Höstl

VIERZEHNTER JAHRESBERICHT DER K. K. OBER-REALSCHULE IN GÖRZ.

Am Schlusse des Schuljahres

1874

HERAUSGEGEBEN

VOM DIRECTOR

FERDINAND GATTI

INHALT:

GÖRZ

Gedruckt bei Seitz. – Im Selbstverlage der Lehranstalt.

VIERZEHNTER
JAHRESBERICHT
DER K. K.
OBER-REALSCHULE
IN GÖRZ.

Am Schlusse des Schuljahres

1874

HERAUSGEGEBEN

VOM DIRECTOR

FERDINAND GATTI

INHALT:

GÖRZ
Gedruckt bei Seitz. — Im Selbstverlage der Lehranstalt.

DIE

ELEMENTARGEBILDE IM RAUME

und

ihre Beziehungen unter einander.

EIN BEITRAG ZU DEM UNTERRICHTE DER DARSTELLENDEN GEOMETRIE

IM NEUEREN SINNE

von

CLEMENS BARCHANEK.

Vorbemerkung.

Vorliegender Aufsatz bildet eine Fortsetzung meines vorjährigen, an gleichem Orte veröffentlichten Programmartikels, in welchem der Punkt und die Gerade im Raume, die Ebene und die Axendrehung abgehandelt wurden. Diesem schliessen sich nun an: die Beziehungen der Ebene zu den Bildebenen, einige Eigenschaften, welche aus der Lage ebener Gebilde abgelesen werden und endlich die Beziehungen der Punkte, der Geraden und der Ebenen unter einander.

Bei diesem Unterrichtsgange, welchen ich hiemit dem Urtheile meiner geehrten Fachcollegen empfehle, leitete mich die doppelte Aufgabe, welcher die darstellende Geometrie an unseren Realschulen gerecht werden soll. In formaler Hinsicht hat sie das natürliche Anschauungsvermögen zu einem vernünftigen Sehen und zu einer richtigen Auffassung des Raumes zu erziehen, die productive Kraft der Phantasie zu bilden, den Schüler zu einem klaren Bewusstsein des Wie und Warum seines Thuns zu erheben und ihn zu befähigen, sich seinen Gegenstand auch ohne äussere Mittel stets anschaulich und klar vorzustellen, wodurch die Gedankenconcentration mehr geübt wird, als dies durch eine andere Disciplin erreicht werden kann. — Nur dann, wenn der Unterricht alle diese Momente gebührend berücksichtigt, nimmt die darstellende Geometrie neben den anderen Lehrgegenständen, welche auf die allgemeine Bildung des Iünglings abzielen, einen würdigen Platz ein.

In materieller Beziehung muss das erworbene Wissen ein wirkliches Können vermitteln: eine Fertigkeit in der Auffassung der räumlichen Dinge nach Gestalt Lage und Grösse und ihre Darstellung in solchen Bildern, aus denen ein jeder mit der Wissenschaft Vertraute nicht nur zu einer klaren Vorstellung derselben gelangen, sondern auch alle Abmes-

sungen vornehmen kann, welche zu ihrer Darstellung nötig sind. In dieser Beziehung bildet die darstellende Geometrie eine treffliche und unerlässliche Vorbereitung für die technischen Hochschulen, erleichtert und befördert das Studium vieler mathematischer Disciplinen und hat auch für jene, welche unmittelbar die Bahn der Praxis betreten, einen dauernden Wert.

Von dieser Anschauung ausgehend, war ich bemüht, jede vorgelegte Frage von verschiedenen Gesichtspunkten zu beleuchten, den Lehrstoff naturgemäss und lückenlos zu entwickeln und jeden Schritt nach vorwärts strenge und überzeugend zu erweisen. Die einfachsten Fälle und die günstigsten Annahmen bilden stets den Ausgangspunkt und werden wo möglich so zurechtgelegt, dass auch andere und schwierigere Fälle bei geeigneter Transformation darauf zurückgeführt werden können. Die Aufgaben, welche einem jeden Absatze folgen, nehmen eine stete Rücksicht auf die Befestigung des bereits vorgetragenen Lehrstoffes und verdienen volle Beachtung, wenn der Schüler zu einer Selbständigkeit und Freiheit gelangen soll. Mit grosser Vorliebe stelle ich solche Aufgaben, wo dem Schüler die geringste Willkür gestattet und wo, ich möchte sagen, jeder Schritt und Tritt örtlich, fach- und sachgemäss bedingt ist, damit die Denkkraft stets rege erhalten werde. Bei manchen Aufgaben kommen Bedingungen vor, welche lebhaft an die Geometrie des Masses erinnern. Dadurch will ich keineswegs unnützen Kram in die darstellende Geometrie einschmuggeln, sondern lediglich das harmoniche Ineinandergreifen verwandter Fächer betonen, welches allein dem strebsamen Lehrer eine reife Frucht und einen wahrhaft zu belobenden Erfolg sichert.

Die einfache Auflösung der Aufgabe: eine Gerade zu ziehen, welche *mit den Projectionsebenen gegebene Winkel einschliesst, dürfte nicht ohne Interesse und in didaktischer Beziehung nicht ohne Bedeutung sein, weil diese Aufgabe nun unmittelbar dort zum Vortrage gelangen kann, wo von der Neigung der Geraden zu einer Bildebene die Rede ist.*

Aus der Lage der ebenen Gebilde können einige Eigenschaften unmittelbar abgelesen werden, welche eben noch hinreichen, zu zeigen. wie schön die Projectionen derselben zusammenhängen, wie sie von der Affinitätsaxe beherrscht werden und wie diese zur Auflösung mancher Aufgabe mit Geschick benützt werden kann. Ich erinnere z. B. an einen Winkel, dessen Ebene doppelt geneigt ist und der sich in beiden Bildebenen als ein Rechter projiciren soll, eine fruchtbare Aufgabe, die mich bereits vielfach unterhalten und von der ich hier eine sehr einfache Auflösung gebe.

Bei dem weiteren Unterrichtsgange, wie ich ihn im Sinne habe und hier nicht weiter besprechen kann, mache ich von den Eigenschaften der Lage nur dort Erwähnung und Gebrauch, wo dieselben knapp am Wege des vorgeschriebenen Lehrplanes liegen und von selbst in die Augen springen, wie z. B. Pol und Polare bei der Kreislinie, so wie einige Eigenschaften derselben, welche durch das Projiciren nie verloren gehen; die Lage der Erzeugenden und die Eigenschaften der ebenen Schnitte bei Strahlen - und Umdrehungsflächen. Dieses Wenige aus der Geometrie der Lage reicht aber bei geschickter Behandlung hin, den Lehrstoff zu concentrieren und zu erleichtern, die Auflösung vieler wichtiger Aufgaben zu vereinfachen und neues, reges Leben in den geometrischen Unterricht zu bringen. Der Gegenstand wird intensiv durchgearbeitet und der Schüler ganz unbewusst für die Lehren der neueren Geometrie, welche immerhin ein Gegenstand der Hochschulen bleiben sollen, empfänglich gemacht. Ob diese Prädispo-

sition nenneswert ist, darüber urtheile der, der die neuere Geometrie ernstlich betrieben und sich noch zu erinnern weiss, wie bald und wie leicht er sich mit derselben befreundet hat.

Nachdem eine geeignete Betrachtung der erwähnten Eigenschaften der Lage — natürlich am rechten Orte, in entsprechender Weise und im richtigen Masse — so vielseitige Vortheile gewährt und noch überdies zugegeben werden muss, dass hiedurch der Gegenstand nicht erschwert, die Klarheit des Vortrags und die gründliche Einsicht gefördert und der vorgeschriebene Lehrstoff durch dieses Hilfsmittel viel eher, leichter und erfolgreicher bewältigt wird: dann kann wohl mit Zuversicht angenommen werden, dass der Unterricht der darstellenden Geometrie im neueren Sinne sich alsbald vielseitiger Sympathien erfreuen und demselben die gebührende Anerkennung auch in den weitesten Kreisen nicht versagt werden wird.

Görz im Juli 1874.

CLEMENS BARCHANEK.

Spuren gegebener Ebenen zu finden.

Ist eine Ebene durch irgend welche Bestimmungsstücke gegeben und es sollen die Spuren derselben bestimmt werden, so überlege man, dass die Spur einer Ebene eine Gerade ist und dass eine Gerade durch zwei Punkte oder durch einen Punkt und die Richtung (den unendlich fernen Punkt) vollkommen bestimmt ist. Daraus ergiebt sich unmittelbar das Verfahren, die Spuren einer Ebene zu finden.

Man wähle in der gegebenen Ebene zwei geeignete Gerade und suche die Spurpunkte derselben, wodurch die Spur der Ebene bestimmt ist. In manchen Fällen sind in den Bestimmungsstücken zwei Gerade bereits enthalten, deren Spurpunkte sich benützbar und sicher ergeben. Wenn dies nicht der Fall ist, so construire man zwei beliebige Gerade in der gegebenen Ebene, welche dem geforderten Zwecke entsprechen. Mit Vortheil können Spurparallele benützt werden, weil sie die Richtung der Spur unmittelbar angeben.

Es sei Fig. 1 eine Ebene durch ein Paar sich schneidender Geraden $\mathfrak{p}$ und $\mathfrak{q}$ gegeben; es sind die Spuren derselben zu suchen. Fig. 1.

Bezeichnen wir diese Ebene kurzweg mit $\mathfrak{u}$ und suchen zuvor $\overline{\mathfrak{u}}_1$, die erste Spur derselben. In unserem Falle liegen die gegebenen Geraden $\mathfrak{p}$ und $\mathfrak{q}$ so günstig, dass sich ihre Spurpunkte benützbar ergeben; folglich benützen wir dieselben. Wir bringen $\mathfrak{p}_2$ zum Schnitte mit der Bildaxe und erhalten bekanntlich $\mathfrak{a}_2$, das zweite Bild des ersten Spurpunktes; $\mathfrak{a}_1$ liegt zugeordnet und in $\mathfrak{p}_1$. Eben so erhalten wir $\mathfrak{b}_2$ und $\mathfrak{b}_1$. Durch $\mathfrak{a}_1$ und $\mathfrak{b}_1$ ist $\overline{\mathfrak{u}}_1$ bestimmt, deren Schnittpunkt mit der Bildaxe den Axenpunkt $\mathfrak{A}$ giebt, von welchem wir bereits wissen, dass er ein Punkt der zweiten Spur ist. $\overline{\mathfrak{u}}_2$ ergiebt sich sofort, wenn wir etwa von $\mathfrak{p}$ den zweiten Spurpunkt $\mathfrak{c}_2$ suchen. Hätten wir noch überdies $\mathfrak{d}_2$, den zweiten Spurpunkt von $\mathfrak{d}$ gesucht, so muss derselbe auch in $\overline{\mathfrak{u}}_2$ liegen und wir könnten denselben entweder als Controlpunkt für die Richtigkeit der Construction benützen, oder er ist für uns von besonderem Belang, wenn der Axenpunkt $\mathfrak{A}$ unbenützbar liegt.

Die erste Spur einer Ebene wird gefunden, wenn man zwei beliebige Gerade dieser Ebene mit der ersten Bildebene zum Schnitt bringt.

Wie findet man die zweite Spur einer Ebene?

Fig. 2. In Fig. 2 sollen die Spuren einer durch die zwei parallelen Geraden **p** und **q** bestimmten Ebene **u** gesucht werden, unter der Voraussetzung, dass die Spurpunkte der Geraden **q** unbenützbar liegen. Wir suchen von **p** den ersten Spurpunkt $\mathbf{a}_1$ und erhalten einen Punkt von $\overline{\mathbf{u}}_1$. Weil der erste Spurpunkt der Geraden **q** nicht benützt werden kann, so müssen wir eine beliebige Gerade in der Ebene **u** derart ziehen, dass sich ihr Spurpunkt benützbar ergiebt. Noch besser und sicherer gehen wir vor, wenn wir die Richtung der ersten Spur suchen, indem wir uns eine beliebige Einserspurparallele **r** in der Ebene **u** construiren. Da haben wir bekanntlich $\mathbf{r}_2$ parallel zur Bildaxe zu ziehen. α_2 und β_2 sind die zweiten Bilder der Schnittpunkte mit **p** und **q**, deren erste Bilder α_1 und β_1 zugeordnet und in $\mathbf{p}_1$ und $\mathbf{q}_1$ liegen und bestimmen $\mathbf{r}_1$, das erste Bild der Einserspurparallelen; $\overline{\mathbf{u}}_1$ geht durch $\mathbf{a}_1$ und parallel zu $\mathbf{r}_1$. Sucht man noch von der Geraden **p** den zweiten Spurpunkt $\mathbf{b}_2$, so ist auch die zweite Spur bestimmt.

Ergäben sich von den beiden Geraden **p** und **q** die Spurpunkte unbenützbar, so müsste zuvor eine Gerade in dieser Ebene so construirt werden, dass sich wenigstens einer ihrer Spurpunkte benützbar ergiebt.

Aufgaben. 1. Zwei zur Bildaxe parallele Gerade **p** und **q** sind gegeben; man bestimme die Spuren der durch diese Geraden bestimmten Ebene.

2. Zwei sich schneidende Gerade **p** und **q** sind gegeben; **p** sei parallel zur ersten und **q** parallel zur zweiten Bildebene. Man suche die Spuren dieser Ebene.

3. Eine doppelt geneigte Gerade **p** und ein ausserhalb liegender Punkt **a** sind gegeben; man bestimme die Spuren der durch **a** und **p** bestimmten Ebene.

4. Ein Raumdreieck sei durch die Bilder gegeben; man suche die Spuren der Dreiecksebene.

5. Drei Punkte **a**, **b** und **c** sind im Raume gegeben: **a** liege eben so hoch ober der ersten als hinter der zweiten Bildebene, **b** liege eben so tief unter der ersten als vor der zweiten Bildebene und **c** liege in der Axe. Man suche die Spuren der durch **a**, **b**, **c** bestimmten Ebene.

6. Zwei auf der ersten Bildebene senkrecht stehende Gerade sind gegeben: man suche die Spuren ihrer Ebene.

7. Man suche die Spuren einer durch drei Punkte **a**, **b** und **c** bestimmten Ebene: **a** liege in der zweiten, **b** in der ersten Bildebene und **c** in der Axe.

Die dritte Spur einer gegebenen Ebene zu finden.

Wir wollen diese Aufgabe wegen ihrer besonderen Wichtigkeit für sich betrachten, obwohl sie als spezieller Fall in der vorigen enthalten ist.

Soll die dritte Spur einer Ebene gesucht werden, so wähle man in derselben zwei beliebige Gerade und suche die dritten Spurpunkte derselben.

In Fig. 3 ist eine Ebene **u** durch ein Paar paralleler Geraden **p** und **q** bestimmt und eine Bildebene Drei wurde der ersten beliebig zugeordnet; es soll $\overline{u}_3$ gesucht werden. Aus der Zuordnung der dritten Bildebene sehen wir unmittelbar ein, dass wir in jenen Punkten α_1 und β_1, wo p_1 und q_1 die Axe ${}_1X_3$ schneiden, die ersten Bilder der dritten Spurpunkte von **p** und **q** erhalten, deren zweite Bilder α_2 und β_2 in den Ordinalen und in p_2 und q_2 liegen. Suchen wir nun nach den uns hinlänglich bekannten Ordinatengesetzen α_3 und β_3, so haben wir die dritten Spurpunkte von **p** und **q**, wodurch $\overline{u}_3$ vollkommen bestimmt ist. Fig. 3.

Eine doppelt geneigte Ebene **u** sei durch die Spuren gegeben, Fig. 4; eine dritte Bildebene wurde ganz allgemein der ersten zugeordnet. Man suche $\overline{u}_3$. Der Schnitt von $\overline{u}_1$ mit ${}_1X_3$ giebt den Axenpunkt **A**, welcher der dritten Spur eigen ist; wir haben somit noch einen zweiten Punkt von u_3 zu suchen. Fig. 4.

Zu diesem Behufe werde eine beliebige Gerade in der Ebene **u** angenommen; wir nehmen der Einfachheit wegen die Spurparallele **p** an. Der Schnitt von p_1 mit ${}_1X_3$ giebt b_1, das erste Bild des dritten Spurpunktes; b_2 liegt in der Ordinale und in p_2. Sucht man hierauf von **b** das dritte Bild b_3, so hat man einen 2ten Punkt von $\overline{u}_3$.

Es ist nun hinreichend klar, wie man eine beliebige Spur einer Ebene findet. Hätten wir beispielsweise die vierte Spur einer Ebene zu suchen, so nehmen wir in der gegebenen Ebene zwei beliebige Gerade an und suchen die vierten Spurpunkte derselben. Wie wir aus zugeordneten Bildern das dritte und das vierte Bild eines Punktes finden, ist bereits bekannt.

Aufgaben. 1. Eine Ebene sei durch ein Paar sich schneidender Geraden gegeben; man führe eine dritte Bildebene ganz beliebig ein, ordne sie der ersten zu und suche die dritte Spur der gegebenen Ebene.

2. Eine doppelt geneigte Ebene **u** sei durch die Spuren gegeben; man führe eine dritte Bildebene senkrecht auf die Bildaxe ein, ordne sie der zweiten Bildebene zu und suche $\overline{u}_3$.

3. Ein Parallelogramm im Raume sei durch die Bilder gegeben; man führe eine dritte Bildebene senkrecht auf ${}_1X_2$ ein, ordne sie der ersten Bildebene zu und suche die dritte Spur der Ebene des Parallelogrammes.

4. Eine Ebene **u** sei bestimmt durch die Bildaxe und einen ausserhalb liegenden Raumpunkt **a**. Man führe eine dritte Bildebene senkrecht auf die Bildaxe ein, ordne sie einmal der ersten und dann der zweiten Bildebene zu und suche jedesmal die dritte Spur der Ebene **u**.

Eine dritte Bildebene senkrecht auf eine gegebene Ebene einzuführen.

Die besonderen Eigenschaften einer projicirenden Ebene vereinfachen in den meisten Fällen die grafischen Operationen aussserordentlich; es erscheint demnach sehr wünschenswert, einen jeden Fall auf jenen zu reduciren, wo die gegebene Ebene zu einer projicirenden wird. Durch diese Transformation suchen wir dem orthogonal projicirenden Auge jene Lage anzuweisen, von wo aus dasselbe die gegebene Ebene in der möglichst einfachsten Weise abbildet, was offenbar dann der Fall ist, wenn das Bild der Ebene ein Strahl ist. Wir erinnern uns, dass bei einer projicirenden Ebene die zugeordnete Spur auf der Bildaxe senkrecht steht und wenn wir demnach eine dritte Bildebene senkrecht auf eine gegebene einführen, so muss eben dieses Merkmal eingehalten werden.

Fig. 5. In Fig. 5 sei eine Ebene **u** durch die Spuren gegeben; es soll eine dritte Bildebene senkrecht auf **u** eingeführt werden. Zuerst müssen wir uns entscheiden ob die dritte Bildebene der ersten oder der zweiten Bildebene zugeordnet werden soll. Wenn wir das erstere annehmen, so muss ${}_1X_3$ senkrecht auf $\overline{u}_1$ gezogen werden. Der Schnittpunkt **A** giebt den Axenpunkt von $\overline{u}_3$ und wir haben weiter nur noch einen Punkt der dritten Spur zu suchen, was um so leichter geschehen kann, wenn festgehalten wird, dass die Ebene **u** für die dritte Bildebene projicirend ist und demnach das dritte Bild eines jeden in **u** liegenden Punktes in $\overline{u}_3$ liegen muss.

Man nehme etwa in $\overline{u}_2$ einen beliebigen Punkt **a** an und suche sein drittes Bild a_3. Durch **A** und a_3 ist $\overset{0}{\overline{u}}_3$ bestimmt. Der Schüler führe dieselbe Aufgabe nochmals, aber unter der Vorraussetzung aus, dass die dritte Bildebene der zweiten zugeordnet ist.

Wäre die Ebene **u** durch andere Bestimmungsstücke gegeben, so ist es nicht nötig, zuerst ihre Spuren zu suchen; denn wir brauchen nicht die Spur als solche, sondern lediglich die Richtung derselben, um die neue Bildaxe ziehen zu können Die Richtung einer Spur kann durch eine Spurparallele einfach und sicher bestimmt werden.

Fig. 6. In Fig. 6 ist eine Ebene **u** durch ein Paar paralleler Geraden **p** und **q** gegeben; eine dritte Bildebene soll der zweiten zugeordnet und senkrecht auf **u** eingeführt werden.

Die neue Bildaxe muss senkrecht auf der Richtung der zweiten Spur stehen. Wir construiren daher eine beliebige Zweierspurparallele **r** und ziehen ${}_2X_3$ senkrecht auf r_2; sucht man dann von zweien in der gegebenen Ebene liegenden Punkten **a** und **c** die dritten Bilder a_3 und c_3, so ist $\overset{0}{\overline{u}}_3$ dadurch bestimmt.

Wenn wir in diesen Transformationen um einen Schritt weiter gehen, so kommen wir zu der interessanten Aufgabe, eine neue Bildebene einzuführen, welche gleichzeitig auf zwei gegebenen Ebenen senkrecht steht. Wir wollen auf diese Aufgabe bei einer späteren Gelegenheit zurück kommen und bemerken hier noch, dass die erwähnte Transformation schon bei einer Ebene sehr fruchtbar ist und viele constructive Vortheile bringt. Es kann daher dem Schüler dringend empfolen werden, diese Aufgaben an den verschiedenartigsten Beispielen gründlich durchzuarbeiten. Im folgenden mögen einige dieser Aufgaben angedeutet sein

Aufgaben. 1. Eine zur Bildaxe parallele Ebene **u** sei durch die Spuren gegeben. Man führe eine dritte Bildebene senkrecht auf **u** ein, ordne sie einmal der ersten und dann der zweiten Bildebene zu und suche jedesmal die dritte Spur der gegebenen Ebene.

2. Eine Ebene u sei bestimmt durch eine doppelt geneigte Gerade p und einen ausserhalb liegenden Punkt a. Man führe eine dritte Bildebene senkrecht auf u ein, ordne sie der zweiten Bildebene zu und suche $\overset{0}{\overline{u}}_3$.

3. Ein Parallelogramm sei durch die Bilder gegeben. Man führe eine dritte Bildebene senkrecht auf die Ebene des Parallelogrammes ein ordne sie einmal der ersten und dann der zweiten Bildebene zu und suche jedesmal das dritte Bild des Parallelogrammes.

4. Eine Ebene u sei durch ein Paar sich schneidender Geraden p un q gegeben; p werde parallel zur ersten und q parallel zur zweiten Bildebene angenommen. Man führe eine dritte und eine vierte Bildebene senkrecht auf die gegebene Ebene ein; die dritte Bildebene werde der ersten und die vierte der zweiten Bildebene zugeordnet. Es ist $\overset{0}{\overline{u}}_3$ und $\overset{0}{\overline{u}}_4$ zu suchen.

Die Projectionen ebener Gebilde und ihre Eigenschaften der Lage.

In Fig. 7 sei eine Ebene u durch die Spuren und a_1 b_1 c_1, das erste Bild eines in der Ebene u liegenden Dreieckes gegeben; es soll das zweite Bild a_2 b_2 c_2 gesucht werden. Fig. 7.

Liegen zwei Punkte einer Geraden in einer Ebene, so liegt die Gerade selbst in der Ebene. Wir brauchen daher nur die Eckpunkte a, b und c so zu bestimmen, dass sie in der Ebene u liegen.

Wie ein Punkt in einer Ebene angenommen wird, ist uns bereits bekannt. Wir ziehen nämlich durch den Punkt eine beliebige in u liegende Gerade und die Bilder des Punktes liegen dann auf den Bildern dieser Geraden.

Wir legen durch a eine Einserspurparallele p, indem wir durch a_1 den Strahl $p_1 \parallel \overline{u}_1$ ziehen und erhalten n_1 n_2, jenen Punkt wo p die zweite Spur trifft. p_2 geht durch n_2 und parallel zu der Bildaxe. a_2 liegt in einer Ordinale und in p_2.

In derselben Weise könnten wir auch durch die übrigen Eckpunkte des gegebenen Polygons Spurparallele ziehen, und ihre zweiten Bilder suchen, in welchen b_2 und c_2 liegen. Berücksichtigen wir aber, dass das Dreieck a b c in der Ebene u liegt und dass jede Gerade einer Ebene jede andere Gerade derselben Ebene schneidet, so können wir die folgenden Punkte auch noch auf eine andere Art finden. Wird z. B. die Seite ab hinreichend verlängert, so schneidet sie die erste Spur in einem Punkte α, dessen erstes Bild α_1 man unmittelbar durch Verlängerung von a_1 b_1 bekommt. α_2 liegt in der Bildaxe und giebt mit a_2 verbunden das zweite Bild der Geraden a α, auf welcher b liegt. Man ziehe durch b_1 die Ordinale und erhält sofort b_2. Ebenso verlängere man $a\,c$ bis $\overline{u}_1$ in β geschnitten wird und ziehe dann $\alpha_2\ \beta_2$. In dieser Geraden und in der Ordinale liegt c_2 und das zweite Bild des Dreieckes kann nun gezeichnet werden. Für die Genauigkeit der Arbeit diene der Punkt γ als Controlle; denn γ_2 b_2 und c_2 müssen in einer Geraden liegen.

Würden die Seiten des gegebenen Polygons die erste Spur unbenützbar schneiden, so nehme man die zweite Spur zu Hilfe oder ziehe eine geeignete Spurparallele, dass sie eben brauchbare Schnitte liefert.

Betrachten wir in Fig. 7 die Projectionen des in der Ebene u liegenden Dreieckes $a\,b\,c$ als zwei concrete Gebilde, so finden wir, dass einem jeden Punkte in dem einen Gebilde ein ganz bestimmter Punkt in dem anderen entspricht und dass einer jeden Geraden in dem einen Gebilde auch eine ganz bestimmte Gerade in dem anderen entspricht. Jn zwei einander zugeordnete Punkte liegen in einer Ordinale und weil alle Ordinalen parallel sind, so können wir dieselben als projicirende Strahlen ansehen, welche von demselben unendlich fernen Projectionscentrum ausgehen. Liegt ein Punkt auf einer Geraden, so liegen die Bilder des Punktes in den Bildern der Geraden; diesen Satz können wir bei der vorliegenden Betrachtung auch in folgender Fassung aussprechen: „Die einander entsprechenden oder verwandten Punkte liegen in verwandten Geraden und umgekehrt: verwandte Gerade gehen durch verwandte Punkte“. Wir finden weiters an diesen Gebilden noch eine äusserst merkwürdige Eigen-
Fig. 8. schaft, welche wir der Deutlichkeit wegen in Fig. 8 ganz speziell betrachten wollen.

Eine Ebene u sei durch die Spuren gegeben. In dieser Ebene wurde auf die vor erwähnte Weise ein Parallelogramm $a\,b\,c\,d$ durch orthogonal zugeordnete Bilder angenommen. Verlängern wir die einander entsprechenden Geraden $a_1\,b_1$ und $a_2\,b_2$, so schneiden sich dieselben in einem ganz bestimmten Punkte m. Ebenso wurden $c_1\,d_1$ und $c_2\,d_2$ bis zu ihrem Schnittpunkte n verlängert. Dasselbe Verfahren wurde endlich auch auf die einander entsprechenden oder verwandten Geraden $a_1\ d_1$, $a_2\ d_2$ und $b_1\ c_1$, $b_2\ c_2$ angewendet und beziehungsweise die Schnittpunkte r und s gewonnen. Bei richtiger Zeichnung müssen die Punkte m, n, r und s in einer Geraden β liegen, welche durch den Axenpunkt A geht, d. h.: Jn zwei verwandte Gerade dieser zwei Systeme schneiden sich in einer bestimmten Geraden, welche die Begegnungsgerade heissen mag. Gebilde, welche den eben aufgezählten Eigenschaften der Lage entsprechen, erkennen wir als perspectivisch affine Gebilde *). Die Gerade β stellt die Gesammtheit der Bilder

---

*) Die Kenntnis der Gesetze der perspectivischen Affinität und eine recht geläufige grafische Durchübung derselben, kann an dieser Stelle bereits vorausgesetzt werden. Denn nach dem Lehrplane für unsere Realschulen geht der Geometrie im Raume die Lehre von den ebenen Curven voraus und bei geeigneter Behandlung dieses Kapitels muss offenbar die Curve als der geometrische Ort eines Punktes erklärt werden, der sich nach einem bestimmten Gesetze bewegt. Wird der Schüler in dieser Weise denkend mit der Enstehung ebener Gebilde vertraut und hat er bereits gelernt gegebene Bedingungen constructiv zu behandeln, so dürfte gerade hier der geeignete Platz sein, den Schüler anzuleiten, aus einem Gebilde nach gegebenen Bedingungen ein anderes abzu-

jener Punkte vor, welche in der Ebene $\mathfrak{u}$ liegen, von beiden Bildebenen gleich weit abstehen und im zweiten und vierten Raume liegen. Die orthogonal zugeordneten Bilder solcher Punkte fallen bekanntlich nach der Vereinigung der Bildebenen in einen Punkt zusammen.

