

Matematično znanje bodočih inženirjev

Znanstveni članek

UDK 378.6:62+51

KLJUČNE BESEDE: matematika, matematično znanje, aplikativna matematika, študenti tehniških smeri, poučevanje.

POVZETEK – V prispevku predstavimo in analiziramo matematično znanje študentov na začetku terciarnega izobraževanja na eni izmed tehniških fakultet Univerze v Mariboru. Rezultati raziskave kažejo, da s trenutnim stanjem ne moremo biti zadovoljni. Posebno pozornost bo treba posvetiti aplikativni matematiki, ki je izjemnega pomena za bodočega inženirja. V prispevku so podane tudi rešitve za izhod iz trenutne situacije.

Scientific paper

UDC 378.6:62+51

KEYWORDS: mathematics, mathematical knowledge, application of mathematics, university students of technical programmes, teaching.

ABSTRACT – The article presents the research work on the mathematical knowledge of the students of technical programmes at the beginning of their university education. The empirical data show a situation which we are not satisfied with. Special attention should be given to the application of mathematics because it represents a very important tool for each future engineer. The author also gives some solutions for the present situation.

1. Uvod

V zadnjem času (Japelj Pavešič, Svetlik, Kozina in Rožman, 2009) se veliko subjektov, odgovornih za izvajanje programov šolskega sistema v različnih državah, vse bolj zaveda pomena zagotavljanja kakovostnega in poglobljenega znanja matematike in naravoslovja pri dijakih, saj so potrebe po visoko usposobljenih strokovnjakih s teh področij vse večje. Razvoj novih tehnoloških postopkov in odkritij je med drugim posledica hitrega razvoja aplikativne in uporabne matematike. S pojmom “aplikativna matematika” razumemo vejo matematike, ki se ukvarja z reševanjem praktičnih problemov v naravoslovju, inženirstvu, industriji, ekonomiji ... Pri tem uporablja “že znano matematiko” z različnih področij, predvsem uporabno analizo, diferencialne enačbe, aproksimacijsko teorijo, teorijo grafov, uporabno verjetnost in statistiko, numerične metode. Po drugi strani pa se “uporabna matematika” ukvarja s formuliranjem in proučevanjem matematičnih modelov. Razvoj obeh vej matematike je tesno povezan s teoretično matematiko, saj problemi aplikativne matematike motivirajo razvoj matematičnih teorij. Tako predstavljajo aktivnosti aplikativne in uporabne matematike spodbudo za raziskovanje v “čisti” matematiki.

Uspešni strokovnjaki s področja inženirstva, industrije, ekonomije, ki se pri svojem delu srečujejo z aplikativno matematiko, seveda ne nastanejo “čez noč”, ampak so rezultat skrbno naravnane celotnega šolskega sistema od primarnega izobraževanja

do univerzitetnega dodiplomskega in podiplomskega študija, motivacije in interesa učencev, dijakov oziroma študentov kot tudi spodbudnega domačega okolja.

Na osnovi študij (Baumert, Kunter in sod., 2010) je bilo ugotovljeno, da obstajajo tri komponente, ki so ključnega pomena za kvaliteten proces učenja matematičnih vsebin: kognitivno-izzivalne in dobro strukturirane učne situacije, pomoč pri učenju v obliki nadzora procesa učenja v smislu individualne povratne informacije ter učinkovita izraba časa pri poučevanju v razredu. Kognitivni izziv je v prvi vrsti določen s problemi, ki jih je učitelj izbral, in z načinom njihove obravnave. Potek reševanja problema in morebitne nastajajoče težave je treba ves čas spremljati in dijaku na primeren način nuditi pomoč, pri tem pa nenehno skrbeti za ohranjanje njegove avtonomije reševanja. Prav tako je treba zagotoviti dovolj miru in časa za posvečanje reševanju matematičnih problemov.

Llinares in Roigova (2008) sta raziskala, kako dijaki uporabljajo matematične modele kot konceptualno orodje pri reševanju zastavljenih problemov iz vsakdanjega življenja v obliki besedilnih nalog. Matematično modeliranje opredeljujeta kot postopek, ki vključuje konstruiranje matematične reprezentacije (modela) dane situacije z namenom razmisliti o zastavljenem problemu, ga razložiti in formulirati napovedi, ki temeljijo na strukturnih karakteristikah situacije (elementi, odnosi, vzorci, operacije...). Postati matematično kompetenten pomeni pridobiti znanje za uporabo orodij za razmišljanje in delovanje. V tem smislu matematično znanje (poznavanje konceptov, struktur), ki ga uporabimo za organiziranje in razreševanje dane situacije, razumemo kot uporabo matematičnega modela (Izsák, 2004).

Podobno razmišljajo tudi Verschaffel, Greer in De Corte (2002), ki matematično modeliranje pojmujejo kot kompleksen proces, sestavljen iz več faz: razumevanje dane situacije, konstruiranje matematičnega modela, ki opiše prepoznane elemente in odnose med njimi, proučevanje tega modela z namenom pridobiti rešitev problema, opravljanje računskih postopkov in interpretiranje rezultatov v skladu z realno situacijo zastavljene naloge.

Graumann (2011) opozarja, da matematičnega znanja pri reševanju problemov iz realnega sveta ne smemo omejiti le na natančen izračun rešitve zastavljene enačbe. Dijaki morajo usvojiti celoten postopek: izluščiti pomembne informacije iz kompleksne realne situacije, nastaviti enačbe, ki opisujejo situacijo, narediti izračune, interpretirati rezultate, po potrebi izboljšati model, narediti ponovne izračune, proučiti nove izračune in razmisliti o posledicah teh izračunov za dani realni problem.

2. Matematično znanje ob zaključku srednješolskega izobraževanja v Sloveniji

Kakšno je matematično znanje ob koncu srednje šole (omejimo se na splošne gimnazije) – torej začetno znanje bodočih študentov v prvem letniku terciarnega

izobraževanja (višješolski in visokošolski strokovni študij ter univerzitetni študij) v Sloveniji?

