

Matematična anksioznost in uspešnost pri matematiki

Znanstveni članek

UDK 37.016:51

KLJUČNE BESEDE: matematična anksioznost, učna uspešnost, učenci

POVZETEK – Matematično anksioznost opredeljujejo občutja napetosti in zaskrbljenosti v situacijah reševanja nalog, ki zahtevajo matematično znanje. Posameznik meni, da njegove zmožnosti ne dosegajo ravni zahtevanega znanja, in je zaskrbljen zaradi možne neuspešnosti. Avtorica sintezno predstavlja rezultate različnih študij, v katerih so bile proučevane značilnosti matematično anksioznih posameznikov in povezanost matematične anksioznosti z uspešnostjo pri matematiki, ter teoretske modele, ki pojasnjujejo omenjene povezanosti. Predstavljene so tudi ugotovitve raziskav o povezanosti matematične anksioznosti z vrsto in zahtevnostjo nalog ter značilnosti kognitivnega procesiranja anksioznih posameznikov. V zadnjem delu članka avtorica primerja matematično anksioznost slovenskih 15-letnikov z njihovimi vrstniki na ravni povprečja OECD ter povezanost matematične anksioznosti z matematično pismenostjo v raziskavi PISA 2012. V splošnem rezultati raziskave PISA 2012 kažejo, da so slovenski 15-letniki v primerjavi z vrstniki iz držav OECD bolj matematično anksiozni. Visoko matematično anksiozni 15-letniki v Sloveniji v povprečju dosegajo drugo (temeljno) raven od šestih ravni matematične pismenosti.

Scientific paper

UDC 37.016:51

KEYWORDS: mathematics anxiety, academic performance, students

ABSTRACT – Mathematical anxiety is defined by feelings of distress and worries in situations of solving tasks that require mathematical knowledge. An anxious individual has a low belief in his ability to achieve the required level of knowledge and is concerned about the possible failure. The author has synthesized the results of studies which explored the characteristics of mathematically anxious individuals and the relationship between mathematics' anxiety and mathematics' performance. She has also presented some findings on the relationship between mathematics' anxiety and the nature and complexity of the tasks, and the characteristics of cognitive processing of anxious individuals. In the last part of the article, the author compares levels of mathematics' anxiety of Slovenian 15-year-olds with their peers at the level of the OECD average and analysed the relationship between mathematics' anxiety and mathematical literacy as measured by PISA 2012. In general, the results of PISA 2012 showed that Slovenian 15-year-olds reported more mathematical anxiety compared to the average score of their peers from the OECD countries. On average, Slovenian highly mathematically anxious 15-year-olds reached the baseline Level 2 in the PISA mathematics' assessment.

1. Uvod

Sodobna družba je podatkovno in tehnološko usmerjena, zato je tudi cilj šolskih sistemov po vsem svetu, da izobrazijo učence na zadovoljivi ravni matematične pismenosti. Doseganje tega cilja je zahtevno, saj se v procesu pridobivanja matematične pismenosti skozi šolanje pojavljajo številne objektivne in psihološke ovire, ki negativno učinkujejo na uspešnost pri tem predmetu. Ena izmed objektivnih ovir je dejstvo,

da matematika spada v nabor zahtevnejših šolskih predmetov (še materinščina in tuj jezik), kjer je povprečna uspešnost učencev nižja od njihovega skupnega povprečnega uspeha (Flere, Klanjšek, Musil, Tavčar Kranjc in Kirbiš, 2009). V raziskavah avtorji tudi ugotavljajo upadanje uspešnosti pri matematiki med šolanjem, sploh na predmetni stopnji osnovnošolskega izobraževanja med 10. in 15. letom starosti (glej Martin, Anderson, Bobins, Way in Vellar, 2012; Puklek Levpušček in Zupančič, 2009), v primerjavi z osnovnošolsko povprečno uspešnostjo pri matematiki pa je ta na srednješolski ravni še bistveno nižja (Peklaj idr., 2009). Ena izmed poglobitvenih psiholoških ovir pri učenju matematike je ta, da s starostjo učencev upada doživljanje matematike kot koristnega in pomembnega predmeta, prepričanja o lastnih sposobnostih pri matematiki pa postajajo manj optimistična ((Martin idr., 2012; Wigfield, Eccles, Mac Iver, Reuman in Midgley, 1991). Z vidika motivacijske teorije pričakovanja in vrednosti (Wigfield in Eccles, 2000) je takšno zaznavanje predmeta lahko problematično. Pričakovanja lastne učinkovitosti in uspešnosti pri učenju ter zaznana pomembnost in uporabnost učnih vsebin namreč predstavljajo pomembno motivacijsko silo, ki učence vodi k bolj aktivnemu učenju in posledično k višji učni uspešnosti. Četudi zaznana pomembnost matematike s starostjo učencev upada, pa so pričakovanja socialnega okolja (npr. staršev) in učenca glede uspešnosti pri matematiki lahko visoka, saj je ocena pri matematiki pomemben dejavnik vpisa na naslednjo stopnjo izobraževanja. V družbi tudi pogosto naletimo na prepričanje, da je matematika sama po sebi zahtevna in da k uspehu pri matematiki v večji meri pripomorejo sposobnosti kot prizadevnost in marljivost. Takšno prepričanje vodi v sklep, da so lahko pri matematiki dobri samo redki izbranci, kar dodatno zmanjšuje motivacijo za učenje pri tem predmetu. Prepričanja o visoki zahtevnosti in pomembnosti matematike za nadaljnjo izobraževalno pot ter nizko samozaupanje učenca, da je lahko pri matematiki uspešen, tako lahko vodijo v občutja napetosti in nelagodja, ko se učenec sooča z matematičnimi nalogami. Nasploh se kaže, da je uspešnost pri matematiki povezana s številnimi psihološkimi značilnostmi učenca, kot so prepričanja o lastnih zmožnostih uspešnega učenja matematike, stališča o uporabnosti in koristnosti matematike ter stopnja matematične anksioznosti (Higbee in Thomas, 1999).