Wir sehen nun ein, wie diese bemerkenswerte Gerade β die Projectionen aller in der Ebene $\mathfrak{u}$ liegender Gebilde beherrscht. Mit ihrer Benützung können wir die Richtigkeit einer ausgeführten Arbeit prüfen oder, was für uns besonders vortheilhaft ist, wir können die Eigenschaften der Begegnungsgeraden zur Vereinfachung der graphischen Operationen benützen. Im Folgenden werde deshalb gezeigt, wie die Begegnungsgerade einer Ebene leicht gefunden werden kann.

In Fig. 9 sei eine doppelt geneigte Ebene $\mathfrak{u}$ durch die Spuren gegeben; es soll die Begegnungsgerade dieser Ebene gesucht werden. Der Axenpunkt A liegt in $\mathfrak{u}$; er ist sein eigenes erstes und zweites Bild, folglich ist er ein Punkt der Begegnungsgeraden: wir brauchen daher nur noch einen zweiten Punkt derselben zu suchen. Zu diesem Behufe ziehen wir in $\mathfrak{u}$ eine beliebige Gerade, am einfachsten eine Spurparallele $\mathfrak{p}_1$ $\mathfrak{p}_2$ und verlängern die Bilder derselben; der Punkt $\mathfrak{m}$, in welchem der Schnitt erfolgt, ist ein zweiter Punkt der Begegnungsgeraden β. Man trage Sorge, dass die Punkte A und $\mathfrak{m}$ nicht nahe an einander liegen, damit der Fehler den man bei dem Ziehen der Geraden β begeht, möglichst klein werde. Eine Anwendung von der Begegnungsgeraden wollen wir in der folgenden Fig. 10 machen, woselbst eine doppelt geneigte Ebene $\mathfrak{u}$ und das erste Bild einer in $\mathfrak{u}$ liegenden Curve gegeben ist; es ist das zweite Bild derselben zu suchen. Fig. 9. Fig. 10. ×

Wenn das erste Bild eines Punktes gegeben ist, so wissen wir bereits das zweite Bild so zu bestimmen, dass derselbe in einer gegebenen Ebene liege. Wir nehmen daher auf der gegebenen Projection der Curve eine Reihe von Punkten $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{b}_1$, $\mathfrak{c}_1$, $\mathfrak{d}_1$ . . . und suchen der gestellten Bedingung gemäss $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{b}_2$, $\mathfrak{c}_2$, $\mathfrak{d}_2$, ... Verbinden wir die letzteren Punkte durch einen stetigen Linienzug, so erhalten wir die gesuchte zweite Projection der Curve. Damit das Letztere mit völliger Sicherheit geschehe, ist es unerlässlich, in den einzelnen Curvenpunkten die Richtung der Bewegung des beschreibenden Punktes zu kennen, welche offenbar durch die Tangente angezeigt wird.

Behufs der Tangentenconstruction erinnern wir uns, wie nach den Gesetzen der perspectivischen Affinität zu einer Geraden des einen Systems die Verwandte im anderen Systeme gesucht wird. Wollten wir z. B. in dem Punkte $\mathfrak{a}_2$ die Tangente an die gesuchte Projection haben, so ziehen wir in $\mathfrak{a}_1$ mit möglichster Schärfe die Tangente an die gegebene Projection und notiren den Punkt 1, wo die Begegnungsgerade geschnitten wird. 1 mit $\mathfrak{a}_2$ verbunden giebt die gesuchte Tangente im zweiten System;

leiten. Ein geordnetes und reichhaltiges Materiale liefert die Congruenz, die Symmetrie, die Aehnlichkeit und die ähnlichen und ähnlich liegenden Gebilde. Die Erscheinungen am Planspiegel mögen die perspectivisch affinen Gebilde einleiten und erklären. Wir hatten übrigens Gelegenheit uns in dieser Beziehung des Weiteren zu ergehen in dem dreizehnten Jahresberichte der öffentl. Oberrealschule in der innern Stadt Wien (1871): „Das Projiciren und die geometrischen Oerter in der Ebene“.

denn die Gerade 1 a_1 hat mit dem Gebilde des ersten Systems nur ein Element gemein, folglich kann die ihr entsprechende Gerade 1 a_2 mit dem Gebilde des zweiten Systems auch nur ein Curven element gemein haben; warum?

Nachdem auf dieselbe Art eine Reihe von Punkten und Tangenten gefunden worden, kann auch das zweite Bild der Curve mit Sicherheit gezogen werden. Dass hiebei die charakteristischen Curvenpunkte wie z. B. der höchste und der tiefste Punkt, der Wendepunkt u. s. w. besonders berücksichtigt werden müssen, versteht sich von selbst. Die Fig. 10 zeigt im übrigen recht klar die Ausführung und Behandlung der gestellten Aufgabe. Damit die vielseitige Anwendung und Bedeutung der Begegnungsgeraden recht klar werde, mögen noch folgende Aufgaben angeregt werden.

Eine Ebene u und ein in derselben liegender Punkt a sind gegeben
Fig. 11. Fig. 11; man ziehe durch a eine Gerade q, welche in der Ebene u liegt und mit den Bildebenen gleiche Neigungswinkel einschliesst. Wir suchen die Begegnungsgerade β der Ebene u und ziehen durch a_1 einen Strahl q_1 parallel zu β. Soll q_1 das erste Bild einer in u liegenden Geraden sein, so muss q_2 durch a_2 gehen und β in demselben Punkte schneiden wie q_1 d. h. q_2 ist ebenfalls zu β parallel. Von dieser in u liegenden Geraden q behaupten wir, dass sie noch überdies mit den Bildebenen gleiche Winkel einschliesse. Der Beweis hiefür ist sehr leicht zu erbringen. Der Schüler fasse die Fig. 11 näher ins Auge, denke an das erste und zweite Differenzendreieck einer Raumstrecke und bestätige die obige Behauptung selbständig.

Fig. 12. Es sei Fig. 12 eine Ebene u und ein in derselben liegender Punkt a gegeben; man ziehe durch a zwei Gerade p und q, dass sie in der Ebene u liegen und deren Bilder sich in beiden Bildebenen unter einem rechten Winkel schneiden. Überlegen wir, dass die Schnittpunkte von p_1 mit p_2 und q_1 mit q_2 in der Begegnungsgeraden liegen und dass jeder Winkel im Halbkreise ein rechter ist, so kommen wir unmittelbar zu der folgenden Auflösung: Wir suchen die Begegnungsgerade β und schlagen einen Halbkreis, welcher durch a_1 und a_2 geht und dessen Mittelpunkt o in der Begegnungsgeraden liegt. Letzterer wird bekanntlich gefunden, wenn man in dem Halbierungspunkte α der Strecke $\overline{a_1\ a_2}$ eine Normale errichtet und selbe mit β zum Schnitt bringt. Die Punkte wo dieser Halbkreis β schneidet, bezeichnen wir etwa mit m und n. Verbinden wir m mit a_1 und a_2, so erhalten wir p_1 und p_2, die Bilder einer in u liegenden Geraden p. Ebenso giebt n a_1 und n a_2 die Bilder q_1 und q_2 einer zweiten in u liegenden Geraden. Dass die Bilder dieser Geraden normal auf einander stehen, bedarf weiter keines Beweises. Läge der gegebene Punkt a derart, dass sich der erwähnte Halbkreis unbequem und unsicher construiren lässt, so führe man die besagte Construction an einem beliebigen und gegen β günstig liegenden Punkte der Ebene u aus und merke, dass parallele Gerade parallele Bilder haben.

Aufgaben: 1. Es ist die Begegnungsgerade einer durch 3 Punkte a, b und c bestimmten Ebene zu construiren.

2. Zwei zu der Bildaxe parallele Gerade p und q sind gegeben; man suche die Begegnungsgerade der durch p und q bestimmten Ebene.

3. Eine Ebene **u** geht durch die Bildaxe und einen beliebigen Raumpunkt **a**; was lässt sich über die Begegnungsgerade dieser Ebene sagen.

4. Was lässt sich über die Begegnungsgerade einer horizontal - oder vertikal projicirenden Ebene sagen.

5. Eine Ebene, bei welcher die Oberseite der Rückseite gleich ist, sei durch ein Paar sich schneidender Geraden **p** und **q** gegeben; **p** läge in der ersten und **q** in der zweiten Bildebene. Es ist die Begegnungsgerade dieser Ebene zu suchen.

6. In einer doppelt geneigten Ebene **u**, bei welcher die Oberseite gleich der Rückseite ist, werde ein Dreieck gezeichnet, dessen Bilder in beiden Projectionen rechtwinklige Dreiecke sind.

7. In einer doppelt geneigten Ebene **u** werde ein Parallelogramm derart angenommen, dass sich dasselbe in der ersten Bildebene als Quadrat und in der zweiten als Rechteck projicirt.

8. In einer doppelt geneigten Ebene **u** werde ein Dreieck derart angenommen, dass das erste Bild desselben ein gleichseitiges und das zweite ein gleichschenkliges Dreieck sei.

9. In einer doppelt geneigten Ebene, welche durch die Spuren gegeben ist und bei welcher die Oberseite gleich der Rückseite ist, werde ein Parallelogramm derart angenommen, dass beide Bilder desselben Rhomben sind.

10. In einer doppelt geneigten Ebene **u** werde ein Dreieck **a b c** unter folgenden Bedingungen angenommen: Die Ecke **a** liege in der ersten und **b** in der zweiten Spur der Ebene **u** und beide Projectionen sollen gleichschenklige Dreiecke sein.

11. In einer doppelt geneigten Ebene **u** möge ein Viereck so angenommen werden, dass die Bilder desselben Deltoide sind.

12. In einer doppelt geneigten Ebene, bei welcher die Oberseite gleich der Vorderseite ist, soll ein Dreick derart angenommen werden, dass die Bilder desselben rechtwinklige Dreiecke sind; das erste Bild sei noch überdies ein gleichschenkliges Dreieck und eine der Dreieckseiten schliesse mit den Bildebenen gleiche Neigungswinkel ein.

Gebilde von bestimmter Lage und Grösse in gegebenen Ebenen anzunehmen.

Von dem einfachsten Falle ausgehend, nehmen wir Fig. 13 eine Ebene **u** an, welche auf der zweiten Bildebene senkrecht steht. Fig. 13.

In dieser Ebene soll ein seiner Grösse und Lage nach bestimmtes Gebilde angenommen werden. Denken wir uns die Ebene **u** um ihre erste Spur als Drehungsaxe so lange gedreht, bis sie mit der ersten Bildebene zusammenfällt, dann werden wir das fragliche Gebilde in wahrer Grösse sowohl, als auch in der bestimmten Lage gegen die Drehungsaxe erhalten, können somit in der Umlegung dasselbe nach den gegebenen Bedingungen construiren und drehen alsdann die umgelegte Ebene sammt dem Gebilde in die ursprüngliche Lage zurück.

In Fig. 13 soll in der Ebene u ein Quadrat von gegebener Seite construirt werden; der eine Eckpunkt desselben läge in einem bestimmten Punkte a von $\overline{u}_1$ und die Seite a b schliesse mit $\overline{u}_1$ einen gegebenen Winkel ein. Denken wir uns, die gestellte Aufgabe sei bereits ausgeführt und die vorerwähnte Umlegung ebenfalls vollzogen. Bei dieser Drehung bleibt der Punkt a und der Winkel, welchen $\overline{ab}$ mit $\overline{u}_1$ einschliesst unverändert; wir können daher die Umlegung des Quadrates a′ b′ c′ d′ nach den gegebenen Bedingungen zeichnen, welche alsdann um $\overline{u}_1$ als Drehungsaxe in die Urlage zurückzuführen ist. Wenn der Drehungswinkel bekannt wäre, so hätten wir eine der einfachsten und früher ausführlich behandelten Drehungsaufgaben vor uns. Überlegen wir nun, dass die Punkte b′, c′ und d′ in der ersten Bildebene liegen, folglich b'_2, c'_2 und d'_2 in der Bildaxe; $\overline{u}_1$ steht senkrecht auf der zweiten Bildebene, folglich projiciren sich die Bögen, welche b′, c′ und d′ bei der Drehung beschreiben, in der zweiten Bildebene in wahrer Grösse und wo diese $\overline{u}_2$ schneiden, dort erhalten wir b_2, c_2 und d_2, die zweiten Bilder nach bereits vollzogener Drehung, weil eben die Ebene u als vertikal projicirend angenommen wurde; wir sehen somit ein, dass im vorliegenden Falle der stumpfe Winkel, welchen $\overline{u}_2$ mit der Bildaxe einschliesst der Drehungswinkel ist. Die weitere Ausführung dieser Aufgabe ist bekannt. Wann wäre der spitze Winkel, welchen $\overline{u}_2$ mit der Bildaxe einschliesst, als Drehungswinkel aufzufassen?

Wenn wir die Umlegung a′ b′ c′ d′ und das erste Bild a_1 b_1 c_1 d_1 auf einander beziehen, so erkennen wir sofort, dass dies zwei perspectivisch affine Gebilde sind. Je zwei einander entsprechende Punkte liegen in einem projicirenden Strahle senkrecht auf die Drehungsaxe $\overline{u}_1$, welch letztere gleichzeitig als Begegnungsgerade beider Gebilde auftritt.

Auf diesen einfachen Fall, welchen wir so eben betrachtet haben, kann jeder andere zurückgeführt werden, weil wir stets eine dritte Bildebene senkrecht auf die gegebene Ebene u einführen können. Es sei z. B.
Fig. 14. Fig. 14 in der doppelt geneigten Ebene u ein Dreieck a b c von bestimmter Lage und Grösse anzunehmen. Denken wir uns die Ebene u sammt dem Dreiecke abc um $\overline{u}_1$ in die erste Bildebene gedreht, so werden wir in der Umlegung das Dreieck seiner Grösse und relativen Lage gegen die Drehungsaxe nach zeichnen können. Angenommen, a′b′c′ sei die Umlegung des fraglichen Raumdreieckes Alsdann führen wir eine Bildebene Drei senkrecht auf $\overline{u}_1$ ein und ordnen sie der ersten Bildebene zu; es muss sohin ${}_1X_3 \perp \overline{u}_1$ gezogen werden. Nachdem die Sehpfeile angeordnet und $\overset{0}{\overline{u}_3}$ gefunden, so lässt sich mit Hilfe der ersten und dritten Bildebene die vorgelegte Aufgabe leicht auflösen; denn die Ebene u ist für die dritte Bildebene projicirend und wir haben daher den vorbesprochenen Fall vor uns. a_2, b_2 und c_2 liegen in den Ordinalen und die ersten Ordinaten von a, b, und c werden in der dritten Bildebene abgelesen. Wenn wir die Begegnungspunkte α_1, β_1, γ_1, deren zweite Bilder α_2, β_2, γ_2 in der Bildaxe liegen, benützen, so können wir aus den Eigenschaften der Lage die übrigen Punkte finden, nachdem bereits ein Punkt auf die gewöhnliche Art in die Urlage zurückgeführt wurde. Die klare Durchführung der Fig. 14 erkläre das Nähere.

Aufgaben. 1. In einer Ebene **u**, deren Spuren zur Bildaxe parallel sind, liegt ein reguläres Fünfeck, dessen Umfang gegeben ist und eine Seite desselben liege in $\overline{u}_1$. Es sind die orthogonalen Bilder des Fünfeckes zu suchen.

2. In einer doppelt geneigten Ebene **u**, bei welcher die Oberseite gleich der Rückseite ist, liegt ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck vom gegebenen Flächeninhalte; die Endpunkte der Hypothenuse liegen beziehungsweise in der ersten und zweiten Spur der Ebene **u**.

Man construire die Bilder dieses Dreieckes.

3. In einer doppelt geneigten Ebene **u** ist ein Punkt **a**, als die Spitze eines gleichseitigen und in der Ebene **u** liegenden Dreieckes gegeben, dessen Inhalt der Fläche eines gegebenen Quadrates gleich und dessen Basis der ersten Spur $\overline{u}_1$ parallel ist. Es sind die orthogonalen Bilder dieses Dreieckes zu construiren.

4. Zwei parallele und gegen beide Bildebenen geneigte Gerade **p** und **q** sind gegeben. In der durch **p** und **q** bestimmten Ebene werde ein Quadrat gezeichnet, dessen eine Seite in **p** liegt und dessen Inhalt doppelt so gross ist als jenes Quadrat, dessen Seite dem Abstande der Geraden **p** und **q** gleich ist. Man suche die orthogonalen Bilder desselben.

5. Eine doppelt geneigte Gerade **p** und ein ausserhalb liegender Punkt **a** sind gegeben. In der durch **a** und **p** bestimmten Ebene liegt ein reguläres Sechseck, dessen Mittelpunkt **a** ist und eine Seite desselben fällt mit **p** zusammen; es sind die orthogonalen Bilder desselben zu suchen.

6. In einer doppelt geneigten Ebene, bei welcher die Oberseite der Rückseite gleich ist, liegt eine Curve von gegebener Form; man suche die Bilder derselben.

Die wahre Grösse ebener Gebilde zu bestimmen.

In dem vorigen Absatze haben wir gelernt, ein Gebilde nach gegebenen Bedingungen anzunehmen. Die wahre Grösse eines durch seine orthogonalen Bilder gegebenen Gebildes zu bestimmen, ist die Umkehrung der vorigen Aufgabe.

Soll die wahre Grösse eines ebenen Gebildes aus seinen Projectionen bestimmt werden, so suche man eine seiner Spuren und lege dann die Ebene sammt dem Gebilde in die der benützten Spur entsprechende Bildebene um. Hätte man z. B. die erste Spur gesucht, so muss die Umlegung in die erste Bildebene vorgenommen werden; warum?

Gehen wir auf Fig. 13. zurück und fassen die Aufgabe so auf: In der vertikal projicirenden Ebene **u** liegt ein Viereck, dessen Bilder a_1 b_1 c_1 d_1 und a_2 b_2 c_2 d_2 sind; es soll die wahre Grösse desselben bestimmt werden. Man wähle die erste Spur als Drehungsaxe und lege die Ebene **u** sammt dem Viereck **a b c d** in die erste Bildebene um. Je nachdem wir die Umlegung auf die eine oder die andere Seite von $\overline{u}_1$ vornehmen, darnach richtet sich der Drehungswinkel, welcher in diesem speziellen Falle durch die Neigung von $\overline{u}_2$ gegen die Bildaxe bestimmt wird. Das weitere Verfahren ist aus der Lehre über die Axendrehung und aus Fig. 13 selbst klar.

In Fig. 14 ist ein Raumdreieck durch seine orthogonalen Bilder a_1 b_1 c_1 und a_2 b_2 c_2 gegeben; man soll die wahre Grösse von abc bestimmen. Wir suchen zu diesem Behufe die erste Spur der Dreiecksebene, bezeichnen sie etwa mit $\overline{u}_1$ und legen um dieselbe das Raumdreieck in die erste Bildebene um, was auf verschiedene Art ausgeführt werden kann.

So könnten wir z. B. eine dritte Bildebene senkrecht auf die Dreiecksebene u einführen, suchen $\overset{o}{\overline{u}}_3$ und entnehmen aus der dritten Bildebene den Drehungswinkel und die Drehungshalbmesser der umzulegenden Punkte. Durch dieses Verfahren wird dieser Fall auf den vorigen reducirt.

Wir können die Umlegung auch ohne Hilfe der dritten Bildebene vornehmen. Wir ziehen die Spuren der Drehungsebenen und finden mittels Differenzendreiecken die Drehungshalbmesser von a, b und c. Überlegen wir dass die Umlegung a′ b′ c′ und das erste Bild perspectivisch affine Gebilde sind, so brauchen wir nur einen Punkt auf die gewöhnliche Art umzulegen und benützen die Begegnungspunkte α_1 β_1 γ_1, welche nach wie vor der Drehung unverändert bleiben.

Aufgaben. 1. Es ist die wahre Grösse eines durch seine Bilder gegebenen Parallelogramms zu suchen. Man suche zuvor eine Spur der Parallelogrammsebene.

2. Zwei parallele Gerade p und q sind durch die Bilder gegeben; man suche den Abstand derselben. Wir haben diese, sowie einige der folgenden Aufgaben mit Benützung des Satzes, dass das Theilungsverhältnis einer Raumstrecke auf ihre orthogonalen Bilder unverändert übergeht, bereits behandelt. Jetzt mögen dieselben Aufgaben directe mittels Umlegung durchgeführt werden.

In der vorliegenden Aufgabe werde etwa die erste Spur der Ebene p, q gesucht um welche die Umlegung in die erste Bildebene vorgenommen wird, woselbst der Abstand in wahrer Grösse erscheint. Behufs einer recht geschickten Auflösung erinnere sich der Schüler, dass Gerade welche vor der Drehung parallel waren, auch nach der Drehung parallel sind.

3. Eine doppelt geneigte Gerade p und ein ausserhalb liegender Punkt a sind gegeben; es ist der Abstand des Punktes von der Geraden zu bestimmen. Diese Aufgabe ist in derselben Weise wie die frühere zu lösen.

4. Zwei sich schneidende Raumgerade sind durch die Bilder gegeben; es ist die wahre Grösse ihres Neigungswinkels zu suchen.

5. Einen Winkel im Raume zu halbieren. Man suche die Spur der Winkelebene und lege den Winkel in die Bildebene um. In der Umlegung ziehe man die Winkelhalbierende und drehe letztere in die Urlage zurück. Benützt man den Umstand, dass der Punkt, wo die Winkelhalbierende die Umlegungsspur schneidet, bei der Drehung unverändert bleibt, so kann die Auflösung sehr vereinfacht werden.

6. Eine doppelt geneigte Gerade p und ein Punkt a ausserhalb sind durch die Bilder gegeben; es sind die Bilder des von a auf p gefällten Perpendikels zu suchen.

7. Eine doppelt geneigte Gerade p und ein beliebiger Raumpunkt a

sind gegeben. Man suche die Bilder jener Geraden **q** und **r**, welche durch **a** gehen, und **p** unter Winkeln von 60° schneiden.

8. Ein Raumdreieck sei durch die Bilder gegeben; wie gross ist der Radius des umgeschriebenen Kreises?

9. Ein Dreieck sei durch seine orthogonalen Bilder gegeben; man suche die Bilder jener 4 Punkte, welche in der Dreiecksebene liegen und von den Seiten des Dreieckes gleich weit abstehen.

10. Zwei sich schneidende Gerade **p**, **q** und zwei beliebige auf **p** liegende Punkte **a** und **b** sind durch orthogonale Bilder gegeben. Es sind die orthogonalen Bilder jenes auf der Geraden **q** liegenden Punktes **c** zu suchen, welcher von **a** halb so weit entfernt ist als von **b**.

11. Eine doppelt geneigte Ebene **u**, bei welcher die Oberseite der Rückseite gleich ist, sei durch die Spuren gegeben. Es ist die wahre Grösse des von den Spuren eingeschlossenen Winkels zu bestimmen.

12. Ein Raumdreieck sei durch die Bilder gegeben; es sind die Bilder der winkelhalbierenden Transversalen zu suchen.

Schnitt der Geraden mit einer Ebene.

Bevor wir zu der eigentlichen Aufgabe übergehen, wollen wir uns erinnern, dass Gerade, welche ein gemeinsames Bild haben, sich schneiden müssen, weil sie in derselben projicirenden Ebene liegen. In Fig. 15 sind zwei Gerade **p** und **p'** durch ihre orthogonalen Bilder p_1, p_2 und p'_1 p'_2 gegeben. Beide haben ein gemeinsames erstes Bild, folglich liegen sie in einer horizontal projicirenden Ebene und müssen sich schneiden. Der Schnitt von p_2 mit p'_2 giebt a_2, das zweite Bild des Schnittpunktes im Raume. a_1 liegt in der Ordinate und in p_1. Der Schüler betrachte die Zeichnungsfläche als die erste Bildebene, versinnliche sich die Raumgeraden **p** und **p'** und betrachte dieselben so, wie das orthogonal projicirende Auge Eins sieht, (Einserdeckgerade). Fig. 15.

In Fig. 16 sind wieder zwei Gerade **p** und **p'** durch die Bilder gegeben. Weil beide ein gemeinsames zweites Bild haben, so liegen sie in e i n e r vertikal projicirenden Ebene und müssen sich demnach schneiden. a_1 und a_2 sind die Bilder ihres Schnittpunktes. Der Schüler versinnliche sich diese Geraden über der zweiten Bildebene, betrachte sie im Sinne des projicirenden Auges Zwei und gebe an, welchen Eindruck diese Geraden auf das orthogonal projicirende Auge Zwei hervorbringen. (Zweierdeckgerade). Fig. 16.

Es sei Fig. 17 gegeben: eine Ebene, bestimmt durch die parallelen Raumgeraden **p** und **q**; ferner ein Strahl **r**, bestimmt durch seine Bilder r_1 und r_2. Es soll der Schnitt der Geraden **r** mit der durch **p** und **q** bestimmten Ebene gesucht werden. Fig. 17.

Construiren wir eine in der Ebene **p q** liegende Gerade **r'**, welche mit der gegebenen Geraden **r** allenfalls das zweite Bild gemein hat. Nach dieser Annahme fällt r'_2 mit r_2 zusammen. Um **r'** zu finden, halten wir fest, dass **r'** in der Ebene **p q** liegt und dass jede Gerade einer Ebene jede andere Gerade derselben Ebene schneidet. a_2 und b_2 sind mithin die zweiten Bilder der Schnittpunkte von r mit p und q. Die ersten Bilder a_1 und b_1 liegen zugeordnet in p_1 und q_1 und bestimmen sofort r'_1. Die Geraden r und r' müssen sich, wie bereits bekannt, schneiden; c_1 und c_2 sind die Bilder dieses Schnittpunktes. Überlegen wir, dass c sowohl auf r als auch in der Ebene pq liegt, weil eben r' in dieser Ebene construirt wurde, so sehen wir auch ein, dass c der Schnitt der Geraden r mit der durch p und q bestimmten Ebene ist.

Denken wir uns die Ebene pq als undurchsichtig, so theilt c die Gerade r in zwei Halbstrahlen, wovon der eine von dem projicirenden Auge gesehen wird und der andere nicht. Das Bild des sichtbaren Halbstrahles wollen wir voll ziehen und das Bild des anderen soll gestrichelt werden. Zu diesem Behufe versinnlichen wir uns die Lage der Ebene und die Gerade r und merken, dass das, was ober der Ebene pq liegt von dem Auge Eins und das, was voran liegt von dem Auge Zwei gesehen wird. Damit wir aber auch dann, wenn die Gerade zu der Ebene eine geringe Neigung hat, schnell und sicher entscheiden, vergleichen wir die Geraden r und r', welche in derselben Sehebene liegen, mit einander und beobachten, wie das projicirende Auge auf die Bildebene sieht. In Fig. 17 wurde zu r die Zweierdeckgerade r' construirt, mittels welcher wir in Bezug auf die zweite Bildebene einen sicheren Schluss ziehen können. Ein Blick auf die erste Bildebene lehrt, dass die vom projicirenden Auge Zwei kommenden Strahlen (in Fig. 17 durch Pfeile angedeutet) zuerst den Halbstrahl $c_1\ n'_1$ treffen, folglich deckt derselbe den Halbstrahl $c_1\ n_1$. Der erstere liegt in der Ebene pq, somit liegt der letztere hinter derselben und wird von dem Auge Zwei nicht gesehen; das zweite Bild desselben muss strichliert und der andere Theil muss nothwendig voll gezogen werden. Nachdem die Entscheidung in der zweiten Bildebene getroffen wurde, erwägen wir die Hauptstellung der Ebene pq, bei welcher in unserem Falle die Oberseite gleich der Vorderseite ist; was ober der Ebene liegt, liegt gleichzeitig vor derselben, folglich sehen beide projicirenden Augen denselben Halbstrahl.