Dosežki dijakov na področju matematike in fizike v zadnjem letu srednješolskega izobraževanja so bili pred nekaj leti ocenjeni z znano mednarodno raziskavo TIMSS Advanced 2008 (Japelj Pavešič, Svetlik, Kozina, Rožman, 2009; About TIMSS Advanced, 2008). Namen raziskave je podati in primerjati omenjene dosežke dijakov med sodelujočimi državami in hkrati oceniti spremembe v dosežkih v državah, ki so v tej raziskavi sodelovale že drugič (prva raziskava TIMSS Advanced je bila opravljena leta 1995).

V Sloveniji so v raziskavi TIMSS Advanced 2008 sodelovali vsi dijaki zaključnega letnika splošne gimnazije. Po matematičnih dosežkih so se uvrstili na peto mesto izmed desetih sodelujočih držav in pod povprečje mednarodne lestvice matematičnih dosežkov.

Slovenija je v raziskavi TIMSS Advanced sodelovala drugič. Žal v primerjavi matematičnih dosežkov slovenskih dijakov opazimo upadanje matematičnega znanja – dosežek je leta 2008 statistično pomembno nižji od dosežka iz leta 1995 (razlika znaša slabih 5 odstotkov). Ugotovitev je še bolj nespodbudna zato, ker so v raziskavi leta 1995 sodelovali vsi dijaki četrth letnikov, ki so srednjo šolo zaključili s splošno maturo ali z zaključnim izpitom (indeks pokritja 75,4 odstotka), leta 2008 pa le dijaki zaključnega letnika splošne gimnazije (indeks pokritja 40,5 odstotka) (prav tam, str. 43).

Japelj Pavešič in Cankar (2010) navajata rezultate primerjave med matematičnimi dosežki dijakov v raziskavi TIMSS Advanced, ocenami pri pouku matematike v 4. letniku splošne gimnazije in rezultati pri matematiki na splošni maturi. Ugotovitve kažejo, da del dijakov, ki so v raziskavi TIMSS dosegli najvišje matematične rezultate, v razredu in na splošni maturi ni dobil primerljivo visokih ocen. Analiza je pokazala, da so naloge na maturi v manjši meri problemsko zastavljene in zahtevnejših teoretičnih konceptov matematike ne preverjajo v enakem kontekstu kot pri raziskavi TIMSS. Opaziti je torej, da najzahtevnejše znanje matematike v našem šolskem sistemu ni dobro prepoznavno in posledično tudi ne primerno ocenjeno.

Babič (2011) ugotavlja, da se v slovenske gimnazije vpisuje brez omejitev okoli 70 odstotkov dijakov. Pri teh dijakih ob vpisu ni upoštevan njihov osnovnošolski rezultat, sposobnosti, želja po znanju, pripravljenost za učenje ... V večini gimnazij je tako nabor dijakov zelo raznolik (sposobnosti, motivacija za delo). V njih je med drugim treba vzbuditi željo po znanju. Zabretova (2011, str. 199) pa dodaja: "Pomnjenje in sklepanje sta v splošni nemilosti že vsaj četrto stoletja (to vem, ker ves ta čas poučujem). Pomnjenju se kar počez pripisuje nalepka nepotrebna faktografija, saj se s pritiskom tipke kadarkoli doseže katerikoli podatek, sklepanju pa nepotreben napor, saj vse lahko naredi računalnik."

V Sloveniji pa se žal kaže tudi trend inflacije ocenjevanja (Zupanc in Bren, 2010). "Predstavljene analize v prispevku kažejo pomembno zvišanje splošnega učnega uspeha v osnovnih šolah in povečanje deleža visokih ocen pri internem delu maturi-

tetnega izpita pri posameznih predmetih.” (prav tam, str. 224). Ker se nižanje standardov znanja za pridobitev zadostne ocene najverjetneje pojavlja tudi pri pridobivanju najvišjih ocen, je upravičeno sklepati, “da se v izobraževalne programe na sekundarni in terciarni stopnji izobraževanja vpisujejo mladi z vse slabšim splošnoizobraževalnim znanjem.” (prav tam, str. 224).

3. Metodologija

3.1. Namen raziskave

Glede na to, da je matematično znanje ob koncu srednješolskega izobraževanja z zahtevnejšim matematičnim programom razmeroma dobro poznano (rezultati splošne mature, raziskava TIMSS Advanced), smo želeli proučiti, kakšno je matematično znanje študentov v prvih mesecih terciarnega izobraževanja v segmentu, kjer je matematika eden izmed temeljnih predmetov. Pri tem nas je predvsem zanimalo:

- doseženi rezultati pri teoretičnih vprašanjih, reševanju tipičnih nalog in pri aplikativni matematiki na različnih matematičnih področjih,
- uspešnost pri matematiki glede na spol, študijski program in vrsto zaključenega srednješolskega izobraževanja,
- povezanost doseženih rezultatov pri teoriji, običajnih nalogah in aplikativni matematiki znotraj posameznega področja.

V raziskavi smo si zastavili naslednje hipoteze:

- H1: Študenti in študentke bodo najmanj uspešni pri reševanju nalog aplikativne matematike.
- H2: Obstajajo razlike glede na spol pri uspešnosti po posameznih področjih matematike.
- H3: Ne obstajajo razlike med različnimi študijskimi programi pri posameznih področjih matematike.
- H4: Obstajajo razlike glede na vrsto zaključenega srednješolskega izobraževanja pri posameznih področjih matematike (matematično uspešnejši so študenti, ki prihajajo iz splošnega gimnazijskega programa).
- H5: Obstaja pozitivna korelacija med teoretičnim znanjem in uspešnostjo reševanja tipičnih nalog oziroma med teoretičnim znanjem in uspešnostjo pri aplikativni matematiki po posameznih področjih.

3.2. Metoda

V raziskavi smo uporabili deskriptivno in kavzalno-eksperimentalno metodo empiričnega pedagoškega raziskovanja. Uporabili smo naslednji instrumentarij: an-

ketni vprašalnik, teoretične teste, teste reševanja tipičnih nalog in teste aplikativne matematike.

