

# Počasna celična konvekcija, 2. del

## RAZLAGA POJAVOV V POSODICI S TEKOČIM MILOM



JOŽE RAKOVEC

→ V prejšnji številki Preseka smo pokazali nekaj slik pojava, ko se v dveh milih, ki sta v začetku eno pod drugim, začnejo počasi pojavljati dokaj nenavadni prsti belega mila navzgor skozi prozorno milo. Da osvežimo spomin, prikažimo še eno sliko tudi v tem drugem delu prispevka o počasni celični konvekciji.



SLIKA 1.

Prsti belega mila navzgor skozi prozorno milo

### Konvekcija zaradi različnih gostot

Prvi je o urejenih oblikah v tekočini s konvekcijo poročal E. H. Weber (1855), ki je opazil celice spuščanja v mešanici alkohola in vode. Trideset let kasneje je James Thomson (1882) opazoval mozaične strukture v topli milnici v čeburu na dvorišču neke gostilne. Zares se je pojava lotil Henri Bénard,<sup>1</sup> ki je 1900 in 1901 o tem objavil več člankov in po katerem se imenujejo tudi »Bénardove celice«. Vidimo jih lahko v ponvi, v kateri segrejemo tanko plast olja. V sredini teh celic se olje dviga, na njihovih robovih pa se olje za izravnavo spušča. Za Bénardom se je pojava lotil lord Rayleigh (1916), ki je določil kriterij za to, kdaj se konvekcija sproži. Ker jo pospešuje razlika med vzgonom in težo (čemur se včasih reče tudi »čisti vzgon«), zavira pa trenje, nastopata oba ta vzroka v njegovem kriteriju za proženje konvekcije.

V našem primeru se stebri belega mila počasi, v nekako dveh dneh, dvignejo skoraj do vrha tekočine, kar pomeni, da je vzgon zelo majhen – da se gostota dvigajočega se mila le zelo malo razlikuje od gostote mila, ki se spušča. Merjenje zelo majhnih razlik gostot pa utegne biti z običajnimi tehtnicami zelo težko. Nam je obe gostoti uspelo izmeriti s piknometrom.<sup>2</sup> Piknometrom je steklena bučka s stožčastim steklenim zamaškom s podaljškom s prevr-

<sup>1</sup>Pri Bénardu je iz konvekcije v Parizu leta 1939 doktoriral tudi Dušan Avsec (za podrobnosti glej COBISS).

<sup>2</sup>Zahvaljujem se prof. Igorju Poberaju, ki je v kemijskem laboratoriju FMF izmeril obe gostoti. Pri tem je bilo treba počakati dovolj dolgo (pri prvem merjenju dan ali dva, pri drugem še več dni), da so iz obeh mil izšli vsi mehurčki zraka, ki so nastali v milih ob natakanju v piknometrom (primerjaj sliko 6 v prvem delu tega prispevka v prejšnjem Preseku).



→ tano kapilaro (slika 2). V piknometru nalijemo tekočino skoraj do vrha in potisnemo v vrat zamašek. Del tekočine se dvigne skozi zamašek in skozi kapilaro. Tisto, ki izteče na vrhu kapilare, obrišemo s krpo. Tako imamo pri vsakem natakanju v piknometru točno enak volumen tekočine.

Uporabili smo piknometar za 25 ml tekočine, torej za okrog 25 g mila. Po skrbni pripravi obeh vzorcev se je pri prvem tehtanju pokazalo, da je gostota belega mila večja.<sup>3</sup> To pa je zelo čudno – saj se vendar beli deli dvigajo, prozorni pa tonejo in na koncu se na dnu posode nabere prozorno milo. Torej mora biti vseeno prozorno milo nekoliko gostejše! Ali je kje ostal ujet kak mehurček zraka? Meritve smo ponovili in čakali še dlje za morebitno izločanje mehurčkov zraka. Poskrbeli smo tudi za kolikor le mogoče enake temperaturne razmere pri obeh tehtanjih. Pri drugem tehtanju je bil rezultat za belo in za prozorno milo skoraj enak – povprečje gostote za belo milo je 1,03563 g/ml, gostote prozornega mila pa – 1,02771 g/ml.

### Zakaj se dviga belo milo, ki je gostejše?

Če je res belo milo gostejše in se začne dvigati, prozorno pa spuščati, se je moralo nekaj dogoditi z obema gostotama *potem*, ko sta bili obe mili že nekaj časa (pol dneva ali en dan) v posodici za milo. Da torej belo milo *postane* redkejšo, prozorno milo pa *postane* gostejše – kaj bi to lahko bilo?