2. Značilnosti matematično anksioznih učencev

Matematično anksioznost označujejo občutja napetosti, zaskrbljenosti in strahu v situacijah, ki zahtevajo posameznikovo učinkovitost pri matematičnih nalogah (Ashcraft, 2002). Richardson in Suinn (1972) tudi dodajata, da se omenjena občutja napetosti in negotovosti pojavljajo pri uporabi števil in reševanju nalog, ki zahtevajo matematično znanje, ne le v šolskih, ampak tudi v vsakodnevnih situacijah.

Anksiozen učenec je prepričan, da njegove zmožnosti ne dosegajo ravni zahtevanega znanja pri predmetu, ter je zaskrbljen zaradi pričakovane neuspešnosti. Za visoko matematično anksiozne učence je značilna močna tendenca k izogibanju ma-

tematike, takšni učenci v manjši meri izbirajo predmete ali študije, ki so povezani z matematiko (Hembree, 1990), in imajo slabše ocene pri matematiki ter so slabše matematično pismeni (Ahmed, van der Werf, Kuyper in Minnaert, 2013; Hembree, 1990; Ma, 1999). V metaanalitični študiji na vzorcu 151 raziskav je avtor Hembree (1990) poročal o povprečni korelaciji $r = -0,34$ med matematično anksioznostjo in uspešnostjo učencev pri matematiki. Avtor je zaključil, da matematična anksioznost predstavlja resno oviro pri spoprijemanju z matematičnimi nalogami, okrepi zmanjševanja anksioznosti, kot so kognitivna modifikacija napačnih prepričanj in krepitev zaupanja v svoje matematične sposobnosti ter sistematična desenzitizacija pa lahko pripomorejo k izboljšanju uspešnosti pri matematiki. V kasnejši metaanalitični študiji, ki je zajela samo raziskave z vzorci osnovnošolskih in srednješolskih učencev, je avtor Ma (1999) ugotovil, da ima povprečni učenec iz skupine z nizko matematično anksioznostjo višji rezultat na matematičnem testu kot 71% učencev v skupini z visoko matematično anksioznostjo. Matematično anksiozni učenci kažejo pomembno nižje računske zmožnosti na različnih področjih matematike, posledično imajo tudi nižje ocene pri matematiki, kar lahko njihovo anksioznost v prihodnjih situacijah reševanja nalog še zvišuje (Cates in Rhymer, 2003). Visoko matematično anksiozni učenci imajo tudi bolj negativna stališča do matematike (Martin idr., 2012) in negativna prepričanja o lastnih matematičnih sposobnostih (May, 2006), korelacije med matematično anksioznostjo in omenjenimi značilnostmi motivacije in prepričanj o sebi pa se gibljejo v intervalu med $-0,47$ in $-0,82$ (Ashcraft, 2002). Učenci, ki so matematično anksiozni, imajo tudi v večji meri izraženo splošno anksioznost kot po-tezo in stanje, testno anksioznost v obliki skrbi in emocionalnega neugodja v testnih situacijah ter strah pred negativnim socialnim vrednotenjem (Hembree, 1990).

Odnos med matematično anksioznostjo in uspešnostjo pri matematiki pojasnjujeta dva nasprotujoča si teoretska modela. *Interferenčni model* razlaga matematično anksioznost kot motnjo v priklicu matematičnega znanja in izkušenj (Wine, 1971). Anksiozni posamezniki namreč delijo svojo pozornost med osredotočenost na nalogo in osredotočenost na skrbi, telesne simptome in samokritične misli. Ker pozornost ni povsem usmerjena na dejavnosti v zvezi z nalogo, to povzroči slabše dosežke pri matematiki. Po drugi strani pa *deficitni model* razlaga matematično anksioznost kot posledico neuspehov pri matematiki v preteklosti. Neuspeh pri matematiki naj bi bil predvsem posledica slabih učnih navad in neuspešnih strategij pri pisanju testa in ne matematične anksioznosti (Tobias, 1985). Oba modela torej različno pojmujeta matematično anksioznost; interferenčni model jo opredeljuje predvsem kot dejavnik (vzrok) neuspeha pri matematiki, deficitni model pa kot posledico preteklih neuspehov pri matematiki, medtem ko vzroke za neuspehe išče drugje. Verjetno pri odnosu med matematično anksioznostjo in uspešnostjo ne gre za enosmeren vpliv, ampak pojava sovarirata oziroma vplivata drug na drugega. Dispozicijske značilnosti učenca (anksioznost kot del osebnostne strukture) usmerjajo miselno procesiranje in vedenje učenca v situacijah ukvarjanja z matematiko (pozornost na vsiljive misli, obremenjenost s časovnimi omejitvami testne situacije, večja osredotočenost na neuspeh kot uspeh, večje zahteve po strukturiranosti in rutinskosti nalog, izogibanje soočanju s

težjimi nalogami, kjer je uspeh pri reševanju nepredvidljiv). Po drugi strani nižja uspešnost (ki je lahko produkt anksioznosti, neustreznih učnih strategij ter drugih značilnosti miselnega procesiranja) podkrepi anksiozne negativne misli in emocionalne ter fiziološke reakcije (napetost, nemir, povišan srčni utrip, potenje ...). Tako se simptomi anksioznosti pojavijo tudi v prihodnjih podobnih situacijah, se generalizirajo na različna področja ukvarjanja s števili in matematičnimi nalogami, lahko pa se pojavijo že zgolj ob razmišljanju o matematiki.

