim zgodovinskim ozadjem, ob tem podamo še teoretično razlago. S poznavanjem homopolarne indukcije in homopolarnih naprav, tako v generatorski kakor tudi v motorni izvedbi, lahko pridobijo učitelji dodatno didaktično orodje z veliko demonstracijsko močjo, dijaki in študentje pa poglobijo že pridobljeno znanje iz elektromagnetizma.

THE HOMOPOLAR INDUCTION

Electromagnetic induction is one of the more complex chapters in physics education. Upon the occurrence of a rich application power, there is at least the need for the basic theoretical explanation. In high school, the expressions for the magnetic force on a moving charge and Faraday's induction law in the form of magnetic flux changes through the conductive loop are sufficient. Homopolar induction, which is the type of induction with homogeneous or axially symmetric magnetic field, is theoretically more difficult. The primary purpose of this article is to acquaint teachers and students with some examples of homopolar induction and its historical background, and at the same time to give a theoretical explanation. By knowing the homopolar induction and homopolar devices, in both generator and in motor form, the teachers will gain an additional teaching tool with great demonstration power, while students will deepen their already acquired knowledge of electromagnetism.

Uvod

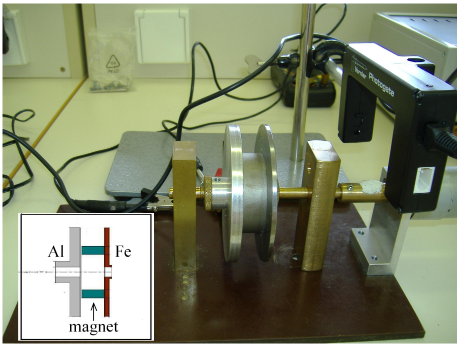
Med obodom in osjo kovinskega nemagnetnega diska, vrtečega se med poloma magneta, se inducira električna napetost. Pojav je odkril M. Faraday, ki je na njegovi osnovi izumil prvi elektromagnetni generator in hkrati izpeljal zakon elektromagnetne indukcije. Kljub temu pa so bili nekateri rezultati eksperimenta z vrtečim se diskom v navideznem nasprotju z indukcijskim zakonom spremembe magnetnega pretoka. M. Faraday je poiskal ustrezno razlago, vendar tudi sam z njo ni bil zadovoljen. Poglejmo eksperiment, imenovan tudi Faradayev paradoks, podrobneje.

Eksperiment

Na skupno os postavimo permanentni cilindrični magnet in nemagnetni kovinski disk tako, da simetrijska os magnetnega polja in geometrijska os diska sovpadata (slika 1). V treh korakih izvedemo Faradayev poskus.

- Disk vrtimo ob mirujočem magnetu in merimo inducirano napetost med osjo in robom diska. Ob tem izmerimo napetost različno od nič.
- V naslednjem koraku okoli osi vrtimo magnet, disk naj miruje. Na disku se napetost ne inducira, čeprav se deli magneta gibljejo relativno glede na disk.
- Magnet in disk pritrdimo skupaj tako, da se obe osi dobro ujemata. Ko ju zavrtimo, med robom in osjo diska izmerimo od nič različno napetost, čeprav se disk in magnet ne gibljeta relativno drug proti drugemu!

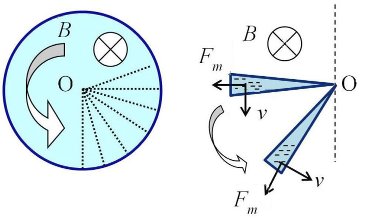
Izid poskusa zvečine preseneti tudi bolj izkušene fizike, kako ne bi dijakov oziroma študentov. Tudi veliko učiteljev, ki se s pojavom sreča prvič, izide drugega in tretjega dela poskusa napove napačno.



Slika 1. Predlog naprave za izvedbo Faradayevega poskusa. Magnetno polje je dodatno ojačano s feromagnetnim diskom. Na skupni osi lahko vrtimo samo disk iz aluminija, magnet z železom ali oboje. Z drsnim kontaktom merimo inducirano napetost med osjo in obodom Al diska [3].

Razlaga eksperimenta

Inducirano napetost med obodom in osjo diska v prvem delu poskusa razložimo s srednješolskim znanjem fizike. Ko v mislih razdelimo disk na tanke krožne izseke, postane primer zelo podoben običajnemu srednješolskemu zgledu gibajoče prevodne prečke (slika 2). Tako kot s prečko se tudi z diskom gibljejo nosilci naboja v smeri pravokotno na zunanje magnetno polje. Nanje deluje v poljubni točki magnetna sila, ki vleče elektrone proti robu ali



Slika 2. Na elektrone znotraj vrtečega krožnega izseka deluje magnetna sila v smeri proti obodu diska. Med osjo in obodom diska se inducira napetost.

proti osi, odvisno od smeri polja in od smeri vrtenja diska. Radialno gibanje nosilcev naboja preneha takrat, ko električna sila, ki je posledica nastalega električnega polja zaradi razmaknjenih nabojev, uravnovesi magnetno. Med robom in osjo se pojavi inducirana napetost U_i. Zapišemo jo lahko kot

$$U = \frac{\omega}{2\pi}\Phi_m, \tag{1}$$

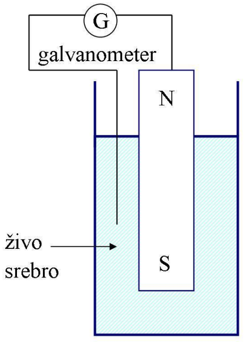
pri čemer je ω kotna hitrost vrtenja diska in Φ_m magnetni pretok skozi krožno zanko, ki poteka po obodu diska.

Razlago lahko razširimo tudi na drugi in tretji del poskusa. Ker imamo opravek s simetričnim magnetnim poljem, vrtenje magneta okrog simetrijske osi ne vpliva na inducirano napetost na disku. Za nastanek napetosti je pomembno le vrtenje prevodnika.

Zgodovina

Leta 1831, kmalu po odkritju elektromagnetne indukcije, je M. Faraday izvajal tudi poskus, prikazan na sliki 3.

Cilindrični kovinski magnet visi navpično, potopljen z enim polom v posodo z živim srebrom, z drugim pa je priključen v zaključeno prevodno zanko z galvanometrom. Ko vrtimo magnet okrog njegove navpične osi, opazimo tok skozi galvanometer. Opisani poskus lahko primerjamo z eksperimentom, ki ga je že prej, leta 1821, izvedel A. M. Ampere: če nadomestimo galvanometer z virom napetosti, se bo magnet vrtel okrog lastne osi. V tedanjem času tesna povezava med rezultatoma poskusov še ni bila razumljena, saj principa ohranitve energije in njene transformacije iz ene oblike v drugo še nista bila uveljavljena. Faradayevo odkritje je razvnelo razprave fizikov in električnih inženirjev, ki so vztrajale vse do konca 19. stol. Opisani pojav je leta 1841 W. E. Weber poimenoval unipolarna indukcija, saj je verjel, da je pomemben samo en pol magneta. Pojem je razširil z namenom, da bi zaobjel čim več pojavov, v katerih se vrti disk ali votel bakren cilinder okoli osi magneta. Pojav so poskušali razložiti z dejstvom, da deli električnega vodnika presekajo magnetne silnice, vendar so te razlage nemudoma porajale



Slika 3. Vrtenje prevodnega magneta okrog svoje osi ob zaključeni prevodni zanki inducira električni tok.

novo vprašanje: se skupaj z magnetom vrtijo tudi magnetne silnice, in če se, ali se napetost inducira tudi tedaj, ko silnice sekajo stacionarni prevodnik?

Faraday sam je verjel, da silnice ob vrtenju magneta ostajajo pri miru, kar ga je privedlo do nasprotja z Amperovo teorijo, po kateri magnetne lastnosti izvirajo iz tokovnih ovojev znotraj molekul v telesu magneta. Torej bi se morale silnice, če sploh obstajajo, vrteti skupaj z magnetom. V grobem so se fiziki razdelili na tri skupine: prvi so verjeli, da se silnice vrtijo, drugi, da mirujejo, tretji pa so videli v silnicah samo prezentacijo magnetnega polja in zanje vprašanje ni imelo fizikalnega pomena. Izkazalo se je, da si je bilo zelo težko zamisliti poskus, ki bi nedvoumno odločil, kateri od pogledov je pravilen, in v 19. stol. teorija elektromagnetizma ni bila sposobna uspešno pojasniti teoretičnega ozadja homopolarne indukcije. Šele v 20. stol. s splošnim sprejetjem Maxwellovih enačb, z Lorentzevo silo na elektron in s teorijo relativnosti je lahko prišlo vsaj do konsenza o homopolarni indukciji. Kljub navideznemu konsenzu glede mehanizma homopolarne indukcije pa občasno indukcija, pri kateri uporabljamo homogeno ali osno simetrično magnetno polje, še zmeraj razburja duhove. Zdi se, da je pri homogenem magnetnem polju s spremembami na sklenjeni tokovni zanki nemogoče ugotoviti gibanje izvira polja. Enako velja tudi za vrtenje izvira okrog simetrijske osi polja [3].

Faradayev zakon elektromagnetne indukcije

Uvodno predstavljen Faradayev disk se v učbenikih omenja kot zgled, kjer se napoved izida poskusa s Faradayevim zakonom spremembe magnetnega pretoka izkaže za nepopolno in kjer je za izračun inducirane napetosti treba uporabiti izraz za magnetno silo na gibajoči se naboj [6], [1]. V splošnem 3. Maxwellova enačba

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B}/\partial t \tag{2}$$

in Lorentzeva sila na delec v elektromagnetnem polju

$$\vec{F} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B} \tag{3}$$

ponujata odgovor tudi takrat, ko Faradayev indukcijski zakon o spremembi magnetnega pretoka ne napove pravilno izida poskusa. Ker pa je Faradayev zakon v standardni obliki zelo priročen in učinkovit, predvsem pri poučevanju fizike v srednji šoli, in ker lahko z njim uspešno razložimo nastanek izmenične napetosti pri vrtenju tuljave v magnetnem polju, bi se mu bilo škoda odpovedati pri nekaterih bolj zapletenih primerih. V nekaterih novejših člankih [4], [5], [2] je pokazano, da lahko Faradayev indukcijski zakon, zapisan v spremenjeni obliki

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_{\vec{v}=0} - \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_{\vec{B}=\text{const}} = U_{trans} + U_{gib}, \tag{4}$$

obravnavamo kot ekvivalent enačbama (2) in (3). Zapisana oblika napetosti (4) se nanaša na dva pojava. Prvi člen,

$$U_{trans} = -\int\int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A}, \tag{5}$$

imenovan transformacijska napetost, se nanaša na primer, ko zanka miruje in predstavlja integracijo po ploskovnem vektorju $d\vec{A}$ znotraj zanke. Faraday jo je imenoval potencial-električna indukcija. Ustreza Maxwellovi enačbi za rotor električnega polja. Drugi člen,

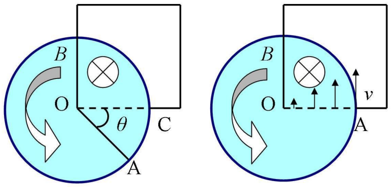
$$U_{\text{gib}} = \oint_L \left[\vec{v} \times \vec{B}\right] \cdot d\vec{L}, \tag{6}$$

imenovan gibalna napetost, predstavlja integracijo po krožnem loku $d\vec{L}$ oboda zanke. Je posledica gibanja prevodnika in odslikava brezizvornost magnetnega polja. Iz gibalne napetosti lahko dobimo tudi Lorentzevo silo na naboj, ki se giblje skupaj z zanko. Faraday je to napetost imenoval magneto-električna indukcija.

