PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **15** (1987/1988)
Številka 5
Strani 264–266

Olga Arnuš:

O ZNAMENITI TOČKI TRIKOTNIKA

Ključne besede: matematika, geometrija, trikotnik.

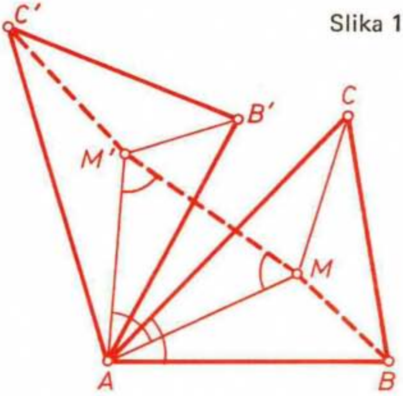
Elektronska verzija: http://www.presek.si/15/909-Arnus.pdf

O ZNAMENITI TOČKI TRIKOTNIKA

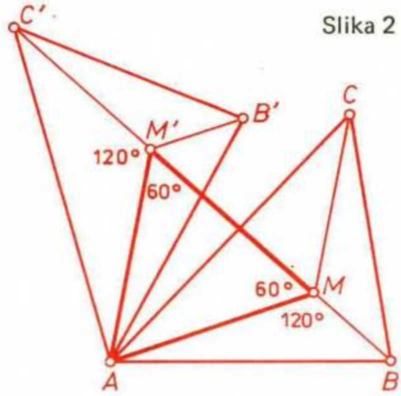
Predstavniki treh tovarn so se dogovorili, da bodo postavili skupno skladišče. Pri prevažanju blaga iz tovarn vanj bi radi imeli najmanjše skupne stroške. To pa pomeni (če druge ovire zanemarimo), da bo morala biti vsota razdalj od skladišča do vseh treh tovarn najmanjša.

Tovarnam priredimo točke A, B in C, skladišču pa točko M. Kako torej določiti M, da bo vsota razdalj od M do oglišč trikotnika ABC najmanjša?

Vsoto dolžin daljic laže opazujemo, če daljice postavimo v zaporedno lego (začetek druge se ujema s koncem prve itd.) . Da bomo to dosegli, zavrtimo trikotnik okrog oglišča A za 60^0. Vrtež ohranja dolžino daljic, torej je trikotnik AMM' enakostraničen in velja $d(M, B) = d(M', B')$, $d(M, C) = d(M', C')$ in $d(A, M) = d(A, M') = d(M, M')$. Spomnimo se, da nas zanima vsota $d(M, A) + d(M, B) + d(M, C)$, ki pa je enaka vsoti dolžin daljic v zaporedni legi: $d(B, M) + d(M, M') + d(M', C')$. Želimo, da bi bila dolžina lomljene črte $BMM'C'$ najkrajša. To bo tedaj, ko bodo točke na isti premici, oziroma ko bo M na daljici BC'. Poglejmo sliko. Ugotovimo, da mora biti točka izbrana tako, da bomo iz točke M videli vsako stranico trikotnika pod kotom 120^0



Slika 1



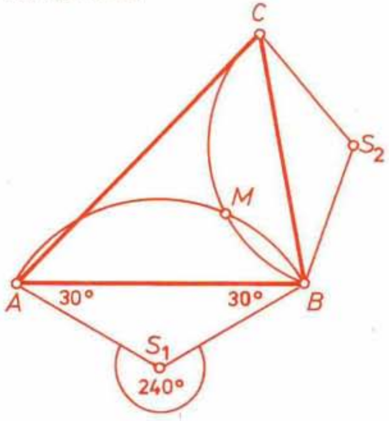
Slika 2

Kako pa tako točko konstruiramo?

Ena možnost: Zavrtimo trikotnik ABC okrog A za 60^0 v trikotnik $AB'C'$; M leži na daljici BC'. Nato zavrtimo trikotnik ABC še okrog B v trikotnik $BC''A''$; M leži na daljici AC''.

Druga možnost: Bralci, ki vedo, da so v danem krogu vsi obodni koti nad istim lokom skladni in je središčni kot dvakrat večji od obodnega, bodo konstrukcijo točke M razbrali iz naslednje slike:

Pa se vprašajmo še, ali ima vsak trikotnik tako točko. Obe zgornji konstrukciji povesta, da je točka v notranjosti trikotnika, če noben kot trikotnika ne meri 120^0 ali več. V nasprotnem primeru je točka *M* kar vrh topega kota.



Slika 3

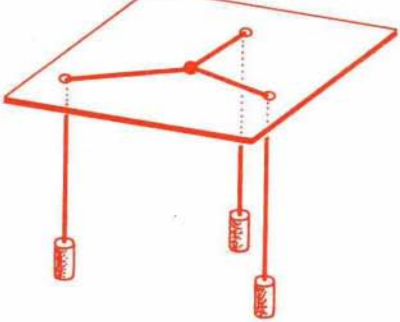
ZA PREDIH – NAGRADNO VPRAŠANJE BRALCEM

Zakaj je tedaj točka M vrh topega kota? Toda, te posebnosti nismo opazili v razmisleku o legi točke M. Je z dokazom kaj narobe? Odgovore na postavljeni vprašanji pošljite na naše uredništvo. Najboljši med njimi bo nagrajen s knjigo J. Rakovec, Osnovni pojmi topologije.

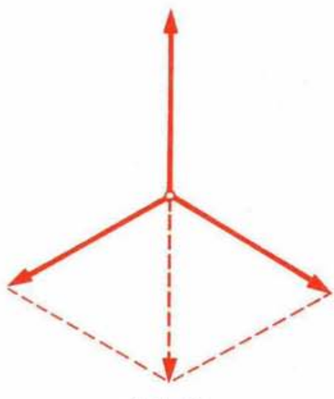
Urednik

Bralci ki so se že kaj ukvarjali z grafi (Presek že več let prinaša prispevke o tej matematični veji), bodo lahko ugotovili, da nam je rešitev našega problema dala Steinerjevo drevo za tri točke.

Rešimo še tole nalogo: Na vodoravni plošči so tri nekolinearne luknjice. Skozi vsako napeljemo vrvico, na vrvice obesimo enake uteži, nad ploščo pa vrvice zvežemo v skupen vozel. Kje se vozel umiri, ko vrvice spustimo, če trenja ni?



Slika 4



Slika 5

Kaj pravi fizika? Luknjice spremene samo smer sile, ne pa velikosti. Na plošči imajo sile smer vrvic. Ker so sile enako velike, je njihova vsota enaka nič, če oklepajo med seboj kote 120^0.

In katera lega je stabilna? Tista, v kateri je potencialna energija najmanjša. Uteži se torej ustalijo najniže, kar se da, zato pa ostane skupna dolžina vrvic na plošči v stabilni legi najmanjša. Pa smo spet pri točki iz prvega problema!

Olga Arnuš

Literatura:

I. Pucelj, I. Štalec, *Geometrija za I. razred gimnazije*, 1966