Ugotovitve raziskav kažejo, da je matematična anksioznost povezana s spolom – višja je pri dekletih kot fantih (Goetz, Bieg, Lüdtke, Pekrun in Hall, 2013; Hem-bree, 1990; Hunt, 1985). Omenjeno razliko lahko povezujemo z razlikami po spolu v prepričanjih o lastnih zmožnostih učenja in uspešnosti pri matematiki. V nekaterih raziskavah namreč ugotavljajo, da je zaznana samoučinkovitost na področju matematike nižja pri dekletih kot fantih (Goetz idr., 2013; Pajares in Miller, 1994). Goetz je s sodelavci v študiji odkril, da je anksioznost kot osebnostna poteza res v večji meri prisotna pri dekletih kot fantih; tudi pri tistih dekletih, ki se v matematičnih dosežkih niso razlikovala od fantov. Ko pa so dekleta poročala o anksioznosti pri pouku matematike in med pisanjem testa matematike (torej v dejanskih situacijah), se v stopnji anksioznosti niso razlikovala od fantov. Avtorji pripisujejo omenjene razlike v anksioznosti kot osebnostni potezi in stanju prav netočnim samoprepričanjem deklet o lastnih matematičnih zmožnostih. Četudi so lahko v konkretnih situacijah primerljivo ali celo bolj uspešna od fantov pri matematiki, jih njihovo nezaupanje v lastne matematične zmožnosti "prepričuje" v to, da so bolj anksiozne, posledično pa se zato dekleta tudi v manjši meri odločajo za bolj matematično usmerjene študije. Nekateri avtorji (npr. Zettle in Houghton, 1998) pripisujejo nižjo samoučinkovitost pri matematiki ter višjo matematično anksioznost pri dekletih kot fantih tudi preprostem dejstvu, da so dekleta v večji meri nagnjena k razkrivanju podatkov o sebi kot fantje ter prepričanju fantov, da je doživljanje anksioznosti zanje socialno nesprejemljivo. Bolj negativna prepričanja o sebi pri matematiki pa so lahko pri dekletih tudi posledica splošnega mnenja v družbi, da matematika ni tipično področje, na katerem bi se dekleta lahko enako ali bolje dokazovala kot fantje. Prav nasprotno: matematika velja za tipično "moško" področje (May, 2006). Mednarodne raziskave znanja (npr. PISA, TIMSS) sicer kažejo nekoliko boljšo matematično pismenost pri fantih kot dekletih v mnogih državah, vendar se omenjena razlika ni potrdila na slovenskih vzorcih osemšolcev in dijakov (Japelj Pavešič, Svetlik in Kozina, 2012; Štraus, Šterman Ivančič in Štigl, 2013). Če analiziramo razlike v povprečnih vrednostih zaključenih ocen pri matematiki, pa lahko celo ugotovimo, da so vsaj v zadnjem triletnem osnovne šole ter srednji šoli dekleta bolj uspešna kot fantje (Flere idr., 2009; Peklaj, Kalin, Pečjak, Valenčič Zuljan in Puklek Levpušček, 2012; Puklek Levpušček in Zupančič, 2009).

Zanimivo je tudi vprašanje, kateri so pglavitni dejavniki tesnobnosti in nelagodja ob reševanju matematičnih problemov s perspektive učečih se posameznikov. Študentje so v raziskavi Jacksona in Leffingwella (1999) konsistentno navajali učitelja kot tistega, ki je v preteklosti najbolj vplival na njihovo doživljanje in stališča do matematike. Kot slabe izkušnje z učiteljem so omenjali predvsem učiteljeve slabšalne

opazke in negativno vedenje do učencev ter učiteljevo neobčutljivost za razumevanje snovi pri učencih. Kot pomemben dejavnik se je izkazala tudi učna oblika, ki jo uporablja učitelj matematike. Visoko anksiozni študentje so bili bolj uspešni, kadar je učitelj uporabljal frontalne učne oblike z metodo sistematične razlage, demonstracije primerov in utrjevanja snovi z reševanjem novih nalog. Študentje, ki niso imeli težav z anksioznostjo, pa so dosegali boljše uspehe v skupinah, kjer je učitelj uporabljal bolj konstruktivistične pristope k pouku matematike, to je metode z lastnim odkrivanjem in problemsko učenje (Clute, 1989). Učiteljev način vodenja razreda in komunikacije z učenci ter učne oblike in metode poučevanja matematike se torej kažejo kot pomembni dejavniki, ki vplivajo na razvoj doživljanja matematične anksioznosti.

3. Matematična anksioznost ter vrsta in zahtevnost nalog

Učinki anksioznosti se kažejo glede na vrsto in zahtevnost matematičnih nalog. Ashcraft (2002) ugotavlja, da učinkov anksioznosti ni bilo pri nalogah, ki so vsebovale preproste matematične naloge s celimi števili. Ko pa so udeleženci reševali naloge z ulomki, odstotki, razstavljanjem ter enačbe z neznankami, se je pokazala precejšnja povezava med matematično anksioznostjo in točnostjo reševanja. Ashcraft ugotavlja, da ima matematična anksioznost majhne učinke na reševanje nalog s prištevanjem enomestnih števil in množenjem. Pokazalo pa se je, da matematično anksiozni udeleženci raziskave naredijo več napak pri reševanju nalog, ki zahtevajo odgovor pravilno ali napačno (npr. $8 + 7 = 16$). Prav tako so se pri matematično anksioznih udeležencih pokazale težave pri seštevanju s prehodom čez desetico. Tako pri tovrstnih matematičnih operacijah porabijo več časa, kot če seštevajo in ne prehajajo čez desetico v primerjavi z matematično neanksioznimi posamezniki. Matematična anksioznost pa se ne povezuje le z vrsto in zahtevnostjo matematičnih nalog, ampak jo spodbujajo tudi socialne situacije pri pouku matematike, ko so učenci izpostavljeni s svojim znanjem. V raziskavi K. Newstead (1995) so učenci poročali, da so anksiozni predvsem v situacijah, ko jim učitelj matematike zastavi vprašanje, kadar tekmujejo v matematičnem kvizu, ko morajo pojasniti matematični problem oziroma rešitev sošolcu ali učitelju in ko jih nekdo opazuje med reševanjem naloge.