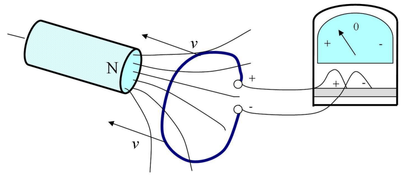
Pri uporabi Faradayevega zakona spremembe magnetnega pretoka naletimo pogosto še na konceptualno težavo – kako definirati zanko, skozi katero moramo opazovati spremembo pretoka? Za primer homogenega magnetnega polja sledi iz gibalne napetosti (6) tudi ustrezna definicija spremembe ploščine zanke:

$$\frac{dA_g}{dt} \equiv \oint_L v_\perp dL. \tag{7}$$

Taka definicija A_g ni enoznačna in fizikalni pomen ima samo sprememba površine dA_g, pri čemer predstavlja $v_\perp$ komponento hitrosti, ki je pravokotna na delčke gibajočega prevodnika, z indeksom g pa poudarimo, da se



Slika 4. Do pravilnega rezultata lahko pridemo tako iz enačbe (6) za izračun gibalne inducirane napetosti kakor tudi z uporabo pravilne definicije ploščine zanke, skozi katero se spreminja magnetni pretok. Na levi sliki sestavljata zanko poleg treh stranic pravokotnika še radialna stranica OA in krožni lok AC, na desni sliki postane zanka pravokotna.

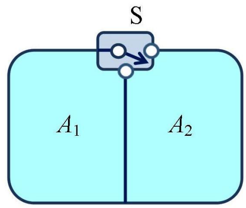


Slika 5. Za nastanek inducirane napetosti na tokovni zanki je pomembno le relativno gibanje med tuljavo in magnetom.

ta nanaša na gibajoči se naboj. Pri računanju inducirane napetosti je torej treba uporabiti področje, ki navidezno nastaja z gibanjem točk prevodnika. V nasprotnem primeru Faradayev zakon ne napove pravilno izida poskusa. V primeru, ko Faradayevega zakona indukcije ne uporabimo na zanki, ampak na razsežnem telesu, kot je recimo Faradayev disk, mora pot integracije kazati gibanje prevodnika, ki zaključuje zanko in se lahko giblje relativno glede na druge odseke zanke (slika 4).

Definiciji transformacijske in gibalne napetosti sta vezani na izbiro koordinatnega sistema. Poglejmo pogost srednješolski zgled relativnega gibanja med tuljavico in magnetom (slika 5). V koordinatnem sistemu mirujočega magneta se inducira gibalna napetost na tuljavi, v koordinatnem sistemu mirujoče tuljave pa se njuno relativno gibanje kaže kot transformacijska napetost zaradi spreminjanja gostote magnetnega polja na mestu tuljave.

Opisani relativizem je priročen v primerih, kadar nimamo opravka s homogenim ali osno simetričnim magnetnim poljem. Pri homopolarni indukciji pa je treba relativizem razširiti na tri telesa: poleg magneta in diska se pojavi še del tokovne zanke, s katero zaključimo električni krog – voltmeter. Problem relativnega gibanja med prevodnikom in magnetom se prevede na relativno gibanje vseh treh teles, zaradi česar šele medsebojno relativno gibanje posameznih delov tokovne zanke, omogočeno z drsnimi kontakti, povzroči nastanek inducirane napetosti.



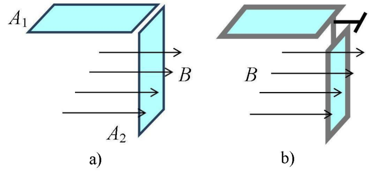
Slika 6. Dve zaključeni zanki v magnetnem polju. Kljub preklapljanju stikala S, pri čemer se spreminja ploščina zanke, se v njej ne inducira električna napetost.

Primeri

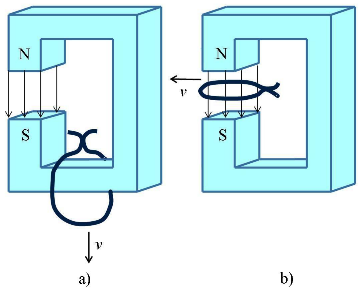
Poglejmo še nekaj zgledov. Obravnavajmo zanko, ki je prikazana na sliki 6. Stikalo S skrbi za to, da lahko zaključimo zanko s ploščino A_1 ali $A_1 + A_2$. Pri preklopu stikala se prevodnik ne giblje občutno. Kljub temu da se pri preklopu magnetni pretok skozi zanko znatno spremeni, pa se napetost ne inducira. Ker sprememba ni povezana z gibanjem prevodnika in je magnetno polje stacionarno, se ne inducira niti gibalna niti transformacijska napetost. Enačba (4) tako pravilno napove rezultat poskusa, čeprav lahko sprememba ploščine marsikoga zavede.

Delovanje generatorja napetosti pogosto razložimo s spremembo orientacije zanke glede na magnetno polje. Slika 7 kaže dve postavitvi, ki prikazujeta identično spremembo orientacije zank, pa je kljub temu inducirana napetost različna. V prvem primeru trden okvir prevodnika leži najprej v horizontalni ravnini A_1 magnetnega polja. Ko spremenimo njegovo orientacijo v navpično lego A_2, se v zanki inducira napetost. V drugem primeru obravnavamo stekleno cevko, zaključeno v dve zanki pod pravim kotom v horizontalnem magnetnem polju, kot je prikazano na sliki 7b. Tok prevodne tekočine iz horizontalne cevke v vertikalno povzroči spremembo v orientaciji zanke, toda inducirane napetosti ni. Do razlike v obeh primerih pride zaradi različnih smeri hitrosti nosilcev naboja. V prvem primeru imajo elektroni v spodnji prečki smer hitrosti, ki je pravokotna tako na magnetno polje kakor tudi na prečko, tako da se med njenima koncema inducira napetost. V drugem primeru se nosilci naboja gibljejo samo vzdolž posameznih odsekov vodnika, zato se na posameznih odsekih ne inducira napetost.

Naslednji primer velja poleg Faradayevega diska za najbolj demonstrativen zgled kršitve Faradayevega zakona. Sestavimo zanko iz prevodnika, ki se zaključi s parom prožnih ščipalk, in jo damo okrog magneta, kot kaže slika 8a. Zanko lahko potegnemo z jedra magneta. Pri tem se ščipalki stikata ob magnet in jedro magneta postane del zanke. Faradayev zakon v standardni obliki napove inducirano napetost, saj se zmanjša magnetni pretok skozi zanko. Napoved se izkaže za napačno, saj ne zaznamo inducirane napetosti. Faradayev zakon v obliki (4) je spet uspešnejši v napovedi izida poskusa.



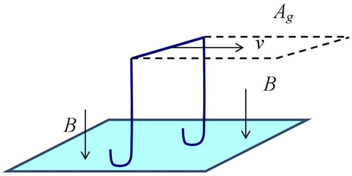
Slika 7. Navidezno identični postavitvi in spremembi usmerjenosti zank zaradi različnega gibanja nosilcev naboja pripeljeta do različnih učinkov. V primeru a) imajo elektroni med spremembo orientacije kovinskega okvirja tudi komponento hitrosti, pravokotno na magnetno polje in na smer okvirja, inducira se napetost. V primeru b) je gibanje toka prevodne tekočine omejeno na notranjost statičnega okvirja, zato ni inducirane napetosti.



Slika 8. Pri demonstraciji uporabimo prevodno zanko, ki jo na mestu lahko razklenemo. Zanka naj na začetku objema jedro magneta, tako da je magnetni pretok skoznjo večji od nič. Zanko potem izvlečemo iz magnetnega polja. To lahko naredimo tako, da se z mestom, kjer je spoj, dotaknemo jedra, potem spoj razklenemo in žici drsita po jedru, na drugi strani pa ju ponovno sklenemo (zgled a). Pretok skozi zanko je zdaj enak nič. Kljub temu se na zanki napetost ne inducira. Drugače je, če zanko izvlečemo skozi režo v jedru, ne da bi jo razklenili (b).

Ker se magnetno polje ne spreminja s časom in je ujeto v jedru magneta, se nosilci naboja ne gibljejo skozi magnetno polje. Tudi segment magneta, ki zaključuje zanko, miruje glede na preostali del magneta. Če pa izvlečemo zanko iz magneta skozi režo, nastane inducirana gibalna napetost, kar smo tudi pričakovali. Poskus ponuja veliko možnosti za diskusijo z dijaki in študenti.

Gibajoči se okvir v obliki U iz prevodnika naj drsi po prevodni plošči, kot je prikazano na sliki 9. Čeprav se magnetni pretok skozi zanko ne spreminja, pride do inducirane napetosti. Ker se spodnji del zaključene zanke ne giblje (odprta zanka), dobimo pri računanju gibalne inducirane napetosti samo prispevek od zgornje prečke (le nanjo deluje magnetna sila). Ploskev A_g, skozi katero moramo opazovati pretok, pa leži vzporedno s prevodno ploščo na višini zgornje prečke. To je namreč tista ploskev, ki ustrezno odslikava



Slika 9. Opazovanje spremembe magnetnega pretoka skozi napačno zanko ne napove pravilno izida poskusa. Električni krog je sklenjen z gibljivim okvirjem in statično prevodno podlago. Na zgornji prečki se inducira napetost.

gibanje točk prevodnika. Uporaba prevodnega okvirja U za rob ploskve A_g bi v tem primeru dala napačno napoved inducirane napetosti. Če pa bi bil tudi spodnji del zanke gibljiv in bi bila zanka tako zaprta, v njenem celotnem okvirju ne bi dobili inducirane napetosti.