S testi smo preverjali znanje vsebin, s katerimi se študenti seznaniijo na predavanjih in vajah pri predmetu matematična analiza v prvem semestru prvega letnika. Zbrani podatki so bili v kvalitativni in kvantitativni obliki, računalniško pa smo jih obdelali s statističnim programskim paketom SPSS (verzija 20).

3.3. Vzorec

V raziskavo so bili vključeni študenti prvega letnika Fakultete za strojništvo Univerze v Mariboru univerzitetnih študijskih programov Strojništvo, Mehatronika in Gospodarsko inženirstvo – smer Strojništvo, ki so se udeležili vseh testov. Med njimi je bilo 10 študentk (7,9%) in 116 študentov (92,1%).

Tabela 1: Struktura udeležencev raziskave po spolu, vrsti opravljenega srednješolskega izobraževanja in študijskem programu

Vrsta izobraževanja		Ženski spol		Moški spol		Skupaj	
		<i>f</i>	<i>f</i> %	<i>f</i>	<i>f</i> %	<i>f</i>	<i>f</i> %
Srednješolsko izobraževanje	Splošna gimnazija	7	5,6	64	50,7	71	56,3
	Strokovna gimnazija	1	0,8	17	13,5	18	14,3
	Srednje strokovno izobraževanje	2	1,6	35	27,8	37	29,4
						126	100,0
Študijski program	Strojništvo	6	4,8	76	60,3	82	65,1
	Mehatronika	1	0,8	18	14,3	19	15,1
	Gospodarsko inženirstvo (GING)	3	2,4	22	17,4	25	19,8
						126	100,0

4. Rezultati in interpretacija

Uspešnost na posameznih matematičnih področjih pri teoretičnih vprašanjih, reševanju tipičnih nalog in aplikativni matematiki

Študenti, vključeni v raziskavo, so bili ob pisanju testov motivirani, saj uspešno opravljeni teoretični testi in testi reševanja nalog nadomestijo izpit pri matematičnem predmetu. V tabelah v nadaljevanju prispevka bomo za posamezne kategorije uporabili naslednje oznake: A – teorija “izjave in množice”; B – teorija “preslikave, relacije, operacije”; C – teorija “številске množice”; D – teorija “zaporedja”; E – teorija

“številске vrste”; F – teorija “funkcije”; G – teorija “odvod”; H – teorija “uporaba odvoda”; I – naloge “številске množice”; J – naloge “zaporedja”; K – naloge “vrste”; L – naloge “funkcije”; M – naloge “uporaba odvoda”; N – naloge “nedoločeni integral”; O – aplikativna matematika “izjave, množice”; P – aplikativna matematika “številске množice”; R – aplikativna matematika “funkcije”; S – aplikativna matematika “odvod” in T – aplikativna matematika “določeni integral”.

Tabela 2: Število študentov n , aritmetična sredina in kvartili doseženih rezultatov na posameznih matematičnih področjih pri teoretičnih vprašanjih, reševanju tipičnih nalog in aplikativni matematiki (rezultati so zapisani v odstotkih)

Kategorija	n	Aritmetična sredina	Prvi kvartil	Mediana	Tretji kvartil
A	126	51,90	33,00	53,50	75,00
B	126	42,64	25,00	45,00	60,00
C	126	43,63	21,00	40,00	63,00
D	126	32,63	0,00	33,00	54,00
E	99	44,90	20,00	40,00	60,00
F	99	41,92	20,00	40,00	60,00
G	93	40,67	20,00	40,00	60,00
H	93	41,97	25,00	40,00	55,00
I	113	46,65	15,00	50,00	70,00
J	113	57,73	30,00	60,00	85,00
K	88	41,25	16,00	33,00	83,00
L	88	49,51	25,00	45,50	75,00
M	88	22,61	0,00	20,00	40,00
N	87	20,34	0,00	0,00	36,00
O	77	15,12	0,00	0,00	33,00
P	49	8,08	0,00	0,00	16,50
R	99	17,00	0,00	0,00	15,00
S	73	16,32	0,00	0,00	25,00
T	20	3,15	0,00	0,00	0,00

Med kategorijami teorije je najvišji dosežen povprečen rezultat na področju “izjave in množice”, in sicer 51,90 odstotka, sledi področje “številске vrste” s 44,90 odstotka. Najnižji dosežen povprečni rezultat iz teorije je 32,63 odstotka pri vsebinah “zaporedja”. Pri reševanju nalog je najvišji povprečen rezultat dosežen ravno na področju “zaporedja”, in sicer 57,73 odstotka, drugi najboljši rezultat pa je na

področju "funkcije", 49,51 odstotka. Študenti so se pri reševanju nalog najslabše odrezali na področjih "uporaba odvoda" (22,61%) in "nedoločeni integral" (20,34%). Z izjemo področja "zaporedja" ugotavljamo, da študenti dosegajo slabše rezultate pri vsebinah, ki jih na predavanjih in vajah obravnavamo v drugi polovici predmeta Matematična analiza. Ugotovitev je bila pričakovana, saj je obisk študentov na predavanjih in vajah v drugi polovici semestra občutno manjši in pada do konca študijskega procesa, razumevanje obravnavanih vsebin zahteva več matematičnega predznanja, na rezultat pa vpliva tudi dejstvo, da so nekatera področja za študente povsem nova (v srednji šoli jih niso obravnavali) ali pa so obravnavi namenili manjše število ur. Kljub temu, da nismo pričakovali dobrih rezultatov, so nas tako nizka povprečja (pod 58%) negativno presenetila. Rezultati so zaskrbljujoči, ker je matematična analiza temeljni predmet za matematične predmete v višjih letnikih.