4. Matematična anksioznost in kognitivno procesiranje

Zanimivo je vprašanje, ali matematična anksioznost vpliva na mentalno procesiranje med reševanjem problemov. Različno kompleksne matematične naloge verjetno različno obremenjujejo delovni spomin, ki je odgovoren za zavestno učinkovito mentalno procesiranje. Ashcraft in Kirk (2001) sta izvedla eksperiment, v katerem so naloge vsebovale seštevanje z enomestnimi in dvomestnimi števili, polovica nalog pa

je zahtevala računanje s prehodom čez desetico. Udeleženci v eksperimentalni skupini so imeli dvojno nalogo: primarna naloga je bila reševanje matematične naloge (na pamet), njihova sekundarna naloga pa je bila, da so si morali zapomniti naključne črke (to je bila naloga, ki je dodatno obremenila delovni spomin). Pred primarno nalogo so bili predstavljeni nizi dveh ali šestih črk, po reševanju matematične naloge pa so udeleženci morali obnoviti črke v zaporedju. Če so naloge vsebovale prehod čez desetico, so se napake pri reševanju nalog v večji meri pojavile pri bolj kot manj matematično anksioznih udeležencih. To je bilo posebej očitno, če je bila sekundarna naloga težja (zapomnitev šestih črk v zaporedju). Pri računih s prehodom ($7+9$, $28+17$) so visoko matematično anksiozni naredili 40 odstotkov napak (ob zapomnitvi šestih črk), nizko matematično anksiozni pa 20 odstotkov. Pri kontrolni skupini (kjer sekundarne naloge ni bilo) so bila razmerja v napakah 16 odstotkov in 8 odstotkov. Razlike v delovnem spominu med visoko in nizko matematično anksioznimi udeleženci so proučevali tudi z obsegom neposrednega pomnjenja. Če so delovni spomin (obseg neposrednega pomnjenja) preverjali z besednimi nalogami, se skupine niso razlikovale. Razlike (v korist nizko matematično anksioznih) pa so nastajale pri preverjanju delovnega spomina z aritmetičnimi nalogami.

Opisane rezultate eksperimenta lahko razložimo s pomočjo modela učinkovitosti procesiranja (angl. "processing efficiency theory", Eysenck in Calvo, 1992). Anksioznost ovira delovni spomin, ker anksiozni posamezniki usmerjajo pozornost na vsiljive misli in skrbi ter manj na nalogo. Vsiljive misli in skrbi torej "izrabljajo" določen del pozornosti, ki jo posameznik potrebuje za učinkovito reševanje naloge. V primeru matematične anksioznosti te misli verjetno vsebujejo zaposlenost z lastnim negativnim odnosom do matematike, nizkim samozaupanjem, v primeru časovnih omejitev reševanja naloge pa tudi z miselnim obremenjevanjem, koliko časa je še na razpolago. Usmerjanje mišljenja na vsiljive misli deluje kot sekundarna naloga v eksperimentu – odvrta pozornost od reševanja naloge. Uspešnost pri matematični nalogi je torej v veliki meri odvisna od stopnje zahtevane udeležbe delovnega spomina pri reševanju naloge. Na primer rutinske aritmetične naloge ne zahtevajo veliko procesiranja delovnega spomina, zato je pri njihovem reševanju učinek matematične anksioznosti minimalen. Če pa imamo naloge s prehodom čez desetico, posojanjem, zaporedjem operacij oziroma reševanjem naloge korak za korakom (npr. zahtevno deljenje z večmestnimi števili, kompleksne besedilne naloge) – torej z nalogami, ki zahtevajo precejšnjo udeležbo delovnega spomina – je učinek matematične anksioznosti pomemben.

5. Matematična anksioznost in matematična pismenost v raziskavi PISA 2012

Mednarodna raziskava znanja PISA je projekt primerjanja znanja 15-letnikov v državah OECD in članicah partnericah. Od leta 2000 poteka vsaka tri leta in vključuje preverjanje matematične, naravoslovne in bralne pismenosti. V raziskavi PISA 2012

je bilo poudarjeno področje merjenja matematična pismenost, kar pomeni, da so udeleženci reševali dve tretjini nalog s področja matematike. Matematična pismenost je v raziskavi opredeljena kot “zmožnost analiziranja, utemeljevanja in učinkovitega sporočanja svojih zamisli in rezultatov pri oblikovanju, reševanju in interpretaciji matematičnih problemov v različnih situacijah” (Štraus idr., 2013, str. 11). Lestvica matematičnih dosežkov je razdeljena v šest težavnostnih ravni glede na kompetence (znanja, spretnosti), ki so v ozadju dosežkov. Raziskava PISA 2012 je bila izvedena na reprezentativnem vzorcu 15-letnikov iz 65 držav ($N = 510\,000$). V Sloveniji je sodelovalo 8.405 15-letnikov (večino vzorca predstavljajo dijaki in dijakinje vseh slovenskih srednješolskih izobraževalnih programov, učenci in učenke 24 osnovnih šol ter udeleženci ene ustanove za izobraževanje odraslih). Slovenski 15-letniki so v raziskavi PISA 2012 dosegli enak rezultat kot leta 2009, ko matematična pismenost ni bila poudarjeno področje merjenja. Dosežek 501 točk je statistično pomembno višji od povprečja OECD (494 točk) (Štraus idr., 2013). 80 odstotkov slovenskih 15-letnikov dosega raven temeljnih matematičnih kompetenc (druga raven), največji delež jih dosega tretjo raven (24%), najvišjo raven (šesto raven) pa dosega 3 odstotke slovenskih 15-letnikov. Glede na matematične procese, ki so jih uporabljali pri reševanju nalog, so slovenski 15-letniki dosegli najboljše rezultate pri nalogah, ki so zahtevale uporabo matematičnih konceptov, dejstev, postopkov in sklepanj, med matematičnimi vsebinami pa so najbolj reševali naloge na področju *Liki in telesa* ter *Količine*, slabše pa naloge na področju *Spremenljivke in odnosi* ter *Verjetnost in delo s podatki*. Slovenska dekleta se v povprečnem matematičnem dosežku niso pomembno razlikovala od fantov (OECD, 2013; Štraus idr., 2013).

V raziskavi PISA 2012 so 15-letniki po dvournem reševanju nalog izpolnjevali tudi vprašalnik (30 min.), ki vsebuje vprašanja o pogojih, v katerih živijo udeleženci raziskave, učnih navadah, uporabi informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT), odnosu do učenja ter zavzetosti oziroma motivaciji za učenje in nadaljnje izobraževanje. Med drugim vprašalnik meri tudi osebna prepričanja na področju matematike: matematično samoučinkovitost (prepričanja mladostnikov, da zmorejo učinkovito reševati matematične probleme in premagovati težave, ki pri tem nastajajo), matematično samopodobo (zaupanje v svoje matematične kompetence) ter matematično anksioznost.