Sklep

Ker smo začeli s poskusom, katerega rezultati se kažejo kot paradoks, navedimo za konec samo Feynmanovo misel [1, str. 17-5]:

> *Paradoks je situacija, ko dobimo en izid poskusa v primeru, če ga analiziramo na prvi način, ter drugega ob drugačni analizi. Tako ostanemo včasih celo v negotovosti glede izida poskusa. Seveda v fiziki ni resničnih paradoksov, saj je vedno samo en pravilen odgovor; navsezadnje verjamemo, da deluje narava samo na določeni način (in ta je seveda naravno pravilen). Tako se v fiziki paradoks nanaša samo na negotovost glede našega razumevanja pojava.*

LITERATURA

[1] R. Feynman, R. B. Leighton in M. Sands, *Lectures on Physics*, Vol. 2, pp. 17-1-17-1-3, Addison-Wesley, Reading, MA (1989).

[2] I. Galili, D. Kaplan in Y. Lehavi, *Teaching Faraday's law of electromagnetic induction in an introductory physics course*, Am. J. Phys. **74**, 337–343 (2006).

[3] R. Hauko, *Homopolarna indukcija in njen relativistični koncept*, magistrsko delo, Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani (2010).

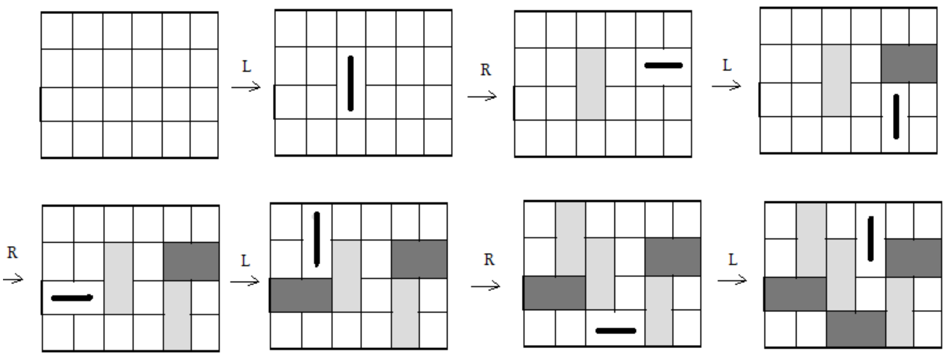
[4] H. Montgomery, *Unipolar induction: a neglected topic in the teaching of electromagnetism*, Eur. J. Phys. **20**, 271–280 (1999).

[5] F. Munley, *Challenges to Faraday's law rule*, Am. J. Phys. **72**, 1478–1483 (2004).

[6] J. Strnad, *Fizika, 2. del*, 5. natis, 375–385, DMFA – založništvo, Ljubljana (1995).

Michael M. Albert, Richard J. Nowakowski in David Wolfe, Lessons in Play, An Introduction to Combinatorial Game Theory, A K Peters, Wellesley, 2007, 288 strani.

Knjiga obravnava *kombinatorične igre*, v katerih dva igralca izmenično vlečeta poteze brez uporabe kocke, kart ali drugih »slučajnih pripomočkov«, in kjer imata igralca popolno informacijo o trenutnem stanju igre. Primeri takih iger so KRIŽCI IN KROGCI, DAMA in ŠAH. V t. i. *normalni igri* zmaga igralec, ki je naredil zadnjo potezo. Igralec, ki je na potezi, se v kombinatorični teoriji iger imenuje *naslednji* (N – next), igralec, ki je bil na potezi pred njim, pa *predhodni* (P – previous). Če imata igralca na voljo različne nabore potez, potem se eden imenuje *levi* (L – left), drugi pa *desni* (R – right). Tako lahko npr. v igri DOMINIRANJE Levi postavlja domine na šahovnico samo vodoravno, Desni pa samo navpično (glej primer take igre na sliki 1).



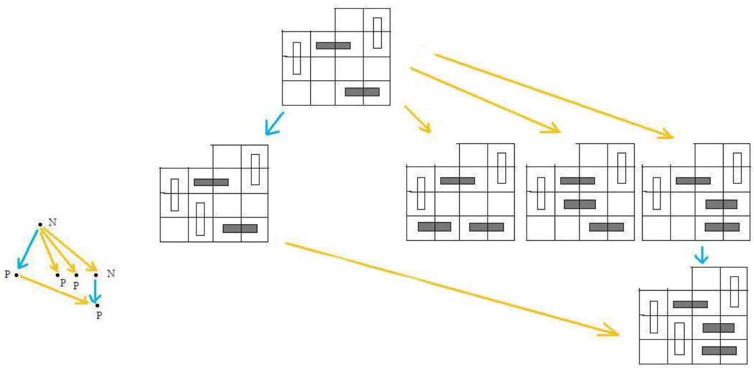
Slika 1. Primer poteka igre »Dominiranje«.

Do Sprague-Grundyjeve teorije (okrog 1930), ki je postavila matematične temelje splošnejšemu študiju iger, so matematiki analizirali le posamezne, zelo preproste igre. Matematiki so dolgo študirali predvsem takšne igre, ki jih srečamo v ekonomiji in biologiji. Izid dveh temeljnih del v 70-ih (Conway, *On Numbers and Games*) in (Berlekamp, Conway, Guy, *Winning Ways for your Mathematical Plays*) je prinesel popolno in globoko teorijo, uporabno za analizo neštetih kombinatoričnih iger. Od takrat je bilo organiziranih več konferenc posebej o kombinatoričnih igrah, in teorija se je še močno razvila.

Cilj te knjige, ki je dostopna vsakemu študentu s poznavanjem osnov algebre in diskretne matematike, je manj ambiciozen; želi biti vodnik k razumevanju evalvacijske sheme za t. i. končne normalne igre z dvema igralcema. Lahko razumljivo in dobro motivirano razlago teorije dopolnjujejo aplikacije ter številni problemi in slike ter naloge z rešitvami. Za razumevanje igre ni dovolj le poznati njena pravila; bolje je, če nekaj iger odigramo sami, najbolje pa jih je igrati z nasprotnikom.

Razlagi *osnovnih definicij* in *problemov* kombinatorične teorije iger sledi razlaga *osnovnih strategij igranja* iger (npr. »požrešna« strategija, uporaba simetrije, upoštevanje parnosti, zavlačevanje in zapletanje položaja v sicer izgubljeni poziciji, kraja strategije, itd.).

Eden od temeljev *teorije kombinatoričnih iger* je klasifikacija vseh pozicij, ki lahko nastopijo v dani igri, v štiri *razrede izidov*: N, P, R, L, glede na to, ali v dani poziciji ob optimalni igri zmaga tisti, ki je na potezi *naslednji*, *predhodni*, *levi*, ali *desni*. V splošnem t. i. *leve opcije* G^L (možne poteze za levega igralca) in *desne opcije* G^R (možne poteze za desnega igralca) niso nujno enake. Igro, ki jo lahko definiramo rekurzivno kot množico levih in desnih opcij, kar simbolično zapišemo takole: $G = \{G^L|G^R\}$, lahko predstavimo tudi z ustreznim *drevesom možnih potez*.



Slika 2. Primer drevesa možnih potez igre »Dominiranje«.

Če ima to drevo globino n, pravimo, da je igra G *rojena na dan n*. V knjigi je podrobno obravnavana teorija *nepristranskih iger* (kjer je $G^L = G^R$), medtem ko je novejša teorija *pristranskih iger* (kjer je $G^L \neq G^R$) prikazana z analizo tipičnega primera (angl. case study) neke izpeljanke (Partizan Endnim) znane igre nim. Avtorji lepo razložijo, kako igram (in njihovim pozicijam) priredimo njihova *imena* oziroma njihove številske *vrednosti*, kar nam pomaga pri analizi pozicij in izbiri zmagovalnih potez. Najpreprostejše igre imajo celoštevilske vrednosti $0 = \{\,|\,\}$, $1 = \{0|\,\}$, $-1 = \{\,|0\}$, nekatere pa so označene tudi z drugimi simboli, npr. $\star = \{0|0\}$, $\uparrow = \{0|\star\}$, $\downarrow = \{\star|0\}$. Obstajajo pa tudi igre z vrednostmi $\frac{a}{2^n}$, kjer je a lahko tudi negativno število.

Ključen preboj v raziskovanju iger je bilo Conwayevo odkritje, da je igre mogoče seštevati (pozicije mnogih iger namreč pogosto »razpadejo« na manjše igre) in da za to seštevanje zadoščajo aksiomom grupe ter da jih je mogoče tudi primerjati med seboj z relacijami delne urejenosti $\geq, \leq, >, <$. Dejansko igre rojene na dan n tvorijo celo distributivno mrežo (za vsaki dve igri G in H obstaja njuna *najmanjša zgornja meja* $G \vee H$ ter njuna *največja spodnja meja* $G \wedge H$). Conway je celotno teorijo kombinatoričnih iger strnil v pet aksiomov, ki povedo, kaj je igra, kaj je vsota dveh iger, kaj je nasprotna igra, kdaj sta dve igri enaki in kdaj da levi igralec eni igri prednost pred drugo. *Nasprotna igra* od $G = \{G^L | G^R\}$ je $G = \{-G^R | -G^L\}$, kjer negacija množice obrne predznak vsakega elementa množice.

Popolna rešitev igre (npr. v smislu *zmagovite strategije*, ki v vsaki teoretično dobljeni poziciji dejansko najde zmagovalno potezo) je ponavadi težka, zato so praviloma predstavljene le rešitve posameznih njenih pozicij. Avtorji bralca spodbujajo, naj med prebiranjem posameznih poglavij tudi sam poskusi iznajti in rešiti svoje lastne igre. Ena ključnih idej kombinatorične teorije iger je: *vsaki igri prirediti njeno vrednost*; ko ugotavljamo, kdo zmaga in kakšna bi lahko bila zmagovalna strategija, je dovolj upoštevati te vrednosti (torej lahko na same igre pozabimo in operiramo le s števili). Vsako poglavje se začne z nekaj problemi za ogrevanje študentov, pa tudi z nekaj nasveti njihovim učiteljem, kako lahko smiselno dopolnijo vsebino posameznih poglavij. V vsakem poglavju je veliko vaj, namenjenih krepitvi in preverjanju razumevanja že obravnavanih vsebin.