Posebno področje predstavlja kategorija aplikativna matematika. Zaradi premajhnega števila kontaktnih ur (predavanja, teoretične vaje) zmanjkuje časa za predstavitev večjega števila primerov aplikativne matematike. Posledica tega so porazni rezultati na tem področju. Najvišje doseženo povprečje je bilo 17,00 odstotkov na področju "funkcije". O velikem neuspehu pričajo tudi izračunani kvartili, od koder razberemo, da je vsaj polovica študentov "dosegla" 0,00 odstotkov, na področju "določeni integral" pa so take kar tri četrtine študentov. Analiza rezultatov kaže, da bo pri predavanjih in teoretičnih vajah nujno treba obravnavati več primerov aplikativne matematike pri vseh vsebinah, saj je njihovo poznavanje in obvladanje izjemnega pomena za bodoče inženirje. Na osnovi izračunanih kazalcev uspešnosti (tabela 2) lahko potrdimo prvo hipotezo, saj so študenti na področju aplikativne matematike dosegli bistveno slabše rezultate kot na drugih področjih (teoretična vprašanja, reševanje karakterističnih nalog pri posameznih matematičnih vsebinah).

Uspešnost študentov pri izbranih proučevanih kategorijah glede na spol

Izmed vseh proučevanih kategorij (teoretična vprašanja, reševanje tipičnih nalog, primeri aplikativne matematike na različnih matematičnih področjih) smo izbrali tiste, kjer so študenti dosegli najvišje oziroma najnižje povprečne rezultate.

Ugotavljamo, da so pri večini kategorij študentke dosegle boljši povprečen rezultat kot študenti. Izjema sta kategoriji teorija "številске vrste" in aplikativna matematika "funkcije", kjer so bili v povprečju uspešnejši študenti. Sicer je največja razlika med povprečnima dosežkoma glede na spol pri kategoriji naloge "uporaba odvoda" (16,89%), najmanjša pa pri kategoriji naloge "funkcije" (0,42%), obakrat v korist študentk.

S t-preizkusom za neodvisne vzorce smo raziskali, ali obstajajo statistično pomembne razlike med aritmetičnimi sredinami doseženih rezultatov pri izbranih kategorijah glede na spol.

Tabela 3: Povprečni dosežki v odstotkih pri izbranih kategorijah glede na spol

Kategorija	Spol	n	Povprečni dosežek	Razlika povprečnih dosežkov
A	Ž	10	65,80	15,09
	M	116	50,71	
D	Ž	9	41,70	9,86
	M	90	31,84	
E	Ž	10	41,67	-3,55
	M	116	45,22	
J	Ž	10	69,00	12,37
	M	103	56,63	
L	Ž	9	49,89	0,42
	M	79	49,47	
M	Ž	9	37,78	16,89
	M	79	20,89	
N	Ž	9	31,22	12,13
	M	78	19,09	
R	Ž	9	3,67	-14,66
	M	90	18,33	
T	Ž	2	7,50	4,83
	M	18	2,67	

Ob upoštevanju Levenovega preizkusa homogenosti varianc (predpostavka o homogenosti varianc ni izpolnjena, $F = 6,597$, $\alpha = 0,012$) analiza rezultatov t-preizkusa za neodvisne vzorce kaže statistično pomembno razliko pri povprečnih rezultatih med študentkami in študenti le pri kategoriji aplikativna matematika “funkcije” ($t = -2,840$, $g = 97$, $\alpha = 0,008$). Z 0,8-odstotnim tveganjem lahko trdimo, da so pri reševanju nalog s področja aplikativne matematike “funkcije” študenti (povprečje 18,33%) uspešnejši od študentk (povprečje 3,67%). Pri vseh drugih proučevanih kategorijah t-preizkus ni pokazal statistično pomembnih razlik med povprečnimi dosežki glede na spol. Kljub temu bi izpostavili kategorijo teorija “izjave in množice” (povprečje študentk 65,80%, povprečje študentov 50,71%) in kategorijo naloge “uporaba odvoda” (povprečje študentk 37,78%, povprečje študentov 20,89%), kjer je očitno, da so bile študentke v povprečju uspešnejše. Drugo zastavljeno hipotezo, da obstajajo razlike med spoloma pri matematični uspešnosti, lahko potrdimo le v primeru kategorije aplikativna matematika “funkcije”, v vseh drugih primerih obravnavanih kategorij pa ne. Čeprav razlike med spoloma pri večini kategorij niso statistično pomembne, je opaziti boljše povprečne rezultate pri študentkah. Ugotovitev je morda posledica tega, da študentke v primerjavi s študenti bolj redno obiskujejo predavanja in vaje, imajo bolj urejene in popolne zapiske ter namenijo več časa pripravam na posamezni test.

Tabela 4: Rezultati t-preizkusa za neodvisne vzorce pri primerjavi aritmetičnih sredin rezultatov izbranih kategorij glede na spol

Kategorija	Levenov preizkus homogenosti varianc		t-preizkus za neodvisne vzorce		
	<i>F</i>	α	<i>t</i>	<i>g</i>	α (dvostranski test)
A	1,093	0,298	1,820	124	0,071
D	0,056	0,813	1,085	124	0,280
E	0,006	0,940	-0,367	97	0,714
J	5,582	0,020*	1,474	111	0,166
L	0,024	0,878	0,039	86	0,969
M	0,266	0,608	1,875	86	0,064
N	0,801	0,373	1,160	85	0,249
R	6,597	0,012*	-2,840	97	0,008**
T	0,316	0,581	0,763	18	0,455

Opombi: * $p < 0,05$; ** $p < 0,01$

Uspešnost študentov pri izbranih proučevanih kategorijah glede na študijski program

V nadaljevanju raziskave smo proučili razlike v doseženih povprečnih rezultatih pri izbranih kategorijah glede na študijski program: Strojništvo (S), Mehatronika (M), Gospodarsko inženirstvo – smer Strojništvo (G).

Iz tabele 5 razberemo, da so najmanjše razlike v povprečnih dosežkih pri kategoriji naloge “zaporedja” (strojništvo 58,92%, mehatronika 56,67%, GING 55,00%) in kategoriji aplikativna matematika “odvod” (strojništvo 14,81%, mehatronika 20,73%, GING 17,05%), največje razlike v povprečnih dosežkih pa so pri kategoriji teorija “številске vrste” (Strojništvo 42,19%, Mehatronika 62,86%, GING 41,19%) in kategoriji aplikativna matematika “funkcije” (Strojništvo 20,91%, Mehatronika 16,43%, GING 5,48%). Z namenom, da ugotovimo, če so te razlike tudi statistično pomembne, smo uporabili enofaktorsko analizo variance. Rezultati te analize so zbrani v tabeli 6.