V jezerih je velikokrat topla samo vrhnja plast vode in če plavamo, hitro začutimo, da je spodaj voda hladnejša. Toplejša voda je na vrhu, ker je njena gostota zaradi temperaturne razteznosti manjša. Pri slani vodi pa na gostoto vpliva tudi primesi soli. Zato velikokrat sladka voda (npr. po padavinah) plava na slani, pa čeprav je morda tudi hladnejša.

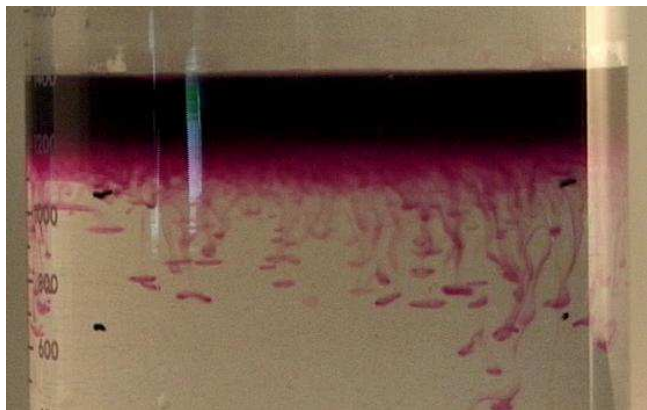
Pojav »prstov slane vode«, ki je v naravi menda najizrazitejši v Karibskem morju (glej [http://en.wikipedia.org/wiki/Salt\\_fingering](http://en.wikipedia.org/wiki/Salt_fingering)), pa je drugačen. Gre za toplo slano in za hladno sladko vodo. Čuden je ta pojav zato, ker je na vrhu topla slana voda, pod njo pa hladna sladka voda. *Topla* slana

<sup>3</sup>Povprečne vrednosti: masa piknometra 24,4258 g, masa piknometra, napolnjenega s prozornim milom 50,8004 g, napolnjenega z belim milom pa 51,0072 g. Volumen piknometra je 25,667 ml.



SLIKA 2.  
Piknometar

voda se v obliki »prstov« spušča *navzdol* skozi *mrzlo* sladko vodo. Da je slana voda gostejša od sladke vode, pri tem pojavu prevlada nad razlikami zaradi temperature. S tem pa nenavadnosti še ni konec. Ker je izguba toplote z difuzijo hitrejša od difuzije soli v okolico, se slana voda hitro hladi, *postaja* vse gostejša in se še naprej spušča. Sladka voda, ki je bila v začetku hladna, pa dobiva toploto od slane, zato se greje in temperaturno razteza – pri tem pa dobiva le malo soli (kar bi ji povečevalo gostoto) in



SLIKA 3.

Spuščajoči se »prsti« slane vode. <http://www.ualberta.ca/~bsuther/eifl/teaching/saltfingers/image2.jpg>. Avtor poskusa s slanimi prsti je Paul F. Choboter, sept. 98, slika pa je povzeta s strani prof. Brucea R. Sutherlanda z Univerze v Alberti.

zato postaja vse redkejša. Ta »čudni« pojav je 1960 razložil prof. Melvin Stern s Floridske državne univerze (1960). Glavni vzrok za ta nenavadni pojav je, da je izguba toplote hitrejša od izgube soli: koeficient molekularne temperaturne difuzivnosti v vodi je  $1,5 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ , za sol v vodi pa (pri običajni slanosti morske vode) za dva velikostna reda manjši:  $1,3 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$  (Stern, 1960). Pojav je dokaj hiter: prvi »prsti« se lahko pojavijo že po nekaj deset sekundah ali v kaki minuti ali dveh (odvisno od razlik temperatur in slanosti). Kako se naredi ta poskus v laboratoriju, si lahko ogledamo npr. na <http://www.ualberta.ca/~bsuther/eifl/teaching/saltfingers/image2.jpg>, odličen je tudi filmček BBC na <http://www.bbc.co.uk/nature/15835017>.