Fig. 18. Ein Dreieck abc und eine Gerade p sind (Fig. 18) durch die orthogonalen Bilder gegeben; es soll untersucht werden, ob die Gerade p die die begrenzte Ebene abc trifft.

Wir construiren wieder eine Gerade p', welche mit p ein gemeinsammes erstes Bild hat und in der Ebene abc liegt. α_1 und β_1 sind die ersten Bilder der Schnittpunkte von p' mit den Seiten ab und ac, deren zweite Bilder α_2 und β_2 in $a_2\,b_2$ und $a_2\,c_2$ liegen, wodurch p'_2 bestimmt ist. p und p' liegen in derselben horizontal projicirenden Ebene, folglich schneiden sie sich in einem Punkte, dessen Bilder d_2 und d_1 sind Weil d sowohl auf p, als in der Ebene $a\,b\,c$ liegt, so ist er der Schnitt von p mit der Ebene abc und weil derselbe noch überdies auf der Strecke $\alpha\ \beta$ liegt, so liegt er auch auf der begrenzten Ebene. Vergleichen wir weiter die Gerade p mit ihrer Einserdeckgeraden p', so entscheiden wir sofort den sichtbaren Halbstrahl für das projicirende Auge Eins. In der zweiten Bildebene können wir die Lage von p gegen p' beurtheilen, ebenso wie wir uns daselbts versinnlichen können, wie das Auge Eins auf die erste

Bildebene sieht (in Fig. 18 durch Pfeile angedeutet). Erwägen wir dann, dass bei der Dreiecksebene die Oberseite gleich der Rückseite ist, so erkennen wir auch, dass jedes der projicirenden Augen einen anderen Halbstrahl von $\mathfrak{p}$ sieht.

In Fig. 19 ist eine Ebene $\mathfrak{u}$ durch die Spuren und eine Gerade $\mathfrak{p}$ Fig. 19.
durch ihre orthogonalen Bilder gegeben; es ist der Schnitt von $\mathfrak{p}$ mit $\mathfrak{u}$ zu suchen.

Wir construiren zu $\mathfrak{p}$ eine in der Ebene $\mathfrak{u}$ liegende Einserdeckgerade $\mathfrak{p}'$, welche sowohl die erste, als auch die zweite Spur von $\mathfrak{u}$ schneiden muss; $\mathfrak{a}_1$ und $\mathfrak{b}_1$ sind die ersten Bilder der Schnittpunkte. $\mathfrak{a}_2$ liegt in der Bildaxe, weil diese das zweite Bild von $\overline{\mathfrak{u}}_1$ ist und $\mathfrak{b}_2$ in $\overline{\mathfrak{u}}_2$. Der Schnitt von $\mathfrak{p}$ mit $\mathfrak{p}'$ giebt $\mathfrak{c}_1$, $\mathfrak{c}_2$, den Schnitt von $\mathfrak{p}$ mit $\mathfrak{u}$. Stellen wir uns die Lage von $\mathfrak{p}$ gegen die Ebene $\mathfrak{u}$ richtig vor, so können wir auch sofort den sichtbaren Theil von dem gedeckten unterscheiden.

Fiele der Schnitt der Geraden $\mathfrak{p}'$ mit einer der Spuren unbenützbar, so ziehe man zuvor eine geeignete in der Ebene $\mathfrak{u}$ liegende Gerade.

In Fig. 20 ist der Schnitt der Geraden $\mathfrak{p}$ mit der Ebene $\mathfrak{u}$ zu su- Fig. 20.
chen. Wir construiren wieder zu $\mathfrak{p}$ eine in $\mathfrak{u}$ liegende Deckgerade $\mathfrak{p}'$, welche $\overline{\mathfrak{u}}_1$ in $\mathfrak{a}_1$ schneidet; $\mathfrak{a}_2$ ist in der Axe. Die Bildaxe, das erste Bild von $\overline{\mathfrak{u}}_2$ wird von $\mathfrak{p}'$ unbenützbar geschnitten. Wir ziehen daher in der Ebene $\mathfrak{u}$ eine beliebige Einserspurparallele $\mathfrak{q}_1$ $\mathfrak{q}_2$, welche von $\mathfrak{p}'$, weil in derselben Ebene liegend, in dem Punkte $\mathfrak{b}_1$ $\mathfrak{b}_2$ geschnitten wird. $\mathfrak{a}_2$ und $\mathfrak{b}_2$ bestimmen $\mathfrak{p}'_2$, worauf sofort $\mathfrak{c}_2$ und $\mathfrak{c}_1$, die Bilder des gesuchten Schnittpunktes ermittelt werden.

In Fig. 21 ist der Schnitt einer Geraden $\mathfrak{p}$ mit einer Ebene, welche Fig. 21.
auf der zweiten Bildebene senkrecht steht, zu suchen. Nennen wir den Schnitt von $\mathfrak{p}$ mit $\mathfrak{u}$ etwa $\mathfrak{a}$, so muss $\mathfrak{a}_1$ nothwendig in $\overset{o}{\overline{\mathfrak{u}}}_2$ fallen, weil die gegebene Ebene $\mathfrak{u}$ für die zweite Bildebene projicirend ist.

Wir bekommen daher unmittelbar in dem Schnitte von $\mathfrak{p}_2$ mit $\overset{o}{\overline{\mathfrak{u}}}_2$ das zweite Bild des gesuchten Schnittpunktes, $\mathfrak{a}_2$, dessen erstes Bild $\mathfrak{a}_1$ in $\mathfrak{p}_1$ liegt.

Der Schnitt einer Geraden mit einer projicirenden Ebene kann ohne weiterer Construction angegeben werden; wir können aber jeden Fall auf den vorigen zurückführen.

In Fig. 22 sei eine Ebene $\mathfrak{u}$ gegeben, welche durch die Bildaxe und Fig. 22.
den Raumpunkt $\mathfrak{a}$ bestimmt ist; ferner sei eine Strecke $\mathfrak{b}\mathfrak{c}$ durch die orthogonalen Bilder gegeben. Es soll der Schnitt der Strecke $\mathfrak{b}\mathfrak{c}$ mit $\mathfrak{u}$ gesucht werden. Wir führen eine dritte Bildebene senkrecht auf $\mathfrak{u}$ ein und ordnen dieselbe etwa der zweiten Bildebene zu. Man suche $\overset{o}{\overline{\mathfrak{u}}}_3$ und $\overline{\mathfrak{b}_3\mathfrak{c}_3}$ woraus sich sofort $\mathfrak{d}_3$, dann $\mathfrak{d}_2$ und $\mathfrak{d}_1$, die Bilder des gesuchten Schnittpunktes ergeben.

Aufgaben. 1. Zwei sich schneidende und gegen beide Bildebenen geneigte Gerade $\mathfrak{p}\,\mathfrak{q}$ und eine zur Bildaxe parallele Gerade $\mathfrak{r}$ sind gegeben. Es soll der Schnitt der Geraden $\mathfrak{r}$ mit der durch $\mathfrak{p}$ und $\mathfrak{q}$ bestimmten Ebene gesucht werden.

2. Es sind gegeben: zwei Gerade **p** und **q** parallel zur Bildaxe und eine Gerade **r**, parallel zur ersten und geneigt zur zweiten Bildebene. Es ist der Schnitt von **r** mit der durch **p** und **q** bestimmten Ebene zu suchen.

3. Eine Ebene, bei welcher die Oberseite gleich der Vorderseite ist, sei durch die Spuren und eine Gerade **p**, senkrecht auf der zweiten Bildebene, sei durch die Bilder gegeben. Man suche den Schnitt von **p** mit **u**.

4. Gegeben: Die Spuren einer Ebene **u** und die Bilder einer zur Axe parallelen Geraden **p** Es ist der Schnitt von **p** mit **u** zu suchen.

5. Gegeben: Eine Ebene **u**, parallel zur Axe und eine Gerade **p**, ebenfalls parallel zur Axe. Es soll untersucht werden, ob **p** in der Ebene **u** liegt.

6. Eine doppelt geneigte Ebene und eine beliebige Raumgerade sind gegeben. Man untersuche, ob die Gerade zu der Ebene parallel ist.

7. Ein Raumpunkt $\mathbf{a}_1\,\mathbf{a}_2$, das erste Bild $\mathbf{p}_1$ einer beliebigen durch **a** gehenden Geraden und die Spuren einer doppelt geneigten Ebene **u** seien gegeben. Es ist $\mathbf{p}_2$ so zu bestimmen, dass **p** parallel zu **u** sei.

8. Gegeben: Ein leuchtender Raumpunkt **S**, ferner ein System materieller Raumpunkte **a**, **b**, c, . . . und die Spuren einer doppelt geneigten Ebene **u**. Es ist der Schlagschatten von **a**, **b**, **c**, . . . auf der Ebene u zu suchen. Man ziehe zu diesem Behufe von **S** durch **a**, **b**, **c**, . . . Strahlen und bringe sie mit **u** zum Schnitt.

9. Gegeben: Eine Ebene **u** senkrecht auf der ersten und geneigt zur zweiten Bildebene; ferner ein Punkt **a** im Raume. Man ziehe durch **a** jene Gerade **p**, welche zu **u** und zu der ersten Bildebene parallel ist.

10. Es sind vier Raumpunkte **a**, **b**, **c** und **d** gegeben. Man ziehe durch **d** einen Strahl **p**, parallel zur ersten Bildebene, dessen zweite Neigung 60^0 beträgt und suche sodann den Schnitt von **p** mit der durch **a**, **b** und **c** bestimmten Ebene.

Durch eine Gerade eine Ebene zu legen.

Durch eine Gerade können wir unzählig viele Ebenen legen. Man denke sich etwa durch eine Gerade **p** eine Ebene **u** gelegt und um die Gerade **p**, als Drehungsaxe, herumgedreht, so bekommt man eine Vorstellung von all den Positionen jener Ebenen, welche man durch **p** legen
Fig. 23. kann. Sollen wir (Fig. 23) eine beliebige durch **p** gehende Ebene **u** darstellen, so überlegen wir, dass diese Ebene die gegebene Gerade **p** ihrer ganzen Ausdehnung nach, folglich auch die Spurpunkte derselben enthalten muss. Durch den ersten und zweiten Spurpunkt muss beziehungsweise die erste und zweite Spur der Ebene gehen und beide müssen sich in der Bildaxe schneiden. Nach dieser Betrachtung sehen wir ein, wie durch eine Gerade eine Ebene gelegt wird. Wir ziehen Fig. 23 durch den ersten Spurpunkt der Geraden **p** einen beliebigen Strahl und erklären denselben als die erste Spur einer durch **p** beliebig gelegten Ebene. **A**, der Schnitt von $\overline{\mathbf{u}}_1$ mit der Bildaxe und $\mathbf{b}_2$, der zweite Spurpunkt von **p**, bestimmen sofort $\overline{\mathbf{u}}_2$. In dem Falle, wenn der Axenpunkt **A** unbenützbar liegt, kann eine Spurparallele zur Bestimmung der zweiten Spur benützt werden.

In Fig. 24 wurde eine Gerade **p** angenommen, deren Spurpunkte a_1 und b_2 sich auf der Zeichnungsfläche brauchbar ergeben. Durch b_2 wurde $\overline{u}_2$, die zweite Spur einer durch **p** beliebig gelegten Ebene so gezogen, dass sie die Bildaxe in einem unzugänglichen Punkte schneidet; es soll die erste Spur dieser Ebene gesucht werden. Durch a_1 muss $\overline{u}_1$ gehen; wir brauchen demnach nur noch einen Punkt dieser Spur zu bestimmen. Wir nehmen auf **p** einen beliebigen Punkt **c** an und ziehen durch denselben, nachdem die Richtung der zweiten Spur bereits gegeben ist, eine Zweierspurparallele **q** und suchen d_1, den ersten Spurpunkt derselben; a_1 und d_1 bestimmen sofort $\overline{u}_1$. Fig. 24.

In Fig. 25 wollen wir jenen Fall betrachten, wo die Spurpunkte der Geraden **p**, durch welche die Ebene gelegt werden soll, unbenützbar liegen. Wir wählen auf **p** zwei Punkte **a** und **b** und ziehen allenfalls durch a_2 und b_2 die beliebigen Parallel-Strahlen q_2, r_2 und erklären dieselben, wenn sonst keine weitere Bedingung an die Lage der gesuchten Ebene geknüpft ist, als die zweiten Bilder von Zweierspurparallelen, deren erste Bilder q_1 und r_1 durch a_1 und b_1 parallel zur Axe gehen. Die ersten Spurpunkte derselben α_1 und β_1 bestimmen $\overline{u}_1$: die zweite Spur geht durch den Axenpunkt parallel zu q_2. Fig. 25.

Als ganz speziellen und für die Folge sehr wichtigen Fall wollen wir die projicirenden Ebenen hervorheben, welche durch eine Gerade **p** (Fig. 26) gelegt werden können. $\overset{0}{\overline{U}}_1$, die erste Spur der horizontal projicirenden Ebene muss durch p_1 gehen und $\overline{u}_2$ geht durch den Axenpunkt senkrecht auf die Axe. Der Schüler versinnliche sich die Gerade **p** und die Ebene **u** im Raume und erkläre die Nothwendigkeit der angegebenen Thatsache. Fig: 26.

$\overset{0}{\overline{V}}_2$, die zweite Spur der durch **p** gelegten vertikal projicirenden Ebene **V** fällt mit p_2 zusammen und $\overline{V}_1$ geht durch den Axenpunkt senkrecht auf die Bildaxe. Warum?

Aufgaben. 1. Eine gegen beide Bildebenen geneigte Gerade **p**, deren Spuren benützbar liegen, ist gegeben. Durch diese Gerade werde gelegt:

α) Eine Ebene **u**, bei welcher die Oberseite gleich der Vorderseite ist.

β) Eine Ebene **V**, bei welcher die Oberseite der Rückseite gleich ist, und

λ) Eine zur Bildaxe parallele Ebene **W**.

2. Gegeben: Eine Gerade **p**, parallel zur ersten und geneigt zur zweiten Bildebene. Durch **p** soll eine Schar von Ebenen gelegt werden.

3. Durch eine Gerade, geneigt zur ersten und parallel zur zweiten Bildebene, mehrere Ebenen zu legen.

4. Durch eine auf der ersten Bildebene senkrecht stehende Gerade mehrere Ebenen zu legen.

5. Durch eine zur Bildaxe parallele Gerade mehrere Ebenen zu legen. Dieser Fall kann mit Vortheil auf die vorige Aufgabe zurückgeführt werden.

6. Durch eine Gerade in der Ordinallage mehrere Ebenen zu legen.

7. Eine Gerade **p** liege in der ersten und geneigt zur zweiten Bildebene. Man lege durch **p** ein System von Ebenen.

8. Parallel zur ersten und geneigt zur zweiten Bildebene ist eine Gerade **p** so anzunehmen, dass der zweite Spurpunkt derselben unbenützbar liegt. Durch **p** sind mehrere Ebenen zu legen.

9. Durch eine gegen beide Bildebenen geneigte Gerade **p**, welche die Bildaxe schneidet, mehrere Ebenen zu legen.

10. Mehrere Ebenen zu bestimmen, welche durch die Bildaxe gehen.

Die Normalstellung der Geraden zu der Ebene.

Fig. 27. Steht eine Gerade **p** (Fig. 27) normal auf einer Ebene **u**, so steht offenbar eine jede durch **p** gelegte Ebene ebenfalls normal auf dieser Ebene. Unter den vielen durch **p** gehenden Ebenen betrachten wir die horizontal projicirende Ebene **V** etwas näher. Diese Ebene **V** geht durch die Gerade **p** und steht senkrecht auf der ersten Bildebene, folglich geht $\overset{0}{\overline{V}}_{1}$ durch p_1.

Die Ebene **V** steht senkrecht auf **u** und auf der ersten Bildebene, folglich steht sie auch senkrecht auf $\overline{u}_1$, dem Schnitte beider. Wenn $\overline{u}_1$ senkrecht steht auf der Ebene **V**, so steht sie auch senkrecht auf jeder durch den Fusspunkt **A** in der Ebene **V** gezogenen Geraden, mithin auch senkrecht auf $\overset{0}{\overline{V}}_{1}$ und weil p_1 in dieser Spur liegt, so erkennen wir, dass das erste Bild einer auf **u** normal stehenden Geraden auch auf $\overline{u}_1$ normal steht.

Denken wir uns durch **p** eine vertikal projicirende Ebene gelegt und stellen analoge Betrachtungen wie zuvor an, so gelangen wir zu der Erkenntnis, dass auch das zweite Bild einer auf **u** normal stehenden Geraden auf $\overline{u}_2$ normal stehen muss. Die Giltigkeit dieses Satzes lässt sich für jede Bildebene erweisen und wir gelangen zu dem folgenden sehr wichtigen Ergebnis:

Steht eine Gerade senkrecht auf einer Ebene, so steht in jeder Bildebene die Projection der Geraden senkrecht auf der Spur dieser Ebene.

Ist eine Ebene **u** parallel zur Bildaxe, so sind auch ihre Spuren parallel zur Axe und die Bilder einer auf **u** normal stehenden Geraden **p** stehen daher normal auf der Axe. Die Normale **p** ist in der Ordinallage und bleibt durch p_1 und p_2 unbestimmt, weshalb eine dritte Bildebene zu Hilfe genommen werden muss; p_3 muss senkrecht auf $\overline{u}_3$ sein.

Soll auf eine Ebene von einem gegebenen Punkte aus eine Normale gezogen werden, so brauchen wir eigentlich nicht die Spuren als solche, sondern lediglich die Richtungen derselben, auf welchen die Bilder der Geraden senkrecht stehen.

Die Richtungen der Spuren einer Ebene können wir recht einfach durch Spurparallele ermitteln, deren wir uns auch bedienen wollen, wenn die Ebene nicht durch die Spuren, sondern durch irgend andere Bestimmungsstücke gegeben ist.

Es sei Fig. 28 eine Ebene durch ein Paar paralleler Geraden **p** und **q** gegeben; es soll von dem Punkte **a** ein Strahl **s** normal auf diese Ebene gezogen werden. Fig. 28.

s_1 wird durch a_1 senkrecht auf die Richtung der ersten Spur gehen, welche mittels der Einserspurparallelen **r** gefunden wurde. In Fig. 28 wurden **p** und **q** parallel der zweiten Bildebene angenommen, folglich geben p_2 und q_2 unmittelbar die Richtung der zweiten Spur an, auf welcher s_2 senkrecht steht.

Aufgaben. 1. Eine Ebene sei gegeben durch ein Paar sich schneidender Geraden **p** und **q**; man errichte in dem Schnittpunkte dieser Geraden eine Normale auf die Ebene **p q**.

2. Ein Raumdreieck sei durch die orthogonalen Bilder gegeben. Man errichte in dem Schwerpunkte desselben (dem Schnitte der seitenhalbierenden Transversalen) eine Normale auf die Dreiecksebene.

3. Eine zur Bildaxe parallele Ebene sei durch ihre Spuren gegeben; man bestimme den horizontalen Neigungswinkel einer Geraden, welche auf der gegebenen Ebene normal steht.

4. Drei Punkte **a**, **b** und **c** seien durch die orthogonalen Bilder gegeben: man suche einen Punkt **d** derart, dass die Strecke **a d** normal sei zu der durch die Punkte **a**, **b**, **c** bestimmten Ebene und überdies gleich der Strecke **b c**.

5. Eine Ebene **u** geneigt gegen beide Bildebenen, eine horizontal projicirende Ebene **V** und ein Raumpunkt **a** seien gegeben. Man ziehe durch **a** einen Strahl **p** normal auf **u**, einen Strahl **q** normal auf **V** und bestimme sodann den von **p** und **q** eingeschlossenen Winkel.

Abstand eines Punktes von einer Ebene.

Der Abstand eines Punktes von einer Ebene wird gemessen durch die kürzeste Strecke, welche man von dem Punkte zu der Ebene ziehen kann. Soll demnach der Abstand eines Punktes **a** von einer Ebene **u** gesucht werden, so fälle man von **a** einen Strahl **p** normal zu der Ebene **u** und suche dessen Schnittpunkt **b** mit **u**; die Strecke **a b** misst den gesuchten Abstand.

In Fig. 29 ist eine Ebene **u** durch die Spuren und ein Raumpunkt **a** gegeben; es soll der Abstand des Punktes **a** von der Ebene **u** gesucht werden. Wir ziehen durch a_1 und a_2 die Strahlen p_1 und p_2 beziehungsweise senkrecht auf die erste und zweite Spur; das sind bekanntlich die orthogonalen Bilder des Normalstrahles **p**, dessen Schnittpunkt **b** mit der Ebene **u** sodann gefunden wurde. a_1 b_1 und a_2 b_2 sind die Bilder des Abstandes, dessen wahre Grösse a' b' mittels eines Differenzendreiecks bestimmt werden kann. Fig. 29.

Ein besonderes Augenmerk wollen wir jenem Falle zuwenden, wenn die Ebene **u** projicirend ist.

Es sei Fig. 30 der Abstand des Punktes **a** von der horizontal projicirenden Ebene **u** zu suchen. Wir fällen von **a** einen Strahl **p** normal auf **u**. Wo p_1 die erste Spur schneidet, ist unmittelbar q_1, das erste Bild Fig. 30.

des Schnittes von **p** mit **u**; warum? $\mathbf{b}_2$ liegt zugeordnet und in $\mathbf{p}_2$. Die Bilder des Abstandes lassen sich in diesem Falle sehr leicht ermitteln und wenn wir dieselben näher betrachten, so finden wir, dass $\mathbf{a}_1\,\mathbf{b}_1$ unmittelbar die wahre Grösse des Abstandes **a b** angiebt; warum?

Wir könnten uns dieses Ergebnis etwa in folgender Fassung merken: Ist eine Ebene für die n^{te} Bildebene projicirend, so ist der Abstand des n^{ten} Bildes eines Raumpunktes von der n^{ten} Spur gleich dem Abstande dieses Punktes von der Ebene. Jeden anderen Fall können wir auf jenen zurückführen, wo die gegebene Ebene zu einer projicirenden wird; nur müssen wir vorerst eine dritte Bildebene zweckentsprechend einführen.

Fig. 31. Es sei Fig. 31 eine doppelt geneigte Ebene **u** und ein Punkt **a** gegeben; es soll der Abstand des Punkte **a** von der Ebene **u** gesucht werden. Wir ordnen zuvor eine dritte Bildebene etwa der ersten so zu, dass ${}_1\mathbf{X}_3$ senkrecht auf $\overline{\mathbf{u}}_1$ geführt wird und suchen sodann $\mathbf{a}_3$ und $\overset{0}{\overline{\mathbf{u}}}_3$. Weil **u** auf der dritten Bildebene senkrecht steht, so giebt der Abstand $\mathbf{a}_3$ von $\overset{0}{\overline{\mathbf{u}}}_3$ unmittelbar den Abstand des Punktes **a** von **u** an. Wollten wir noch überdies das erste und zweite Bild dieses Abstandes haben, so kann dies sehr einfach geschehen, wie aus dem Vorhergehenden und der Fig. 31 selbst ersichtlich ist.

Aufgaben. 1. Es sind zwei Punkte **a** und **b** im Raume gegeben; man bestimme den Abstand des Punktes **a** von der durch die Bildaxe und den Punkt **b** bestimmten Ebene.

2. Eine Ebene **u**, deren Spuren der Bildaxe parallel sind, sei gegeben. Man bestimme den Abstand der Bildaxe von dieser Ebene.

3. Ein Dreieck und ein Punkt **a** seien im Raume gegeben; man fälle von **a** ein Perpendikel auf die Dreiecksebene und bestimme die wahre Grösse desselben.

4. Vier Raumpunkte **abcd** sind gegeben; man fälle die Perpendikel von **a** auf die Ebene **bcd**, von **b** auf **cda**, von **c** auf **dab** und von **d** auf **abc**.

5. Eine doppelt geneigte Ebene **u** sei durch die Spuren und ein ober dieser Ebene liegendes Parallelogramm **abcd** sei durch die orthogonalen Bilder gegeben. Unter Voraussetzung, dass die Ebene **u** die Eigenschaften eines Planspiegels zeigt, soll das Spiegelbild des Parallelogrammes gesucht werden.

6. Eine doppelt geneigte Ebene **u**, bei welcher die Oberseite der Rückseite gleich ist, und ein zur Bildaxe paralleler Strahl **p** seien gegeben. Man bestimme jene zwei Punkte **a** und **b** auf der Geraden **p**, welche von **u** eben so weit abstehen, wie **p** von der Axe.

7. Eine doppelt geneigte Ebene **u** sei durch die Spuren gegeben: man suche in $\overline{\mathbf{u}}_2$ jenen Punkt **a**, dessen Abstand von $\overline{\mathbf{u}}_1$ einer gegebenen Strecke gleich ist.

Durch einen Punkt eine Ebene senkrecht auf eine Gerade zu legen.

Fig. 32. Soll durch einen Punkt **a** (Fig. 32) eine Ebene senkrecht auf eine

Gerade $\mathbf{p}$ gelegt werden, so kann dieselbe am einfachsten durch ein Paar sich schneidender Geraden bestimmt werden, weil die Richtungen der Spuren im Vorhinein bekannt sind. Die erste Spur steht senkrecht auf $\mathbf{p}_1$ und die zweite senkrecht auf $\mathbf{p}_2$, folglich können die Spurparallelen sofort gezogen werden. $\mathbf{q}_1$, das erste Bild der Einserspurparallelen geht durch $\mathbf{a}_1$ und senkrecht auf $\mathbf{p}_1$; das zweite Bild $\mathbf{q}_2$ ist parallel zur Axe. $\mathbf{r}_2$, das zweite Bild der Zweierspurparallelen geht durch $\mathbf{a}_2$ und senkrecht auf $\mathbf{p}_2$ und $\mathbf{r}_1$ durch $\mathbf{a}_1$ parallel zur Axe. Durch die zwei sich schneidenden Geraden $\mathbf{q}$ und $\mathbf{r}$ ist die gesuchte Ebene vollkommen bestimmt.

Wollen wir die Spuren einer Ebene $\mathbf{u}$ finden (Fig. 33) welche durch Fig. 33.
einen Raumpunkt $\mathbf{a}$ senkrecht auf eine gegebene Gerade $\mathbf{p}$ geführt wird, so brauchen wir nur einen Punkt der ersten oder der zweiten Spur dieser Ebene zu finden, weil die Richtungen der Spuren bekannt sind und sich in der Axe schneiden müssen. Wir ziehen daher durch $\mathbf{a}$ etwa eine Zweierspurparallele $\mathbf{q}$ und suchen deren ersten Spurpunkt $\mathbf{b}_1$, durch welchen $\bar{\mathbf{u}}_1$ senkrecht auf $\mathbf{p}_1$ zu ziehen ist. $\bar{\mathbf{u}}_2$ geht durch den Axenpunkt $\mathbf{A}$ senkrecht auf $\mathbf{u}_2$.

Ergäbe sich der Axenpunkt $\mathbf{A}$ unbenützbar, so ziehe man durch $\mathbf{a}$ eine Einserspurparallele, bringe sie mit der zweiten Bildebene zum Schnitt und man hat einen Punkt von $\bar{\mathbf{u}}_2$ gefunden.

Jenen Fall, wenn die gegebene Gerade $\mathbf{p}$ zu einer Bildebene parallel ist, wollen wir besonders betrachten, weil sich daselbst die gestellte Aufgabe sehr leicht auflösen lässt und wir im Stande sind, jeden anderen Fall auf diesen zurückzuführen.