Posebni poglavji sta posvečeni v zadnjem času intenzivno raziskovanim *vročim igram* (angl. hot games), kot sta npr. GO in AMAZONS, v katerih je prednost prve poteze velika, ter *povsem-majhnim igram* (angl. all-small games), ki imajo lastnost, da imata v vseh pozicijah bodisi oba igralca na voljo kakšno potezo bodisi je nima nobeden. Knjigo lepo zaokroži poglavje, ki presega tematiko uvodnega učbenika in obravnava trenutno najbolj intenzivno preučevane smeri razvoja teorije kombinatoričnih iger, npr. *transfinitne igre*, pa *igre z zankami* (angl. loopy games), v katerih se določene pozicije lahko ponovijo. V prvem dodatku je predstavljena t. i. *indukcija od zgoraj navzdol* (angl. top-down induction) ali, kot ji pravijo logiki, ϵ-indukcija, primerna za indukcijo po drevesih, pa tudi za analizo kombinatoričnih iger, saj nam v določenih primerih sploh ni treba posebej preveriti *osnovnih primerov* (t. i. »bazni indukcijski korak« je trivialno izpolnjen). Drugi dodatek predstavlja kratek uvod v prosto dostopni program CGSuite (za instalacijo obiščite `www.cgsuite.org` in sledite navodilom), močno programsko orodje, ki omogoča izvajanje različnih algebraičnih manipulacij na igrah. To orodje je za teoretike kombinatoričnih iger enako pomembno kot Maple ali Mathematica za matematike ali fizike. Program pomaga pri razvijanju intuicije o igrah, z njim lahko preverjamo rešitve nalog, ki smo jih naredili s svinčnikom in papirjem, razvijamo hipoteze, izvajamo zapletene račune, itd. Vendar se nam vse te čudovite možnosti odpro šele potem, ko preštudiramo vsaj prvo polovico knjige, in ko že razumemo notacijo oziroma pripisovanje vrednosti posameznim igram. Tretji dodatek vsebuje rešitve nalog. V zadnjem dodatku so definirana pravila 35 v knjigi obravnavanih kombinatoričnih iger, razvrščenih po abecedi.

Knjiga, ki s svojimi številnimi primeri in slikami ter postopnostjo razlage pomaga osvojiti osnovne pojme in koncepte tega sicer zahtevnega področja v razmeroma kratkem času, bo vsakega kombinatoriki naklonjenega bralca, ki tega področja še ne pozna, zagotovo navdušila za kombinatorične igre. Avtorji, ki navajajo bogat izbor referenčne literature, posebej priporočajo za nadaljnji študij poleg že omenjenih Conwayevih knjig tudi zbornike s konferenc o kombinatoričnih igrah, ki so jih uredili Guy (1991), Nowakowski (1996, 2002) in Nowakowski in Fleischer (2004). Knjiga bo všeč tudi učiteljem matematike in vodjem matematičnih krožkov, ki želijo matematiko približati mladim. Tudi marsikateri dijak in študent bi v njej lahko našel navdih za raziskovalni projekt (analiza znanih ali izumljanje in igranje novih iger), morda pa tudi programerski izziv ali idejo za pisanje prvega članka.

Jurij Kovič

VESTI

OBZORNIKOVIH ŠESTDESET LETNIKOV

Obzornik za matematiko in fiziko je pričel izhajati leta 1951 kot glasilo *Društva matematikov in fizikov.* V začetku so ga urejali Anton Moljk (ki je hkrati vodil sekcijo za tisk pri društvu), Ivan Kuščer, Albin Žabkar ter Ivan Štalec kot odgovorni urednik in hkrati vodja uprave časopisa (le drugo številko prvega letnika je uredil Stanko Toš). Štalec je bil do leta 1960 tudi tehnični urednik. Poleg navdušenja in prizadevnosti urednikov je v prvem letu izdajanje časopisa omogočila izdatna subvencija *Sveta vlade LR Slovenije za prosveto in kulturo.*

Naročnina je sprva znašala 120 din, a se je že naslednje leto zvišala na 250 din. Natančnih podatkov o začetni nakladi sicer nimamo, je pa zanimivo, da so se uredniki *Obzornika* ob koncu prvega leta pohvalili s skoraj 1000 prijavami že od prve številke dalje, kar se zdi skoraj neverjetno. To hkrati pomeni, da je vpliv časopisa takrat skoraj desetkratno presegel številčno moč samega članstva (konec leta 1951 ocenjeno na 100) in je bila njegova ustanovitev torej zadetek v polno. Naklada časopisa je potem počasi rasla in do leta 1977 dosegla številko 1500. Največja je bila konec osemdesetih let 20. stoletja, ko se je povzpela do maksimuma 1650 leta 1989, nato je spet padla in znaša danes 1250 enot.

Kakšna je bila začetna usmeritev novega časopisa? V uvodniku prve številke z naslovom *Začeli smo* so naštete programske točke uredništva: *Obzornik bo prinašal strokovne članke iz matematike in fizike, novice iz teh strok po svetu, navodila za fizikalne poskuse, opise novih instrumentov, novice iz*

Slika 1. Naslovnica prve številke Obzornika iz leta 1951.

naših šol, razprave o učnih načrtih, učilih in naših knjigah, razgovore o strokovnem jeziku, utrinke (z opozorili na napake). Na koncu tega sestavka bo bralec lažje ocenil, koliko in kako so se te smernice uresničevale v naslednjih desetletjih.

Najprej se posvetimo formalnim podatkom o časopisu, njegovi zunanji podobi in problemom urejanja. Potem pa si bomo na kratko ogledali tudi nekatere njegove vsebinske posebnosti.

Pregled urejanja Obzornika po formalni in tehnični plati

Prav kmalu so se pri urejanju pojavile tehnične in finančne težave. Izvirale so iz težkega matematičnega stavka, obremenjenega s formulami in posebnimi znaki, kar je v klasičnem tiskarskem procesu vedno zahtevalo izurjenega in potrpežljivega stavca. Tiskarski stroški so bili zato zelo veliki in pogosto je uprava časopisa morala iskati dodatno subvencijo. Leta 1954 je *Obzornik* začasno prenehal izhajati, ker je moral zamenjati tiskarno (namesto *Tiskarne Toneta Tomšiča* je po letu 1955 časopis tiskala *Tiskarna Ljudske pravice*). Pomanjkanje finančnih sredstev je povzročilo ponoven presledek v izhajanju v letih 1958 in 1959. Skupaj je tako izpadlo za tri leta besedila, kar je tudi razlog, da se je 60. letnik končal šele triinšestdeset let po izidu prve številke. Tudi kasneje so bile kljub postopnemu zvišanju naročnine še vedno finančne težave, a je *Obzornik* potem redno izhajal s štirimi in od leta 1973 dalje s šestimi številkami na leto (z izjemo leta 1981, ko je izšlo le pet številk na 160 straneh, in leta 1987, ko je bilo natisnjenih sedem številk na

224 straneh). To je pomenilo skupaj 192 tiskanih strani besedila na leto; za vsebino pa sta bili redno izkoriščeni tudi notranja in zunanja stran platnic na koncu vsake številke. V sedemdesetih in osemdesetih letih je bil obseg časopisa kljub šestim številkam nekajkrat povečan (224 strani v letih 1975, 1977 in 1987 ter 312 strani leta 1978 in 208 strani leta 1982). Od leta 2007 dalje ima posamezna številka okrog 40 strani, z občasnimi odstopanji, tako da znaša letni obseg časopisa povprečno 240 strani.

Obdobje	**Tiskarna**
1951–1954	Toneta Tomšiča
1955–1989	Ljudske pravice
1990–2004	Kurir
2005–2008	Razvedrilo
2009–2014	Collegium graphicum

Tabela 1

Tiskarne so se v šestih desetletjih potem še nekajkrat zamenjale (glej tabelo 1), kar pa najbrž ni bistveno vplivalo na kvaliteto tiska, ki se je postopoma večala hkrati z novimi tehnologijami v izdelavi papirja in z napredkom grafične tehnike. Lahko rečemo, da so se uredniki tehničnih težav dokončno rešili šele v devetdesetih letih 20. stoletja s pojavom moderne računalniške programske opreme, ki omogoča preprosto stavljenje in oblikovanje besedil in slik za tisk. Finančne težave pa so ostale in so se vsakih nekaj let ponovno zaostrile. Poleg tega je bila občasno skrb urednikov tudi pomanjkanje (primernih) člankov, tako iz fizike kot iz matematike.

Ivan Štalec je uredil prvih šest letnikov *Obzornika*. Leta 1960 ga je na mestu odgovornega in tehničnega urednika zamenjal Franc Kvaternik, ki je ostal na tem mestu vse do leta 1974. Sledil mu je Janez Strnad z najdaljšim obdobjem (16 let s kratko prekinitvijo leta 1984, ko je dolžnost za eno leto prevzel Gabrijel Tomšič) odgovornega urednikovanja, vse do leta 1990. Z njim se je končalo tridesetletno obdobje fizikov; odtlej so naloge odgovornega urednika opravljali sami matematiki: Milan Hladnik, Boris Lavrič, Roman Drnovšek, Peter Šemrl in Sašo Strle (glej tabelo 2).

Še v Štalčevi dobi so se postopoma v delo uredništva vključili tudi Ivan Vidav, Niko Prijatelj in Anton Kuhelj, kasneje pa tudi številni drugi (preveč jih je, da bi vse našteli). Nekateri so že kmalu prenehali sodelovati, zato pa so se pojavljali novi in novi sodelavci. Spet drugi so svojo dolžnost opravljali dolga leta, pri čemer so včasih nastopali v različnih vlogah. Število članov uredniškega odbora se je v začetku, do sredine 60-tih let 20. stoletja povečevalo, nato se je zmanjšalo, od sredine 70-tih let naprej je spet raslo do leta 1983, ko je bilo 16 članov. Od leta 1984 do 1992 je bil uredniški odbor spet manjši, vendar pa je imel poleg delovnih članov tudi osem zunanjih

Obdobje	Odgovorni urednik
1951–1959	Ivan Štalec
1960–1973	Franc Kvaternik
1974–1983	Janez Strnad
1984	Gabrijel Tomšič
1985–1990	Janez Strnad
1991–1992	Milan Hladnik
1993–2000	Boris Lavrič
2001–2005	Roman Drnovšek
2006–2007	Peter Šemrl
2008–2014	Sašo Strle

Tabela 2

svetovalcev.