V nadaljevanju predstavljamo rezultate slovenskih 15-letnikov na področju matematične anksioznosti ter njene povezanosti z matematično pismenostjo v primerjavi s povprečjem rezultatov 15-letnikov vseh OECD držav, vključenih v študijo. Omenjene rezultate povzemamo po poročilu OECD (2013): *PISA 2012 Results: Ready to learn. Students' engagement, drive and self-beliefs. Volume III. PISA: OECD Publishing.*

Matematično anksioznost so v raziskavi PISA 2012 ugotavljali s pomočjo petih trditev, ki se nanašajo na doživljanje zaskrbljenosti, napetosti in nemoči pri pouku matematike, v situacijah reševanja matematičnih problemov in ocenjevanja znanja pri matematiki. Omenjenih pet trditev je združenih v *Indeks zaskrbljenosti glede matematike*, ki je standardiziran indeks na ravni držav OECD s povprečjem 0 in standardnim odklonom 1. Pozitivne vrednosti indeksa pomenijo, da doživljajo 15-letniki

neke države v povprečju višjo matematično anksioznost, kot jo v povprečju doživljajo 15-letniki iz držav OECD, vključenih v študijo. Negativne vrednosti indeksa pa pomenijo, da doživljajo 15-letniki neke države v povprečju nižjo matematično anksioznost, kot jo v povprečju doživljajo 15-letniki iz držav OECD, vključenih v študijo. Slovenski 15-letniki so v primerjavi z vrstniki iz držav OECD v povprečju nekoliko bolj matematično anksiozni (vrednost Indeksa zaskrbljenosti glede matematike je 0,07), nadpovprečna vrednost Indeksa zaskrbljenosti glede matematike je značilna tako za dekleta na ravni OECD povprečja (0,14) kot za slovenska dekleta (0,15). Doživljanje matematične anksioznosti je pri slovenskih fantih višje (-0,01), kot je to ugotovljeno za povprečnega fanta OECD držav (-0,15).

V tabeli 1 so predstavljeni odstotki odgovorov 15-letnikov na trditve o doživljanju matematične anksioznosti. Primerjali smo rezultate slovenskih 15-letnikov s povprečnim rezultatom OECD držav (celoten vzorec ter dekleta in fante posebej). V splošnem se kaže, da se matematična anksioznost (tako na ravni povprečja OECD kot pri slovenskih 15-letnikih) najbolj izraža v zaskrbljenosti glede pričakovane zahtevnosti pouka matematike in možnosti slabe ocene pri predmetu. Približno 60 odstotkov vključenih 15-letnikov je tako odgovorilo, da se popolnoma strinjajo oziroma strinjajo s trditvijo, da jih pogosto skrbi, da bo pouk matematike zanje zahteven. Še nekoliko višji je odstotek tistih, ki se popolnoma strinjajo oziroma strinjajo s trditvijo, da jih skrbi možnost slabe ocene pri matematiki. Približno 30 odstotkov 15-letnikov (tako na ravni povprečja OECD kot v slovenskem vzorcu) pa poroča, da so napeti, ko morajo narediti matematično nalogo in se počutijo nemočne, ko rešujejo matematični problem. Prav tako približno 30 odstotkov 15-letnikov na ravni povprečja OECD držav poroča, da so živčni pri reševanju matematičnih problemov, pri slovenskih 15-letnikih pa je ta odstotek še višji. Na ravni povprečja OECD držav dekleta poročajo o višji ravni doživljanja matematične anksioznosti na vseh trditvah Indeksa zaskrbljenosti glede matematike kot fantje. V Sloveniji se statistično pomembne razlike po spolu pojavljajo pri treh trditvah: dekleta v večji meri kot fante skrbi, da bo pouk matematike zanje zahteven in da bodo pri matematiki dobile slabo oceno. Prav tako se v večji meri počutijo nemočne, ko rešujejo matematični problem kot fantje (OECD, 2013, str. 312). Iz rezultatov lahko sklepamo, da je doživljanje anksioznosti pri matematiki dokaj močno prisotno pri mladostnikih po vsem svetu, v Sloveniji pa je to doživljanje še močnejše izraženo. Mladostniki zlasti pogosto anticipirajo možne negativne posledice, ki se lahko zgodijo pri pouku matematike (npr. pričakovana zahtevnost snovi, ki posledično lahko pomeni nerazumevanje snovi in manj učinkovito sledenje pouku) ter negativne posledice ocenjevanja znanja pri predmetu (tj. slaba ocena). Manj pa je pri mladostnikih prisotno emocionalno neugodje v dejanskih situacijah reševanja matematičnih problemov. Kot je bilo ugotovljeno že v preteklih raziskavah na nereprezentativnih nacionalnih vzorcih, tudi PISA 2012 kaže na močnejšo izraženost anksioznosti pri matematiki pri dekletih kot fantih v vseh OECD državah, razen Turčije (povprečna standardizirana vrednost razlike je bila -0,39). V slovenskem kontekstu je ta razlika nižja (standardizirana vrednost razlike je -0,17), vendar vseeno zaskrbljujoča. V matematični pismenosti se namreč slovenska dekleta pomembno ne razlikujejo od fantov, hkrati pa kar 70

odstotkov slovenskih 15-letnic skrbi, da bodo dobile slabo oceno pri matematiki. Prav tako so slovenska dekleta manj motivirana za učenje matematike, imajo bolj negativna prepričanja o lastnih zmožnostih na področju matematike, v prihodnosti pa imajo v manjši meri namen ukvarjati se z matematiko kot fantje (Štraus idr., 2013).

Tabela 1: Odgovori udeležencev raziskave PISA 2012 na trditve o doživljanju matematične anksioznosti (v odstotkih)

	<i>Pogosto me skrbi, da bo pouk matematike zame zahteven.</i>	<i>Ko moram narediti matematično domačo nalogo, postanem zelo napet/-a.</i>	<i>Pri reševanju matematičnih problemov postanem živčen/-na.</i>	<i>Ko rešujem matematičen problem, se počutim nemočen/-na.</i>	<i>Skrbi me, da bom pri matematiki dobil/-a slabe ocene.</i>
OECD povprečje (vsi)	59,5	32,7	30,6	29,8	61,4
Slovenija (vsi)	61,3	32,9	38,1	30,1	65,3
OECD povprečje (dekleta)	65,3	35,4	34,3	34,6	67,2
Slovenija (dekleta)	64,7	32,6	39,1	32,7	70,0
OECD povprečje (fantje)	53,7	29,9	26,9	25,2	55,6
Slovenija (fantje)	58,0	33,2	37,0	27,6	60,6

Opomba: V tabeli so prikazani odstotki 15-letnikov, ki so na trditve odgovorili s popolnoma se strinjam ali strinjam se.