Es sei Fig. 35 ein Punkt $\mathbf{a}$ und eine zur ersten Bildebene parallele Fig. 35.
Gerade $\mathbf{p}$ gegeben; es soll durch $\mathbf{a}$ eine Ebene $\mathbf{u}$ senkrecht auf $\mathbf{p}$ gelegt werden. Weil $\mathbf{p}$ zur ersten Bildebene parallel ist, so ist jede auf $\mathbf{p}$ senkrechte Ebene horizontal projicirend. $\overset{o}{\bar{\mathbf{u}}}_1$ muss demnach durch $\mathbf{a}_1$ und senkrecht auf $\mathbf{p}_1$ gehen; warum? $\bar{\mathbf{u}}_2$ geht durch den Axenpunkt senkrecht auf die Axe. Im Folgenden zeigen wir, wie andere Fälle auf den vorigen vortheilhaft zurück geführt werden können.

Es sei Fig. 34 ein Punkt $\mathbf{a}$ und eine Strecke $\mathbf{bc}$ in der Ordinallage Fig. 34.
gegeben; man lege durch $\mathbf{a}$ eine Ebene senkrecht auf $\mathbf{bc}$ und ermittle deren Spuren. Wir führen zuerst eine dritte Bildebene ein, parallel zu $\mathbf{bc}$ und ordnen dieselbe allenfalls der zweiten Bildebene zu; ${}_2\mathbf{X}_3$ ist daher parallel zu $\mathbf{b}_2\,\mathbf{c}_2$ zu ziehen. Dann werde $\mathbf{a}_3$ und $\mathbf{b}_3\,\mathbf{c}_3$ gesucht. Beziehen wir die vorgelegten Gebilde auf die zweite und dritte Bildebene so haben wir den vorigen Fall vor uns. Die Normale von $\mathbf{a}_3$ auf $\mathbf{b}_3\,\mathbf{c}_3$ giebt $\overset{o}{\bar{\mathbf{u}}}_3$; warum?; $\bar{\mathbf{u}}_2$ ergiebt sich dann unmittelbar. Um $\bar{\mathbf{u}}_1$ zu finden, werde das erste Bild $\mathbf{d}_1$ eines auf $\bar{\mathbf{u}}_1$ liegenden Punktes $\mathbf{d}$ gesucht.

Aufgaben. 1. Ein gegen beide Bildebenen geneigter Strahl $\mathbf{p}$, dessen Bilder nach der Vereinigung der Bildebenen in eine Gerade zusammenfallen, ist gegeben; ein Punkt $\mathbf{a}$ werde in der ersten und hinter der zweiten Bildebene angenommen und die Spuren jener Ebene gesucht, welche durch $\mathbf{a}$ senkrecht auf $\mathbf{p}$ gelegt werden kann.

2. Gegeben: eine doppelt geneigte Gerade $\mathbf{p}$ und ein Punkt $\mathbf{a}$, wel-

eher von beiden Bildebenen gleich weit absteht und ober der ersten und hinter der zweiten liegt. Durch ein Paar sich schneidender Geraden ist jene Ebene zu bestimmen, welche durch **a** senkrecht auf **p** gelegt werden kann.

3. Gegeben: Eine Gerade **p** in der zweiten und ein Punkt **a** in der ersten Bildebene; man lege durch **a** eine Ebene senkrecht auf **p**.

4. Eine Ordinalgerade **p**, welche mit der ersten Bildebene einen Winkel von 60^0 einschliesst und die Axe schneidet, ferner ein von beiden Bildebenen gleich weit abstehender Punkt, welcher unter der ersten und von der zweiten Bildebene liegt, sind gegeben; man suche die Spuren der durch **a** senkrecht auf **p** gelegten Ebene.

5. Drei Punkte **a**, **b** und **c** sind im Raume gegeben; **a** liege in der ersten, **b** in der zweiten Bildebene und **c** in der Axe. Man lege die Ebenen: **u** durch **a** senkrecht auf $\overline{bc}$, **v** durch **b** senkrecht auf $\overline{ca}$ und **w** durch **c** senkrecht auf $\overline{ab}$.

6. Zwei gegen beide Bildebenen geneigte Gerade **p** und **q** schneiden sich in einem Raumpunkte **a**. Man lege durch **a** die Ebenen **U** und **V** beziehungsweise senkrecht auf **p** und **q**.

7. Zwei sich schneidende Gerade **p** und **q** sind gegeben; **p** liege in der ersten und **q** in der zweiten Bildebene. Man lege durch einen beliebigen Punkt **a** die Ebenen **u** und **v** senkrecht auf **p** und **q** und bestimme sodann die Abstände dieser Ebenen von dem Schnittpunkte der gegebenen Geraden.

Den Abstand eines Punktes von einer Geraden zu bestimmen.

Diese Aufgabe haben wir im vorhergehenden bereits gelöst. Wir wollen nun hiefür eine andere ganz allgemeine Auflösung geben.

Fig. 36. Soll der Abstand eines Punktes **a** von einer Geraden **p** (Fig. 36) gefunden werden, so lege man durch **a** eine Ebene **u** senkrecht auf **p** und suche deren Schnittpunkt **b** mit **p**. Die Strecke **ab** misst den gesuchten Abstand. In Fig. 36 wurde die durch **a** senkrecht auf **p** gelegte Ebene durch die Spurparallelen **q** und **r** bestimmt und der Schnitt von **p** mit der Ebene **q r** mittels einer Deckgeraden gefunden. Zur Bestimmung von **a′ b′**, der wahren Grösse des Abstandes, wurde das erste Differenzendreieck benützt. Bei der Auflösung dieser Aufgabe erscheint es recht vortheilhaft, die durch **a** senkrecht auf **p** gelegte Ebene durch ein Paar sich schneidender Geraden zu bestimmen. Wären die Spuren dieser Ebene gegeben, so ist die weitere Auflösung von selbst klar.

Fig. 37. In Fig. 37 soll der Abstand eines Punktes **a** von einer zur ersten Bildebene parallelen Geraden bestimmt werden. Man lege durch **a** die auf **p** senkrechte Ebene **u**, welche diesfalls horizontal projicirend ist. b_1, das erste Bild des Schnittes von **p** mit **u** ergiebt sich unmittelbar und demgemäss auch b_2 die wahre Grösse **a′ b′** kann sofort mittels eines Differenzendreiecks bestimmt werden. Wenn wir diesen Fall ganz besonders hervorheben, so geschieht es deswegen, weil wir jeden anderen durch eine entsprechende Einführung einer dritten Bildebene auf diesen zurückführen können.

Fig. 38 soll der Abstand eines Punktes **a** von einer doppelt geneigten Geraden **p** bestimmt werden. Mit Rücksicht auf den vorigen Fall führen wir zuvor eine dritte Bildebene parallel zu **p** ein und wenn wir dieselbe der ersten zuordnen, so muss ${}_1X_3$ parallel zu p_1 gezogen werden. Nachdem a_3 und p_3 gefunden, kann $a_3\,b_3$, das dritte Bild des gesuchten Abstandes ohneweiters gezogen werden; b_1 und b_2 ergeben sich auch einfach, wie aus dem Vorigen und der Fig. 38 erhellt. Fig. 38.

Diese Methode empfielt sich namentlich dann als sehr brauchbar, wenn die Abstände eines Punktsystems von einer fixen Geraden, zu bestimmen sind, eine Aufgabe, welche in der technischen Praxis häufig vorkommt.

Aufgaben. 1. Es ist der Abstand eines beliebigen Raumpunktes von einer zur Bildaxe parallelen Geraden zu bestimmen.

2. Ein Punkt **a**, welcher von beiden Bildebenen gleich weit absteht und ober der ersten und hinter der zweiten Bitdebene liegt ist gegeben; man bestimme dessen Abstand von der Bildaxe.

3. Gegeben: Eine Gerade **p** in der zweiten, geneigt zur ersten und ein Punkt **a** in der ersten Bildebene; es ist der Abstand dieses Punktes von **p** zu suchen.

4. Eine gegen beide Bildebenen geneigte Gerade, deren Bilder nach der Vereinigung der Bildebenen zusammenfallen, und ein beliebiger Raumpunkt **a** sind gegeben; es ist der Abstand desselben von **p** zu suchen.

5. Drei allgemein im Raume liegende Punkte **a**, **b**, **c** sind gegeben; man fälle die Perpendikel von **a** auf $\overline{bc}$, von **b** auf $\overline{ca}$, von **c** auf $\overline{ab}$ und bestimme die wahre Grösse derselben.

6. Gegeben: Eine Strecke **ab** in der Ordinallage und ein beliebiger Raumpunkt **c**; es soll der Abstand dieses Punktes von der durch **a b** bestimmten Geraden gefunden werden.

7. Gegeben: Ein System von Raumpunkten **a**, b, **c**, ... und eine gegen beide Bildebenen geneigte Gerade **p**; es sollen die Abstände der Punkte **a**, **b**, **c** ... von **p** gesucht werden.

8. Eine doppelt geneigte Drehungsaxe **p** und ein Raumpunkt **a** seien gegeben; man bestimme den Drehungshalbmesser und den Drehungsmittelpunkt für den Punkt **a**.

9. Es ist der Abstand paralleler Geraden zu suchen.

10. Zwei sich schneidende und gegen beide Bildebenen geneigte Gerade **p**, **q** und ein in der Bildaxe liegender Punkt **a** seien gegeben. Man fälle von **a** auf **p** und **q** Perpendikel und bestimme sodann ihren Neigungswinkel.

Verschiedene Aufgaben über die Beziehungen der Geraden zu Ebenen.

Durch eine Gerade eine Ebene senkrecht auf eine gegebene Ebene zu legen.

Steht eine Gerade **p** senkrecht auf einer Ebene, so steht auch jede durch **p** gelegte Ebene ebenfalls senkrecht auf dieser Ebene. Dieser stereometrische Fundamentalsatz giebt unmittelbar die Auflösung der vorliegenden Aufgabe.

Fig. 39. Soll Fig. 39 durch die Gerade p eine Ebene senkrecht auf u gelegt werden, so ziehe man durch einen auf p gewählten Punkt a einen Strahl q normal auf die Ebene u; die durch die 2 sich schneidenden Geraden p und q bestimmte Ebene steht mit Rücksicht auf den vorerwähnten Satz senkrecht auf u.

Welche Lage müsste p haben, damit die gestellte Aufgabe unzählig viele Auflösungen zulasse?

Fig. 40. *Zwei Gerade* p *und* q (*Fig. 40*), *welche im Raume an einander vorüber gehen, sind gegeben; man lege durch* p *eine Ebene parallel zu* q.

Die Auflösung dieser Aufgabe vermittelt folgender Lehrsatz der Stereometrie: „Ist eine Gerade parallel zu irgend einem Strahle einer gegebenen Ebene, so ist sie auch parallel zu dieser Ebene. Wir nehmen auf p einen beliebigen Punkt a an und ziehen durch denselben r ∥ q; durch die zwei sich schneidenden Geraden p und r ist die gesuchte Ebene bestimmt.

Zwei sich kreuzende Gerade p, q *und ein Raumpunkt* a *sind gegeben; man lege durch* a *jene Ebene, welche zu beiden Geraden parallel ist.*

Die Auflösung dieser Aufgabe geht aus der vorigen unmittelbar hervor. Wir ziehen durch a einen Strahl r parallel zu p und einen Strahl s parallel zu q. Durch die Geraden r und s ist die gesuchte Ebene bestimmt.

Zwei sich kreuzende Gerade p, q *und eine horizontal projicirende*
Fig 41. *Ebene* u *sind Fig. 41 gegeben. Man suche eine Schar von Geraden, welche* p *und* q *schneiden und zu der Ebene* u *parallel sind.*

Denken wir uns eine Gerade s, welche den gestellten Bedingungen genügt, bereits gefunden, so muss dieselbe nothwendig parallel sein zu einer in u liegenden Geraden, deren erstes Bild bei der speziellen Lage der Ebene u in $\overset{o}{\bar{u}}_1$ ist. Da parallele Gerade auch parallele Bilder haben, so muss s_1 zu $\overset{o}{\bar{u}}_1$ parallel sein. Wir ziehen somit einen beliebigen Strahl $s_1 \parallel \overset{o}{\bar{u}}_1$ und erklären denselben als das erste Bild einer zu u parallelen Geraden, welche p und q schneidet. α_1 und β_1 sind demnach die ersten Bilder dieser Schnittpunkte, deren 2te Bilder α_2 und β_2 in p_2 und q_2 liegen, wodurch s_2 bestimmt ist. Es ist auch weiter klar, wie eine Reihe der Geraden von der verlangten Eigenschaft gefunden wird. In Fig. 41 wurden einige derselben bestimmt. Wäre die Ebene u, welche die Richtebene heissen mag, geneigt gegen beide Bildebenen, so lässt sich stets eine neue Bildebene derart einführen, dass dieser Fall auf den vorhin besprochenen
Fig. 42 gebracht wird. Es seien z. B. Fig. 42 gegeben: „Zwei doppelt geneigte Gerade p, q und eine doppelt geneigte Ebene u. Es soll wieder eine Schar von Geraden construirt werden, welche zu u parallel sind und p und q schneiden. Zuvor werde eine dritte Bildebene senkrecht auf u eingeführt und der ersten zugeordnet; dann wird p_3, q_3 und $\overset{o}{\bar{u}}_3$ gesucht. Beziehen wir nun die gegebenen Gebilde auf die erste und dritte Bildebene so erscheint die

gestellte Aufgabe völlig auf den vorigen Fall gebracht. Die dritten Bilder der gesuchten Geraden werden unmittelbar gezogen, woraus die ersten und dann die zweiten sehr bequem folgen. Die Fig. 42 erklärt die Anordnung und Ausführung genugsam.

Drei Gerade $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{q}$ *und* $\mathfrak{r}$ *sind Fig. 43 derart gegeben, dass sich durch* Fig. 43.
je zwei derselben keine Ebene legen lässt. Es soll eine Gerade gefunden werden, welche die drei gegebenen Geraden schneidet.

Man wähle auf $\mathfrak{p}$ einen beliebigen Punkt 1 an und lege durch denselben und durch die Gerade $\mathfrak{q}$ eine Ebene $\mathfrak{u}$, sodann sucht man den Schnitt I von $\mathfrak{r}$ mit $\mathfrak{u}$. Wird nun 1 mit I durch eine Gerade verbunden, so schneidet diese auch $\mathfrak{q}$, weil sie in derselben Ebene liegen. Nimmt der Punkt 1 auf dem Strahle $\mathfrak{p}$ eine andere Lage an, so ändert sich auch $\mathfrak{u}$ und I, d. h. es giebt unzählig viele Gerade, welche der vorliegenden Aufgabe genügen.

In Fig. 43 wurden drei sich im Raume kreuzende Gerade $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{q}$ und $\mathfrak{r}$ angenommen; es soll eine Schar von Geraden gesucht werden, welche alle drei Leitlinien $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{q}$ und $\mathfrak{r}$ schneiden. Die Annahme wurde so günstig getroffen, dass $\mathfrak{q}$ auf der ersten Bildebene senkrecht steht.

Wählen wir auf $\mathfrak{p}$ einen Punkt 1 an und legen durch denselben und durch $\mathfrak{q}$ eine Ebene $\mathfrak{u}$, so steht diese bei unserer speziellen Annahme senkrecht auf der ersten Bildebene; durch 1_1 und $\mathfrak{q}_1$ ist somit $\overset{0}{\overline{\mathfrak{u}}}_1$ bestimmt und wo letztere $\mathfrak{r}_1$ schneidet ist unmittelbar I_1, das erste Bild des Schnittes von $\mathfrak{r}$ mit $\mathfrak{u}$, dessen zweites Bild in $\mathfrak{r}_2$ und zugeordnet liegt.

Die Gerade 1 I schneidet alle drei Leitgerade. Auf dieselbe Art findet man beliebig viele andere; in Fig. 43 wurden einige gesucht.

Hätten die drei Leitgeraden $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{q}$ und $\mathfrak{r}$ eine allgemeine Lage im Raume, so kann immerhin eine solche Transformation der Bildebenen vorgenommen werden, dass dieser allgemeine Fall auf den vorigen gebracht wird. In Fig. 44, wo keine der Geraden $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{q}$, $\mathfrak{r}$ auf einer Bildebe- Fig: 44.
ne senkrecht steht, wurde diese Aufgabe etwas allgemeiner ausgeführt. Nachdem $\mathfrak{p}$ der ersten Bildebene parallel ist, so kann mit einem Schlage dieser Fall auf den vorigen gebracht werden durch Einführung einer neuen Bildebene, welche der ersten zugeordnet und senkrecht auf $\mathfrak{p}$ gestellt wird. Man ziehe ${}_1X_3$ senkrecht auf $\mathfrak{p}_1$ und suche dann $\mathfrak{p}_3$, $\mathfrak{q}_3$ und $\mathfrak{r}_3$. Mit Hilfe der ersten und dritten Bildebene geschieht die Auflösung wie zuvor; aus den dritten Bildern werden die ersten und aus diesen die 2ten nach den Ordinatengesetzen gefunden. In Fig. 44, wo eine Schar der verlangten Geraden gefunden wurde, kann die Anordnung und Ausführung deutlich entnommen werden.

Wenn keine der gegebenen Geraden zu einer Bildebene parallel wäre, so ist die frühere Transformation nur mit einer Bildebene nicht erreichbar. Wollte man auch diesen ganz allgemeinen Fall in ähnlicher Weise transformiren, so führe man zuerst eine Bildebene Drei etwa parallel zu zu $\mathfrak{p}$ und suche $\mathfrak{p}_3$, $\mathfrak{q}_3$ und $\mathfrak{r}_3$. Dann wird eine vierte Bildebene der dritten zugeordnet und senkrecht auf $\mathfrak{q}$ eingeführt. Die vierten Bilder der verlangten Geraden können wie im ersten Falle sofort gezogen werden, aus welchen sich die dritten, aus diesen wieder die ersten und zweiten Bilder ergeben.

Wäre besagte Transformation etwa wegen beschränkter Zeichnungsfläche unzulässig so gelte folgende allgemeine Auflösung, welche der Schüler selbstädig durchführe: Durch eine der Geraden, z. B. durch **p** lege man eine beliebige Ebene **u** und bringe **q** und **r** mit **u** zum Schnitt; diese zwei Schnittpunkte bestimmen eine Gerade, welche **p**, **q** und **r** schneidet. In weiterer Folge wollen wir noch auf eine dritte Auflösungsart zurückkommen.

Aufgaben. 1. Eine durch zwei parallele und gegen beide Bildebenen geneigte Strahlen **p** und **q** bestimmte Ebene und eine doppelt geneigte Gerade **r** sind gegeben. Man lege durch **r** eine Ebene **u** senkrecht auf die gegebene Ebene **p q**. ohne die Spuren der letzteren zu benützen.

2. Vier Punkte **a b c** und **d** sind im Raume gegeben; man lege durch **ab** eine Ebene senkrecht auf die durch **b, c, d** bestimmte Ebene.

3. Zwei sich schneidende Gerade **p** und **q** sind gegeben; man lege durch einen auf der ersten Bildebene senkrechten Strahl **r** eine Ebene senkrecht auf **p q**.

4. Eine doppelt geneigte Ebene **u**, bei welcher die Oberseite gleich der Rückseite ist, sei durch die Spuren gegeben; man lege durch $\overline{\mathbf{u}}_1$ eine Ebene **v** senkrecht auf **u**.

5. Eine Ebene **u**, welche der Bildaxe parallel ist, sei durch die Spuren gegeben; man lege durch die Bildaxe eine Ebene **v** senkrecht auf **u**.

6. Zwei sich schneidende Gerade **p** und **q** sollen so angenommen werden, dass **p** senkrecht auf der ersten und **q** parallel zur ersten und geneigt zur zweiten Bildebene sei. Man lege durch einen Strahl **r**, welcher in der zweiten und geneigt zur ersten Bildebene angenommen wurde, eine Ebene **u** senkrecht auf die Ebene **p q** und suche deren Spuren.

7. Gegeben: ein Punkt **a**, eine Gerade **p** und eine Ebene **u**; man suche den Abstand des Punktes **a** von der durch **p** senkrecht auf **u** gelegten Ebene.

8. Zwei sich nicht schneidende Gerade **p** und **q** sind gegeben; **p** liege in der ersten geneigt zur zweiten und **q** in der zweiten und geneigt zur ersten Bildebene. Man lege durch **p** eine Ebene **u** parallel zu **q** und suche deren Spuren.

9. Zwei sich kreuzende und gegen beide Bildebenen geneigte Gerade **p** und **q** sind gegeben. Man lege durch **p** eine Ebene **u** ∥ **q** und durch **q** eine Ebene **v** ∥ **p**.

10. Eine Strecke **ab** ist in der Ordinallage gegeben; man lege durch die Bildaxe eine Ebene parallel zu **ab**.

11. Zwei sich kreuzende und gegen beide Bildebenen geneigte Gerade **p** und **q** sind gegeben; man lege durch **p** eine Ebene **u** parallel zu **q** und durch **q** eine Ebene **v** senkrecht auf **u**.

12. Zwei sich kreuzende und gegen beide Bildebenen geneigte Gerade **p**, **q** und ein Raumpunkt **a** sind gegeben; es sind die Spuren jener Ebene zu suchen, welche durch **a** parallel zu **p** und **q** gelegt werden kann.

13. Eine Gerade **p** und zwei Punkte **a** und **b** sind im Raume gege-

ben; man lege durch **p** eine Ebene **u** deren Spuren nach der Vereinigung der Bildebenen in e i n e Gerade fallen und beantworte folgende Fragen;

α) Wie gross ist der Unterschied der Abstände der Punkte **a** und **b** von der Ebene **u**.

β) Welcher Punkt der Ebene **u** liegt mit **a** und **b** in derselben Geraden und wie gross ist dessen Abstand von $\overline{u}_1$.

14. Gegeben: Eine Ebene **u**, eine Gerade **p** und ein auf **p** liegender Punkt **a**. Man untersuche ob **p** zu **u** parallel sei und wenn dies nicht der Fall ist, so werde das zweite Bild von **p** derart abgeändert, dass **p** durch **a** und parallel zu **u** gehe.

15. Gegeben: Zwei sich kreuzende Gerade **p**, **q** und ein Raumpunkt **a**; **p** sei senkrecht auf einer und **q** geneigt gegen beide Bildebenen. Es ist jene durch **a** gehende Gerade zu suchen, welche **p** und **q** schneidet.

16. Die unter N. 15 gestellte Aufgabe werde gelöst unter Voraussetzung, dass **p** parallel zu einer und **q** zu beiden Bildebenen geneigt sei.

17. Die vorige Aufgabe zu lösen unter Voraussetzung, dass **p** und **q** zu beiden Bildebenen geneigt sind. Für die Aufgaben N. 16 und 17 trachte man 2 verschiedene Auflösungsarten zu finden.

18. Gegeben; zwei sich kreuzende Gerade **p** und **q**; es sei **p** senkrecht auf der ersten und **q** senkrecht auf der zweiten Bildebene. Man suche eine Schar von Geraden welche **p**, **q** und die Bildaxe schneiden.

19. Drei Gerade **p**, **q** und **r** welche im Raume an einander vorüber gehen, sind gegeben; **p** sei senkrecht zur zweiten Bildebene. Man suche mehrere Gerade, welche die gegebenen drei Geraden schneiden.

20. Die vorige Aufgabe werde gelöst unter Voraussetzung, dass **p** der ersten Bildebene parallel und **q** und **r** zu beiden geneigt seien.

21. Die Aufgabe N. 15 unter der Voraussetzung zu lösen, dass die gegebenen drei Geraden sämmtlich doppelt geneigt sind.

22. Gegeben: eine vertikal projicirende Ebene **u**, eine doppelt geneigte Gerade **p** und ein Raumpunkt **a**. Man suche jene Gerade **q**, welche durch **a** geht, **p** schneidet und zu **u** parallel ist.

23. Die vorige Aufgabe unter der Voraussetzung zu lösen, dass die gegebene Ebene **u** doppelt geneigt sei.

24. Zwei doppelt geneigte und sich kreuzende Gerade und eine vertikal projicirende Ebene **u** sind gegeben. Man suche eine Schar von Geraden, welche **p** und **q** schneiden und zu **u** parallel sind.

25. Die vorige Aufgabe unter der Voraussetzung zu lösen, dass die gegebene Ebene **u** doppelt geneigt sei.

Neigung der Geraden zu Ebenen.

Der Neigungswinkel einer Geraden mit einer Ebene ist jener Winkel, welchen die Gerade mit ihrer orthogonalen Projection auf dieser Ebene einschliesst; er ist der kleinste unter jenen Winkeln, welche die Gerade mit den durch den Fusspunkt in der Ebene gezogenen Strahlen einschliesst.

In Fig. 45 denken wir uns eine Ebene **u** und eine Gerade **a b**, welche **u** in **b** schneidet; **a′ b** sei die orthogonale Projection von **a b** auf **u**. Fig. 45.

Der Winkel **a b a'** misst die Neigung von der gegebenen Geraden **a b** zu der Ebene **u**. Von diesem Winkel wollen wir zeigen, dass er kleiner ist als jeder andere, welchen **p** mit irgend einer durch **b** in **u** gezogenen Geraden einschliesst, Ziehen wir durch **b** eine beliebige Gerade **bc** in **u**, machen **bc** = **ba**, verbinden **a** mit **c** und **c** mit **a'** durch Gerade. Das Dreieck **aa' c** ist rechtwinklig; denn **a a'** steht senkrecht auf **u**, folglich auch senkrecht auf der Fusspunktsgeraden **a' c**. Die Hypotenuse **a c** ist somit grösser als die Kathete **a a'**. Vergleichen wir weiters die Dreiecke **a b a'** und **abc** so finden wir, dass sie eine gemeinsame Seite **ab** haben und dass nach der Voraussetzung auch **ba'** = **bc** ist. Wenn aber in zwei Dreiecken zwei Seiten gleich und das dritte Seitenpaar ungleich ist, so liegen den ungleichen Seiten auch ungleiche Winkel gegenüber und zwar liegt der grösseren Seite auch der grössere Winkel gegenüber; daher Winkel **a b a'** kleiner als Winkel **abc**.

Nachdem diese Eigenschaft immer zutrifft, **bc** möge eine beliebige Lage in **u** einnehmen, so ist die obige Behauptung erwiesen. Aus dieser Betrachtung geht auch hervor, dass der Neigungswinkel, der spitze Winkel ist, welchen die Gerade mit ihrer orthogonalen Projection einschliesst. Welche Eigenschaft hat der Nebenwinkel des Neigungswinkels?

Fig. 46. In Fig. 46 ist eine Gerade **p** durch die Bilder und eine Ebene **u** durch die Spuren gegeben; es ist der Neigungswinkel von **p** mit **u** zu suchen.

Nachdem der Schnittpunkt **b** von **p** mit **u** bestimmt wurde, ist von einem beliebig auf **p** gewählten Punkte **a** ein Strahl **q** senkrecht auf **u** gefällt und sein Schnitt **a'** mit **u** gesucht worden. Der gesuchte Neigungswinkel ist alsdann durch die Bilder bestimmt. Die wahre Grösse desselben wird, wie bekannt, ermittelt, wenn eine Spur der Winkelebene gesucht und um diese die Umlegung in die Bildebene vollzogen wird. Ergäbe sich der Punkt **b** unbenützbar, so suche man von einem zweiten auf **q** liegenden Punkte die orthogonale Projection auf **u**.

Betrachten wir Fig. 46 das rechtwinklige Dreieck **a ba'** so finden wir, dass der spitze Winkel, welchen die Normale **q** mit **p** einschliesst das Komplement des gesuchten Neigungswinkels ist; auf diese Thatsache stützen wir eine zweite Methode den Neigungswinkel einer Geraden mit der Ebene zu bestimmen.

Fig 46. In Fig. 46 wurde der Neigungswinkel der Geraden **p** mit der Ebene **u** mittels des Komplementwinkels gesucht. Von einem auf **p** gewählten Punkte **a** wurde **q** senkrecht auf **u** gefällt, sodann die erste Spur **v**, der Ebene **p q** gesucht, um welche der Winkel **p q** in die erste Bildebene umgelegt und dann zu 90^0 ergänzt wurde. Letztere Methode ist einfacher.