Medtem je leta 1970 nastala *Komisija za tisk*, ki je odtlej sistematično skrbela ne samo za *Obzornik*, ampak za vse tiskane izdaje društva, matematičnega in fizikalnega oddelka na fakulteti ter *Inštituta za matematiko, fiziko in mehaniko*. *Komisija* je imela svojega vodjo oziroma predsednika, ki je bil glavni urednik vseh izdaj, med drugim tudi *Obzornika*. Ta funkcija je ostala v veljavi do danes (tudi po letu 1997, ko je iz *Komisije* nastalo samostojno društvo *DMFA – založništvo*).

Leta 1974 so bili imenovani posebni uredniki za matematiko in posebni za fiziko (prej to ni bilo strogo ločeno). Ta ločitev se je izkazala za koristno in se je ohranila do danes. Kdo vse in kdaj je urejal matematični del in kdo fizikalni del Obzornika, je razvidno iz tabel 3 in 4.

Za bogato in razvejeno izdajateljsko dejavnost *Komisije za tisk* je ob pomoči glavnega urednika, različnih odborov in urednikov v resnici skrbel Ciril Velkovrh. Pri *Obzorniku* je (tako kot pri drugih publikacijah) uvedel redne jezikovne preglede vseh besedil in branje korektur. Zanimivo je, da sta od takrat pa do danes vse jezikovno delo opravila samo dva lektorja: Marija Janežič od 1974 do 1993 in Janez Juvan od 1994 do 2014. Korekture člankov in drugih prispevkov pa so običajno (poleg urednikov) opravljali mlajši sodelavci, v glavnem asistenti na fakulteti.

Ciril Velkovrh je deloval pri *Obzorniku* skoraj dvajset let, od 1974 do 1992. Nase je prevzel glavno breme tehnične priprave vsake nove številke *Obzornika*, izbire besednega in slikovnega gradiva, dodatnih tekstov, preloma strani, koordinacije med avtorji, uredniki, recenzenti, lektorji in korektorji, risarji, računalniškimi oblikovalci in drugimi sodelavci. Sestavljal je avtorske pogodbe, pogovarjal se je s tiskarji, delal finančne konstrukcije

Obdobje	Urednik za matematiko
1974–1983	Anton Suhadolc
1984	Jože Vrabec
1985–1986	Matjaž Omladič
1987–1992	Milan Hladnik
1993–2000	Boris Lavrič
2001–2005	Roman Drnovšek
2006–2007	Peter Šemrl
2008–2014	Sašo Strle

Tabela 3

Obdobje	Urednik za fiziko
1974–1992	Janez Strnad
1993–1999	Martin Čopič
2000–2004	Marko Zgonik
2005–2008	Irena Drevenšek Olenik
2009–2014	Aleš Mohorič

Tabela 4

in kot dejanski operativni vodja *Komisije za tisk* skrbel sploh za vse nujne uredniške posle, razen strogo strokovnih (matematičnih oziroma fizikalnih) vsebin samih člankov. Njegovo delo je močno presegalo zgolj tehnično urejanje časopisa, zato je bil zanj povsem primeren splošen (in preprost) naziv: urednik. Od leta 1993 do 2000 je funkcijo urednika opravljal Boštjan Jaklič, zatem so v bistvu isto delo spet pod nazivom tehnični urednik opravljali Marjan Jerman, Vladimir Bensa in Matjaž Zaveršnik (glej tabele 5, 6, 7).

K tehničnemu urejanju časopisa spada tudi risanje slik. Danes to najbrž ni tak problem, saj večina avtorjev dobro obvlada ta ali oni računalniški program, ki omogoča risanje in vstavljanje slik, tabel, grafikonov, predstavljanje matematičnih krivulj, ploskev in drugih objektov ipd. Avtorji v glavnem sami narišejo slike in pripravijo vse potrebno za dokončno opremo članka.

Ko smo že pri opremi časopisa, se za hip ustavimo še pri naslovnicah. Posamezne številke prvih treh letnikov (1951–1953) so nosile značilno pikčasto interferenčno podobo (glej sliko 1), v naslednjih šestih letnikih (1955/56–1962) je bila oblika geometrijska (velik trikotnik s tanjšo krivuljo). Od leta 1963 do 1967 se je naslovnica ponašala s črno mrežasto strukturo na te-

Obdobje	**Tehnični urednik**, urednik 1978–2000
1951–1959	Ivan Štalec
1960–1973	Franc Kvaternik
1974–1992	Ciril Velkovrh
1993–2000	Boštjan Jaklič
2001–2004	Marjan Jerman
2005–2010	Vladimir Bensa
2011–2014	Matjaž Zaveršnik

Tabela 5

Obdobje	Rač. stavljenje (oblikovanje)
1989–2004	Martin Zemljič
2005–2006	Monika Testen
2007–2010	–
2011–2014	Tadeja Šekoranja

Tabela 6

mno rdeči podlagi. Sledilo je bolj asketsko obdobje 1968–1977 z enobarvno podlago. Do 1969 je bila ob levi strani navpična črna črta, ki pa je potem izginila, le barva podlage se je menjevala, od bledo modre do bledo rumenkaste in nazaj. Leta 1978 so se na naslovnicah pojavile slike in fotografije (fizikalnih eksperimentov, pomembnih znanstvenikov, geometrijskih konstrukcij itd.).

Te slike so bile v zvezi z vodilnim člankom ali drugim pomembnim prispevkom v posamezni številki. Urednik Boris Lavrič pa je leta 1996 uvedel novost, da je naslovnico opremil z reprodukcijo starejšega ali modernega likovnega dela bolj ali manj znanega umetnika. Ta noviteta sicer ni imela neposredne povezave z vsebino dane številke (oziroma je bilo treba to povezavo dojeti bolj abstraktno), je pa pomenila zanimivo osvežitev. Po letu 2000 se je opremljanje naslovnic s slikami vrnilo v stare okvire in tako ostalo do danes (glej sliko 2).

Po osamosvojitvi Slovenije, od leta 1993 dalje, je poleg glavnega urednika vseh izdaj Komisije za tisk kot formalnega šefa, *Obzornik* dejansko urejalo šest urednikov: odgovorni urednik, urednik za matematiko, urednik za fiziko, (tehnični) urednik, jezikovni lektor in računalniški oblikovalec.

Obdobje	Risanje slik
1975–1979	Berto Žitko, Miro Lozej, Marjan Turk
1980–1992	Miha Štalec
1993–2014	Avtorji ali občasni sodelavci

Tabela 7

Leto	Naslov
1968	Stvarno kazalo za letnike od I do XV (za obdobje 1951–1968)
1984	Stvarno in abecedno avtorsko kazalo za letnike 16 (1969) – 30 (1983)
2004	Stvarno in abecedno avtorsko kazalo za letnike 31 (1984) – 50 (2003)

Tabela 8

Vseh oseb, ki so posredno ali neposredno, tako ali drugače sodelovale pri urejanju (posameznih rubrik) *Obzornika*, pri njegovem lektoriranju ali izdajanju, se je v šestih desetletjih nabralo več kot 50, če pri tem ne štejemo zunanjih svetovalcev in občasnih dodatnih pomočnikov, risarjev slik, tipkaric, delavcev v tiskarnah, distributerjev, poverjenikov po šolah itd. Vsem omenjenim, zlasti pa neposrednim urednikom, velja vse priznanje za vztrajanje v zahtevnem poslanstvu širjenja slovenske matematične in fizikalne besede.

Kratek pregled vsebine dosedanjih šestdeset letnikov

Bolj kot zunanja, oblikovna plat in problemi formalnega in tehničnega urejanja je seveda pomembna vsebina *Obzornika*. Prvi vtis o njej lahko pridobimo iz objavljenih stvarnih in avtorskih kazal. Doslej so izšla trikrat (glej tabelo 8), za zadnjih deset let pa je kazalo še v pripravi. Za podrobnejšo analizo moramo seveda vzeti v roke posamezne številke.

Kot rečeno, je bil *Obzornik* že od začetka razdeljen na rubrike, ki so se z leti seveda malce spreminjale in dodajale, kakšna pa je tudi zamrla. Glavi del vsake številke so bili ves čas strokovni članki iz matematike, fizike (tudi geofizike in tehnike) ter astronomije, redkeje (v zadnjih tridesetih letih) iz računalništva. V prvi polovici, nekje do leta 1983, je po številu strokovnih

Slika 2. Nekatere naslovnice Obzornika iz minulih obdobij.

prispevkov prevladovala fizika, kasneje pa matematika. Astronomije je bilo vedno bolj malo.

Iz matematike je bilo v prvem obdobju največ člankov iz klasičnih področij, kot so analiza, algebra s teorijo števil in geometrija s topologijo, skoraj za tretjino manj iz verjetnosti, diskretne matematike, numerične matematike in računalništva. Do danes se je to razmerje približno uravnovesilo. V zadnjih desetih letih opažamo nekoliko daljše matematične članke kot prej. Nasploh so članki zelo raznovrstni; le nekaj je res originalnih razprav, v glavnem pa so objavljeni prispevki informativni, pač v skladu z zasnovo *Obzornika*, ki »hoče zbuditi zanimanje ter dvigniti raven matematične in fizikalne izobrazbe pri nas« [3]. Med njihovimi avtorji so bili vseskozi številčno najbolje zastopani univerzitetni profesorji, vse do leta 2003 najbolj Ivan Vidav, ki so mu v začetku sledili zlasti Alojz Vadnal, France Križanič, Anton Suhadolc, Zvonimir Bohte, Josip Grasselli, Niko Prijatelj, Jože Vrabec in Rajko Jamnik, kasneje pa tudi mlajši: Jože Andrej Čibej, Boris Lavrič, Milan Hladnik, Borut Zalar, Matija Lokar, Miran Černe in Janez Žerovnik, če naj naštejem samo tiste z več kot petimi objavljenimi članki v posameznem obdobju, ki ga zajema kazalo. V zadnjih desetih letih pa je najpogostejši matematični pisec Marko Razpet s petnajstimi članki, drugih petdeset avtorjev mu sledi z enim ali največ tremi prispevki. Vseh različnih avtorjev matematičnih člankov je bilo v teh šestih desetletjih več kot 170.