V našem primeru sta temperaturi obeh mil izenačeni. Torej se morda gostoti spreminjata drugače – npr. tako, da iz enega mila gostejša snov difundira v drugo milo in neka redkejša snov iz drugega mila v prvo.<sup>4</sup> Naredili so precej poskusov te vrste, med drugim tudi s sladko in slano vodo (glej npr. v Yoshida in Nagasmima, 2003). Molska masa soli

<sup>4</sup>Prof. Alojz Kodre me je še pred tehtanjem obeh mil opozoril na možnost, da so razlike v gostotah obeh mil posledica osmoze in difuzije različnih sestavin v milih.

NaCl je 58 g/mol, sladkorja (saharoze)  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$  pa je skoraj šestkrat večja: 342,30 g/mol. Difuzivnost majhnih ionov  $\text{Na}^+$  in  $\text{Cl}^-$  v vodi je okrog 30-krat večja od difuzivnosti velikih molekul sladkorja v vodi (odvisno od koncentracij in od temperature). Se pa pojavi še osmoza: voda difundira tja, kjer je koncentracija topljenca večja. Zato so tudi pri plasteh slane in sladke vode opazili »prste«: »vlogo temperature« po Sternovi razlagi tu opravlja koncentracija soli, »vlogo soli« pa koncentracija sladkorja (glej npr. Sorkin in sod., 2002).

Nekaj podobnega se morda dogaja tudi v našem primeru, ko se gostota sprva težjega belega mila *zmanjšuje* in se zato začne dvigati, gostota lažjega prozornega mila pa *povečuje* in zato to začne toniti proti dnu. Specifikaciji obeh mil na vrečkah sta sicer brez podrobnih navedb deležev posameznih sestavin, toda obe mili imata večino sestavin enakih. Že te snovi ob različnih koncentracijah lahko difundirajo iz enega mila v drugo. Prozorno milo pa vsebuje še tekoči glicerol za pospeševanje miljenja in natrijev laktat, ki kožo vlaži. Belo milo pa vsebuje nekatere druge tekoče sestavine: npr. za dezinfekcijski učinek mu je dodan tekoči fenol-metanol.<sup>5</sup> Molekule teh sestavin so različno velike, imajo različne molske mase in njihove difuzivnosti v vodi so tudi nekoliko različne: za natrijev laktat, fenol in metanol<sup>6</sup> okrog  $1 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$  (odvisno od koncentracije, pa tudi temperature), za glicerol pa lahko tudi do desetkrat manj<sup>7</sup> (spet odvisno od koncentracije in temperature). To bi lahko pomenilo, da nekatere snovi difundirajo hitreje, druge pa počasneje. Seli se pa tudi voda – tja, kjer je topljenec več; temu rečemo osmoza. Na ta način bi se lahko gostoti počasi toliko spreminjali, da bi sprva »težje« milo postalo »lažje« in se pričelo dvigati; sprva »lažje« pa gostejše in bi pričelo toniti proti dnu posode.

<sup>5</sup>S šibko vodikovo vezjo se v raztopini povežeta obe sestavini preko obeh OH – tistega iz metanola  $\text{CH}_3\text{OH}$  in tistega na aromatskem fenolnem obroču  $\text{C}_6\text{H}_5\text{OH}$ .

<sup>6</sup><http://pubs.acs.org/doi/abs/10.1021/jp1107075>, [www.researchgate.net/...sodium\\_lactate...](http://www.researchgate.net/...sodium_lactate.../00b7d52a71fd5847a3000000), <http://pubs.acs.org/doi/pdf/10.1021/j100270a039>

<sup>7</sup><http://pubs.acs.org/doi/pdf/10.1021/je049917u>



## Kakšna je hitrost dviganja prstov belega mila skozi prozorno milo in kakšne so razlike gostot?

Oceno za hitrost dviganja prstov dobimo kar iz časa trajanja pojava. Najprej kak dan traja, da difuzija povzroči spremembe gostote obeh mil. Potem se belo milo za  $h \approx 5$  cm dvigne, prozorno pa spusti v nekako dveh dneh, kar je  $\tau \approx 2 \times 10^5$  s. Tako ocenimo velikosti obeh hitrosti kot  $v \uparrow \approx v \downarrow \approx v \approx h/\tau \approx 3 \times 10^{-7}$  m/s – zelo, zelo počasi.