Läge **p** so ungünstig, dass sich die Spur der Ebene **p q** unbenützbar ergäbe, so werde ein beliebiger Raumpunkt **a'** beliebig angenommen; zieht man durch **a'** zwei Gerade **p'** und **q'** beziehungsweise parallel zu **p** und **q** so ist der von **p'** und **q'** eingeschlossene Winkel dem gesuchten Neigungswinkel gleich. Weil eben **a'** beliebig ist, so kann er stets so gewählt werden, dass sich die Spur der Ebene **p' q'** brauchbar ergiebt.

Wenn die Spuren der Ebene nicht gegeben sind, sondern irgend andere Bestimmungsstücke, so werden die Richtungen der Spuren durch Spurparallele am einfachsten bestimmt.

In dem Falle, wo die Spuren der Ebene der Bildaxe parallel sind, hat die Normale dieser Ebene die Ordinallage, weshalb eine dritte Bildebene zu Hilfe genommen wird.

Es ist zu ermitteln, wie gross oder wie klein die Summe der Neigungswinkel einer Geraden mit den zugeordneten Bildebenen werden kann.

Bezeichnen wir den Neigungswinkel einer Geraden mit der ersten Bildebene mit α und ihren Neigungswinkel mit der zweiten Bildebene mit β. Für spezielle Lagen der Geraden zu den Bildebenen kann die Summe dieser Winkel unmittelbar angegeben werden. Liegt die Gerade in oder parallel zur Bildaxe, so ist $\alpha = 0$ und $\beta = 0$, folglich auch $\alpha + \beta = 0$. Ist die Gerade parallel zur ersten und geneigt zur zweiten Bildebene, so ist $\alpha = 0$ und $\beta < 90^0$ mithin $(\alpha + \beta) < 90^0$. Ist die Gerade in oder parallel zur zweiten und geneigt zur ersten Bildebene so ist $\alpha < 90^0$ und $\beta = 0$, folglich $(\alpha + \beta) < 90^0$. Steht die Gerade senkrecht auf der ersten Bildebene, so ist α 90^0 und $\beta = 0$, daher $(\alpha + \beta) = 90^0$. Steht die Gerade senkrecht auf der zweiten Bildebene, so ist $\alpha = 0$ und $\beta = 90^0$, mithin $(\alpha + \beta) = 90^0$. Hat die Gerade die Ordinallage, so erscheinen α und β als die spitzen Winkel eines rechtwinkligen Dreieckes, folglich $(\alpha + \beta) = 90^0$.

Es bleibt schliesslich nur noch der allgemeine Fall zu betrachten, wo die Gerade zu beiden Bildebenen geneigt ist. In Fig. 48 wollen wir uns die beiden Bildebenen und eine Gerade $a_1\, b_2$ versinnlichen; a_1 sei der erste und b_2 der zweite Spurpunkt dieser Geraden. Wenn wir uns weiter in $a_1\, b_1$ und $a_2\, b_2$ die orthogonalen Bilder der Geraden denken, dann können wir uns auch die Neigungswinkel α und β vorstellen. Aus dem rechtwinkligen Dreiecke $a_1\, b_2\, b_1$ folgt, dass der Winkel $a_1\, b_2\, b_1$ den Winkel α zu 90^0 ergänzt. Der Winkel $a_1\, b_2\, b_1$ ist aber grösser als β, weil letzterer die Neigung der Geraden zur zweiten Bildebene misst: folglich ist $(\alpha + \beta) < 90^0$. Wir können also allgemein sagen: Die Summe der Neigungswinkel einer Geraden mit den Bildebenen liegt zwischen den Grenzen 0 und 90^0; die Grenzwerte können auch erreicht werden. Fig: 48.

Eine Gerade zu suchen, welche mit den Bildebenen gegebene Neigungswinkel einschliesst.

Zu der Auflösung dieser Aufgabe diene folgende Erwägung: Denken wir uns eine Strecke **a b** von beliebig angenommener Länge; der eine Endpunkt **a** liege in der ersten Bildebene und die erste Neigung dieser Strecke sei gleich einem gegebenen Winkel α. Unter diesen Voraussetzungen können wir die Länge des ersten Bildes dieser Strecke und die Höhe des Punktes **b** über der ersten Bildebene sehr leicht finden, indem wir Fig. 49 eine Strecke $AB' = ab$ so zeichnen, dass sie mit der Bildaxe den Winkel α einschliesst. In dem rechtwinkligen Dreiecke $A\, B'\, B_1'$ ist alsdann $A\, B_1'$ gleich dem ersten Bilde und $B'\, B_1'$ gleich der ersten Ordinate des Endpunktes **b**. Fig. 49.

Denken wir uns weiter dieselbe Strecke **a b** mit dem Endpunkte **a** in der zweiten Bildebene und unter dem Winkel β gegen dieselbe geneigt, so finden wir aus dem rechtwinkligen Dreiecke $A\, B''\, B_2''$, wobei $AB'' = ab$

und der Winkel $B''AB_2'' = \beta$, dass die eine Kathete $B''B_2''$ die zweite Ordinate von **b** und $\overline{AB_2}''$ die Länge des zweiten Bildes der fraglichen Strecke misst.

Lassen wir nun sämmtliche Bedingungen gleichzeitig bestehen, so haben wir eine Strecke **ab** vor uns, deren Länge bereits angenommen wurde und welche mit den Bildebenen die gegebenen Winkel α und β einschliesst. Der eine Endpunkt **a** liegt in der Bildaxe und von dem Punkte **b** sind die Ordinaten bekannt.

Da noch überdies die Länge des ersten und zweiten Bildes dieser Strecke bekannt ist, so können wir die Construction folgends anordnen: In einer beliebig gewählten Ordinale suchen wir die Bilder des Punktes **b**, welcher den ermittelten Ordinaten entspricht; $B' B_1'$ giebt den Abstand b_2 bis zur Axe und $B'' B_2$ giebt den Abstand b_1 bis zur Bildaxe. Dann wurde mit $A B_1,''$ der Länge des ersten Bildes, von b_1 aus ein Kreisbogen beschrieben, welcher die Axe in **a** und **a'** trifft $a b_2$ und ab_1 sind die Bilder der gesuchten Strecke **ab**; bei richtiger Zeichnung muss $ab_2 = AB_2''$ sein. Eine zweite Position dieser Strecke ist bestimmt durch $a' b_2$ und $a' b_1$.

Werden ab_1 und $a' b_1$ verlängert bis die in **a** und **a'** errichteten Ordinalen in a_1'' und a_1''' geschnitten werden so erhält man in $a b_2$, $a_1''' b_1$ und $a' b_2$, $a_1'' b_1$ die Bilder einer dritten und vierten Position der Strecke, welche mit den Bildebenen die gegeben Winkel α und β einschliesst. Dass dies wirklich der Fall ist geht einfach daraus hervor, weil auch hier die Länge des ersten Bildes AB'_1 gleich ist und sonst die anderen Bedingungen zutreffen. Wenn $(\alpha + \beta) < 90^0$, so finden wir 4 Gerade, welche durch einen Punkt gehen und mit den Bildebenen die Winkel α und β einschliessen.

Wäre in Fig. 49 die Aufgabe, durch den gegebenen Punkt o_1 o_2 die möglichen Geraden zu ziehen, welche mit den Bildebenen die Winkel α und β einschliessen, so merke man, dass parallele Gerade parallele Bilder haben und ziehe durch **o** die Parallelstrahlen zu den gefundenen 4 Positionen der Strecke **a b** und erhält p_1 p_2, q_1 q_2, r_1 r_2 und s_1 s_2 als die Bilder der verlangten Geraden. Wenn $(\alpha + \beta) = 90^0$, so giebt unsere Construction nur 2 Positionen in der Ordinallage und wenn $(\alpha + \beta) > 90^0$ dann finden wir keine Gerade, was auch der Wahrheit entspricht. Der Schüler untersuche diese Fälle selbständig.

Aufgaben. 1. Ein Raumdreieck **abc** und eine doppelt geneigte Gerade **p** sind gegeben; man bestimme die Neigung der Geraden zu der Dreiecksebene.

2. Gegeben: eine doppelt geneigte Ebene **u** und eine Strecke **ab** in der Ordinallage. Wie gross ist die Neigung der durch **ab** bestimmten Geraden zu der Ebene **u** und zu den Bildebenen?

3. Gegeben: Eine Ebene, bestimmt durch ein Paar sich schneidender Geraden und eine doppelt geneigte Gerade **r**, deren Bilder nach der Vereinigung der Bildebenen zusammenfallen. Wie gross sind die Neigungswinkel, welche **r** mit den Projectionsebenen und der gegebenen Ebene einschliesst?

4. Eine Ebene **u**, bei welcher die Oberseite gleich der Rückseite ist,

sei durch die Spuren gegeben. Welchen Winkel schliesst die Bildaxe mit der Ebene u ein?

5. Unter Voraussetzung, dass wir den horizontalen Neigungswinkel einer Geraden mit α und den vertikalen mit β bezeichnen, mögen die möglichen Geraden gesucht werden, welche durch einen beliebig angenommenen Raumpunkt gehen und der Reihe nach folgenden Werten genügen:

$\alpha = 0$, $\beta = 0$	$\alpha = 0$, $\beta = 90^0$	$\alpha = 90^0$, $\beta = 0$
$\alpha = 0$, $\beta = 22^0\ 30'$	$\alpha = 45^0$, $\beta = 0$	$\alpha = 15^0$, $\beta = 75^0$
$\alpha = 30^0$, $\beta = 30^0$	$\alpha = 60^0$, $\beta = 15^0$	$\alpha = 75^0$, $\beta = 45^0$

6. Gegeben: Zwei sich kreuzende Gerade p, q und ein Raumpunkt a. Wie gross ist der Neigungswinkel, welchen p mit der durch a und q bestimmten Ebene einschliesst?

7. Durch einen gegebenen Raumpunkt sind zwei Gerade p und q zu ziehen, wovon jede mit den Bildebenen die Neigungswinkel $\alpha = 30^0$ und $\beta = 15^0$ einschliesst; wie gross ist der von p und q eingeschlossene Winkel?

8. Gegeben: Eine Gerade p und ein Punkt a; welche Neigungswinkel bildet das von a auf p gefällte Perpendikel mit den Bildebenen?

9. In einer Ebene u, bei welcher die Oberseite der Rückseite gleich ist, werde ein Punkt a angenommen, welcher von beiden Spuren gleich weit absteht. Durch a werde ein Strahl p gezogen, welcher mit jeder Bildebene einen Winkel von 30^0 einschliesst Wie gross ist der Abstand des Axenpunktes der Ebene u von p?

10. Durch einen gegebenen Raumpunkt a mögen zwei Gerade p und q gezogen werden, dass jede mit der ersten und zweiten Bildebene Winkel von 30^0 einschliesst; wie gross ist der Abstand der Ebene pq von der Bildaxe?

Beziehungen der Ebenen zu einander.

Der Schnitt zweier Ebenen.

Da der Schnitt zweier Ebenen eine Gerade ist, so ist derselbe durch zwei Punkte vollkommen bestimmt. Wird in der einen Ebene eine Gerade angenommen und mit der zweiten Ebene zum Schnitt gebracht, so erhält man einen Punkt des Schnittes beider Ebenen.

Es sei Fig. 50 eine horizontal projicirende Ebene u durch die Spuren und eine zweite Ebene, durch ein Paar paralleler Geraden gegeben; es ist der Schnitt dieser Ebenen zu suchen. Wegen der besonderen Stellung der Ebene u können wir sehr leicht zwei Gerade der Ebene pq mit u zum Schnitt bringen, der Schnitt von p_1 und q_1 mit $\overset{0}{\overline{u}}_1$ giebt unmittel- Fig. 50.

bar a_1 und b_1, die ersten Bilder dieser Schnittpunkte; a_2, b_2 liegen zugeordnet in p_2, q_2 und bestimmen sofort r_2, das zweite Bild der gesuchten Schnittlinie, deren erstes Bild r_1 in $\overline{\overset{0}{u}_1}$ liegen muss.

In jenem Falle, wenn eine der gegebenen Ebenen projicirend ist, kann der Schnitt sehr leicht gefunden werden; wir können aber jeden anderen Fall auf den vorigen bringen.

Fig 51. Fig. 51 sei eine Ebene u durch die Spuren und ein Raumdreieck abc durch die Bilder gegeben: es soll der Schnitt beider Ebenen gesucht werden. Führen wir eine dritte Bildebene senkrecht auf u ein, so erhalten wir eine recht einfache Lösung. ${}_1X_3$ wurde senkrecht auf $\overline{u_1}$ gezogen und sodann das dritte Bild des Dreieckes und $\overline{\overset{0}{u}_3}$ gesucht. $\overline{m_3\, n_3}$ giebt alsdann unmittelbar das dritte Bild des gesuchten Schnittes, aus welchem $\overline{m_1\, n_1}$ und dann $\overline{m_2\, n_2}$ sich sofort ergeben. In der dritten Bildebene lässt sich auch der von dem projicirenden Auge Eins gesehene Theil des Dreieckes leicht unterscheiden; das erste Bild desselben wurde voll gezogen.

Namentlich dann, wenn der Schnitt zweier begrenzten Ebenen zu suchen ist, kann die vorige Transformation mit Vortheil angewendet werden und gewährt in der dritten Bildebene ein klares Bild über die Lage der Ebenen gegen einander, was dem Anfänger wohl zu Statten kommt, wenn er die sichtbaren Theile von den gedeckten trennen soll.

Fig. 52. In Fig. 52 sind zwei Raumdreiecke abc und $\alpha\beta\gamma$ durch die Bilder gegeben; man suche den Schnitt dieser Ebenen. Zuvor führen wir eine Bildebene Drei ein, dass etwa das Dreieck abc auf derselben senkrecht steht. Bei unserer Annahme, wo $a_2\, b_2$ der Bildaxe parallel ist, giebt $a_1\, b_1$ die Richtung der ersten Spur der Ebene $a\,b\,c$ an; wir ziehen daher ${}_1X_3$ normal auf $a_1\, b_1$ und suchen die dritten Bilder beider Dreiecke. $a_3\, b_3\, c_3$ giebt die Spur der projicirenden Ebene und $m_3\, n_3$ das dritte Bild des Schnittes; $m_1\, n_1$ und $m_2\, n_2$ ergeben sich aus der Zuordnung. Mit Rücksicht auf die Bildebene Drei kann der sichtbare Theil von dem gedeckten leicht und sicher getrennt werden. Bei dem Dreiecke abc ist die Oberseite gleich der Rückseite, folglich sehen die projicirenden Augen Eins und Zwei ungleichnamige Theile des Dreieckes $\alpha\,\beta\,\gamma$.

Fig. 53. In sehr vielen Fällen empfielt es sich, den Schnitt zweier Ebenen directe, also ohne jeder Transformation zu suchen. Es seien Fig. 53 zwei Ebenen u und v durch die Spuren gegeben. Der Punkt a_1, in welchem sich die ersten Spuren schneiden, liegt in beiden Ebenen, folglich ist dies ein Punkt des Schnittes derselben; a_2 ist in der Bildaxe Ebenso giebt b_2, der Schnitt der zweiten Spuren, einen zweiten Punkt des Schnittes von u mit v; durch $a_1\, b_1$ und $a_2\, b_2$ sind die Bilder der gesuchten Schnittlinie bestimmt. Der Schüler versinnliche sich die Ebenen u, v und die Schnittlinie ab einmal über der ersten und dann über der zweiten Bildebene.

Als besonderen und wichtigen Fall wollen wir jenen betrachten, wenn eine der gegebenen Ebenen zu einer Bildebene parallel ist. Es seien

Fig. 54. Fig. 54 zwei Ebenen u und v durch die Spuren gegeben; u sei geneigt zu beiden und v parallel zur ersten Bildebene; es soll der Schnitt von u mit v gesucht werden.

Wo sich die zweiten Spuren schneiden ist a_2, ein Punkt des Schnittes beider Ebenen. dessen erstes Bild a_1 in der Axe liegt. Die Ebene **V** ist zur ersten Bildebene parallel folglich liegt $\overline{v_1}$ in unendlicher Ferne und schneidet $\overline{u_1}$ ebenfalls in einem unendlich fernen Punkte **b**; die Gerade **a b** ist eine Einserspurparallele. Wäre die Ebene **v** zur zweiten Bildebene parallel, so erfolgt der Schnitt nach einer Zweierspurparallelen. Der Schüler untersuche diesen Fall selbständig und versinnliche sich sowohl die Ebenen als auch die Schnittlinie im Raume.

In Fig. 55 soll der Schnitt zweier Ebenen **u** und **v** unter der Voraussetzung gesucht werden, dass der Schnitt der ersten Spuren unbenützbar liegt. Nachdem wir in a_2, dem Schnitte der zweiten Spuren, einen Punkt der gesuchten Schittgeraden haben, so kommt es weiter nur darauf an, auf irgend eine Art noch einen zweiten Punkt derselben zu finden. Wir schneiden die gegebenen Ebenen **u** und **v** durch eine dritte Ebene **w**, welche wir beliebig und so wählen, dass sich die Schnittlinien derselben mit **u** und **v** leicht und sicher ergeben. Nehmen wir die Ebene **w** etwa der ersten Bildebene parallel, so schneidet sie **u** und **v** nach den Spurparallelen **p** und **q**, welche, als in derselben Ebene liegend, sich in b_1 b_2 schneiden. Der Punkt **b** ist ein zweiter Punkt des Schnittes von **u** mit **v**; warum? Fig. 55.

Wenn sich die Spuren in keiner Bildebene benützbar schneiden, dann muss noch eine zweite Hilfsebene benützt werden, welche abermals zu einer der Bildebenen parallel gelegt werde. Es können aber Fälle vorkommen, wo sich eine andere Lage der Hilfsebene besser eignet. So sei z. B. in Fig. 56 der Schnitt zweier zur Bildaxe paralleler Ebenen **u** und **v** zu suchen. Fig. 56.

Die ersten und die zweiten Spuren dieser Ebenen schneiden sich in unendlicher Ferne, wodurch die Richtung der Schnittlinie bestimmt wird. Schneiden wir die gegebenen Ebenen durch die horizontal projicirende Hilfsebene **w**, suchen die Schnittlinien **a b** und **c d**, so erhalten wir e_1 e_2, einen zweiten Punkt der Schnittlinie, welche durch **e** und parallel zur Axe geht.

Wenn die Ebenen, deren Schnitt gesucht werden soll, nicht durch die Spuren gegeben sind, so gelangt man jedesmal sicher und einfach zum Resultat, wenn man sich an die allgemeine Methode hält: „Der Schnitt zweier Ebenen wird gefunden, wenn man zwei Gerade der einen Ebene mit der anderen Ebene zum Schnitt bringt.“ In Fig. 57 wollen wir diesen allgemeinsten Fall betrachten. Zwei begrenzte Ebenen sind durch die Bilder gegeben; es soll deren Schnitt gesucht werden ohne Benützung der Spuren und ohne Transformation der Bildebenen. Wir wählen eine beliebige Gerade der einen Ebene, z. B. die Seite **f g** und bringen sie mit der anderen Ebene **abcd** zum Schnitt, was im vorliegenden Falle mit Hilfe der Einserdeckgeraden $\alpha\ \beta$ geschah; dadurch erhalten wir **A**, einen Punkt des gesuchten Schnittes. Wenn wir bloss die begrenzten Ebenen betrachten und ihren Schnitt auch nur insoweit suchen wollen als er auf den begrenzten Ebenen liegt, so ist **A** ein direkt benützbarer Punkt, weil er auf der Strecke **f g** und in dem Parallelogramm **abcd** liegt. Vergleichen wir **f g** mit der Deckgeraden $\alpha\beta$, so sehen wir, dass die Strecke Fig. 57.

fA ober der Ebene **abcd** liegt, folglich ist $A_1 f_1$ voll zu ziehen. Bei der Ebene **acbd** ist die Oberseite gleich der Rückseite, daher liegt **Af** hinten und wird in der zweiten Bildebene theilweise gedeckt. Wie die Ausführung bei $A_1 g_1$ und $A_2 g_2$ zu treffen sei ergiebt sich nun von selbst. Um noch einen zweiten Punkt der Schnittlinie zu finden, wurde der Schnitt der Geraden **eh** mit der Ebene **abcd** gesucht, was mittels der Deckgeraden $\delta\lambda$ geschah. Durch **n** und **A** ist die Schnittlinie der Ebene bestimmt, von welcher in unserem Falle nur jene Strecke **AB** zu benützen ist, welche auf beiden begrenzten Ebenen liegt. Der Schnittpunkt **n**, welcher erst dann zu Stande kommt, wenn wir uns die Ebene **abcd** erweitert denken, ist daher bloss ein Hilfspunkt und wir sehen ein, dass es gar nicht nötig sei, gerade jene Seite heraus zu suchen, welche einen direkt benützbaren Schnittpunkt liefert.

Im Anhange an den Schnitt zweier Ebenen, wollen wir den Schnitt einer Geraden mit einer Ebene nochmals betrachten, weil es nicht nutzlos sein dürfte, eine so wichtige Aufgabe von verschiedenen Gesichtspunkten zu betrachten.

Soll der Schnitt einer Geraden **p** mit einer Ebene gesucht werden, so lege man durch **p** eine beliebige Ebene **v** und suche die Schnittgerade **q** der Ebenen **u** und **v**. Die Geraden **p** und **q**, als in derselben Ebene liegend, schneiden sich in einem Punkte **a** und dies ist der gesuchte Schnittpunkt, weil er sowohl in **p** als in **u** liegt. Es versteht sich von selbst, dass man bei praktischer Ausführung der Ebene **v** stets eine solche Lage giebt, welche die Construction vereinfacht.

Fig. 61. In Fig. 61 sei gegeben eine Gerade **p** und eine Ebene **u**; es ist der Schnitt von **p** mit **u** zu suchen. Wir legen durch **p** der Einfachheit wegen eine horizontal projicirende Ebene **v**, suchen ihren Schnitt $\alpha_1 \beta_1$, $\alpha_2 \beta_2$ mit **u** und erhalten sofort $a_1 a_2$ die Bilder des gesuchten Punktes.

Vergleichen wir beide Methoden mit einander, so finden wir, dass die früher gebrauchte Deckgerade bei der zweiten Methode als der Schnitt zweier Ebenen resultirt. Wir sehen weiter ein, dass die grafische Ausführung in beiden Fällen dieselbe ist, nur die ideelle Auflösung ist verschieden. Durch die erste Methode erreichten wir den nicht zu unterschätzenden Vortheil, den Schnitt der Geraden zu finden, ehe von den Beziehungen der Ebenen zu einander die Rede war. Der Schüler mache sich mit beiden Auffassungen dieser Fundamentalaufgabe gründlich vertraut.

Aufgaben. 1. Eine Ebene **u** deren Spuren parallel zur Axe sind und ein beliebiger Raumpunkt **a** sind gegeben. Man lege durch **a** und durch die Bildaxe eine Ebene **V** und suche deren Schnitt mit **u**.

2. Zwei Ebenen **u** und **v** sind durch die Spuren gegeben; bei **u** sei die Oberseite gleich der Vorderseite, bei **v** die Oberseite gleich der Rückseite und beide Ebenen haben denselben Axenpunkt. Es ist der Schnitt von **u** mit **v** zu suchen.

3. Es ist der Schnitt zweier horizontal projicirenden Ebenen zu suchen.

4. Zwei Ebenen **u** und **v** seien durch die Spuren gegeben; **u** sei zur Bildaxe und **v** zur zweiten Bildebene parallel. Man suche den Schnitt dieser Ebenen.

5. Eine doppelt geneigte Ebene u werde so angenommen, dass ihre Spuren nach der Vereinigung der Bildebenen in eine Gerade fallen. Es ist der Schnitt von u mit einer Ebene v, welche unter denselben Bedingungen angenommen wurde, zu suchen. Der Schnittpunkt der Spuren liege unbenützbar.

6. Eine doppelt geneigte Ebene u und eine auf der Bildaxe senkrecht stehende Ebene v seien gegeben. Man bestimme den horizontalen Neigungswinkel der Schnittlinie dieser Ebenen.

7. Zwei begrenzte Ebenen, ein Dreieck und ein Parallelogramm, sollen im Raume so angenommen werden, dass sich die Bilder theilweise decken; bei dem Dreiecke sei die Oberseite gleich der Rückseite und bei dem Parallelogramm die Oberseite gleich der Vorderseite. Man suche den Schnitt dieser Ebenen und trenne die den projicirenden Augen sichtbaren Theile von den gedeckten

8. Eine Ebene u sei durch die Spuren und eine Gerade p durch die Bilder gegeben. Man lege durch p eine Ebene v senkrecht auf u, suche den Schnitt q dieser beiden Ebenen und bestimme sodann den Winkel, welchen q mit $\overline{u}_1$ einschliesst.

9. Gegeben: zwei Gerade p und q, welche sich in einem Punkte a schneiden. Man lege durch die Bildaxe eine Ebene v senkrecht auf die gegebene Ebene pq, suche r, den Schnitt beider Ebenen, und bestimme den Abstand des Punktes a von r.

10. Ein Raumdreieck abc sei durch die Bilder gegeben. Man lege durch die Seite ab eine Ebene u senkrecht auf die Dreiecksebene, durch bc eine Ebene v ebenfalls senkrecht auf abc und suche den Schnitt dieser Ebenen

11. Gegeben: eine Gerade p und ein Punkt a. Man lege durch a eine Ebene senkrecht auf p und suche deren Schnitt mit der durch a und p bestimmten Ebene.

12. Gegeben: die Spuren einer doppelt geneigten Ebene u und die Bilder eines Raumpunktes a. Man lege durch a eine Ebene v senkrecht auf $\overline{u}_1$ und eine Ebene w senkrecht auf $\overline{u}_2$. Wo schneiden sich die Ebenen u, v, w?

13. Gegeben: ein Dreieck abc im Raume. Man lege durch a eine Ebene u senkrecht auf die Seite bc, durch b eine Ebene v senkrecht auf ca und durch c eine Ebene w senkrecht auf a b. Es sind die Spuren dieser Ebenen zu suchen und ihre gegenseitigen Schnittlinien zu untersuchen.

14. Gegeben: ein Dreieck abc im Raume. In den Halbierungspunkten der Seiten lege man Ebenen senkrecht auf dieselben, suche ihre Schnittlinien unter einander und mit dem Dreiecke.

15. Ein Raumdreieck sei durch die Bilder gegeben. Man suche jene Ebenen, welche die Dreieckswinkel halbieren und auf der Dreiecksebene senkrecht stehen. Was lässt sich über die Schnittlinien dieser Ebenen sagen?

16. Zwei sich kreuzende Gerade p, q und ein Raumpunkt a sind gegeben. Man lege durch a zwei Ebenen u und v; die erstere senkrecht auf p und letztere senkrecht auf q. Welche Neigungswinkel schliesst der Schnitt der Ebenen u und v mit den Bildebenen ein.

17, Zwei sich kreuzende Gerade **p**, **q** und ein Raumpunkt **a** seien gegeben. Man lege durch **a** und **p** und durch **a** und **q** Ebenen und suche den Schnitt derselben.

18. Drei sich kreuzende Gerade **p**, **q** und **r** sind gegeben. Man suche eine Gerade **s**, welche **p**, **q** und **r** schneidet. Diese Aufgabe lässt unzählig viele Auflösungen zu und kann mit Rücksicht auf die vorhergehende leicht gelöst werden.

Parallele Ebenen.

Wenn zwei Ebenen einander parallel sind, so müssen auch ihre Spuren parallel sein. Wäre dies nicht der Fall, so müssten diese, als in derselben Ebene liegende Gerade, sich schneiden und dann hätten die Ebenen einen endlich liegenden Punkt gemein, was jedoch der Voraussetzung gemäss nicht statt haben kann.