Pri fiziki pa so v petdesetih in šestdesetih letih 20. stol. prevladovali članki iz takrat modernih področij jedrske fizike. Danes je izbira bolj uravnotežena in sega od čisto teoretičnih razglabljanj do zanimivih zgodovinskih ali sodobnih modelov, od uveljavljene uporabe fizike npr. v medicini do novih odkritij in drznih napovedi, torej spet velika izbira. Vseskozi je bilo tudi precej opisov praktičnih eksperimentov in tehničnih izvedb. Najbolj uveljavljen pisec fizikalnih sestavkov je Janez Strnad, ki je doslej v *Obzorniku* objavil več kot dvesto člankov, sledijo pa mu (v spoštljivi razdalji z opusom drugega velikostnega reda) Ivan Kuščer, Peter Gosar in Anton Moljk v začetnem obdobju ter Mitja Rosina in Mitja Kregar po letu 1984 (spet omenjam le pisce z več kot petimi prispevki v posameznem obdobju). Med astronomi je po številu člankov v ospredju Marjan Prosen. Vseh različnih avtorjev s članki iz fizike, tehnike ali astronomije je bilo več kot 200.

V rubriki strokovnih člankov je zajetih tudi nekaj prevodov besedil pomembnih svetovnih osebnosti iz matematike ali fizike. Pri tem gre večkrat za zanimiva filozofska vprašanja, ki se tičejo pomena in prihodnosti naših ved. Tako so matematiki npr. že kmalu prevedli Wignerjeva razmišljanja o vlogi matematike v naravoslovju, Dieudonnéjev prispevek o sodobni matematiki, Stoneovo obravnavo revolucij v matematiki, kasneje pa npr. članek Michaela Atiyaha o razvoju čiste matematike, van der Waerdenov pogled na medsebojni vpliv matematike in fizike ali Thomovo oceno »moderne« matematike kot vzgojne in filozofske zmote, Knuthovo mnenje o računalništvu in matematiki, Devidéjevo predavanje na Bledu 1973 ali Enzensbergerjev esej o razumevanju matematike v širši družbi. Fiziki pa so občasno (zlasti v prvih desetletjih) prevajali tudi bolj strokovne članke, npr. Wignerja o simetriji in ohranitvenih zakonih, Prokorova o kvantni elektroniki, Gell-Manna in Rosenbauma o osnovnih delcih, Panofskega o fotonih, Cirklerja in Cooperja o supraprevodnosti, poleg Dysona o prihodnosti fizike, Jordana o nerešenih vprašanjih fizike, Hilla o biofiziki itd.

Ko smo že pri tujih avtorjih, povejmo, da je uredništvo skoraj vedno, tudi s primernimi prevodi, poskrbelo, da se je v časopisu uveljavljal lep slovenski strokovni jezik. Pri pregledu lahko opazimo le dve izjemi: v času prejšnje države se je sem in tja pojavil članek v (takrat bratski) srbohrvaščini, leta 1999 pa so bili v angleščini (brez prevoda) objavljeni nekateri povzetki blejske mednarodne konference iz linearne algebre.

Težko bi v tem kratkem sestavku na hitro in brez podrobnejše analize izločili najpomembnejše članke minulih desetletij. Splošna slika kaže veliko tematsko raznolikost. Ob pregledu kazal pa morda le opazimo kakšno omembe vredno posebnost.

Določen del strokovnih člankov je bil, zlasti v novejšem obdobju, pisan zelo pedagoško. Namenjeni so bili predvsem učiteljem v srednjih in osnovnih šolah ter drugim diplomiranim matematikom in fizikom, redkeje dijakom in drugim vedoželjnim mladim bralcem. Objavljena so bila zlasti različna tematska predavanja s številnih (društvenih) seminarjev, ki so včasih zaobsegla celotno (večkrat celo dvojno ali povečano) številko. Tako so bili npr. natisnjeni materiali s seminarjev *Mehanika tekočin* leta 1975, *Topologija* leta 1976 in *Astrofizika* leta 1977. Naslednje leto 1978 je *Obzornik* najprej v prvi številki s povečanim obsegom objavil predavanja s seminarja *Matematična logika*, v zajetni šesti številki pa na 120 straneh še besedila s seminarja *Fizika za družboslovce*. Leta 1982 so bili med platnice *Obzornika* zajeti kar trije seminarji: *Fizika polprevodnikov*, *Geometrija* in na koncu še poseben seminar Zavoda za šolstvo o pouku fizike. Z dodatno številko razširjen časopis pa je leta 1987 prinesel več člankov s seminarja *Medicina in fizika*.

V letih 1992 in 1993 je izhajala zanimiva serija člankov s skupnim naslovom *Igre narave*, katerih avtor je bil Mitja Rosina. O pouku fizike v naših šolah je pogosto pisal Janez Strnad, pa tudi drugi. Po letu 2006 so uredniki skušali napraviti časopis še bolj dostopen širši publiki, zlasti mladini in učiteljem po šolah, kar je napovedal odgovorni urednik Peter Šemrl v dveh uvodnikih in prikazal nov pristop v posebnem članku o pravokotnosti v normiranih prostorih [4]. Pojavila se je tudi zanimiva novost: od 2006 do 2011 je bil vsako leto objavljen obširnejši intervju z znanim profesorjem oziroma z matematikom ali fizikom, ki je uspel na kakšnem drugem področju (npr. s prof. Dušanom Petračem, prof. Ivanom Vidavom, prof. Črtomirom Zupančičem in drugimi). Te intervjuje je z velikim občutkom za sogovornika in za vsebino pogovora pripravljal Damjan Kobal.

Specifično šolska gradiva, kot npr. novi učni načrti, smernice pogostih šolskih reform, poročila o pouku matematike in fizike po svetu, reševanje problemov v šolah, predlogi za izboljšanje pouka, predstavitve novih učil, nove tehnologije oziroma novih fizikalnih poskusov, kar vse je bila v preteklosti tudi naloga DMFA Slovenije, so se pojavljala v posebni rubriki *Šola*. V njej so bile objavljene tudi vesti o novostih na univerzah, znanju študentov matematike in fizike ter seznami diplomantov na različnih stopnjah visokošolskega študija matematike ali fizike (zadnji tak seznam je bil leta 2007 objavljen za leto 2005, kasneje so tovrstni podatki za javnost postali nedostopni). Občasno so bili objavljeni povzetki strokovnih ali znanstvenih srečanj, npr. leta 1986 ob posvetovanju *Učbeniki fizike in njihov vpliv na pouk* ali leta 1999 že omenjena mednarodna konferenca iz linearne algebre na Bledu. O pouku matematike in o matematičnem izobraževanju v tujini je bilo objavljenih tudi nekaj zanimivih prevodov (npr. 1963 Polya o učenju in poučevanju, 1991 Thurston o matematičnem izobraževanju v ZDA ali 1993 Zeitler o aksiomatiki v geometriji in naravoslovju, 2006 Weiman in Perkins o prenovi pouka fizike). V zadnjem desetletnem obdobju je bilo objavljenih kar precej člankov domačih avtorjev o problemih pouka matematike ali fizike v naših šolah (Strnad, Vidic Drobnič, Pavešić, Kobal, Golež, Šemrl, Jerman, Repolusk, Čepič, Babič, Planinšič, Mozer, Prelog, Mohorič in drugi) pa tudi o širših vprašanjih vzgoje in izobraževanja oziroma situacije v našem šolstvu

(Kobal, Hvala, Zabret). Problem je, da se tehtne in pogosto kritične besede v javnosti ne slišijo, odgovorni pa jih ne upoštevajo.

Občasno so se pojavile skoraj tematske številke *Obzornika* tudi ob posebnih dogodkih ali pomembnejših obletnicah. Ob 100-letnici Plemljevega rojstva in velike proslave na Bledu 1973 so bili npr. objavljeni nekateri strokovni prispevki o Plemljevem delu, pa tudi spominski zapisi o njem. Leta 1995 so bili ob prvem (in doslej edinem) kongresu matematikov, fizikov in astronomov Slovenije objavljeni fizikalni prispevki. Podobno je bilo vsaj pol številke posvečene Vidavovi 70-letnici leta 1988 in 90-letnici leta 2008. *Obzornik* je naslednje leto počastil tudi 100-letnico rojstva Antona Peterlina. Drugih obletnic se je spomnil vsaj z enim strokovnim člankom ali s krajšim prispevkom. Sem spadajo tudi različni zapisi ob smrti posameznih znanih osebnosti (govori ob odprtem grobu, nekrologi itd.). Nasploh je bil vseskozi dan kar precejšen poudarek zgodovinskim temam, tako pri strokovnih člankih kot ob počastitvi obletnic različnih zgodovinsko pomembnih dogodkov. O tem so zlasti veliko pisali Strnad, Suhadolc, Južnič, Razpet, Legiša in drugi. Zdi se, da je v zadnjem času ta trend še bolj izrazit.

Pomembno informativno in celo izobraževalno vlogo je imela ves čas tudi rubrika *Nove knjige*. Kot pove ime, je prinašala ocene različnih novih monografij, učbenikov in drugih publikacij. Včasih jih je *Obzornik* veliko brezplačno prejel v oceno. Ocenjene so bile tudi vse nove slovenske matematične ali fizikalne knjige, zlasti tiste, ki jih je izdala domača *Komisija za tisk*, vendar je bilo po letu 1990 težko kontrolirati vse slovenske izdaje zaradi močno povečane produkcije strokovne literature, tako da so uredniki s to prakso hočeš nočeš prenehali. Še vedno pa je koristno prebrati mnenja o marsikateri novi knjigi s področja matematike, fizike ali astronomije, za katero sicer ne bi vedeli ali pa ne bi bili nanjo pozorni.

Ne smemo pozabiti, da je *Obzornik* glasilo *Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije*, zato je vedno prinašal poročila o raznih društvenih predavanjih in seminarjih, o tekmovanjih učencev, dijakov in študentov oziroma njihovih uspehih doma in v tujini, pa o strokovnih srečanjih in občnih zborih, o društvenih priznanjih, o strokovnih ekskurzijah ipd. Včasih je bila temu namenjena posebna rubrika *Društvena dejavnost*, po letu 1984 pa so te vsebine skrite pod rubriko *Vesti*, ki poleg novic iz sveta in različnih obvestil uredništva prinaša tudi druga poročila (o delovanju različnih inštitucij, o raziskovalni dejavnosti, o posvetovanjih in znanstvenih konferencah, o nagradah in priznanjih našim znanstvenikom, do leta 2007 tudi o novih diplomah, magisterijih in doktoratih in še marsikaj). Rubriki *Vprašanja in odgovori* in *Utrinki* pa se pojavljata le občasno in v manjšem obsegu.