Matematična anksioznost in matematična pismenost sta pomembno povezani (v negativni smeri). Na povprečni ravni držav OECD ena enota višje vrednosti Indeksa zaskrbljenosti glede matematike pomeni 34 točk nižji rezultat na testu matematične pismenosti, kar ustreza dodatnemu letu šolanja. V Sloveniji je ta razlika nižja: ena enota višje vrednosti Indeksa zaskrbljenosti glede matematike pomeni 27 točk manj na testu matematične pismenosti (OECD, 2013).

Tabela 2: Povprečni matematični dosežek 15-letnikov, ki se nahajajo v posameznih kvartilih rezultatov Indeksa zaskrbljenosti glede matematike

	<i>1. kvartil</i>	<i>2. kvartil</i>	<i>3. kvartil</i>	<i>4. kvartil</i>
OECD povprečje	542 (0,08)	507 (0,7)	482 (0,7)	456 (0,7)
Slovenija	541 (4,1)	512 (5,3)	495 (4,6)	470 (3,3)

Opomba: V oklepaju so prikazane standardne napake.

Tabela 2 prikazuje povprečno vrednost matematičnih dosežkov 15-letnikov v državah OECD in Sloveniji glede na višino Indeksa zaskrbljenosti glede matematike. Kot je razvidno, matematični dosežek upada od 1. do 4. kvartila rezultatov Indeksa zaskrbljenosti glede matematike. Povprečni matematični dosežek 15-letnikov z najnižjimi rezultati na Indeksu zaskrbljenosti glede matematike (1. kvartil) je 542 točk – povprečje OECD in 541 točk – Slovenija. Omenjen matematični dosežek predstavlja visok dosežek tretje ravni matematične pismenosti (spodnja meja četrte ravni je 545 točk). Povprečni matematični dosežek 15-letnikov z najvišjimi rezultati na Indeksu zaskrbljenosti glede matematike (4. kvartil) je 456 točk – povprečje OECD in 470 točk – Slovenija. Omenjena matematična dosežka predstavljata dosežek druge (temeljne) ravni matematične pismenosti. Iz tega lahko sklepamo, da so bili visoko matematično anksiozni 15-letniki pri reševanju matematičnih nalog v PISA 2012 v povprečju omejeni predvsem na neposredno sklepanje iz situacij in kontekstov, uporabo enega vira informacij in ene vrste predstavitve, uporabo osnovnih algoritmov in formul ter dobesečno interpretacijo rezultatov. Razlike v matematičnih dosežkih med nizko in visoko matematično anksioznimi 15-letniki so na ravni povprečja OECD višje kot v Sloveniji (razlika med 1. in 4. kvartilom mladostnikov glede na njihovo izraženost matematične anksioznosti je 86 točk na ravni povprečja OECD in 71 točk v Sloveniji). Prav tako je odstotek variabilnosti matematičnih dosežkov, ki jo lahko pojasnimo z matematično anksioznostjo višja na ravni držav OECD (14%) kot v Sloveniji (6%). Treba pa je opozoriti, da gre pri odnosu med matematično anksioznostjo in matematično pismenostjo zgolj za korelacijsko povezanost, sklepanje o vzročno-posledičnih odnosih pa sama narava študije PISA 2012 ne omogoča. Prav tako kot nelagodje in zaskrbljenost v situacijah reševanja matematičnih nalog lahko vpliva na raven matematičnih dosežkov, lahko govorimo tudi o obratni zvezi. Mladostniki, ki so slabše matematično pismeni, imajo več izkušenj z negativnimi povratnimi informacijami o svoji uspešnosti, prav tako se tudi dejansko soočajo z nalogami, ki so zanje (pre)zahtevne. Zaradi omenjenih neuspehov ter slabih neposrednih izkušenj v situacijah spoprijemanja z matematičnimi pojmi in nalogami se lahko krepi tudi doživljanje anksioznosti.

6. Sklep

Matematična anksioznost je vrsta anksioznosti v učnih situacijah, ki je razmeroma pogosto prisotna pri učencih. Učenci lahko zaznavajo matematiko kot predmet, ki je zanje zahteven in pri katerem je možnost uspešnosti manj verjetna, povprečna uspešnost pri matematiki pa je tudi dejansko nižja kot pri večini drugih učnih predmetov in se zmanjšuje skozi leta šolanja. Posledično se tako pri pouku matematike in ocenjevanju znanja pojavijo napetosti in skrbi v obliki testno nerelavantnih misli, ki ovirajo osredotočenost pozornosti, sploh na kompleksnejše matematične naloge. Dodatno oviro lahko predstavljajo učiteljev pretirano strog način vodenja razreda,

neustrezna komunikacija z učenci in učne metode, ki zahtevajo aktivno udeležbo pri konstrukciji matematičnega znanja. Tradicionalne učne metode, ki vključujejo predstavitev snovi, demonstracijo s primeri in utrjevanje snovi z matematičnimi vajami, so za anksiozne učence "varnejše", saj dajejo jasno strukturo in vodila pri učenju. Kljub temu pa v razredu ne gre zanemariti tudi problemsko zasnovanih učnih metod, ki vključujejo samostojno odkrivanje matematičnih pravil in zakonitosti ter reševanje matematičnih problemov, ki ne zahtevajo le rutinske uporabe naučenega postopka. Vsekakor pa je treba pri uvajanju takšnih aktivnosti v razredu biti pozoren tudi na anksiozne učence in jim skozi posamezne korake problemskega učenja nuditi oporo in sprotne povratne informacije. Rezultati raziskave PISA 2012 tudi nakazujejo, da so slovenski 15-letniki kljub nadpovprečnim rezultatom v matematični pismenosti glede na povprečje OECD držav nadpovprečno matematično anksiozni. V prihodnje bi zato bilo smiselno raziskati, kje so vzroki za omenjeno diskrepantnost med doživljanjem matematike in uspešnostjo pri tem predmetu.