Levenov preizkus homogenosti varianc je pokazal, da je pri vseh kategorijah stopnja statistične pomembnosti $\alpha > 0,05$, razen pri kategoriji aplikativna matematika “funkcije”. Tako lahko pri vseh kategorijah, razen pri omenjeni, sprejmemo predpostavko o homogenosti varianc in izvedemo enofaktorsko analizo variance. Za kategorijo aplikativna matematika “funkcije” te predpostavke ne moremo sprejeti in glede na to smo izvedli še Brown-Forsythejev preizkus. Rezultat tega preizkusa je tudi naveden v tabeli 6.

Tabela 5: Povprečni dosežki v odstotkih pri izbranih kategorijah glede na študijski program

Kategorija	Študijski program	n	Povprečni dosežek	Maksimalna razlika med povprečnimi dosežki
A	S	82	50,32	6,26
	M	19	56,58	
	G	25	53,56	
D	S	82	29,43	10,53
	M	19	36,79	
	G	25	39,96	
E	S	64	42,19	21,67
	M	14	62,86	
	G	21	41,19	
J	S	71	58,92	3,92
	M	18	56,67	
	G	24	55,00	
L	S	58	51,29	9,61
	M	12	51,83	
	G	18	42,22	
M	S	58	23,62	9,44
	M	12	15,00	
	G	18	24,44	
N	S	58	17,76	10,82
	M	12	28,58	
	G	18	23,35	
R	S	64	20,91	15,43
	M	14	16,43	
	G	21	5,48	
S	S	42	14,81	5,92
	M	11	20,73	
	G	20	17,05	

Rezultati analize variance kažejo, da med študijskimi programi ni statistično pomembnih razlik pri povprečnih dosežkih pri izbranih kategorijah, razen pri kategoriji teorija “številске vrste” ($g_1 = 2$, $g_2 = 96$, $F = 3,652$, $\alpha = 0,030$). Tako lahko s 3-odstotnim tveganjem trdimo, da obstajajo statistično pomembne razlike med povprečnimi rezultati pri kategoriji teorija “številске vrste” med študijskimi programi. Izvedli smo še Post Hoc test LSD za kategorijo teorija “številске vrste”. Izsledki tega testa kažejo

na statistično pomembne razlike med povprečnimi rezultati znotraj para programov Strojništvo – Mehatronika ($\alpha = 0,011$) in Mehatronika – GING ($\alpha = 0,022$). Tako lahko z 1,1-odstotnim tveganjem trdimo, da so pri kategoriji teorija “številске vrste” študenti Mehatronike dosegli v povprečju boljši rezultat kot študenti Strojništva in z 2,2-odstotnim tveganjem, da so študenti Mehatronike dosegli v povprečju boljši rezultat kot študenti programa GING.

Tabela 6: Rezultati enofaktorske analize variance oziroma Brown-Forsythejevega preizkusa pri primerjavi aritmetičnih sredin rezultatov izbranih kategorij v odvisnosti od študijskega programa

Kategorija	g_1	g_2	F	α
A	2	123	0,531	0,589
D	2	123	1,670	0,192
E	2	96	3,652	0,030*
J	2	110	0,156	0,856
L	2	85	0,632	0,534
M	2	85	0,598	0,552
N	2	84	0,761	0,471
R	2	35,627	1,726	0,184
S	2	70	0,254	0,776

Opomba: * $p < 0,05$

Z izjemo kategorije teorija “številске vrste” ugotavljamo, da ne bomo zavrgli tretje hipoteze, ki pravi, da ne obstajajo razlike med različnimi študijskimi programi glede uspešnosti pri različnih matematičnih področjih, saj smo ugotovili, da razlike niso statistično pomembne. Ker je v programu GING v vseh letnikih prve stopnje manj matematičnih predmetov, bi lahko pomislili, da se bodo ti študenti manj resno posvetili matematiki v primerjavi s kolegi iz drugih dveh študijskih programov. Vendar raziskava kaže, da so matematično uspešnejši in matematično manj uspešni študenti približno enakomerno porazdeljeni po študijskih programih.

Uspešnost študentov pri izbranih proučevanih kategorijah glede na vrsto srednješolskega izobraževanja

Zanimalo nas je tudi, ali so med študenti, ki so pred vstopom na fakulteto zaključili različne programe srednješolskega izobraževanja, razlike med dosežki na testih iz matematičnega znanja. V tabeli 7 smo prikazali povprečne dosežke študentov pri izbranih kategorijah, pri čemer smo študente razdelili v tri skupine glede na zaključen srednješolski program: splošna gimnazija (SG), strokovna gimnazija (TG) in srednje strokovno izobraževanje (SSI).

Tabela 7: Povprečni dosežki v odstotkih pri izbranih kategorijah glede na vrsto zaključenega srednješolskega programa

<i>Kategorija</i>	<i>Srednješolski program</i>	<i>n</i>	<i>Povprečni dosežek</i>	<i>Maksimalna razlika med povprečnimi dosežki</i>
A	SG	71	53,52	5,85
	TG	18	47,67	
	SSI	37	50,86	
D	SG	71	34,01	6,40
	TG	18	27,61	
	SSI	37	32,41	
E	SG	56	47,23	9,23
	TG	10	38,00	
	SSI	33	43,03	
J	SG	62	59,08	18,06
	TG	15	43,33	
	SSI	36	61,39	
L	SG	48	52,75	9,38
	TG	8	53,13	
	SSI	32	43,75	
M	SG	48	27,71	11,46
	TG	8	16,25	
	SSI	32	16,56	
N	SG	47	29,38	23,16
	TG	8	23,75	
	SSI	32	6,22	
P	SG	27	8,56	1,96
	TG	5	6,60	
	SSI	17	7,76	
R	SG	56	21,29	19,79
	TG	10	1,50	
	SSI	33	14,42	

V zadnjem stolpcu tabele 7 so izračunane največje razlike med povprečnimi dosežki posamezne obravnavane kategorije pri primerjavi študentov, ki so zaključili različne programe srednješolskega izobraževanja. Rezultati kažejo, da so najmanjše razlike v povprečnih dosežkih pri kategoriji aplikativna matematika “številске množice” (splošna gimnazija 8,56%, strokovna gimnazija 6,60%, srednje strokovno izobraževanje 7,76%), največje razlike v povprečnih dosežkih pa so pri kategoriji na-

loge “nedoločeni integral” (splošna gimnazija 29,38%, strokovna gimnazija 23,75%, srednje strokovno izobraževanje 6,22%). Ponovno nas je zanimalo, če so te razlike tudi statistično pomembne.