Namesto sklepa kratek premislek o strokovnem pisanju

Za konec si oglejmo nekaj preprostih (in v preteklosti pogosto zastavljenih) vprašanj:

Ali je Obzornik po vsebinski strani izpolnil začetna pričakovanja? Ali je za bralce primeren, so le-ti z njim zadovoljni? Ali je prezahteven? Ali je vsebinsko dovolj raznolik in uravnotežen? Ali je aktualen?

Dokončne ocene tu ne bomo podali. Na nekatera od teh vprašanj (npr. glede prevelike zahtevnosti) so uredniki včasih že odgovorili (glej npr. [1], [2]), na druga bodo morali odgovoriti bralci, na tretja nedvoumen odgovor morda niti ni možen. Bralec bi vprašanjem gotovo takoj lahko dodal še katero, kritiziral to in ono, pograjal vsebino ali obliko, morda kaj tudi pohvalil. A ostanimo pri pozitivnih vidikih našega jubilanta in sklenimo prispevek z naslednjimi mislimi o težavah pri pisanju in branju matematičnih in fizikalnih sestavkov.

Strokovno pisanje je vedno zahtevno, treba je podati natančne definicije pojmov, nedvoumno opisati probleme in precizno formulirati trditve, da vemo, o čem govorimo. Izvajanje mora biti pravilno, argumentirano in konsistentno. *Obzornik* je večkrat razlagal, kaj odlikuje dobre sestavke, in dajal napotke, kako to doseči (glej npr. [5] ali [6]). Strokovna besedila tudi niso lahko branje; od bralca zahtevajo poleg primerne izobrazbe koncentracijo, potrpežljivost in kritičnost. Že res, da lahko v glasbi uživa tudi kdo, ki ni glasbeno izobražen, ki sam ne igra nobenega inštrumenta ali ne zna brati not. Toda užitek je toliko večji, kolikor več glasbene vzgoje smo bili poprej deležni. Podobno lahko boljša izobrazba na področju matematike, fizike in astronomije kvečjemu prispeva k razumevanju in občudovanju modernih dosežkov omenjenih ved, novih odkritij in presenetljivih znanstvenih spoznanj, ki smo jim priča v zadnjem času. Prav tako pa pripomore tudi k zavedanju, da take dosežke vsej genialnosti ustvarjalcev navkljub omogoča le poglobljen študij in trdo delo.

Po drugi strani pa se moramo zavedati, da *Obzornik* ni znanstvena revija v pravem pomenu besede. V skladu s ciljem, ki si ga je zadala pred več kot šestdesetimi leti, namreč »zbuditi zanimanje in dvigniti raven matematične in fizikalne izobrazbe« (glej [3]), je ostala zavezana svojemu imenu. Njen cilj je torej »širiti svojim bralcem strokovna obzorja« in tako naj tudi ostane še nadaljnjih šestdeset let.

LITERATURA

[1] J. Strnad, *Dvajset letnikov Obzornika za matematiko in fiziko*, Obzornik mat. fiz. **21** (1974) 1–2, 48–49.

[2] J. Strnad, *Obzornikovih petdeset*, Obzornik mat. fiz. **50** (2003) 6, 162–163.

[3] R. Drnovšek, *Ob koncu petdesetega letnika Obzornika* (uvodnik) in *Sodelavcem!*, Obzornik mat. fiz. **50** (2003) 6, 161–162, (ponatis iz 2. številke 1. letnika).

[4] P. Šemrl, *Pravokotnost v normiranih prostorih*, Obzornik mat. fiz. **53** (2006) 4, 100–13.

[5] I. Kuščer, *O strokovnem pisanju*, Obzornik mat. fiz. **34** (1987) 6, 211–219.

[6] M. Hladnik, *Kako napisati matematični tekst*, Obzornik mat. fiz. **42** (1995) 1, 25–III.

Milan Hladnik

JANEZ STRNAD – 80-LETNIK

Lani sem na občnem zboru DMFA poslušal predavanje o kombinatoriki, kjer je bilo omenjeno Erdösevo število. To je število, ki kateregakoli matematika poveže z madžarskim matematikom Paulom Erdösem. Število je najmanjša razdalja med matematikom in Erdösem v grafu, katerega točke so avtorji, povezave med njimi pa članki, ki so jih napisali v soavtorstvu. Zakaj Erdös? Poročajo, da je to matematik z največjim številom člankov, znan po tem, da je potoval od sodelavca do sodelavca in pisal članke. Člankov se je nabralo vsaj 1525. Na Cobissu sem vtipkal Janez Strnad in dobil seznam s 1292 zapisi. Kar je posebej impresivno – večino tega je Janez ustvaril sam. Sodi med najbolj plodovite slovenske avtorje. Je pa še mnogo več.

Janez Strnad je bil rojen leta 1934 v Ljubljani. Diplomiral je leta 1957, doktoriral pa 1963 na Univerzi v Ljubljani. Leta 1974 je postal redni profesor, od leta 2001 je tudi zaslužni profesor Univerze v Ljubljani. Delal je na Fakulteti za matematiko in fiziko in na Institutu Jožef Stefan. Izpopolnjeval se je na Inštitutu za teoretično fiziko v Heidelbergu in bil večkrat gost na Inštitutu za didaktiko fizike v Giessnu, Nemčija. Raziskovalno se je ukvarjal z difuzijo nevtronov, posebno teorijo relativnosti in jedrsko fiziko. Posveča se poučevanju in popularizaciji fizike. Objavil je več kot sto člankov v tujih revijah, več kot šestdeset referatov na strokovnih sestankih, večinoma v tujini, več kot 750 člankov v domačih strokovnih revijah in skoraj tristo v časopisih in splošnih revijah, več kot petdeset knjig in knjižic, med njimi učbenike.

Za mnogo študentov, ki smo pri njem poslušali predavanja iz Fizike I in II, je Janez njeno poosebljenje. Je eden najimenitnejših učiteljev fizike v Sloveniji. Njegovi učbeniki za visokošolsko fiziko so tako znani, da bo frazo »poglej v Strnada« vsak od kolegov razumel. Sodeloval je pri pripravi nalog in vprašanj, ki so del železnega repertoarja študentov fizike. Napisal je učbenik fizike za srednjo šolo.

Izjemno dobro pozna zgodovino fizike in je živa enciklopedija fizikalnih pojavov, znamenitih imen, letnic ... To znanje je izkazoval pri predmetu *Razvoj fizike*. Iz serije radijskih oddaj je nastala knjižna zbirka v sedmih delih *Fiziki*. V njej so zbrani življenjepisi znanih fizikov in opisana njihova odkritja. Posebej in podrobneje je v več delih obravnaval življenje in dosežke Jožefa Stefana ter Alberta Einsteina. Pregled skozi zgodovino fizike pa najdemo v njegovih popularnih knjigah *Razvoj fizike*, *Sto let fizike: od 1900 do 2000* in *Zgodbe iz fizike*.

Skoraj vsako leto na stalnem strokovnem spopolnjevanju – strokovnem srečanju srednješolskih učiteljev fizike – predstavi pregledno predavanje iz zgodovine fizike. Natančnost njegovega spomina sem spoznal, ko sem po recenziji enega njegovih prispevkov do stavka in z vsemi letnicami natančno poslušal še predavanje. Seveda dobro poznavanje zgodovine fizike koristi tudi pri pouku. Namreč, podobne težave in stranpoti, kot jih je skozi zgodovino ubiral razvoj fizike, lahko zasledimo tudi pri učencih in dijakih, ko pri razumevanju določenih vsebin napačno uporabljajo izkušnje iz vsakdanjega življenja. Da je izjemen pedagog, ki o poučevanju razmišlja tudi širše, kažejo mnoga druga dela, kot npr. *O poučevanju fizike*, kjer poda svoje nasvete učiteljem, kako učiti fiziko, katere zglede izbrati, kaj zaobiti in kako. Poučevanju in učenju fizike je namenil prek 40 člankov v *Fiziki v šoli*.

Ni pa poučeval le bodočih fizikov, temveč poučuje tudi širšo javnost. Predsednik države ga je 25. oktobra 2005 odlikoval z zlatim redom za zasluge za življenjsko delo v naravoslovju, še posebej za prispevek k širjenju znanstvene kulture in razumevanja znanosti. Objavil je več kot 100 člankov v *Proteusu*, več kot 30 v *Spiki*, v *Gei* ter *Življenju in tehniki*. Fizike ne popularizira le s članki, ampak tudi s poljudnimi knjigami. Za delo Iz take so snovi kot sanje je leta 1988 prejel Levstikovo nagrado.

Svojo širino izkazuje z izjemnim naborom tematik z vseh področij fizike. S področja jedrske fizike je bila že omenjena Iz take so snovi ... S področja astronomije naj omenim *Prapok prasnov požene v dir* in *Mala zgodovina vesolja*, ter od kvantne fizike, *Mala kvantna fizika*, do teorije relativnosti in meroslovja *Svet merjenj: o razvoju fizike in merjenju osnovnih fizikalnih količin*.

Svoje izrazje je izpilil do potankosti. Zamislite si študenta, čigar prvi korak na poti v učenje je »podčrtavanje«. Kaj mu pomaga podčrtovanje, ko konča s popolnoma podčrtanim besedilom? Na jedrnatosti izrazja se pozna, da je pripravil leksikon fizike in sodeloval pri pisanju enciklopedije. V leksikonu ni prostora za besedičenje, besedila morajo biti kratka in jasna.

Naučil me je veliko o fiziki. Eno pomembnejših lekcij sem dobil, ko sva neki ponedeljek po kolokviju, tedenskem pogovoru z gostujočim profesorjem, skupaj čakala pred dvigalom. Tisti kolokvij je bil o teoretični fiziki osnovnih delcev. V pogovoru sem priznal, da nisem prav dosti razumel. Hudomušno se je nasmehnil in dejal »Jaz tudi ne.« Za to sem mu prav posebej hvaležen.

Janez Strnad je od leta 2001 častni član Društva matematikov, fizikov in astronomov Slovenije. Njegov prispevek k dejavnosti društva je neprecenljiv. Za predsednika je bil izvoljen v letih 1966, 1984 in 1985. V društvenih glasilih *Obzornik za matematiko in fiziko* ter *Presek* je objavil v vsakem po več kot 100 prispevkov. V Obzorniku za matematiko in fiziko je bil član uredniškega odbora 1964–1973, področni urednik 1974–1992, odgovorni urednik 1974–1976, 1981–1983, 1985–1990, glavni in odgovorni urednik 1977–1980. v Preseku je bil glavni urednik 1976–1980.