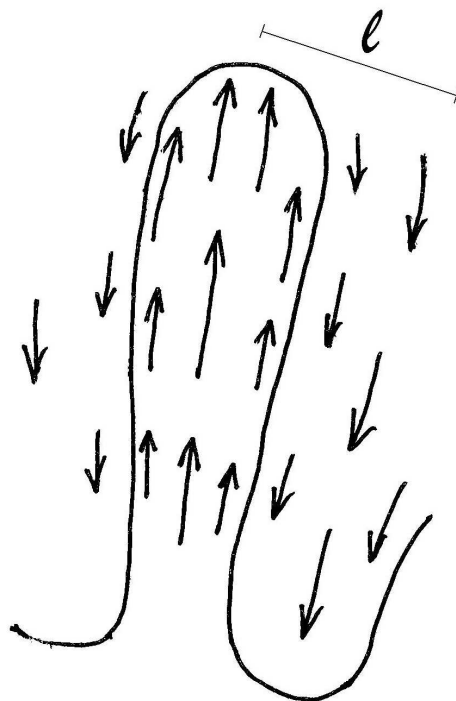
Hitrost pa bi lahko ocenili tudi iz ravnovesja sil. Privzamemo, da so pri zelo počasnem in zato enakomernem gibanju vse sile uravnotežene. Teža »prsta« belega mila je  $mg$ , na enoto volumna torej  $\rho g$ . Za vzgon je že Arhimed ugotovil, da je enak teži okolišnje tekočine, ki jo iz volumna  $V$  izpodrine telo – »prst« belega mila. Torej je vzgon na enoto volumna, ki deluje na prst  $\rho_{ok}g$ . Trenje ob premikanju skozi tekočino je odvisno od tega, kako velike hitrostne razlike  $\Delta v$  na kako majhni razdalji  $l$  se pojavijo pri tem premikanju: to približno izrazimo kot  $\Delta v/l$ . Pri tem bi bila  $l$  razdalja med sredino dvigajočega se belega prsta in območjem okolišnjega prozornega mila, v našem primeru okrog  $l \approx 1$  cm,  $\Delta v$  pa velikost razlike med hitrostima gor in dol; glej skico – slika 4.

Trenje je seveda močnejše v bolj viskoznih tekočinah, zato v izrazu za silo trenja nastopa tudi viskoznost  $\eta$  tekočine in tako bi trenje na volumsko enoto približno izrazili kot  $\eta \Delta v/l^2$ . (Podrobna razlaga in opis trenja sta bolj zapletena in presegata nivo, ki je v navadi v Preseku.) Z miloma sem šel v Praktikum 1 na FMF in izmeril viskoznosti preko hitrosti vrtenja kovinskega valjastega obroča, potopljenega v mili ob različnih navorih na ta obroč. Za različna mila in za različne navore sem sicer dobil različne ocene za viskoznost, povprečna viskoznost pa je približno  $\eta \approx 1,5$  kg/ms = 1,5 Pa·s. Za primerjavo: viskoznost vode je okrog 0,001 kg/ms, motornih olj od 0,05 do 0,75 kg/ms, repičnega jedilnega olja okrog 0,16 kg/ms, medu pa okrog 2 kg/ms.

Če so sile na volumsko enoto: vzgona  $\rho_{ok}g$ , teže  $\rho g$  in in trenja  $\eta \Delta v/l^2$  izenačene, velja:

$$\rho_{ok}g = \rho g + \eta \Delta v/l^2$$

Enačbo delimo z  $\rho$  in potem na levi strani enačbe dobimo razmerje gostot, na desni pa nastopa viskoznost deljena z gostoto (v našem primeru  $\eta/\rho \approx$



SLIKA 4.

Pri dviganju belega belega mila in kompenzacijskem spuščanju okolišnjega prozornega mila se pojavi striženje hitrosti  $\Delta v$  na karakteristični razdalji  $l$ .

0,0015 m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>):

$$\rho_{ok}g = g + \frac{\eta}{\rho} \Delta v/l^2$$

Odtod ocenimo  $\Delta v$ :

$$\Delta v = \left( \frac{\rho_{ok}}{\rho} - 1 \right) g \frac{l^2}{\eta/\rho} = \frac{\Delta \rho}{\rho} g \frac{l^2}{\eta/\rho}.$$

Ker pa sta gostoti mil ravno »obrnjeni« – belo milo, ki se sicer dviga, se je namreč pri tehtanjih izkazalo za gostejše – seveda ne bi bilo prav, da bi v enačbo vstavili s piknometrom izmerjeni gostoti.