Dass parallele Ebenen parallele Spuren haben, können wir auch einsehen,
Fig. 58. wenn wir Fig. 58 zwei Ebenen **u** und **v** so annehmen, dass $\overline{u}_2 \parallel v_2$ und $\overline{u}_1 \parallel v_1$ ist und den Schnitt dieser Ebenen zu suchen versuchen. Die zweiten Spuren schneiden sich in einem unendlich fernen Punkte, welcher dem Schnitte beider Ebenen angehört. Dasselbe gilt auch von dem unendlich fernen Punkte, in welchem sich die ersten Spuren schneiden. Liegen zwei Punkte einer Geraden unendlich ferne, so liegt die Gerade selbst in unendlicher Entfernung, woraus folgt, dass **u** und **v** parallel sind.

Fragen wir nun, wie es mit der Umkehrung dieses Satzes steht: Wenn die Spuren zweier Ebenen parallel sind, sind auch die Ebenen parallel? Dieser Satz behält seine Giltigkeit nur unter einer besonderen Beschränkung. Ebenen, welche zur Bildaxe parallel sind, können unendlich viele Lagen und Stellungen annehmen und jedesmal sind die Spuren derselben zur Axe parallel. In diesem Falle können wir nicht aus dem Parallelismus der Spuren auch auf den Parallelismus der Ebenen schliessen.

Fig. 56. Es soll Fig. 56 untersucht werden ob die Ebene **u** der Ebene **v** parallel sei. Wir schneiden beide Ebenen durch eine beliebig gewählte dritte Ebene **w** und bringen sie mit **u** und **v** zum Schnitt. Weil die Schnittlinien **ab** und **cd** nicht parallel sind, so sind auch die Ebenen nicht parallel. Die vorstehende Untersuchung hätte auch mittels einer dritten Bildebene
Fig. 59. entschieden werden können. In Fig. 59 betrachten wir abermals zwei Ebenen **u** und **v**, deren Spuren der Bildaxe parallel sind. Damit entschieden werde, ob diese Ebene parallel sind, führen wir allenfalls eine dritte Bildebene ein, ordnen sie der zweiten zu und ziehen der Einfachheit wegen ${}_2X_3 \perp {}_1X_3$. Dann suchen wir $\overline{u}_3$ und $\overline{v}_3$ und da in unserer Figur auch diese dritten Spuren parallel sind, so sind auch die Ebenen parallel. Wir könnten also ganz allgemein sagen: parallele Ebenen haben in j e d e r Bildebene parallele Spuren. Diese Fassung gestattet eine allgemein giltige Umkehrung.

Fig. 60. In Fig. 60 soll durch einen Punkt **a** eine Ebene **v** parallel zu der gegebenen Ebene **u** gelegt werden. Nachdem die Spuren von **v** der Richtung nach bekannt sind, so ziehen wir durch **a** etwa die Zweierspurpa-

rallele p und suchen b_1, den ersten Spurpunkt derselben. $\overline{v_1}$ geht durch b_1 und parallel zu $\overline{u_1}$.

Die zweite Spur geht durch den Axenpunkt und parallel zu u_2. Ergäbe sich der Axenpunkt unbenützbar, so ziehe man durch **a** noch eine Einserspurparallele und bestimme die Ebene **v** durch ein Paar sich schneidender Geraden.

Wäre die Ebene **u** nicht durch die Spuren, sondern durch irgend andere Bestimmungstücke gegeben, so merke man den stereometrischen Fundamentalsatz: Eine Ebene ist zu einer anderen parallel, wenn sie parallel ist zu zweien in dieser Ebene liegenden Geraden.

Aufgaben. 1. Gegeben: Eine Ebene **u**, bestimmt durch ein Paar paralleler Geraden, und ein Punkt **a**. Man lege durch **a** eine Ebene parallel zu **u**.

2. Gegeben: Ein Punkt **a** und eine Ebene **u**, deren Spuren zur Bildaxe parallel sind. Durch **a** ist eine Ebene **v** parallel zu **u** zu legen.

3. Zwei Punkte **a** und **b** sind im Raume gegeben. Man lege durch **a** eine Ebene parallel zu jener, welche durch **b** und die Bildaxe bestimmt ist.

4. Eine Gerade **p** und zwei Punkte **a** und **b** sind gegeben. Durch den Punkt **c**, in welchem die durch **a** senkrecht auf **p** gelegte Ebene die Bildaxe schneidet lege man die Ebenen **u** und **v** welche beziehungsweise parallel sind zu den durch **a** und **p**, und **b** und **p** bestimmten Ebenen.

5. Ein Raumdreieck und ein beliebig gewählter Raumpunkt **a** sind gegeben; man lege durch **a** eine Ebene parallel zu der Dreiecksebene, ohne die Spuren zu benützen.

6. Es ist der Abstand zweier parallelen Ebenen **u** und **v** zu bestimmen.— Diese Aufgabe werde auf eine zweifache Art gelösst. Man nehme in **u** einen Punkt **a** an, fälle von demselben ein Perpendikel auf **v** und bestimme die wahre Grösse desselben; oder: man führe eine dritte Bildebene senkrecht auf **u** und **v** ein, bestimme die dritten Spuren $\overline{u_3}$ und $\overline{v_3}$, deren Abstand dem gesuchten Abstande gleich ist; warum?

7. Vier Punkte **a**, **b**, **c** und **d** seien Raume gegeben; **a** liege in der Bildaxe, **b** in der ersten, **c** in der zweiten Bildebene und **d** allgemein im Raume. Man lege durch **a** eine Ebene **u** parallel zu der durch **b**, **c**, und **d** bestimmten Ebene, durch **d** eine Ebene **v** senkrecht auf die Gerade **bc** und bestimme den Schnitt derselben.

8. Gegeben: ein Punkt **a**, eine Gerade **p** und eine Ebene **u**. Man lege durch **a** zwei Ebenen: **v** parallel zu **u** und **w** parallel zu **p** und senkrecht auf **u**. Auf der Schnittlinie von **v** mit **w** soll eine Strecke von gegebener Länge aufgetragen werden.

9. *Es soll der kürzeste Abstand zweier sich kreuzenden Geraden* **p** *und* **q** *bestimmt werden.*

Unter allen Strecken, welche irgend zwei Punkte dieser Geraden verbinden, ist eine die kürzeste; Wir sagen von ihr dass sie den Abstand der Geraden **p** und **q** misst; sie steht auf beiden Geraden senkrecht. Für die Ausfügrung dieser Aufgabe gelte folgende Andeutung: „Nehme auf **q** einen Punkt **a** an und ziehe durch denselben einen Strahl **r** ‖ **p**. Die Ebene **q r** ist parallel zu **p**, folglich hat ein jeder Punkt dieser Geraden von der Ebene **qr** denselben Abstand. Nehme daher auf **p** einen beliebigen

Punkt **b** an und lege durch denselben einen Strahl **s** senkrecht auf die Ebene **qr** und suche sodann den Schnittpunkt **c** von **s** mit dieser Ebene **qr**. Die Strecke **bc** ist gleich dem kürzesten Abstande der gegebenen Geraden. Will man den Abstand am wahren Orte haben, so ziehe man durch **c** eine Parallele zu **p** bis sie **q** in dem Punkte **d** schneidet. Wird nun durch **d** eine Gerade parallel zu **ab** gezogen bis **p** in dem Punkte **e** geschnitten wird, so erhält man in $\overline{de}$ den kürzesten Abstand von **p** und **q** am wahren Orte.

An der Hand der soeben gebotenen Erklärung entwickele der Schüler diese Aufgabe im Raume selbst, versinnliche sich alles und erweise die Richtigkeit der Auflösung. Nachdem er die ideelle Auflösung begriffen und sich geläufig eingeprägt, führe er diese Aufgabe in orthogonalen Bildern aus.

In manchen Fällen verlangt man nur die Richtung des kürzesten Abstandes zweier sich kreuzenden Geraden **p** und **q**. Legt man eine beliebige Ebene **u** senkrecht auf **p** und ebenso eine Ebene **v** senkrecht auf **q**, so giebt die Schnittlinie dieser Ebenen die Richtung des kürzesten Abstandes der Geraden **p** und **q**.

Mittels Transformation der Bildebenen lässt sich eine recht brauch-
Fig. 62. bare Auflösung, der vorliegenden Aufgaben angeben. In Fig. 62 sind zwei sich kreuzende Gerade **p** und **q** gegeben. Soll der kürzeste Abstand dieser Geraden gesucht werden, so führe man den gegebenen Fall auf jenen zurück, wo eine der Geraden auf einer Bildebene senkrecht steht. Da in Fig. 62 **q** zur ersten Bildebene parallel ist, so ziehe man ${}_1X_3 \perp q_1$, sucht p_3 und q_3 und der Zweck ist bereits erreicht. **q** steht auf der dritten Bildebene senkrecht; das Perpendikel $a_3\ b_3$ giebt das dritte Bild des Abstandes und zwar in wahre Grösse. Das erste und zweite Bild kann auch sofort gezeichnet werden, wie aus der Fig. 62 ersichtlich. Wäre keine der gegebenen Geraden zu einer Bildebene parallel, so ist die vorige Transformation mit einer Bildebene nicht erreichbar. Hier müsste zuerst eine dritte Bildebene parallel zu einer Geraden und sodann eine vierte senkrecht darauf eingeführt werden.

Der Schüler leite das in Fig. 62 angegebene Verfahren aus der vorhin erläuterten allgemeinen Auflösung ab und begründe selbständig, warum eine Vereinfachung in dem Falle, wenn eine Gerade auf einer Bildebene senkrecht steht, eintritt.

Den Neigungswinkel zweier Ebenen zu bestimmen.

Unter dem Neigungs- oder Flächenwinkel zweier sich schneidender Ebenen versteht man die Grösse der Umdrehung, welche eine von diesen Ebenen um die gemeinzame Gerade, den Schnitt beider Ebenen, machen muss um in die Lage der anderen zu gelangen.

Das Mass des Flächenwinkels zweier Ebenen **u** und **v** wird gefunden, wenn man senkrecht auf die Schnittlinie derselben eine Ebene **w** legt und die Geraden **p**, **q** sucht in welchen diese Ebene die gegebenen Ebenen **u** und **v** schneidet. Der von **p** und **q** eingeschlossene Winkel ist das Mass des Neigungswinkels dieser Ebenen.

Wir könnten denselben Winkel auch auf folgende Art finden: In der

Schnittlinie der gegebenen Ebenen nehmen wir einen Punkt an und ziehen durch denselben die Geraden **p** und **q**, welche beziehungsweise in **u** und **v** liegen und senkrecht auf der Schnittlinie dieser Ebenen stehen. Der Winkel (**pq**) misst den Neigungswinkel.

Noch ein anderes Verfahren wäre folgendes: Auf der Schnittlinie der gegebenen Ebenen nehmen wir einen Punkt an und errichten daselbst zwei Gerade **p** und **q** beziehungsweise senkrecht auf **u** und **v**. Der Winkel (**p q**) misst die Neigung dieser Ebenen. Aus diesem Verfahren lässt sich noch ein allgemeineres ableiten, wenn man bedenkt, dass Parallelwinkel gleich sind:

Durch einen beliebig gewählten Punkt ziehe man zwei Gerade **p** $\perp$ **u** und **q** $\perp$ **v**; der Winkel (**p q**) ist dem Neigungswinkel gleich. — Der Schüler versinnliche sich alle diese Erklärungen im Raume, trachte hiezu geeignete Modelle zu machen und gebe überall die nötigen stereometrischen Beweise. Im folgenden wollen wir verschiedene Methoden angeben, den Neigungswinkel zweier Ebenen zu suchen.

1. **Methode** Fig. 63. Man suche die Schnittlinie **ab** der gegebenen Ebenen **u**, **v**, nehme in derselben einen beliebigen Punkt **s** an und lege durch denselben eine Ebene **w** senkrecht auf **ab**, was allenfalls mittels der Zweierspurparallelen **p** geschehen kann. Sodann suche mann den Schnitt von **w** mit **u** und **v**. Diese drei Ebenen schneiden sich in **s** und wir brauchen daher von jeder Schnittlinie nur noch einen Punkt zu suchen. Der Schnitt von $\overline{w}_1$ mit $\overline{u}_1$ giebt den Punkt **i**, welcher offenbar dem Schnitte von **w** mit **u** angehört; **i s** bestimmt sonach die Schnittlinie dieser Ebenen. Ebenso bestimmt **k s** den Schnitt von **w** mit **v** und man hat den Neigungswinkel **k s i** durch seine orthogonalen Bilder ermittelt. Die wahre Grösse desselben wird durch die Umlegung um die Spur der Winkelebene gefunden. Fig. 65.

2. **Methode**. Fig. 64: Man suche den Schnitt von **u** mit **v** und ziehe sodann $\overline{w}_1$ senkrecht auf $a_1\,b_1$ in beliebig gewählter Lage derart, dass die Schnittpunkte **m** und **n** von $\overline{w}_1$ mit $\overline{u}_1$ und $\overline{v}_1$ benützbar liegen und erklärt $\overline{w}_1$ als die erste Spur der Ebene des Neigungswinkels. Der Punkt **s**, in welchem diese Ebene die Gerade **ab** schneidet, kann sehr einfach gefunden werden. Fig. 64.

Man lege durch **ab** eine horizontal projicirende Ebene, und lege dieselbe um $a_1\,b_1$ sammt der Schnittgeraden in die erste Bildebene um. Wir können diese Ebene auch als eine dritte Bildebene auffassen, welche der ersten zugeordnet ist. Nachdem das dritte Bild von **ab** gefunden ist, kann $\overline{w}_3$, die dritte Spur der Winkelebene, durch **A** normal auf $a_3\,b_3$ gezogen werden, weil die Ebene **w** auf der Geraden **ab** senkrecht steht.

Ebenso ergiebt sich s_3, das dritte Bild des Scheitels unmittelbar, weil **w** für die dritte Bildebene projicirend, ist. s_3 **A** giebt den Spurabstand des Punktes **s** in wahrer Grösse und wir können daher die Umlegung dieses Punktes um $\overline{w}_1$ als Drehungsaxe sogleich vornehmen, bei welcher Drehung die Punkte **m** und **n**, weil in der Drehungsaxe liegend, unverändert bleiben. In **m s′ n** haben wir die wahre Grösse des Neigungswinkels ermittelt, ohne vorher die orthogonalen Bilder desselben gesucht zu haben.

Fig. 65. 3. **Methode.** Fig. 65. Man wähle einen beliebigen Raumpunkt **o** und ziehe durch denselben zwei Strahlen $\mathfrak{p} \perp \mathfrak{u}$ und $\mathfrak{q} \perp \mathfrak{v}$, was unmittelbar geschehen kann, denn: steht eine Gerade senkrecht auf einer Ebene, so stehen auch ihre Bilder senkrecht auf den Spuren dieser Ebene.

Der von **p** und **q** eingeschlossene Winkel ist gleich dem Neigungswinkel der Ebenen **u** und **v**. Die wahre Grösse desselben wurde durch die Umlegung in die erste Bildebene bestimmt.

Fig. 66. 4. **Methode**, Fig 66. Stehen zwei Ebenen gleichzeitig senkrecht auf auf einer Bildebene, dann steht auch die Schnittlinie derselben auf dieser Bildebene senkrecht. Wir können dieselbe unmittelbar zur Ebene des Neigungswinkels wählen, welcher offenbar durch den Winkel, welchen die Spuren einschliessen, gemessen wird. Im Fig. 66 zeigen wir, wie auch der allgemeinste Fall auf den vorerwähnten reducirt werden kann.

Es sei gegeben: eine doppelt geneigte Gerade **p** und zwei Raumpunkte **a** und **b**; man bestimme den Neigungswinkel jener Ebenen, welche durch **a** und **p**, und durch **b** und **p** bestimmt sind. — Durch die Gerade **p**, welche als Schnittlinie dieser beiden Ebenen auftritt, legen wir eine Bildebene Drei, ordnen sie der ersten zu und suchen $\mathfrak{p}_3$, $\mathfrak{a}_3$ und $\mathfrak{b}_3$. Bezeichnen wir kurzweg die durch **a p** bestimmte Ebene mit **u** und die Ebene **b, p** mit **v**, so fällt $\overline{\mathfrak{u}_3}$ und $\overline{\mathfrak{v}_3}$ mit $\mathfrak{p}_3$ zusammen; warum?

Senkrecht auf $\mathfrak{p}_3$ stellen wir eine vierte Bildebene, welche der dritten zugeordnet wird und suchen $\mathfrak{a}_4$ und $\mathfrak{b}_4$. Da nun **u** und **v** auf der vierten Bildebene senkrecht stehen, so sind $\overset{0}{\overline{\mathfrak{u}_4}}$ und $\overset{0}{\overline{\mathfrak{v}_4}}$ durch den Axenpunht und durch $\mathfrak{a}_4$ uud $\mathfrak{b}_4$ bestimmt und der von ihnen eingeschlossene Winkel α misst die Neigung der gegebenen Ebenen.

Das Neigungsmass einer Ebene zu den Bildebenen.

Diese Aufgabe geht aus der vorigen als spezieller Fall hervor. Wäre
Fig 5. in Fig. 5 der Neigungswinkel zu bestimmen, welchen die Ebene **u** mit der ersten Bildebene einschliesst, so ist offenbar $\overline{\mathfrak{u}_1}$ der Schnitt der Ebenen, deren Neigungsmass gesucht wird. Führen wir nun eine Ebene senkrecht auf $\overline{\mathfrak{u}_1}$, so können wir dieselbe als eine dritte, der ersten zugeordnete Bildebene ansehen. Wir ziehen daher ${}_1X_3$ senkrecht auf $\overline{\mathfrak{u}_1}$ und suchen $\overset{0}{\overline{\mathfrak{u}_3}}$. Der spitze Winkel, welche $\overset{0}{\overline{\mathfrak{u}_3}}$ mit ${}_1X_3$ einschliesst, misst die Neigung der Ebene **u** zur ersten Bildebene. Warum?

Fig. 67. In Fig. 67 ist ein Raumdreieck gegeben, dessen Neigungsmass zu der ersten Bildebene bestimmt werden soll. Man ordne der ersten Bildebene eine dritte derart zu, dass sie gleichzeitig auf der gegebenen Dreiecksebene senkrecht steht. Zu diesem Behufe ist es nicht nötig, die erste Spur der Dreiecksebene zuvor zu ermitteln. Wir construiren in der Ebene des Dreieckes eine Einserspurparallele **p**, ziehen ${}_1\mathfrak{X}_3$ senkrecht auf $\mathfrak{p}_1$ und suchen die dritte Spur der Dreiecksebene. Der Winkel, welchen diese mit ${}_1\mathfrak{X}_3$ einschliesst, misst die erste Neigung des Dreieckes. Ergäbe sich der Scheitel dieses Winkels unbenützbar, so merke, dass Winkel, deren Schenkel parallel sind, gleich sind und ziehe einen beliebigen Strahl parallel zu $\mathfrak{a}_3\,\mathfrak{c}_3$.

In ähnlicher Weise gehe man vor, wenn die zweite Neigung einer Ebene bestimmt werden soll.

In Fig. 6 ist eine Ebene durch ein Paar paralleler Geraden **p** und **q** Fig. 67.
gegeben. Soll das Mass der Neigung dieser Ebene zu der zweiten Bildebene bestimmt werden, so werde dieser Bildebene eine dritte so zugeordnet, dass sie auf der Ebene **p q** senkrecht steht, was mittels der Zweierspurparallelen leicht und sicher geschehen kann. Der Winkel, welchen die dritte Spur der gegebenen Ebene mit $_2X_3$ einschliesst ist der gesuchte.

Eine Ebene zu legen, welche mit den Bildebenen gegebene Neigungswinkel einschliesst.

Betrachten wir Fig. 68 eine vertikal projicirende Ebene **u** und einen Fig. 68.
auf dieser Ebene senkrecht stehenden Strahl **p**. Bei unserer speziellen Annahme kann der Winkel α, welcher den horizontalen Neigungswinkel der Ebene **u** misst, in der zweiten Bildebene unmittelbar abgelesen werden, eben so wie sich auch α', die erste Neigung des Normalstrahles **p**, in dieser Bildebene in wahrer Grösse projicirt. Man sieht auch sofort ein, dass $\alpha = 90^0 - \alpha'$ und dass diese Eigenschaft auch bei jeder anderen Stellung der Ebene und für jede andere Bildebene zutrifft. Wenn wir also die Neigungswinkel, welche eine doppelt geneigte Ebene mit der ersten und zweiten Bildebene einschliesst, beziehungsweise mit α und β bezeichnen und wenn α' und β' die erste und zweite Neigung eines Normalstrahles dieser Ebene ist, dann ergeben sich unmittelbar folgende Relationen:

$$\alpha = 90^0 - \alpha'$$
$$\beta = 90^0 - \beta'$$
$$\alpha + \beta = 180^0 - (\alpha' + \beta')$$

und weil, wie bereits bekannt:

$$(\alpha' + \beta') < 90^0$$

so ist $$(\alpha + \beta) > 90^0; \text{ d. h:}$$

die Summe der Neigungswinkel gegen zwei zugeordnete Bildebenen ist bei einer doppelt geneigten Ebene grösser als 90^0.

Ist eine Ebene zu einer Bildebene parallel so ist der eine Neigungswinkel = 0 und der zweite = 90^0. Steht eine Ebene auf der Bildaxe senkrecht, dann ist ein jeder = 90^0. Geht die Ebene durch oder parallel zur Axe dann ist die Summe beider = 90^0. Wir haben demnach

$$90^0 \leqq (\alpha + \beta) \leqq 180^0$$

als die Grenzen für die Summe der Neigungswinkel einer Ebene zu zwei zugeordneten Bildebenen.

Vorstehende Betrachtung vermittelt die Auflösung der folgenden Aufgabe.

Sollen durch einen gegebenen Punkt jene Ebenen gelegt werden, welche mit der ersten und zweiten Bildebene beziehungsweise die Winkel α und β einschliessen, so suche man zuerst die Stellung dieser Ebenen. Wir construiren Fig. 69 eine beliebig gewählte Strecke **a b**, welche mit Fig. 69.

den Bildebenen die Winkel $\alpha' = 90 - \alpha$ und $\beta' = 90 - \beta$ einschliesst. Legt man nun durch einen beliebigen Axenpunkt eine Ebene normal auf die Strecke **ab**, so hat man die Stellung jener Ebene, welche der gestellten Bedingung genügt, ermittelt. Durch den Punkt $b_1\,b_2$ können, wie bekannt, vier Strecken gelegt werden, welche mit den Bildebenen die Winkel α' und β' einschliessen, folglich giebt es auch für die gesuchte Ebene vier Stellungen. Die Spuren dieser Ebenen **u**, **v**, **w** und **z** können sofort gezogen werden, wenn man sich auf die Abbildung der Normalen erinnert.

Aufgaben. 1. Gegeben: ein Punkt **a**, dessen erste Ordinate = 2 cm. und die zweite Ordinate = 4 cm. ist; eine Gerade **p** welche mit den Bildebenen die Winkel $\alpha = 30^0$ und $\beta = 45^0$ einschliesst und eine Ebene **u** deren Neigung zu den Bildebenen durch die Winkel $\alpha = 45^0$ und $\beta = 75^0$ gemessen wird. Man lege durch **a** eine Ebene **v** normal auf **p** und bestimme den Neigungswinkel dieser Ebene mit **u**.

2. Vier nicht in einer Ebene liegende Punkte **a**, **b**, **c**, **d** sind als die Eckpunkte einer Pyramide gegeben. Man bestimme die Flächen- und Kantenwinkel der Ecke **a**.

3. Zwei begrenzte Ebenen, ein Dreieck und ein Parallelogramm, sind durch ihre orthogonalen Bilder gegeben. Es ist der Neigungswinkel dieser Ebenen zu bestimmen, ohne deren Spuren zu benützen.

4. Gegeben: zwei Punkte **a**, **b** und eine Gerade **p**. Man lege durch **p** die Ebenen **u** und **v**, welche die durch **a**, **p** und **b**, **p** gebildeten Flächenwinkel halbieren.

5. Gegeben: zwei Punkte **a** und **b** im Raume. Suche den geometrischen Ort jenes Punktes, welcher von **a** und **b** gleich weit absteht.

6. Gegeben: zwei Punkte **a** und **b**. Suche einige Lagen jenes Punktes welcher von **a** halbsoweit absteht als von **b**.

7. Gegeben: eine doppelt geneigte Gerade **p** und ein Raumpunkt **a**. Suche den geometrischen Ort jenes Punktes, welcher von **a** und **p** gleich weit absteht.

8. Gegeben: zwei parallele Raumgerade **p** und **q**. Suche den geometrischen Ort jenes Punktes, welcher von **p** dreimal soweit absteht als von **q**.

9. Zwei sich schneidende Gerade **p** und **q** sind gegeben. Suche den geometrischen Ort jenes Punktes, welcher von **p** und **q** gleich weit absteht.

10. Zwei Ebenen **u** und **v** sind gegeben. Es ist der geometrische Ort jenes Punktes zu suchen, welcher von **u** und **v** gleich weit absteht. Wie gestaltet sich diese Aufgabe, wenn **u** und **v** parallel sind?

Schulnachrichten. *)

Der Lehrkörper.

Director:

Gatti Ferdinand, fungirender Landesschulinspector, lehrte Deutsch in II B.

Professoren und Lehrer:

(in alphabetischer Ordnung.)

Herr **Barchanek** Clemens, Lehrer, lehrte Geometrie und geometrisches Zeichnen in II A, III und darstellende Geometrie in IV—VII.

„ **Čebular** Jakob, Lehrer, lehrte Mathematik in V, VII und Physik in VI, VII.

„ **Diak** Anton, Weltpriester, Professor, Mitglied der Prüfungscommission für allgemeine Volks- und Bürgerschulen, lehrte Geschichte und Geographie in V—VII.

„ **Erjavec** Franz, Professor, lehrte Naturgeschichte in allen Klassen.

„ **Filippi** Jakob, Lehrer, lehrte Italienisch in allen Klassen.

„ **Kornfeind** Johann, Lehrer, lehrte Französisch in III—VII und Geographie und Geschichte in III.

„ **Kos** Simon, Professor, lehrte Arithmetik in II A, II B, III, IV und Physik in III, IV.

„ **Möstl** Alois, Lehrer, akademischer Historienmaler, lehrte das Freihandzeichnen in II A, III—VII.

„ **Müller** Emmerich, Lehrer, lehrte Deutsch in IV—VII und Geographie und Geschichte in IV.

„ **Plohl** Franz, Lehrer, lehrte Slovenisch in allen Klassen und Kalligraphie in I, II B.

„ **Sessich** Anton, Weltpriester, Besitzer des goldenen Verdienstkreuzes, Mitglied des Bezirksschulrates in Görz, lehrte Religion in allen Klassen.

Supplirende Lehrer:

Herr **Baselli** Lorenz, lehrte geometrisches Zeichnen in I, II B. Geographie und Geschichte II B, Freihandzeichnen in II B und Kalligraphie in II A.

„ **Garzarolli** Karl, Edler von Thurnlak lehrte Chemie in IV, V, VI u. VII, Arithmetik und Geographie in der I Klasse.

„ **Huber** Eduard lehrte deutsche Sprache in I, II A, III und Geographie und Geschichte in II A.

---

*) Da der Gefertigte in den letzten sechs Wochen mit Arbeiten überhäuft war, so hatte Herr Professor Barchanek, der als Verfasser der vorstehenden Abhandlung die Drucklegung des einen Theiles des Programmes zu besorgen hatte, die Gefälligkeit, die Redaction auch des anderen Theiles auf sich zu nehmen.

Gatti.

„ **Srabotnik** Friedrich lehrte Französisch in I, II A, II B, Mathematik in VI.

Assistent:

Herr **Pelican** Alois für geometrisches und Freihandzeichnen.

Nebenlehrer:

Herr **Komel** Michael, Übungsschullehrer, lehrte den Gesang.
„ **Kurschen** Alois lehrte das Turnen.

Schuldiener:

Marzolla Friedrich.
Puspan Anton.

ZUSAMMENSTELLUNG
des vorgenommenen Lehrstoffes nach den einzelnen Klassen.

I. Klasse.

Klassenvorstand: *Hr. Srabotnik.*

I. Religion. 2. St. Ital. Abth. Storia sacra del vecchio Testamento; nach Dr. Schuster — Slov. Abth. Zgodbe svetega pisma stare zaveze; nach Dr. Schuster.