Melita Puklek Levpušček, Ph.D.

Mathematics' anxiety and mathematics' performance

In the modern world, mathematics has been recognized as a fundamental science domain that underpins research, development, and innovation in many areas of society. Therefore, the objective of school systems all over the world is to educate students at a satisfactory level of numeracy. Reaching this goal is challenging, because the process of acquiring mathematical literacy during the school years interferes with many objective and psychological barriers that adversely affect the performance in mathematics. One of the objective obstacles is the fact that mathematics belongs to a set of school subjects (with their mother language and foreign language), where the average student performance is lower than their overall average performance (Flere, Klanjšek, Musil, Tavčar Kranjc, & Kirbiš, 2009). The authors also found a declining performance in mathematics during school, especially from 10 to 15 years of age (see Martin, Anderson, Bobins, Way, & Vellar, 2012; Puklek Levpušček & Zupančič, 2009). Accordingly, there is empirical evidence that the perception of mathematics as a useful and valued subject as well as students' beliefs about their own abilities in mathematics decline with age (Martin et al., 2012; Wigfield, Eccles, Mac Iver, Reuman, & Midgley, 1991). Expectations about one's own efficiency in learning and perceived importance and usefulness of learning contents represent significant motivational forces that lead students to active engagement in learning and, consequently, to a higher academic achievement (Wigfield & Eccles, 2000). Anxiety may arise when a student perceives the importance of mathematics for his/her future educational path, but believes in the high complexity of mathematics and holds negative self-perceptions about his/her own personal resources to successfully learn mathematics. Mathematical anxiety is characterized by feelings

of tension, distress and worries in situations that require individual's performance in mathematical tasks (Ashcraft, 2002). An anxious student thinks that he/she will not be able to achieve the required level of knowledge in the subject and is concerned about possible failures. Furthermore, highly mathematically anxious students have a strong tendency to avoid mathematics; they choose the courses or studies that are related to mathematics to a lesser extent (Hembree, 1990) and have lower levels of mathematical literacy (Ahmed, van der Werf, Kuyper, & Minnaert, 2013; Hembree, 1990; Ma, 1999). Students with higher levels of mathematics anxiety also have more negative attitudes toward mathematics (Martin et al., 2012) and negative beliefs about their own mathematical abilities (May, 2006). Research has mostly confirmed a negative correlation between mathematical anxiety and mathematical performance. In his meta-analytic study, Hembree (1990) reported an average correlation of $r = -0.34$ between mathematical anxiety and performance in mathematics. In a later meta-analysis, which included only research with samples of primary- and secondary school students, Ma (1999) found that the average student in the group with low mathematics anxiety had a higher score on the mathematics test than 71% of the students in the group with high mathematics anxiety. Two contrasting theoretical models explain the relationship between mathematics anxiety and performance in mathematics. An interference model explains the mathematical anxiety as a disturbance of the recall of prior mathematics' knowledge and experience (Wine, 1971). Anxious individuals divide their attention between their focus on a task and their focus on self-care, physical symptoms, and self-critical thoughts. Because attention is not entirely focused on activities related to the task, this causes poor performance in mathematics. In the deficits' model, Tobias (1985) regarded mathematics anxiety as a consequence of poor mathematics performance in the past and believed that poor performance causes high anxiety. Failure in mathematics happens mainly due to poor learning habits and unsuccessful test strategies and not mathematics anxiety.

Research findings show that mathematical anxiety is higher in girls than boys (Goetz, Bieg, Lüdtke, Pekrun, & Hall, 2013; Hembree, 1990; Hunt, 1985). This difference can be attributed to gender difference in beliefs about one's own learning abilities and performance in mathematics. Some studies have found that perceived self-efficacy in mathematics is lower in girls than boys (Goetz et al., 2013; Pajares and Miller, 1994). More negative self-beliefs in mathematics may be a result of a general opinion in society that mathematics is not a typical domain in which girls can achieve the same level or even get better results than boys. International studies in mathematical literacy (PISA, TIMSS) have shown slightly better mathematical literacy among boys than girls in many countries, but this difference was not confirmed in Slovenian samples of eighth grade students and 15-year-olds (Japelj Pavešič, Svetlik, & Kozina, 2012; Štraus, Šterman Ivančič, & Štigl, 2013). There is also evidence that, at least in the last three years of elementary school, Slovenian girls had higher average grades in mathematics than boys (Flere et al., 2009; Peklaj, Kalin, Pečjak, Valenčič Zuljan, & Puklek Levpušček, 2012; Puklek Levpušček & Zupančič, 2009).

Anxiety interferes with the working memory capacities because anxious individuals focus their attention on intrusive thoughts and concerns and less on the task in hand.

Task-irrelevant thoughts and worries therefore “exploit” a certain part of the attention that an individual needs to effectively tackle the task (Eysenck & Calvo, 1992). In the case of mathematics anxiety, these thoughts are concentrated on preoccupations with one’s own negative attitudes towards mathematics, low self-confidence, time constraints while solving tasks etc. Performance in mathematics largely depends on the level of required participation of ongoing working memory processes in solving tasks. The effect of mathematics anxiety is important when tasks require a high level of working memory involvement.

The Programme for International Student Assessment (PISA) is a worldwide study by the Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD). It measures 15-year-old students’ scholastic performance in mathematics, science, and reading. PISA 2012 had a particular focus on mathematics. The students also filled in a questionnaire that, among others, measured the students’ engagement with and at school, their drive and motivation to succeed, and the beliefs they held about themselves as mathematics learners: the extent to which students believed in their own ability to solve specific mathematical tasks, students’ beliefs in their own mathematics abilities, and feelings of helplessness and stress when dealing with mathematics. Student responses about their feelings of stress associated with anticipating mathematical tasks, anticipating their mathematics performance, and while attempting to solve mathematics’ problems were used to identify the students’ specific level of anxiety towards mathematics and to construct an index of mathematics’ anxiety (OECD, 2013). The results showed that anxiety in mathematics was fairly strongly present in adolescents around the world, while in Slovenia it was even more expressed. Girls showed a higher mathematics’ anxiety than boys in all OECD countries except Turkey (standardized mean difference value was -0.39). In the Slovenian context, this difference is lower (-0.17), but still worrisome. In mathematical literacy, Slovenian girls did not differ from boys. Still, 70% of the Slovenian 15-year-old girls worry that they will receive a bad grade in mathematics. Also, Slovenian girls are less motivated to learn mathematics, they have more negative beliefs about their own abilities in mathematics, and showed less desire to deal with mathematics in their future than boys (Štraus et al., 2013).