Tabela 8: Rezultati enofaktorske analize variance oziroma Brown-Forsythejevega preizkusa pri primerjavi aritmetičnih sredin rezultatov izbranih kategorij v odvisnosti od vrste zaključenega srednješolskega izobraževanja

Kategorija	g_1	g_2	F	α
A	2	123	0,421	0,657
D	2	123	0,385	0,681
E	2	96	0,584	0,560
J	2	42,385	1,995	0,164
L	2	85	0,881	0,418
M	2	58,650	2,082	0,051
N	2	31,712	6,573	0,001*
P	2	46	0,044	0,957
R	2	79,813	1,669	0,061

Opomba: * $p < 0,01$

Levenov preizkus homogenosti varianc je pokazal, da je tokrat pri štirih kategorijah stopnja statistične pomembnosti $\alpha < 0,05$ in predpostavke o homogenosti varianc za te kategorije ne moremo sprejeti. Tako smo izvedli še Brown-Forsythejev preizkus. Rezultati tega preizkusa in enofaktorske analize variance so zbrani v tabeli 8. Analiza rezultatov kaže, da med skupinami študentov, ki so zaključili različne vrste srednješolskih izobraževanj, ni statistično pomembnih razlik pri povprečnih dosežkih izbranih kategorij, razen pri kategoriji naloge “nedoločeni integral” ($g_1 = 2$, $g_2 = 31,712$, $F = 6,573$, $\alpha = 0,001$). Ugotovimo, da lahko z 0,1-odstotnim tveganjem trdimo, da obstajajo statistično pomembne razlike med povprečnimi rezultati pri kategoriji naloge “nedoločeni integral” med skupinami študentov z različnim srednješolskim izobraževanjem. Naknadno izvedeni Post Hoc test LSD za kategorijo naloge “nedoločeni integral” je pokazal statistično pomembne razlike med povprečnimi rezultati znotraj para skupin splošna gimnazija – srednje strokovno izobraževanje ($\alpha = 0,001$). Tako lahko z 0,1-odstotnim tveganjem trdimo, da so pri kategoriji naloge “nedoločeni integral” dosegli v povprečju boljši rezultat študenti, ki so zaključili splošno gimnazijo, kot pa študenti, ki prihajajo iz šol srednjega strokovnega izobraževanja. Razloge za te razlike vidimo v dejstvu, da večina študentov, ki so zaključili srednje strokovno izobraževanje, pri pouku matematike v srednji šoli ni obravnavala vsebin s področij “odvod” in “nedoločeni integral”. Tako se omen-

jeni študenti s temi vsebinami prvič srečajo šele na fakulteti, kjer je podajanje snovi obsežnejše ter poteka hitreje in na višji ravni.

Analiza rezultatov, zbranih v tabeli 7, kaže na večje razlike v doseženih povprečnih rezultatih med skupinami študentov z različnim srednješolskim izobraževanjem tudi pri kategorijah naloge “zaporedja” (povprečni dosežki: splošna gimnazija 59,08%, strokovna gimnazija 43,33%, srednje strokovno izobraževanje 61,39%) in aplikativna matematika “funkcije” (povprečni dosežki: splošna gimnazija 21,29%, strokovna gimnazija 1,50%, srednje strokovno izobraževanje 14,42%). Čeprav te razlike niso statistično pomembne, kažejo, da so v prvem primeru najuspešnejši študenti, ki so zaključili srednje strokovno izobraževanje, v drugem primeru pa študenti, ki prihajajo iz splošnega gimnazijskega programa. Ugotovitev nas je v primeru kategorije naloge “zaporedja” presenetila, saj je v splošnem gimnazijskem programu več ur matematike, razen tega obravnava vsebin poteka na zahtevnejši ravni. Rezultati matematičnih testov kažejo, da študenti, ki so zaključili srednješolske programe z manj urami matematike, primanjkljaj na nekaterih področjih nadomestijo z večjim trudom in obsežnejšimi pripravami na teste. Kljub vsemu pa ugotavljamo, da četrto hipotezo, da obstajajo razlike glede na vrsto zaključenega srednješolskega programa pri uspešnosti študentov, zavrnemo (izjema je le kategorija naloge “nedoločeni integral”, ki smo jo podrobneje že analizirali).

Korelacija med rezultati pri teoretičnih testih, reševanju tipičnih nalog in aplikativni matematiki na različnih matematičnih področjih

V zadnjem delu raziskave nas je zanimalo, če obstajajo korelacije med doseženimi rezultati pri teoretičnih vprašanjih, reševanju tipičnih nalog in aplikativni matematiki za posamezno matematično področje. Razen tega smo želeli izvedeti, kako močne so te povezave. V ta namen smo izračunali Pearsonove korelacijske koeficiente za ustrezne pare kategorij, ki smo jih v raziskavi proučevali.