A. Sessich.

2. Deutsche Sprache. 4 St. Einübung der gesammten Formenlehre, Übersicht der Satzformen in Musterbeispielen aus dem Lesebuche „Neumann und Gehlen" für die I. und II Klasse. Grammatik nach Brandl. Sprech-, Lese- und Schreibübungen, letztere vorherrschend orthographischer und grammatischer Art, gelegentliches mündliches Wiedergeben des Gelesenen. Alle 8 Tage eine Haus-, alle 14 Tage eine Schulaufgabe.

E. Huber.

3. Italienische Sprache. 3. St. Grammatica di Puoti. Le forme regolari della etimologia; sintassi semplice, interpunzione, raddoppiamento. Esercizii a voce ed in iscritto. Quattro compiti al mese.

J. Filippi.

4. Slovenische Sprache. 3. St. Izreka, menjava glasnikov, naglas, pravopisje; pravilna sklanja imen po Janežičevi slovenski slovnici. Vaje iz prvega zvezka Janežičevega Cvetnika, iz katerega so se dijaki pesnij in prozaičnih sestavkov na pamet učili. Vsak teden po eno domačo, vsak mesec po dve šolski nalogi.

F. Plohl.

5. Französische Sprache. 4. St. Aussprache, Declination der Nomina, Position und Comparation der Adjectiva, Conjugation von avoir und être nach Otto's franz. Conversations-Grammatik.

F. Srabotnik.

6. **Geographie**. 3. St. Grundzüge der mathematischen und physikalischen Erdkunde, soweit dieselbe zum Verständnisse der Karte unentbehrlich sind und in anschaulicher Weise erörtert werden können. Beschreibung der Erdoberfläche in ihrer natürlichen Beschaffenheit und den allgemeinen Scheidungen nach Völkern und Staaten auf Grundlage steter Handhabung der Karte; nach Kozenn.

K. Garzarolli.

7. **Arithmetik**. 3 St. Dekadisches Zahlensystem. Die Grundrechnungen mit unbenannten Zahlen ohne und mit Decimalbrüchen. Grundzüge der Theilbarkeit, grösstes gemeinschaftliches Mass, kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches. Gemeine Brüche, Verwandlung derselben in Decimalbrüche und umgekehrt. Rechnen mit periodischen Decimalbrüchen, Rechnen mit benannten Zahlen; nach Villicus.

K. Garzarolli.

8. **Naturgeschichte**. 3. St. Anschauungsunterricht in der Naturgeschichte: I. Semester: Wirbelthiere; II. Semester: Wirbellose Thiere; nach Pokorny.

F. Erjavec.

9. **Geometrisches Zeichnen**. 6 St. Geometrische Anschauungslehre, Geometrische Gebilde in der Ebene (Linien, Winkel, Dreieck, Viereck, Vieleck, Kreis, Ellipse). Kombinationen dieser Figuren; das geometrische Ornament. Elemente der Geometrie im Ranme, Zeichnen nach Draht-und Holz-Modellen.

L. Baselli.

10. **Kligraphie**. 1 St. Lateinische und deutsche Currentschrift; nach Nädelin' s Methode,

F. Plohl.

II. Klasse.

Klassenvorstand der Ital. Abth. *Hr. E. Huber.*
„ „ Slov. „ „ *F. Plohl.*

1. **Religion**. 2. St. Ital. Abth. Storia sacra del nuovo Testamento; nach Dr. Schuster — Slov. Abth. Zgodbe svetega pisma nove zaveze; nach Schuster.

A. Sessich.

2. **Deutsche Sprache**. 4 St. Wiederholung der Formenlehre, Lehre vom einfachen und zusammengesetzen Satze. Grammatik v. Brandl. Analyse prosaischer Aufsätze und Memoriren einiger Gedichte aus „Neumann und Gehlen' s“ Lesebuch. Zahlreiche schriftliche Übungen.

E. Huber.
F. Gattl.

3. **Italienische Sprache**. 3 St. Grammatica di Puoti. Ripetizione delle forme regolari, e quindi forme irregolari, preposizioni, avverbi, interposti. Proposizicni più sviluppate, che nella prima. Esercizii a voce ed in iscritto. Temi come nella prima classe.

J. Filippi.

4. Slovenische Sprache. 3 St. Nepravilna sklanja; glagol, raba členkov; goli, izobraženi i skrčeni stavek po Janežičevi slov. slovnici.— Čitanje II. Janežičevega Cvetnika. — Slovenje na pamet naučenih pesnij. — Vsak mesec po tri naloge.

F. Plohl.

5. Französische Sprache. 3 St. Formenlehre der flexiblen Redetheile, Conjugation der regelmässigen Verba auf er, ir, re, einschliesslich, der häufig vorkommenden unregelmässigen defectiva und unpersönlichen Zeitwörter, Adverbia und Conjunctionen; adjectif, qualitatif und determinatif; nach Otto' s französischer Conversations-Grammatik.

F. Srabotnik.

6. Geographie. 2 St. Specielle Geographie Asien' s und Afrika' s; detaillirte Beschreibung der Terreinverhältnisse und der Stromgebiete Europa' s an oftmalige Anschauung und rationelle Besprechung der Schul - und Wandkarten anknüpfend; Geographie des westlichen und südlichen Europa; nach Kozenn.

E. Huber.
L. Baselli.

7. Geschichte. 2 St. Übersicht der Geschichte des Alterthums; nach Gindely 1 Bd.

E. Huber.
L. Baselli.

8. Arithmetik. 3 St. Das wichtigste aus der Mass - und Gewichtskunde, aus dem Geld - nnd Münzwesen, mit besonderer Berücksichtigung des französischen Systems. Mass - Gewichts - und Münzreduction Verhältnisse, Proporzionen, Kettenrechnung, Theilregel, Allegationsrechnung; nach Villicus.

S. Kos.

9. Naturgeschichte. 3 St. Anschauungsunterricht in der Naturgeschichte: I. Semester: Meneralogie; II. Sem. Botanik; nach Pokorny.

F. Erjavec.

10. Geometrisches Zeichnen. 3 St. Planimetrie; Übungen mit dem Zirkel und dem Reisszeuge überhaupt, Gebrauch der Reisschiene und des Dreieckes; nach Močnik.

C. Barchanek.
L. Baselli.

11. Freihandzeichnen. 4 St. Strenges Contouriren einfacher vegetabilischer Ornamente, nach Vorlangen wie nach Tafelzeichnungen; ausschliesslich in Feder durchgeführt. Zeichnen nach plastischen geometrischen Ornamenten in doppelter Kreide. Die Polychromie wurde geübt nach den bekannten Herdt' l schen und Schreiber' schen Vorlageblättern.

A. Möstl.

12. Kalligraphie. 1 St. Deutsche und lateinische Currentschrift.

L. Baselli.

III. Klasse.

Klassenvorstand: *Hr. J. Kornfeind.*

1. **Religion.** 2 St. Ital. Abth. Corso d' istruzione religiosa ad uso dei ginnasii inferiori; per L. Schiavi — Slov. Abth. Katekizem ali keršanski nauk za niže realke; nach Lesar.
A. Sessich.
2. **Deutsche Sprache** 4. St. Wiederholung der Lehre vom einfachen und zusammengesetzten Satze. Briefstyl, Lectüre aus „Neumann und Gehlen' s Lesebuche. Zahlreiche schriftliche Übungen."
E. Huber.
3. **Italienische Sprache.** 3 St. Grammatica di Puoti: osservazioni speciali sulla formazione, sull' uso, e sulle varie proprietà delle parti del discorso, forme più complicate del discorso, forme più complicate della proposizione. Esercizii e temi come nella I classe.
J. Filippi.
4. **Slovenische Sprache.** 3 St. Ponavljatev sklanje in spregatve; skladnja do glagola po Janežičevi slov. slovnici. — Čitanje iz Janežičevega Cvetnika slov. slovesnosti. Nekoliko pesnij so se dijaki tudi na pamet učili. Vsak mesec po tri naloge.
F. Plohl.
5. **Französische Sprache.** 3 St. Die Formenlehre vollständig; Lecture, Übersetzen und grammatische Analysis der im Lehrbuche von Otto gegebenen Proben und mehrerer anderer Lesestücke historisch-moralischer Inhaltes nach der Chrestomathie des genannten Auctors; jede Woche eine schriftliche Arbeit.
J. Kornfeind.
6. **Geographie.** 2 St. Die Elemente der mathematisch-astronomischen Geographie; oro-hydrographische und statitische Schilderung der im Öster. Reichs-Rath vertretenen Länder, der Schweiz, Deutschland, Belgien, Holland, Skandinavien und Russland.
J. Kornfeind.
7. **Geschichte.** 2 St. Die Geschichte des Mittelalters mit specieller Berücksichtigung der vaterländischen Momente.
J. Kornfeind.
8. **Arithmetik.** 3 St. Fortgesetzte Übungen im Rechnen mit besonderen Zahlen zur Wiederholung und Erweiterung des bisherigen arithmetischen Lehrstoffes. Zinseszinsrechnungen; nach Villicus.
S. Kos.
9. **Physik.** 5. St. Allgemeine Eigenschaften der Körper; Wärme; Statik und Dynamik fester, tropfbarer und ausdehnsamer Körper; nach Pisko.
S. Kos
10. **Geometrisches Zeichnen.** 3 St. Mass und Messen der Strecken; Proporzionalität der Streckenpaare; Ähnlichkeit der Dreiecke; ähnliche und ähnlich liegende geometrische Gebilde in der Ebene. Die Theilung der Strecke im beliebigen, im harmonischen, im äusseren und mittleren Verhältnisse. Die Kreislehre. Anwendung der Planimetrie auf Beispiele aus der technischen Praxis; nach Močnik.

11. Freihandzeichnen. 4 St. Zeichnen nach durchgeführteren stylgerechten vegetabilischen und animalischen Ornamentmotiven, theils nach Vorlagen, theils nach Tafelzeichnungen, in Feder und Farbe durchgeführt. Das plastische vegetabilische Ornament in schwarzer und weisser Kreide geübt. Das Gedächtnisszeichnen wurde in der Schule durch das Entrücken einer ins Detail besprochenen Wandtafelzeichnung vorgenommen.

A. Möstl.

IV. Klasse.

Klassenvorstand: *Hr. E. Müller.*

1. Religion. 2 St. Liturgik oder Erklärung der gottesdienstlichen Handlungen der kath. Kirche; nach Dr. Wappler.

A. Sessich.

2. Deutsche Sprache. 3 St. Wiederholung des gesammten grammatischen Unterrichtes; Syntax. Anleitung zur Verfassung der im praktischen Geschäftsleben und in Rechtsgeschäften vorkommenden schriftlichen Aufsätze. Besprechen gelesener Beispiele und Memoriren besserer Stücke aus „Neumann und Gehlen" 2. B. 2. Th. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit.

E. Müller.

3. Italienische Sprache. 3 St. Riassunto generale della etimologia, composizione, derivazione, sinonimia, e varia significazione dei vocaboli. Grammatica di Picci. Le parti essenziali della prosodia, e della metrica, tropi e figure, le forme di scrivere più necessarie della vita domestica e sociale. Esercizii come nelle classi antecedenti.

J. Filippi.

4. Slovenische Sprache. 3. St. Ponavljatev vsega oblikovja; iz skladnje: glagol, množnozloženi stavek; nekaj iz besedoskladja po Janežičevi slovnici. — Pravila iz prozodije in metrike; opravilna pisma; deklamatorične vaje; čitanje Janežičevaga cvetnika slov. slovesnosti. Vsak mesec po dve nalogi.

F. Plohl.

5. Französische Sprache. 3 St. Die Formenlehre vollständig; [allgemeine Syntax der Artikel, Adjective, Numeralien, Pronomina und Präpositionen; Lectüre, Übersetzen und grammatisch-syntactische Analysis der dem Lehrbuche von Otto beigegebenen Proben und einiger anderer Lesestücke nach der Chrestomathie von dem genannten Auctor; jede Woche ein schriftliches Pensum.

J. Kornfeind.

6. Geographie. 2 St. Specielle Geographie des Vaterlandes, Umrisse der Verfassungslehre. Geographie Amerika's und Australien's nach Kozenn.

E. Müller.

7. Geschichte. 2 St. Übersicht der Geschichte der Neuzeit mit umständlicher Behandlung der vaterländischen Geschichte; nach Gindely III. B.

E. Müller.

8. **Mathematik.** 4 St. Ergänzende und erweiternde Wiederholung des gesammten arithmetischen Lehrstoffes der Unterrealschule; Grundoperationen mit allgemeinen Zahlen, grösstes Mass, kleinstes Vielfache Brüche, Gleichungen des 1. Grades mit einer und zwei Unbekannten; nach Salomon.

S. Kos.

9. **Physik.** 2 St. Schall, Licht, Magnetismus, Electricität; nach Pisko.

S. Kos.

10. **Chemie.** 3 St. Übersicht der wichtigsten Grundstoffe und ihrer Verbindungen mit besonderer Berücksichtigung ihres natürlichen Vorkommens, jedoch ohne tieferes Eingehen in die Theorie und ohne ausführliche Behandlung der Reactionen; nach Hinterberger.

K. Garzarolli.

11. **Geometrisches Zeichnen.** 3 St. Anwendung der vier algebraischen Grundoperationen zur Lösung von Aufgaben der Planimetrie und Stereometrie. Die perspectivische Collineation, Affinität und Ähnlichkeit. Theoretisch constructive Behandlung der Curvenlehre. Das Projiciren in der Ebene — Die stereometrischen Fundamentalsätze. Der Punkt im Raume; nach Schnedar.

C. Barchanek.

12. **Freihandzeichnen.** 4 St. Der menschliche Kopf in seinen Proportionen wurde erklärend dem Zeichen nach Vorlageblättern erst in strenger Contour und in halbdurchgeführter Weise besprochen, dann geübt; desgleichen der thierische Kopf. Architektonische und kustgewerbliche Objeckte nach Modellen und Vorlagen.

A. Möstl.

V. Klasse.

Klassenvorstand: *Hr. J. Čebular.*

1. **Religion.** 1 St. Beweis der Wahrheit der katholischen Beligion; nach Dr. Wappler.

A. Sessich.

2. **Deutsche Sprache.** 8 St. Allgemeine Stylistik, insbesondere der historische Styl. Lehre der Betonung, Metrik, der Figuren und Dichtungsarten mit den entsprechenden Proben aus Egger's Lesebuch, 1 Band. Alle 14 Tage eine Haus - oder Schularbeit.

E. Müller.

3. **Italienische Sprache** 3 St. Storia della letteratura italiana esposta per sommi capi dalle sue origini, fino al secolo XVII. Alcuni cenni sulle diverse specie di scrivere si in prosa, che in poesia. Si lessero, e si commentarono venti canti dell' Inferno di Dante. Un compito ogni quindici giorni.

J. Filippi.

4. **Slovenische Sprache** 3 St. Čitanje nekterih prevedov iz staro - in novo - klasičnega slovstva.— Nauk o podobah, prilikah in pesniških izdelkih z dotičnimi vzgledi iz Janežičevega cvetnika slov. slovesnosti. — Iz staroslovenskega: glaso - in oblikoslovje in čitanje iz Miklosičevega berila za 8. g. razred. Vsak mesec po dve nalogi.

F. Philol.

5. **Französische Sprache** 3. St. Die Formenlehre vollständig; allgemeine Syntax der Artikel, Adjective, Numeralien, Pronomina, Präpositionen und Adverbien; Lectüre, Übersetzen und grammatisch-syntactische Analysis der dem Lehrbuche von Otto beigegebenen Proben und einiger anderer Lesestücke historisch-moralischen Inhaltes in der Chrestomathie des genannten Auctors; jede Woche ein schriftliches Pensum.

Kornfeind.

6. **Geschichte**, 3 St. Pragmatische Geschichte des Alterthums mit steter Berücksichtigung der hiermit im Zusammenhange stehenden geographischen Daten; nach Gindely.

A. Diak.

7. **Mathematik**. 6 St. Gleichungen des 1. Grades mit mehreren Unbekannten, unbestimmte Gleichungen. Theorie der Zahlen, Brüche, Potenz- und Wurzelgrössen, laterale und complexe Zahlen; Verhältnisse und Proportionen, Gleichungen des 2. Grades mit einer und 2 Unbekannten; nach Salamon. Planimetrie, geometrische Constructionen, Anwendungen der Algebra auf die Geometrie; nach Sonndorfer.

J. Čebular.

8. **Darstellende Geometrie**. 3. St. Der Punkt und die Gerade im Raume Die Ebene. Beziehungen der Elementargebilde unter einander. Die Axendrehung; nach Schnedar.

C. Barchanek.

9. **Naturgeschichte**. 3 St. Anatomisch-physiologische Grundbegriffe des Thierreiches mit besonderer Rücksicht auf die höheren Thiere; Systematik der Thiere mit genauerem Eingehen in die niederen Thiere- nach O. Schmidt.

F. Erjavec.

10. **Chemie**. 3 St. Gesetze der chemischen Verbindungen, Atome, Molecule Aequivalente, Werthigkeit der Atome, Typen, Bedeutung der chemischen Symbole und Formeln; Metalloide, Metalle der I., II., und III. Gruppe Willigk.

K. Garzarolli.

11. **Freihandzeichnen**. 4 St. Der menschliche und thierische Kopf mit Rücksicht der wichtigsten anatomischen Merkmale nach durchgeführten Vorlagen und Gypsabgüssen. Architektonische Objecte in freier Perspective und elementarer Schattengebung in Sepia ausgeführt. Stylgerechtes Ornament in den verschiedensten Manieren.

A. Möstl.

VI. Klasse.

Klassenvorstand: *C. Barchanek.*

1. **Religion.** 1 St. Die katholische Glaubenslehre; nach Dr. Wappler.
A. Sessich.

2. **Deutsche Sprache.** 3 St. Abschluss der syntaktisrhen Übungen; Geschichte der deutschen Literatur bis Klopstock nach A. Egger's Lehr- und Lesebuch II. Theil Lectüre: Iphigenie v. Göthe. Aufgaben nach Vorschrift.
E. Müller

3. **Italienische Sprache.** 3 St. Storia della letteratura italiana esposta per sommi capi dalle sue origini fino al secolo XVII. Alcuni cenni sulle diverse specie di scrivere sì in prosa, che in poesia. Si lessero, e si commentarono venti anni dell' Inferno. Un compito ogni quindici giorni.
J. Filippi.

4. **Slovenische Sprache.** 3 St. Čitanje kakor v V. razredu. — Prevajanje iz nemškega na slovensko. — Staroslovensko oblikoslovje in vaje kakor v V. Slovanske starožitnosti in pregled staroslovenskega slovstva.
F. Plohl.

5. **Französische Sprache.** 2 St Die Formenlehre vollständig; allgemeine Syntax der Artikel, Adjective, Numeralien, Pronomina, Präpositionen und Adverbien; Lectüre, Übersetzen und grammatisch-syntactische Analysis der dem Lehrbuche von Otto eingefügten Übungs-Stücke und Privatlectüre einiger Erzählungen historisch-moralischen Inhaltes nach der Chrestomathie von dem genannten Auctor; jede Woche eine schriftliche Arbeit.
Kornfeind.

6. **Geshcichte** 3 St. Vom Kaiser Augustus bis zum XVI. Jahrhunderte in gleicher Behandlungsweise wie in V; nach Gindely.
A. Diak.

7. **Mathematik** 5 St. Logarithmen, Gleichungen höheren Grades, die sich auf quadratische zurückführen lassen. Exponentialgleichungen, Reihen, Combinationslehre, das Binom; nach Salomon. Ebene und sphärische Trigonometrie, Stereometrie; nach Sonndorfer.
F. Srabotnik.

8. **Darstellende Geometrie.** 3 St. Die körperliche Ecke. Die Vielflächner. Die Strahlenflächen, ihre Eintheilung, Darstellung und die ebenen Schnitte derselben. Die Umdrehungsflächen. Berührungsebenen an Strahlen- und Umdrehungsflächen. Durchdringungen ebenflächiger Körper; nach Schnedar.
C Barchanek.

9. **Naturgeschichte.** 2 St Anatomisch - physiologische Grundbegriffe des Pflanzenreiches, Systematik der Pflanzen; nach Bill.
F. Erjavec.

10. **Physik.** 4 St. Allgemeine Eigenschaften der Körper; Wirkungen der Molekularkräfte, Mechanik, Akustik; nach Pisko.

J. Čebular.

11. **Chemie.** 3 St. Metalle der 4., 5. Gruppe. Organische Chemie: Constitution der organischen Verbindungen; Theorie der organischen Radicale; Lehre v. d. Substitution, Theorie der Typen von Williamson und Gerhardt; Theorie der chem. Structur. Homologe und heterologe Reihen; Physikalische Verhältnisse organischer Verbindungen; Gesetzmässigkeiten in der Einwirkung chem. wirksamer Stoffe auf organ. Verbdg; Allgemeines über die Analyse organ. Verbindungen. Ein - zwei - drei - vier und sechswertige Alkohole und deren Derivate.

K. Garzarolli.

12. **Freihandzeichnen** 4 St. Fortgesetzte Uebungen des im Vorjahre in den Unterricht eingeführten Lehrstoffes; genaue Beachtung und Unterweisung auf Styl und Perspective. Die menschliche Figur in ihren Proportionen geübt. Das Zeichnen ist vorherrschend nach plastischen Modellen vorgenommen.

A. Möstl.

VII. Klasse.

Klassenvorstand: *Hr. F. Erjavec.*

1. **Religion.** 1 St. Die katholische Sittenlehre; nach Dr. Wappler.

A. Sessich.

2. **Deutsche Sprache.** 2 St. Geschichte der deutschen Literatur bis incl. Schiller und Goethe; nach A. Egger's Lehr - und Lesebuch II Theil. Lectüre. „Don Carlos" Aufgaben nach Vorschrift.

E. Müller.

3. **Italienische Sprache.** 2 St. Storia della letteratura italiana dei tempi moderni. Lettura e commento di tutta la cantica del Purgatorio di Dante. Un compito al mese.

J. Filippi.

4. **Slovenische Sprache.** 2 St. Pregled slovenskega slovstva od Truberja do sedaj s primernim čitanjem iz Mikl. b. za 8. g. r. in iz Janežičevega velikega cvetnika. Vaje v prestavljanji in čitanje kakor v V. in VI. razredu. Vsak mesec po eno nalogo.

F. Plohl.

5. **Französishe Sprache.** 2 St. Die Formenlehre vollständig; Allgemeine Syntax aller Redetheile; Lecture, Übersetzen und grammatisch-syntactische Analysis der dem Lehrbuche v. Otto beigegebennen Proben; Privatlecture mehrerer Lesestücke nach der Chrestomathie von dem genannten Auctor; jede Woche ein schriftliches Pensum.

Kornfeind.

6. **Geschichte** 3 St. Geschichte der neuen Zeit mit Hervorhebung der cul-

turhistorischen Momente und besonderer Berücksichtigung der österreichischen Geschichte; nach Gindely.

A. Diak.

7. **Statistik.** 1 St. Geographie und Statistik der österreichisch-ungarischen Monarchie mit eingehender Besprechung der Verfassungsverhältnisse und der historischen Entwicklung; nach Klun.

A. Diak.

8. **Mathematik.** 5 St. Rechnen höherer Ordnung, logarithmische Reihen, Anwendungen der spärischen Trigonometrie auf die spärische Astronomie, analytische Geometrie; nach Salomon und Sonndorfer.

J. Čebular.

9. **Darstellende Geometrie.** 4 St. Den früheren Lehrstoff wiederholt. Durchdringung der Strahlenflächen. Berührungsebenen an Kegel- und Umdrehungsflächen. Die Schattenlehre. Elemente der Perspective; nach Schnedar.

C. Barchanek.

10. **Naturgeschichte.** 3 St. Kenntniss der wichtigsten Mineralien nach krystallographischen, physikalischen und chemischen Grundsätzen; Geognosie. Grundzüge der Geologie, das wichtigste aus der Klimatologie, der Phyto — und Zoogeographie; nach Fellöcker.

F. Erjavec.

11. **Physik.** 4 St. Electricität, Magnetismus, Wärme, Optik, Grundlehren der Astronomie und mathematischen Geographie; nach Pisko.

J. Čebular.

12. **Chemie.** 2 St. Ausführliches über die neueren chem. Thorien Cyanverbindungen. Harnstoff; Verbindungen der Harnsäuregruppe; aromatische Verbindungen.

K. Garzarolli.

13. **Freihandzeichnen** Die menschliche Figur nach vollendeten Vorlagen und Gypsabgüssen mit anatomischer Erläuterung. Architektonische Objecte und stylgerechte plastische Ornamente getuscht. selbständige Anwendung der Farbe mit Bezug auf deren Harmonie.

A. Möstl.

Der italienische Freicurs war von 26, der slovenische von 15 und der stenographische im ersten Jahrgang von 28 und im zweiten von 15 Schülern besucht. Den ersten Unterricht ertheilte Herr Filippi, den zweiten Herr Plohl und den letzten Herr Barchanek.

Am Gesangsunterrichte nahmen 95, am Turnunterrichte 131 Schüler theil.

In den Vorbereitungscursen lehrten:
Herr **Dittrich** Vincenz, Lehrer an der städtischen Knabenschule.
Herr **Komel** Michael, Lehrer an der k. k. Übungsschule.
Herr **Marušic** Josef, Katechet, Professor an der theologischen Lehranstalt, Mitglied der Bezirksschulrates.

Verzeichniss
der in den oberen Klassen gegebenen Aufsätze.

a) Aus der deutschen Sprache.

V. Klasse. Philemon und Baucis. Nach der gleichnamigen Idylle von J. H. Voss. — Margareta Maultasch und die Kärntbner. Eine Sage. — Uebung aus der Satzlehre. — Der Nibelungenhort. Nach W. Jordans Nibelunge. — Cyrus bis zu seiner Thronbesteigung. — Übung aus der Satzlehre. — Die Sage vom König Oedipus. — Ceres als Freundin der Menschheit. — Siegfrieds Ermordung. — Der Wirth zum goldenen Löwen und seine Frau. Nach Goethes Hermann und Dorothea — Das Gedicht „Johanna. Sebus" in Prosa. — Der Kampf mit dem Drachen von Schiller in Prosa. — Welche Freuden gewährt uns der Monat Mai? — Übung in der Orthographie, Interpunction und Satzanalyse. — Der Frühling. Eine Schilderung. — Der Jahrmarkt in einer kleinen Stadt. — Die Zerstörung Carthagos. — Was verkünden uns der Glocken Klänge? — Frankreichs Lage unmittelbar vor dem Auftreten der Jungfrau von Orleans geschildert nach Schillers Prolog im Drama: Die Jungfrau von Orleans.

VI. Klasse. Welche Vortheile und Annehmlichkeiten haben die Küstenbewohner von der Nähe des Meeres? — Über den Nutzen des Holzes. — Übung aus der Satzlehre. — Caesars Ermordung. — Die Feuersbrunst. Eine Schilderung. — Vergleichung der beiden weiblichen Hauptcharaktere im Nibelungen- und Gudrunepos. — Übung aus der Satzlehre. — Rolands Thaten in Spanien und sein Tod. — Inhaltsangabe der ersten Theiles des Niebelungenliedes. — Karl der Grosse. Eine gedrängte Lebensbeschreibung. — Erklärung des Sprüchwortes: „Steter Tropfen höhlt den Stein." — Böse Gesellschaften verderben gute Sitten. (Chrie). — Die Morgenröthe ist den Musen hold. (Chrie). — Das Turnen. — Früh übt sich, was ein Meister werden will. (Chrie). — Inhaltsangabe des 1. Aktes des Goetheschen Drama „Iphigenie auf Tauris." — Worin gleichen einander Gebirge und Meere? — Der Kampf zwischen Rudolf von Habsburg und Ottokar von Böhmen. — Welche Gründe bewogen Rudolf von Habsburg seinem Sohne eine Hausmacht zu schaffen. — Welche Bedeutung hatte Friedrich III. Regierung für Österreich?