LITERATURA

1. Ahmed, W., van der Werf, G., Kuyper, H., Minnaert, A. (2013). Emotions, self-regulated learning, and achievement in mathematics: A growth curve analysis. *Journal of Educational Psychology*, 105, št. 1, str. 150–161.
2. Ashcraft, M.H. (2002). Math anxiety: Personal, educational, and cognitive consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11, št. 5., str. 181–185.
3. Ashcraft, M.H., Kirk, E.P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130, št. 2, str. 224–237.
4. Cates, G.L., Rhymer, K.N. (2003). Examining the relationship between mathematics anxiety and mathematics performance: An instructional hierarchy perspective. *Journal of Behavioral Education*, 12, št. 1, str. 23–34.

5. Clute, P.S. (1984). Mathematics anxiety, instructional method, and achievement in a survey course in college mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 15, št. 1, str. 50–58.
6. Eysenck, M.W., Calvo, M.G. (1992). Anxiety and performance: The processing efficiency theory. *Cognition and Emotion*, 6, št. 6., str. 409–434.
7. Flere, S., Klanjšek, R., Musil, B., Tavčar Kranjc, M., Kirbiš, A. (2009). *Kdo je uspešen v slovenski šoli*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
8. Goetz, T., Bieg, M., Lüdtke, O., Pekrun, R., Hall, N. (2013). Do girls experience more anxiety in mathematics? *Psychological Science*, 24, št. 10, str. 2079–2087.
9. Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, št. 1, str. 33–46.
10. Higbee, J.L., Thomas, P.V. (1999). Affective and cognitive factors related to mathematics achievement. *Journal of Developmental Education*, 23, št. 1, str. 8–24.
11. Hunt, E. (1985). Math anxiety: Where do we go from here? *Focus on Learning Problem in Mathematics*, 7, št. 2, str. 29–40.
12. Jackson, C.D., Leffingwell, R.J. (1999). The role of instructors in creating math anxiety in students from kindergarten through college. *Mathematics Teacher*, 92, št. 7, str. 583–586.
13. Japelj Pavešić, B., Svetlik, K., Kozina, A. (2012). Znanje matematike in naravoslovja med osnovnošolci v Sloveniji in po svetu. Izsledki raziskave TIMSS. Ljubljana: Pedagoški inštitut. Pridobljeno dne 20.01.2014 s svetovnega spleta: <http://www.pei.si/Sifranti/InternationalProject.aspx?id=17>.
14. Ma, X. (1999). A meta-analysis of the relationship between anxiety toward mathematics and achievement. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, št. 5., str. 520–540.
15. Martin, A.J., Anderson, J., Bobis, J. Way, J., Vellar, R. (2012). Switching on and switching off in mathematics: An ecological study of future intent and disengagement among middle school students. *Journal of Educational Psychology*, 104, št.1, str. 1–18.
16. May, D.K. (2006). *Mathematics self-efficacy and anxiety questionnaire*. Neobjavljena disertacija. University of Georgia.
17. Newstead, K. (1995). *Comparison of young children's mathematics anxiety across different teaching approaches*. Neobjavljeno doktorsko delo. Cambridge University.
18. OECD (2013). *PISA 2012 Results: Ready to learn. Students' engagement, drive and self-beliefs. Volume III. PISA: OECD Publishing*.
19. Pajares, F., Miller, M.D. (1994). Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology*, 86, št. 2, str. 193–203.
20. Peklaj, C., Kalin, J., Pečjak, S., Puklek Levpušček, M., Valenič Zuljan, M., Ajdišek, N. (2009). Učiteljske kompetence in doseganje vzgojno-izobraževalnih ciljev v šoli. Ljubljana: Znanstvena založba Filozofske fakultete.
21. Peklaj, C., Kalin, J., Pečjak, S., Valenčič Zuljan, M., Puklek Levpušček, M. (2012). Perceptions of teachers' goals in classroom, students' motivation and their maladaptive behaviour as predictors of high school math achievement. *Studia psychologica*, 54, št. 4, str. 329–344.
22. Puklek Levpušček, M., Zupančič, M. (2009). *Osebnostni, motivacijski in socialni dejavniki učne uspešnosti*. Ljubljana: Znanstvena založba Filozofske fakultete.
23. Richardson, R.C., Suinn, R.M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, 19, str. 551–554.
24. Štraus, M., Šterman Ivančič, K., Štigl, S. (2013). *OECD. PISA 2012*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
25. Tobias, S. (1985). Test anxiety: Interference, defective skills, and cognitive capacity. *Educational Psychologist*, 20, št. 3, str. 135–142.
26. Wigfield, A., Eccles, J.S. (2000). Expectancy-value theory of motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 25, št. 1, str. 68–81.

27. Wigfield, A., Eccles, J.S., Mac Iver, D., Reuman, D.A., Midgley, C. (1991). Transitions during early adolescence: Changes in children's domain-specific self-perceptions and general self-esteem across the transition to junior high school. *Developmental Psychology*, 27, št. 4, str. 552–565.
28. Wine, J. (1971). Test anxiety and direction of attention. *Psychological Bulletin*, 76, št. 2, str. 92–104.
29. Zettle, R.D., Houghton, L.L. (1998). The relationship between mathematics anxiety and social desirability as a function of gender. *College Student Journal*, 32, št. 1, str. 81–87.

Dr. Melita Puklek Levpušček (1970), izredna profesorica za pedagoško psihologijo na Filozofski fakulteti v Ljubljani.

Naslov: Groharjeva 7, 1230 Domžale, Slovenija; Telefon: (+386) 041 596 409

E-mail: melita.puklek@ff.uni-lj.si