Zato lahko vprašanje obrnemo: če smo iz trajanja pojava dveh do treh dni približno ocenili čas  $\tau \approx 2 \times 10^5$  sekund in s tem hitrost dviganja  $v = h/\tau \approx 3 \times 10^{-7}$  m/s – ali lahko ocenimo kolikšna je razlika gostot, ki se pojavi potem, ko difuzija že prenese ene



in druge snovi iz enega mila v drugo? Enačbo »obrnemo«:

$$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta v \eta / \rho}{g l^2}$$

Izračun (ob upoštevanju  $\Delta v \approx 2v$ ) da rezultat  $\Delta\rho/\rho \approx 9 \times 10^{-7}$ . Tako majhne razlike gostot pa s piknometrom ne bi mogli izmeriti!

Naj čisto na koncu povemo še to, da so podrobni matematično-fizikalni opisi takih in podobnih pojavov precej zapleteni in močno presegajo nivo, ki je običajen za Presek. Kogar pa bi to vseeno zanimalo, naj si ogleda npr. objave Borońske, Pringla ali Sorčina z njihovimi sodelavci (navedene so med viri).

## Literatura

- [1] H. Bénard, *Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide*, Revue Générale des Sciences 11, 1261-1271, 1309-1328, 1900.
- [2] H. Bénard, *Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide, Méthodes optiques d'observation et d'enregistrement*, J. Phys. Theor. Appl. **10** 254-266, 1901. Dostopno na [http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/24/05/02/PDF/ajp-jphystap\\_1901\\_10\\_254\\_0.pdf](http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/24/05/02/PDF/ajp-jphystap_1901_10_254_0.pdf).
- [3] M. K. Borońska, *Motifs tridimensionnels dans la convection de Rayleigh-Bénard cylindrique*, Doctorat, Mécanique des fluides, Université Paris 7 - Denis Diderot UFR de physique, 2005. Dostopno na <http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/33/78/40/PDF/thesis.pdf>.
- [4] K. Borońska in L. S. Tuckerman, *Extreme multiplicity in cylindrical Rayleigh-Bénard convection: I. Time-dependence and oscillation*, Phys. Rev. E, **81** DOI: 10.1103/PhysRevE.81.036320, 2010. Dostopno na <http://arxiv.org/pdf/0908.4343.pdf>.
- [5] C. C. T. Pringle, Y. Duguet in R. R. Kerswell, *Highly symmetric travelling waves in pipe flow*, Phil. Trans. R. Soc. A. **367** 457-472, doi:10.1098/rsta.2008.0236, 2009. Dostopno na <http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/367/1888.toc>.
- [6] Lord Rayleigh, *On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side*, Phil. Mag., Ser. 6, **32** 529-546, 1916. Dostopno na [http://gibbs.if.usp.br/~marchett/fluidos/convection\\_rayleigh-1916.pdf](http://gibbs.if.usp.br/~marchett/fluidos/convection_rayleigh-1916.pdf).
- [7] A. Sorkin, V. Sorkin in I. Leizeron, *Salt fingers in double-diffusive systems*, Physica A, **303** 13-26, 2002. Dostopno na <http://phycomp.technion.ac.il/~phsorkin/science.pdf>.
- [8] M. E. Stern, *The »salt-fountain« and thermohaline convection*, Tellus, **12** 172-175, 1960. Dostopno na <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.2153-3490.1960.tb01295.x/pdf>.
- [9] J. Thompson, *On a changing tessellated structure in certain fluids*, Proc. Glasg. Phil. Soc. **13** 464-468, 1882. Dostopno na <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/14786441608635602#.VAb5HmNadDQ>.
- [10] E. H. Weber, *Mikroskopische Beobachtungen sehr gesetzmäßiger Bewegungen, welche die Bildung von Niederschlägen harziger Körper aus Weingeist begleiten* Ann. Phys. (Poggendorf) **94** 447-459, 1855. Dostopno na <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/andp.18551700310/abstract>.
- [11] J. Yoshida in H. Nagashima, *Numerical experiments on salt-finger convection*, Progress in oceanography, **56** 435-459, 2003. Dostopno na [http://www.phys.ocean.dal.ca/programs/doubdiff/final\\_pdfs/salt-finger\\_numerical.pdf](http://www.phys.ocean.dal.ca/programs/doubdiff/final_pdfs/salt-finger_numerical.pdf).

Drugi uporabljeni internetni viri so navedeni med tekstom - vsi ogledi med 30. avgustom in 3. septembrom 2014.

× × ×

[www.dmfa.si](http://www.dmfa.si)

[www.dmfa-zaloznistvo.si](http://www.dmfa-zaloznistvo.si)

[www.presek.si](http://www.presek.si)