Analiza rezultatov testiranja korelacije med izbranimi pari kategorij v šestih primerih od enajstih kaže na povezanost izbranih kategorij. Korelacija je v vseh teh primerih srednje močna, razen pri paru naloge “funkcije” in aplikativna matematika “funkcije”, ko gre za šibko korelacijo. Za matematična področja “številске množice”, “funkcije” in “uporaba odvoda” lahko z manj kot 0,1-odstotnim tveganjem trdimo, da večje poznavanje teorije pomeni boljše reševanje reprezentativnih nalog ali/in boljše rezultate pri aplikativni matematiki. Podobno pri področjih “funkcije” in “integral” z 1,2-odstotnim ali z manjšim tveganjem trdimo, da boljše reševanje nalog pomeni tudi večji uspeh pri aplikativni matematiki. Pri preostalih parih proučevanih kategorij (tabela 9) je korelacija neznatna. Tako lahko peto hipotezo, da obstaja pozitivna korelacija med teoretičnim znanjem in uspešnostjo reševanja tipičnih nalog oziroma med teoretičnim znanjem in uspešnostjo pri aplikativni matematiki po posameznih področjih potrdimo v več kot polovici obravnavanih parov kategorij.

Tabela 9: Pearsonovi korelacijski koeficienti r_{xy} , stopnje značilnosti α in moč povezanosti (Kožuh, 2009) za izbrane proučevane pare kategorij

<i>Pari kategorij</i>	<i>n</i>	<i>r_{xy}</i>	<i>α</i>	<i>Moč povezanosti</i>
A in O	77	0,171	0,137	neznatna
C in I	113	0,610	0,000***	srednje močna
C in P	49	0,012	0,937	neznatna
I in P	44	-0,087	0,576	neznatna
F in L	85	0,552	0,000***	srednje močna
F in R	99	0,471	0,000***	srednje močna
L in R	85	0,355	0,001**	šibka
H in M	87	0,420	0,000***	srednje močna
H in S	73	0,175	0,139	neznatna
M in S	69	0,131	0,284	neznatna
N in T	18	0,581	0,012*	srednje močna

Opombe: * $p < 0,05$; ** $p < 0,01$; *** $p < 0,001$

Želeli bi si, da bi študenti poglobili svoje teoretično znanje tudi na matematičnih področjih z nižjimi doseženimi rezultati. Menimo namreč, da bi boljša teoretična osnova omogočala študentom uspešnejše reševanje nalog. Med pregledovanjem matematičnih testov smo žal ugotovili, da se preveč študentov nauči postopka reševanja, ki ga razumejo kot zaporedje korakov oziroma navodil, ki pripelje do rešitve naloge. Seveda je pomembno dobro razumeti teoretične osnove, ki omogočajo utemeljevanje vsakega koraka, in na osnovi katerih je mogoče rešiti tudi naloge, ki zahtevajo več kot le proceduralno znanje.

5. Sklep

Empirični podatki raziskave in njihova analiza so pokazali, da je matematično znanje študentov 1. letnika ene izmed tehniških fakultet Univerze v Mariboru pod nivojem, s katerim bi bili zadovoljni. Ker so bili v raziskavi sodelujoči študenti šele na začetku svoje študijske poti, predvidevamo, da se bodo na osnovi lastnih izkušenj v večji meri resneje lotevali priprav na matematične teste in izpite. Verjetno bodo kmalu sami ugotovili, da je dobra matematična podlaga pogoj za uspešnost pri skoraj vsakem strokovnem predmetu na področju strojništva.

Posebej zaskrbljujoče stanje je na področju aplikativne matematike, čeprav bi moralo biti znanje o uporabi matematike na različnih področjih človekovega življenja

močno orodje v rokah bodočega inženirja. Velik del krivde za trenutno situacijo vidimo v načinu poučevanja matematičnih vsebin. Obstoječega stanja se moramo v prvi vrsti zavedati izvajalci pedagoškega procesa (profesorji in asistenti). Naš osnovni cilj ne smejo biti več le definicije in izreki, ampak je treba matematiko v čim večji meri povezovati z različnimi strokovnimi področji in poudarjati uporabo matematike pri reševanju problemov iz vsakdanjega življenja. Menimo, da bo tako poučevanje v študentih vzbudilo zanimanje in radovednost ter da posledično matematičnih predmetov ne bodo opisovali kot najtežje in nezanimive, ampak kot predmete, pri katerih so se zaradi načina obravnave vsebin začeli zavedati koristne in skoraj neizmerne moči matematike.

Ob uvedbi opisanih sprememb pri poučevanju matematičnih predmetov in po nekajletnem vključevanju izboljšav nastalih težav, ki jih bo prinesla nova praksa, bi bilo smiselno našo raziskavo ponoviti. Prepričani smo, da bomo takrat z rezultati veliko bolj zadovoljni.

Irena Kosi Ulbl, Ph.D.

The mathematical knowledge of future engineers

The school policy responsible for the implementation of the education programmes in many countries is aware of the meaning of the depth and high quality knowledge of mathematics and science since the need for experts from such profiles has increased. Among others, the development of new technological procedures and discoveries is a consequence of fast growing ideas and their realizations in the fields of the application of mathematics and applied mathematics. With the term "application of mathematics" we mean a branch of mathematics that uses mathematics for solving different practical problems in science, engineering, industry and economy. In its area of working it handles "already known mathematics" such as applied analysis, differential equations, approximation theory, probability, statistics and graph theory. On the other hand applied mathematics creates and studies mathematical models. Both areas of mathematics are vitally connected with research in pure mathematics.

Successful experts from engineering, industry and the economy whose work is connected with the use of the application of mathematics are the result of careful planned educational programmes from primary schools to the university level, the high motivation and interest of students as well as an encouraging environment.

It was found (Baumert, Kunter et al., 2010) there exist three components essential for the high quality learning of the mathematical contents: cognitive activation and well-structured learning situations, learning assistance by supervising the learning process and giving individual feedback and finally the efficient exploitation of time in the classroom. The cognitive activation is determined by the teacher's selection and the way of solving the problems. The procedure of students' problem solving should be

controlled by a teacher and some aid ought to be given if necessary. But at the same time the student's autonomy during math work should be respected. It is also important to know that math progress takes time and will be efficient if there is a good and peaceful climate in the classroom.

The mathematical knowledge of Slovenian students at the end of the high school with advanced mathematical programmes is assessed at the national and several times at the international level. The data of TIMSS Advanced 2008 research show that our students' mathematical achievements took fifth place among the ten participating countries and classified under the average score of the international math achievements scale. Unfortunately, there is a decrease in mathematical knowledge noticed by comparing the students' results in the years 1995 and 2008.