Slavljencu v svojem imenu in v imenu uredništva čestitam za visok jubilej in mu želim še veliko uspeha in zdravja.

Aleš Mohorič

ZOISOVE NAGRADE IN PRIZNANJA 2013

Zoisove nagrade in priznanja, priznanja Ambasador znanosti ter Puhova priznanja za leto 2013 so bila podeljena 22. novembra 2013 v Mariboru. Med prejemniki Zoisovih nagrad in priznanj sta tudi člana našega društva: prof. dr. Tomaž Zwitter in prof. dr. Dušanka Janežič. Vsem nagrajencem iskreno čestitamo za uspeh in priznanje.

Dosežki nagrajencev so opisani na straneh Ministrstva za šolstvo, znanost in šport [1]. Povzemimo dosežke naših članov.

Dušanka Janežič je prejela Zoisovo nagrado za vrhunske dosežke v matematiki v naravoslovju. Dušanka Janežič je redna profesorica na Fakulteti za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije Univerze na Primorskem in znanstvena svetnica na Fakulteti za kemijo in kemijsko tehnologijo Univerze v Ljubljani. Temeljne usmeritve njenega znanstvenoraziskovalnega dela so izpopolnjevanje in razvoj ter uporaba novih metod in algoritmov pri molekularnem modeliranju, to je pri teoretskih raziskavah v naravoslovnih in tehničnih znanostih, kot so kemija, farmacija, molekularna fizika, strukturna biologija in razvoj novih materialov. S svojimi vrhunskimi dosežki na področju molekularnega modeliranja, ki ga je v Slovenijo pripeljala pred 20 leti, je trajno prispevala k razvoju znanstvenoraziskovalne in razvojne dejavnosti v Republiki Sloveniji. S svojim dolgoletnim znanstvenoraziskovalnim, pedagoškim in strokovnim delom na področju molekularnega modeliranja si je pridobila velik ugled med vodilnimi strokovnjaki in znanstveniki v svetu in doma.

Bibliografija profesorice Dušanke Janežič obsega več kot 400 enot. O svojem delu je v soavtorstvu objavila znanstveno monografijo z naslovom Graph Theoretical Matrices, sedem poglavij v monografijah tujih založnikov ter 86 znanstvenih člankov v tujih revijah najvišjega kakovostnega razreda z domačimi in tujimi sodelavci. V zadnjih sedmih letih je profesorica Dušanka Janežič objavila 40 izvirnih znanstvenih člankov v uglednih mednarodnih revijah z visoko odmevnostjo. Njeni znanstveni dosežki so inovativni in imajo k uporabnosti naravnano vrednost.

Tomaž Zwitter je prejel Zoisovo priznanje za pomembne znanstvene dosežke v astrofiziki in astronomiji. Prof. dr. Tomaž Zwitter je profesor na Fakulteti za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani. Svoje raziskovalno delo je usmeril v astronomske meritve, ki omogočajo pridobivanje podatkov, potrebnih za razumevanje mozaika strukture vesolja. Raziskuje medzvezdni prostor, samostojne in dvojne zvezde, galaksije, aktivna galaktična jedra, supernove, simbiotične zvezde, kataklizmične spremenljivke, pulzarje in komete. Za študij teh raznolikih objektov uporablja predvsem spektroskopijo in fotometrijo. Uveljavil se je pri več mednarodnih kolaboracijah, katerih cilj je razvozlati zgodovino in prihodnost naše galaksije. Omeniti je treba, da

Tomaž Zwitter

je eden od ustanoviteljev pravkar končanega mednarodnega projekta RAVE (RAdial Velocity Experiment), pri katerem sodelujejo znanstveniki iz devetih držav, in je tudi njegov znanstveni direktor. Projekt RAVE je doslej izmeril radialne hitrosti in spektroskopsko določil vrednosti fizikalnih parametrov več kot pol milijona zvezd naše Galaksije. Med dosežki njegovega dela je treba posebej poudariti meritve ubežne hitrosti iz naše galaksije za zvezde v Sončevi okolici, ki so nov neposreden dokaz obstoja temne snovi v zunanjem haloju Rimske ceste. Meritev ubežne hitrosti je omogočila tudi do zdaj najboljšo določitev mase naše galaksije. Profesor Zwitter je uvedel novo spektroskopsko metodo določanja razdalj do zvezd, ki nam da prostorsko sliko položajev in gibanj zvezd danes in v preteklosti. Je vodja raziskovalnega programa Astrofizika in fizika atmosfere. Bil je član centra odličnosti Vesolje, znanost in tehnologije in predsednik njegovega sveta. Vodi slovensko sodelovanje pri misiji Gaia Evropske vesoljske agencije, ki astrometrično, fotometrično in spektroskopsko opazuje milijardo zvezd naše Galaksije in bo tako odgovorila na vprašanja o nastanku te, kot ene od tipičnih galaksij v vesolju. Sodeluje v projektu HermesGalah, ki bo posnel Echellove spektre milijona zvezd in določil natančne kemične zastopanosti 26 elementov v njihovih atmosferah. To bo natančno opredelilo nastajanje zvezd v zgodovini naše galaksije ter poiskalo bratrance našega Sonca.

Je (so)avtor več kot stotih člankov. Znanstvena dela nagrajenca so dosegla izjemno mednarodno odmevnost, saj so bila citirana več kot tritisočkrat, kar kaže njegov pomembni prispevek k svetovni zakladnici znanja.

LITERATURA

[1] http://www.mizs.gov.si/nc/si/medijsko_sredisce/novica/article/55/8426/, dostop 30. 11. 2013

Aleš Mohorič

SPOŠTOVANI UČITELJI MATEMATIKE, FIZIKE IN ASTRONOMIJE

Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije vabi k udeležbi in sodelovanju na strokovnem srečanju in 66. občnem zboru, ki bosta 24. in 25. oktobra 2014 v Hotelu Cerkno v Cerknem.

Vodilni temi letošnjega strokovnega srečanja sta **Aktualnost Močnikovih učbenikov** in **Priprave na svetovno leto svetlobe**. Letos se spominjamo 200-letnice smrti dr. Franca Močnika, leto 2015 pa je obeleženo kot svetovno leto svetlobe. K sodelovanju vabimo vse učitelje in člane DMFA, da predstavijo svoje izkušnje in ideje:

- v obliki krajših predstavitev;
- v obliki plakatov;
- v obliki delavnice.

Predavateljem bosta na voljo projekcijsko platno in projektor. Računalnik s potrebno programsko opremo in druge pripomočke morajo predavatelji prinesti s seboj ali pa se morajo o tem poprej dogovoriti (sporočiti Janezu Krušiču, telefon 01 4766 559 e-pošta tajnik@dmfa.si).

Prosimo vas, da nam prispevke na izbrani temi pošljete do **15. septembra 2014** na naslov nada.razpet@fmf.uni-lj.si.

Prijave morajo vsebovati:

- naslov prispevka,
- ime in priimek avtorja (ali več avtorjev),
- naslov ustanove, kjer je avtor zaposlen, oziroma domači naslov (neobvezno)
- elektronski naslov,
- kratek povzetek prispevka (pri velikosti črk 12pt naj ne presega 10 vrstic).

Izbor prispevkov bo opravila in razvrstila po sekcijah posebna komisija, ki jo bo imenoval upravni odbor DMFA Slovenije. Povzetki bodo objavljeni v biltenu občnega zbora.

Vsa obvestila v zvezi z občnim zborom in strokovnim srečanjem bomo sproti objavljali na domači strani DMFA: http://www.dmfa.si/.

Prijava na seminar in kotizacija

Zgodnja prijava (do 20. septembra 2014): 35 EUR za člane DMFA Slovenije, 50 EUR za nečlane. Običajna prijava (do zapolnitve mest): 49 EUR za člane DMFA Slovenije, 70 EUR za nečlane. Na seminar se je treba prijaviti **prek informacijskega strežnika DMFA** (prijava bo možna od 1. 9. 2014 dalje). Morebitne hotelske storitve si **udeleženci rezervirajo sami**.

Predsednik DMFA Slovenije:
prof. dr. Andrej Likar

OBVESTILO

V Obzorniku za matematiko in fiziko, letnik 49, št. 2, str. 62–63, in na domači strani DMFA, `www.dmfa.si/pravilniki/Pravilnik_Drustvena-Priznanja.html` je objavljen Pravilnik o podeljevanju društvenih priznanj.

Vabimo vas, da pisne predloge (z utemeljitvami) v skladu s tem pravilnikom za letošnja priznanja pošljete do **30. septembra 2014** na naslov: **DMFA Slovenije, Komisija za pedagoško dejavnost, Jadranska ul. 19, 1000 Ljubljana**.

Predsednik DMFA Slovenije:
prof. dr. Andrej Likar

STROKOVNA EKSKURZIJA DMFA 2014 NA GORIŠKO

Pripravljamo strokovno ekskurzijo na Goriško, ki bo v soboto 27. septembra ali 4. oktobra 2014. Če se zanimate in želite dobivati nadaljnja obvestila, pišite na `mitja.rosina@ijs.si`.

Obiskali bomo Univerzo v Novi Gorici, kjer nam bodo predstavili Južni observatorij mednarodne kolaboracije »Pierre Auger«, v kateri uspešno sodelujejo pri razvoju in izgradnji lidarskih sistemov ter razvoju programske opreme za analizo. Tam, v Argentini, proučujejo kozmične žarke ekstremnih energij. Observatorij sestavlja mreža 1600 talnih detektorjev, razporejenih po površini 3000 kvadratnih kilometrov argentinske pampe vzhodno od Andov. Predstavili nam bodo tudi »Center za raziskave atmosfere«, ki izvaja lidarske meritve transporta aerosolov in druge ekološke in meteorološke meritve na Observatoriju na Otlici nad Ajdovščino.

Predvidoma bomo obiskali tudi LIDAR-ski observatorij na Otlici, obnovljen dvorec Lanthieri v Vipavi, kjer ima univerza del svoje dejavnosti, pokusili univerzitetna vina z njihovega posestva ter si ogledali podjetje PIPISTREL v Ajdovščini. Če bo čas, si bomo za kulturni dodatek ogledali še grad (muzej) in palačo Coronini v Stari Gorici.

Mitja Rosina

OBZORNIK ZA MATEMATIKO IN FIZIKO
LJUBLJANA, MAREC 2014
Letnik 61, številka 2

ISSN 0473-7466, UDK 51 + 52 + 53

VSEBINA

CONTENTS

Na naslovnici: Karikatura Janeza Strnada (Božo Kos).