Since the mathematical knowledge of our students at the end of high school is well known (the results of leaving examinations and TIMSS Advanced research) we were interested in the mathematical knowledge in the first months of university education in the area where mathematics is one of the basic subjects. The students of the first academic year at the Faculty of Mechanical Engineering, University of Maribor were involved in our research work. They attend three different study programmes: Mechanical Engineering, Mechatronics and Industrial Engineering – Mechanical Engineering. The main topics of our research were:

- ☐ *the test scores for the theoretical questions, solving typical cases and the results achieved during the application of mathematics in different areas of mathematics,*
- ☐ *the performance in mathematics concerning gender, faculty programmes and type of the completed secondary education,*
- ☐ *the correlation between the results reached by the theoretical tests, solving typical exercises and the use of the application of mathematics inside the selected mathematical areas.*

We set some hypotheses:

- ☐ *students will get the lowest results at work with the applications of mathematics*
- ☐ *there exists some differences during the performance in selected domains of mathematics with regard to gender,*
- ☐ *there is no difference in the scores of the selected domains of mathematics concerning the study programmes,*
- ☐ *there exists some differences in the test results of the selected domains of mathematics with regard to the different high school education,*
- ☐ *there is a positive correlation between theoretical knowledge and successful exercise solving or using applications of mathematics inside the selected field of mathematics.*

The data used in our study were provided by the test scores at the course titled Mathematical Analyses. The students were highly motivated taking these tests because the exam at the course could be substituted by successful test results.

The data analyses showed the best results in the theoretical area were achieved in the contents “Predicate logic and Set theory” and “Real series”. On the other hand, the worst results came from the content “Sequences”. In the exercise solving, students got the best scores in the contents “Sequences” and “Functions”, but the students got the lowest results in the contents “Derivative” and “Indefinite integral”. The last findings were expected since those contents are based on a great amount of mathematical preknowledge and were discussed at the end of the semester when a lot of students don’t take part in the course. We should also point out that some students dealt with the areas of mathematics mentioned above for the first time. Unfortunately, we found that we cannot be satisfied with the average scores in any category we investigated. It also appeared there is a category “using applications of mathematics” that needs special attention in the future and so we confirm the first hypothesis. We also found that we:

- could confirm the second hypothesis in the category “Application of mathematics – functions” since there were statistically significant differences between the results of the female and male students (male students got better results),*
- could not confirm the third hypothesis in the category “Numeric series” since there were statistically significant differences in the scores between students of the different study programmes (the best were students of Mechatronics)*
- could confirm the fourth hypothesis in the category “Indefinite integral” since there are statistically significant differences in the test results between students who came from different high school education programmes (the best were students from the high school)*
- could confirm the fifth hypothesis in the categories “Real numbers”, “Functions”, “Use of derivatives” and “Indefinite integral” with a medium strong or weak correlation between the theoretical knowledge and solving typical exercises or using the applications of mathematics.*

Empirical data showed that the mathematical knowledge of the students involved in the research did not fulfil our expectations. Since the students were at the beginning of their academic journey we think that in the future they will prepare for the tests and exams more seriously. We are sure they will find that basic mathematical knowledge is very important for an effective learning process in forthcoming mathematical and other technical courses. We also believe that the situation with the application of mathematics can be improved by focusing on special problem-solving connected with real life situations.

LITERATURA

1. About TIMSS Advanced 2008. (2009). International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Pridobljeno dne 20.03.2013 s svetovnega spleta: http://timssandpirls.bc.edu/timss_advanced/index.html.
2. Babič, V. (2011). Zakaj uk naravoslovja ne more biti zgolj zabava – gimnazijske izkušnje. *ObzorNIK za matematiko in fiziko*, 58, št. 5, str. 189–194.
3. Baumert, J., Kunter, M. in sod. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom and Student Progress. *American Educational Research Journal* March, 47, št. 1, str. 133–180.
4. Graumann, G. (2011). Mathematics for Problems in the Everyday World. V: Maasz, J., O'Donoghue, J. (ur.). *Real-World Problems for Secondary School Mathematics Students. Case Studies*. Rotterdam: Sense Publishers, str. 113–122.
5. Izsák, A. (2004). Students' Coordination of Knowledge When Learning to Model Physical Situations. *Cognition and Instruction*, 22, št. 1, str. 81–128.
6. Japelj Pavešič, B., Cankar, G. (2010). Dosežki dijakov v raziskavi TIMSS za maturante in ocene pri matematiki na splošni maturi v Sloveniji. *Sodobna pedagogika*, 61, št. 2, str. 118–140.
7. Japelj Pavešič, B., Svetlik, K., Kozina, A., Rožman, M. (2009). Znanje matematike in fizike med maturanti v Sloveniji in po svetu (Slovene national TIMSS Advanced Report). Ljubljana: JRZ Pedagoški inštitut.
8. Kožuh, B. (2009). Statistične metode v pedagoškem raziskovanju, 2. ponatis. Ljubljana: Znanstvena založba Filozofske fakultete, Oddelek za pedagogiko in andragogiko.
9. Llinares, S., Roig, A.I. (2008). Secondary School Students' Construction and Use of Mathematical Models in Solving Word Problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, National Science Council, Taiwan, 6, št. 3, str. 505–532.
10. Verschaffel, L., Greer, B., De Corte, E. (2002). Everyday Knowledge and Mathematical Modelling of School Word problems. V: Gravemeijer, K.P., Lehrer, R., Oers, H. J. in Verschaffel, L. (ur.). *Symbolizing, Modelling and Tool Uses in Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, str. 257–276.
11. Zabret, M. (2011). Odgovornost, pomnjenje, sklepanje – pomočniki, varuhi, gradniki ali osebno-stna in miselna kondicija mladih. *ObzorNIK za matematiko in fiziko*, 58, št. 5, str. 197–200.
12. Zupanc, D., Bren, M. (2010). Inflacija pri internem ocenjevanju v Sloveniji. *Sodobna pedagogika*, 61, št. 3, str. 208–228.