VII. Klasse. Welche Erfindungen und Entdeckungen gaben der Neuzeit ihren Charakter? — Der Anfang aller Cultur war der Ackerbau. — Wie kam es, dass das Wiederaufblühen der deutschen Dichtungen im XVIII. Jhd. mit dem Epos begann? — Wodurch erklärt sich die schwankende Haltung Karls V. gegenüber den Protestanten? — Dem Tod entrinnt, wer ihn verachtet; doch den Verzagten holt er ein. (Chrie). — Philipps II. von Spanien Beziehungen zu Elisabeth von England. — Der Profet gilt nirgends weniger als in seinem Vaterlande —.

Von der Stirne heiss
Rinnen muss der Schweiss,

Soll das Werk den Meister loben;
Doch der Segen kommt von oben. (Chrie)

Wer ist ein Gebildeter? — Kann der Krieger bloss im Kampfe Mut beweisen? — Das Marchfeld ein wichtiger Schauplatz der Geschichte. — Welche Folgen hatte des dreissigjährige Krieg in politischer Beziehung? — Charakteristik der Goetheschen Iphigenie. — Charakteristik des Tasso und Antonio in Goethes Torquato Tasso.

b) Aus der italienischen Sprache.

V. Klasse. Il paratulmine, e il vapore — Amore paterno, e riconoscenza figliale — Alfonso I d' Aragona — Le rondinelle — Una lettera di ragguaglio — L' occhio ed il cielo *La caduta* di Parini — Un atto eroico d' amor di patria — La coltura dei bachi da seta — Nessuno è profeta nella sua patria — Le ferie pasquali — Il ritorno alla scuola — Incontro di Dante con Virgilio (Dante) — Formazione dei fiumi, loro importanza nell' industria, e nell' agricoltura — L' oro — Dante e Petrarca, un paralello — Francesca da Rimini ed i Lussuriosi (Dante) — La battaglia di Tagliacozzo — Lorenzo de' Medici come principe e come poeta — Il canto XI dell' Inferno.

VI. u. VII. Klasse. Il cavallo al servizio dell' uomo — Se vi sia convenienza fra le pene, che assegnò Dante ai violenti, e le loro colpe — L' uomo e la scimmia — L' acqua coi varii fenomèni cui va soggetta — Il canto II del Purgatorio di Dante — Caratteri della vera e falsa amicizia — La guerra dei Paesi Bassi sotto Filippo II di Spagna — Perchè l' Italia è visitata dagli stranieri più delle altre regioni d' Europa? A che si debbono attribuire le sventure del Tasso? La necessità madre dell' industria — L' estate in città, e l' estate in villa.

c) Aus der slovenischen Sprache.

V. Klasse. *I. Semester.* Gostoljubnost pri Slovencih, črtica iz ljudskega življenja — Mornar in rudar — Katere lastnosti pesniških umotvorov ima pesen „Zvonikarjeva“? — Ansprache an die Studierenden, (Schelling prestava iz nemškega) — Kako praznuje božič otrok, kako mladenec, kako mož in kako starček? — Kaj so storili Feničanje za občno omiko? — Narodna pesen „Kralj Matjaž“ se naj prenaredi v pripovest in se pokaže jena zgodovinska podloga — Reka Soča, (poosebitev) — Vatikanski Apolon, (Winkelmann, prestava iz nemškega) — Kako se ločuje roman od junaške pesni, kako od novele? —

II. Semester: Zadržek junaške pesni „Jaroslav“, (Kraljedvorski rokopis) — Ni vse zlato, kar se sveti — Katere vezi nas vežejo na domovino? — Katero misel je izrazil Preširen po pesni „Nuna in kanarček“? Jadernik pripoveduje svoje življenje — Razgovor med plugom in mečem — Zapopadek predigre Schiller-ove tragedije: „Devica orleanska“ — Popišite kraj, v katerem se vrši ta predigra — Zapišite in razložite vse poetične prilike in podobe v tej predigri

VI. Klasse. *I. Semester*: Daljnovid in drobnovid, ali nož in igla (primera na izbero) — Nar hujša vseh je bolečin V nesreči srečnih dni spomin, Dante — Stritar — Hudobnež se boji lastne sence (hrija) — V katerem položaji mora biti pesnik, ki piše:

„Srce mi vtrujeno miruje,
Ne vabi ga vživljenja hrup!
Po sreči mi ne izdihuje
Neznan mu strah, neznan je up?"

V katerem spominu živi Padova ravnina v zgodovini? — Iz potovanja po Italiji (Göthe prestava iz nemškega) — Kako vojska umetnijam škoduje in kako je pospešuje? — Parabolo o izgubljenem sinu (prestava iz staroslovenskega) — Razloček med heroično in romantično epiko — Razloček mej staro- in novo slovensko sklanjo in spregatvijo.

II. Semester. O cvetu domačih rastlin. — Gorje, kdor se vseda — Za tujo mizo žive dni; — Vsak grižljej mu preseda — Požirek vsak mu zagreni — Jenko — Katere vezi nas vežejo na domovino? — Zgodovina nas uči kako naj živimo — Kdor materinega jezika ne spoštuje, matere vreden ni — Zasluge Cirila in Metodija za slovanski narod — Kaj je zaderžavalo razvoj staroslovenskega slovstva v drugi polovici devetega stoletija? — Kratek pregled slovenske zgodovine od 4. do 9. stoletija — Moj najveselejši dan — Prvi dan šolskih počitnic v očetovej hiši.

Lehrmittelsammlung.

Die Bibliothek zerfällt in eine Lehrer- und eine Schülerbibliothek.

A. Lehrerbibliothek.

Bibliothekar: Herr F. PLOHL.

Zuwachs a.) durch Schenkung:

Ostrow: Der Bauernkrieg v. Jahre 1846 in Galizien; Jo Manoel de Macedo: Geographische Beschreibung von Brasilien; Statistischer Bericht der Handels- und Gewerbekammer in Pilsen; Statistischer Bericht der Handels- und Gewerbekammer in Budweis; Unterrichtsstatistik des Königreiches Kroatien und Slavonien; Navigazione Austro-Ungarica; Jahresbericht des k. k. Ministeriums für C. und U. für 1873; sämmtliche Werke vom hohen k. k. *Unterrichts-Ministerium.* Rapporto della Camera di Commercio ed Industria di Gorizia, von der *löbl. Handelskammer in Görz.* Verhandlungen der zoologisch-botanischen Gesellschaft 1873. von der *löbl. Gesellschaft.* Otto: Französische Conversationsgrammatik; Otto: Französisches Conversationslesebuch; Sonndorfer: Geometrie; von der *Buchhandlung Wokulat in Görz.* Hannak: Geschichte der Neuzeit, von *Beck's Universitätsbuchhandlung*; Smolik; Lehrbuch der freien Perspective, von der *Buchhandlung Tempsky.* Die astronomisch-geodätischen Arbeiten, vom *k. k. geographischen Institut.* Lenzi Anleitung zur qualitativen chemischen Analyse v. Herrn Lehmann Kohlrausch: Organ des Vereins für Rübenzuckerindustrie 11. und 12. Jahrgang, v. Herrn Klietsch. Murko: Deutsch-slov. u. slovenisch-deutsches Wörterbuch, von Lapanja, Schüler der IV. Cl.

Cicero's Briefe, übersetzt v. Wieland, v. Gruden Schüler der II. Classe. Pertrattazione della Dieta provinciale della Contea principesca di Gorizia e Gradisca, vom löbl. Landesausschusse.

b.) *durch Ankauf.*

Czörnig: Das Land Görz u. Gradisca 2 Bde. Tretau: Der kleine Zeichner. Greistorfer: Deutscher Aufsatz, auf der Mittelstufe der Stilübungen; Sommer: Hand u. Hilfsbuch f. d. Unterricht in deutschen Aufsätzen. Šafarik: Geschichte der slav. Literatur; Benthin: Lehrbuch der Sternkunde; Tyndal: die Wärme; Globus illustrirte Zeitschrift für Länder - u. Völkerkunde; Die Natur, illustrirte Zeitschrift; Buckle's Geschichte der Civilisation in England; Masuggio: Il Novelliere; Martin: Die Praxis der Naturgeschichte; Burmester; Theorie u. Darstellung der Beleuchtung gesetzmässig gestalteter Flächen; Renner: Wandtafeln für den Gesangsunterricht Ginzel: Geschichte der Slavenapostel Cyrill und Method; Forbiger: Hellas u. Rom. Bucher: Die Kunst im Handwerk; Heine: Practischer Unterricht im perspectivischen Zeichnen; Berger: Lehre der Perspective. Miklosich: Vergleichende Grammatik der slavischen Sprachen Syntax 4. u. 5. Heft; Die Realschule; Zeitschrift 1874. Koberstein; Grundriss der Geschichte der deutschen Nationalliteratur, 4. u. 5. Band; Tomaseo, Dizionario della lingua italiana dispensa Hefte 140—150; Shakespeare, 10. Band. Curtius, Griechische Geschichte 3. Band. Kostrenčič: Beiträge zur Geschichte der protestantischen Literatur der Südslaven von 1559—1565. Van Swindens Geometrie. Hoffmann: Geometrie. Steiner: geometrische Constructionen. Mascheroni, Geometrie des Zirkels. Gretschel: die karthographischen Projectionen.

B. Schülerbibliothek.

Zuwachs a.) *durch Schenkung*:

Brasilien auf der Wiener-Weltaustellung, vom hohen k. k. Ministerium für Cultus u. Unterricht; Masius: Naturstudien; Ovid's Verwandlungen v. Voss; Palmieri: Incendio-Vesuviano; sämmtliche Werke v. Herrn v. Kanotay; Zoncada: Racconti; Robinson Svizzero 2 Bände, von Streinz Schmid: Timotej in Filomen; Evstahija, dobra hči; Caf; Robinson mlajši, von Šorli, beide Schüler der IV. Klasse. Kotzebue: dram. Werke 1 Band, von Kopriva; Schiller: Wilhelm Tell; Bleiweiss: Bob iz Kranja, beide Werke von Lovrenčič; Körner: Geschichte, von Priester; Cuppini: Il nono ed i nipotini, von Tonello, sämmtliche Schüler der III. Kl. Sadjoreja: Dimic potni poduk, von Gruden; Besi; La presa d' Eubea von Priester; Cigler: Kortonica, koroška deklica; Jurčič: Juri Kozjak slov. janičar; Malevašič: Zlata vas, von Rustja; Večernice 1972, von Toplikar; Mundt: Cagliostro in Petersburg; Nemški Pavliha v slov. besedi; Lažnjivi Kljukec; Zarnik: Jurij Strekelj najde zaklad; Peter in Pavl, povest; Bojtek ali pravljica od viteza; Cigler: deteljica, sämmtliche Werke von Trost; Stein: Cooper's Seegemälde, von Truschnitz; Malavašič: Oče naš, povest; Tomšič: sto malih pripovedek; Večernice 1868; Kociančič: Frančišek Soave; sämmtliche von Uršič; Mesingasti križ; kmetica in grofinja Grizelda; von Vrtovec; Večernice 1862 von Zavnik: Schmid: Genovefa; Slemenik: izdajavec, von Budal, Schüler der II. Kl.; Cigler Kortonica, koroška deklica, von Bele; Verdelski: izvirek premožnosti, von Kreuth; Martin, mladi puščavnik, von Vidrih, Schüler der I. Kl.

b.) *durch Ankauf*:

Hoffmann's Jugendbibliothek 5 Bde. Lausch: Buch der Kinder und Volksmärchen. Pfeil; Gute Kinder brave Menschen. Roth: der Burggraf und sein Schildknappe. Bibliothek interessanter Erzählungen u. z. von Zastrow 6 Bände, von Kurtius 3 Bde. v. Nellenburg 3 Bde. v. Grothe 1 Bd. von Prenzlau 1 Bd. Anthony's Erzählungen 8 Bde. Becker: Erzählungen 2 Bde. Nieritz: der Kaufmann v. Venedig. Jesenko: zemljepisna začetnica. Dante Allighieri con ragionamenti di Nicolò Tomaseo. 3 Bde. Scipio: Aus Nord und Süd, Land und Seebilder. Melville: Meine Abenteuer auf Marquesainsel. Hoffmann: Land und Seebilder für reife Jugend. Proschko's Erzählungen und Gedichte. Hoffman: der Kinder Wundergarten. Diez Erzählungen für die Jugend und das Volk Bde. 1—8. Nieritz: Erzählungen Bde 1—5. Müller: Der grosse Krieg und das deutsche Reich. Fenelon Telemaque. Voltaire: Historia de Charle XII La Fontaine: Mosaique Francaise. Mücke: Frederic et Oscar Dornbusch; Drenkhan: Gotthard et Son Cheval Noir. Salomon: Sammlung v. Aufgaben Arithmetik und Algebra. Razlag: Pesmarica. Listki: Paulus: Lepi dnevi; Krek: O izdaji slov. narodnih pesni. Hostnik: Meta Holdenis. Jesenko: Obči zemljepis. Paulus: Valentin Stanič. I viaggi di Marco Polo. Byron tragedie Maffei. Lessona: Volere e potere. Graik: Costanza vince ignoranza. Carcano: Memorie di Grandi. 2 Bde. Cesare Cantu: La Lombardia nel secolo XVII. Manzoni: I promessi sposi. Tasso: La Gerusaleme liberata. Vestnik priloga „Zori" l. 1873. Pichler: Erzählungen Bd. 13—15 und 37—40. Dobelli: Narrazioni storiche. Dobelli: Viaggi, paesi e costumi. Barrili: Semiramide, racconto Babylonese. Foscolo: Prose letterarie 4 Bde. Foscolo: Poesie. Nicolini: Poesie: Močnik: Nova avstrijska mera in vaga. Stritar: Dunajski soneti: Manzoni: Die Verlobte übersetz v. Clarus. 2 Bde. Paugger. Algebra. Gubernatis: Ricordi biografici. Tomšič: Vrtec 2 Bde 1872 und 1873. Zora: časopis za zabavo in poduk 1873. Slovanstvo.

Physikalisches Cabinet.

Custos: Herr J. ČEBULAR.

Zuwachs durch Ankauf:

Briefwage — Metall-Termometer v. Holzmann — Aneroid-Barometer — Kreuzscheibe mit Boussole — Thermoelement — 4 Bunsensche Elemente — 1 Glas für ein Bunsensches Element — Galvanische Uhr — Interferenzprisma — Feldstecher — Reversionspendel — Rostpendel — Metrische Masse und Gewichte.

Naturhistorisches Cabinet.

Custos: Herr F. ERJAVEC.

Zuwachs a) *durch Schenkung*:

Sylvit und Kainit vom Herrn *Carl v. Garzarolli* — Vipera ammodytes vom H. *Custos* — Nephrops norvegicus und mehrere kleinere Seethiere in Spiritus vom Schüler der V. Cl. *Scarpa Carl* und 1 Pinna squammosa vom Schüler der I. Cl. *Colavini Arthur.*

b) *durch Ankauf*:

Eine Sammlung von Pilzmodellen — Nachbildungen des menschlichen Herzens, Kehlkopfes und Gehirnes aus Papiermasse — Geologische Bilder von Ferd. Hochstetter — Wandtafeln der Pflanzenkrankheiten von Dr. Oscar Fraas — Botanische Wanfltafeln von Dr. W. Ahles.

Strix flammea; Syrnium aluco; Falco cenchris; Cypselus apus; Turdus saxatilis· Luscinia lusciola; Sylvia phragmites; Fringilla canaria, montifringilla, carduelis et chloris; Loxia curvirostra; Emberiza hortulana; Parus ater et candatus; Alauda calandra.

25 Korallenarten — Gypsabgüsse von Ichthyosaurus integer, Pterodactylus, verschiedenen Trilobiten und Pflanzenabdrücken aus der Steinkohlenformation.

Technisches Cabinet.

Custos: Herr CLEMENS BARCHANEK.

Sieben Körperdurchschnitte.

Geographisches Cabinet.

Custos: Herr E. MÜLLER.

Spruner-Menke: Atlas antiquus. 1 Kasten.

Chemisches Laboratorium.

Custos: Herr K. GARZAROLLI.

Zuwachs a) *durch Schenkung*:

Kalisalze aus Kalusz vom Herrn Prof. Dr. *J. Gottlieb* in Graz.

b) *durch Ankauf*:

Einige Gerätschaften zur organ. Elementaranalyse. Ein Trockenapparat Platindraht. Glaswaren. Chemikalien zu Vorlesungsversuchen.

Cabinet für das Freihandzeichnen.

Custos: Herr A. MÖSTL.

Zuwachs a) *durch Schenkung*:

Zwei grosse Kupferstiche, darstellend die perspectivische äussere u. innere Ansicht der „Čertosa" bei Pavia; vom A. Bagnalasta. — Eine Sepierung, Farbendruck, von K. Scarpa.

b) *durch Ankauf*:

Dr. H. Kundrats anatomische Wandtafeln sammt erläuternden Text. — Zwei Bände Gewerbehalle, Jahrgang 1872 und 1873.

Chronik.

Das Schuljahr begann mit der üblichen kirchlichen Feier, den Aufnahms - Wiederholungs - und Nachtragsprüfungen.

Mit den Erlässen vom 30. August und 26. October 1873, Z. 9723 und 13154 fand sich Seine Excellenz der Herr Unterrichtsminister bestimmt die Errichtung von sprachlich-gesonderten Vorbereitungsklassen an den hierortigen beiden Mittelschulen anzuordnen, welche mit dem Beginne des Schuljahres ins Leben zu treten hatten und von denen die Vorbereitungsklasse für Schüler der slovenischen Nationalität dem Gymnasium und jene für Schüler der italienischen Zunge der Realschule zugewiesen wurde. Damit nicht durch diese Massregel Schüler genöthigt werden, das Gymnasium neun, oder die Realschule acht Jahre zu besuchen, gestattet der Herr Minister, sie schon nach dem dritten Volksschuljahre, also im Alter von neun Jahren in die Vorbereitungsklasse aufzunehmen. Dazu kommen noch jene Schüler, welche die Aufnahmsprüfung für die erste Klasse der Mittelschulen nicht bestehen, und in den folgenden Jahren die Repetenten dieses Curses. Aus dem Vorbereitungskurse dürfen nur jene Schüler in die erste Klasse der Mittelschulen aufsteigen, welche die erforderlichen Kenntnisse besitzen; die übrigen haben den Curs zu wiederholen. Die Zahl der wöchentlichen Lehrstunden dieser Vorbereitungsschule, welche an der Realschule wegen der grossen Zahl der eingetrebenen Schüler in zwei Parallelen abgetheilt werden musste, war auf 24 festgesetzt worden; von diesen fielen 2 auf die Religion, 10 auf den Unterricht im Deutschen, 5 auf das Rechnen, 3 auf das Schreiben und 2 auf das Turnen.

Mit dem Erlasse vom 4. November 1873, Z. 967 hat der hochlöbliche Lendesschulrath die eine der Parallelklassen dem Lehrer an der k. k. Uebungsschule, Herrn *Michael Komel*, und mit dem Erlasse vom 29. November 1873, Z. 1056 die andere dem Lehrer an der städtischen Knabenschule, Herrn *Vincenz Dittrich*, übertragen. Den Religionsunterricht in beiden Abtheilungen übernahm in Folge Note des Fürsterzbischöflichen Ordinariates vom 9. December 1873, Z. 2285 der Katechet der Lehrerbildungsanstalt, Herr *Joseph Marušič*.

Mit Erlass des hohen Ministeriums vom 12. August 1873, Z. 9965 wurde Herr *Emmerich Müller*, Supplent an der Landes-Unterrealschule zu Sternberg, und mit Erlass vem 24. September 1873, Z. 12207 Herr *Joh. Kornfeind*, Supplent an der Landes-Oberrealschule zu Krems zum wirklichen Lehrer an dieser Realschule ernannt.

Mit Erlass des hochlöblichen Landesschulrathes vom 24. October 1873 Z. 936 erhielt der absolvirte Techniker, Herr *Alois Pelican*, die Stelle des Assistenten für das laufende Schuljahr.

Mit Erlass des hochlöblichen Landesschulrathes vom 23. December 1873, Z. 1093 wird dem Uebungsschullehrer Herrn *Michael Komel*, der Gesangsunterricht an der Realschule übertragen.

Durch den Erlass des hohen Ministeriums vom 15. Jänner d. J., Z. 17428 wurde dem Professor *Jacob Merkel* eine an der Staats - Oberrealschule in Laibach erledigte Stelle verliehen.

In Folge Erlasses des hochlöblichen Landesschulrathes vom 25. April

d. J., Z. 268 trat der absolvirte Techniker *Karl Garzarolli* Edler von *Thurnlak* als supplirender Lehrer den Dienst an.

Mit Note vom 21. April l. J. übersendete die löbliche Direction des hiesigen Theater-Casino der Direction 140 Gulden als das Ergebnis eines zur Unterstützung dürftiger Studirender an den hierortiden beiden Mittelschulen bestimmten Concertes. In dem die Direction sich verpflichtet fühlt, für die grossmüthige Spende den wärmsten Dank auszusprechen, bemerkt sie zugleich, dass die Verwendung des Geldes genau nach den in der geehrten Zuschrift gegebenen Andeutungen geschah, und dass von der erhaltenen Summe noch ein Rest von 23 fl. 45 kr. vorhanden ist.

Die kirlichen Uebungen fanden in der vorgeschriebenen Weise statt und bestanden in dem Hochamte zu Beginn und am Schlusse des Schuljahres, in der Exhorte und der Messe an Sonn- und Feiertagen, in den religiösen Uebungen in der Charwoche und in der viermaligen Verrichtung der Beicht und Communion.

Am 13. August hatte der Lehrkörper die Ehre *Seiner Excellenz dem Statthalter Freiherrn von Pino* vorgestellt zu werden.

Am 14. August wurde der Director der Anstalt *Ferdinand Gatti* schwer krank. Da der zum Stellvertreter ernannte Religionslehrer *Anton Sessich* aus Gesundheitsrücksichten um Enthebung von diesem Posten ansuchte, wurde ihm dieselbe gewährt und mit der suppletorischen Leitung der Anstalt Professor *Fr. Erjavec* betrant.

Statistische Uebersichts-Tabelle.

KLASSE	Zu Anfange des Jahres wurden aufgenommen	Die Klasse wiederholten	Es stiegen auf	Von aussen kamen	Im Laufe des Jahres gingen ab	Am Schlusse des Jahres 1873 verbleiben	Nach dem Religionsbekenntnisse: Katholiken	Akatholiken	Israeliten	Nach der Muttersprache: Italiener	Slovenen	Deutsche	Anderer Nationalität	Nach dem Schulgelde: Zahlende	Befreite	Halbbefreite	Sistirte	Eingehobenes Schulgeld (Gulden): Im I. Semester	Im II. Semester
I	65	15	—	50	13	52	51	1	—	33	16	3	—	33	18	—	1	1555.50 fl.	1328.50 „
II a	53	11	41	1	11	42	39	—	3	41	—	1	—	21	17	3	1		
II b	33	1	30	2	5	28	28	—	—	—	23	5	—	9	18	—	1		
III	44	1	37	6	6	38	36	1	1	26	7	5	—	27	10	1	—		
IV	30	3	24	3	6	24	21	2	1	11	5	7	1	14	9	1	—		
V	22	3	15	4	4	18	18	—	—	13	1	4	—	12	6	—	—		
VI	19	2	15	2	4	15	14	—	1	5	2	8	—	9	6	—	—		
VII	4	—	4	—	—	4	3	1	—	2	—	1	1	3	1	—	—		
	270	36	166	68	52	218	207	5	6	128	54	34	2	128	85	5	3	2884	

In die Vorbereitungsklasse wurden aufgenommen: { A 44, B 39

Im Laufe des Jahres gingen ab . . . : { A 9, B 5

Bis zum Schlusse verblieben . . . : { A 35, B 34

Stipendisten	Es erhielten ein Zeugniss: mit Vorzug	der I. Klasse	ein Interims-Zeugniss	der II. Klasse	der III. Klasse	Ungeprüft blieben	Nach dem Alter ergeben sich nachstehende Altersjahre: 10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Zusammen
—	8	26	7	4	6	1	1	6	11	18	6	5	3	1	—	1	—	52
—	2	23	7	5	5	—	1	3	11	13	8	4	2	—	—	—	—	42
1	5	14	4	—	3	2	—	—	1	8	8	7	3	-	-	1	-	28
1	4	16	6	4	5	3	-	-	—	8	13	14	1	2	-	—	—	38
—	2	15	5	—	2	—				1	4	7	8	4	—	—	—	24
—	—	11	1	1	4	1			-	-	2	7	6	2	1	—	-	18
—	—	9	2	3	1	—							4	5	5	1	—	15
—	2	2	—	—	—	—							1	1	1	—	1	4
2	23	166	32	17	26	7	2	9	23	48	41	44	28	15	7	3	1	221

Reif zum Aufsteigen wurden befunden in : { A 35, B 24

Die Reparatur aus der Religion wurde 6 Schülern der Abth. B gestattet; 4 Schüler derselben Abth. wurden zum Aufsteigen unreif erklärt.

Rangordnung

der Schüler

am Schlusse des Schuljahres 1874 *)

VII. Klasse.

1. BRESCA JOSEF, Görz.
2. WHITEHEAD JAMES, Triest.
3. Franz Josef, Obrovazzo, Dalm.
4. Perasso Carl, Villach.

VI. Klasse.

1. Merluzzi Jakob, Villa Vicentina, Küstenl.
2. Kugelmayr Eduard, Temeswar.
3. Schefčik Silvio, Korneuburg.
4. Paulizza Josef, Triest.
5. Poberaj Michael, Salcano, Küstenl.
6. Nardini Hieronimus, Görz.
7. Jaschi Heinrich, Pola.
8. Schaffenhauer Odilo, Görz.
9. Eržen Kaspar, Kirchheim, Küstenl.
10. Ellinger Josef, Unter-Tannowitz, Mähren.
11. Del Torre Alfred, Görz.
12. Bolaffio Jakob, Gòrz.
13. Delchin Johann, Görz.

Nicht locirt:

Kosler Johann, Triest.
Steinhardt Hugo, Gross-Kanisza, Ung.

V. Klasse.

1. Marega Franz, Lucinico in Küstenl.
2. Rubbia Conrad, Villach.
3. Comelli Richard, Lussin piccolo in Istrien.
4. Klietsch Leopold, Görz.
5. Dereani Dominik, Seisenberg in Krain.
6. Pohl Ernest, Triest.
7. Cuizza Franz Pola.
8. Grešič Gustav, Gorz.
9. Pittamitz August, Dignano, Istrien.
10. Höchtl Ludwig, Wien.
11. Scarpa Karl, Ritter von, Fiume.
12. Castelig Franz, Görz.
13. Zamboni Heinrich, Pola.
14. Gerber Oskar, Triest,

*) Die Grossschrift bezeichnet die Vorzugsschüler.

15. Nardini Alois, Görz.
16. Hoppe Gustav, Lucinico, Küstenl.

Nicht locirt:

Riaviz Heinrich, Pola.

IV. Klasse.

1. HALLER ANTON, Görz.
2. TREFFNY JOSEF, Imst, Tirol.
3. Franz Adolf, Obrovazzo, Dalm.
4. Kudler Franz, Theresienstadt, Böhmen.
5. Weber Karl, Görz.
6. Lapanja Johann, Ponikve, Küstenl,
7. Cattinelli Franz, Görz.
8. Šorli Valentin, Žabič, Küstenl.
9. Ritter von Zahony Egon, Triest.
10. von Bognar Ernst, Ofen.
11. Gregoris Anton, Terzo, Küstenl.
12. Del Torre Julius, Romans, Küstenl.
13. Prister August, Gradiska, Küstenl.
14. Fidora Hugo, Triest.
15. Bianchi Anton, Haidenschaft, Küstenl.
16. Schroll Erich, Stadlo, Galizien.
17. Černovic Josef, Canale, Küstenl.
18. Candutti Josef, Görz.
19. Cecutta Franz, Lucinico.

Nicht locirt:

Collugnati Josef, Romans, Küstenl.
Marizza Adolf, Görz.
Perincig Johann, Görz.
Sporer Eduard, Ofen.
Tomschitz Anton, Feistritz, Krain.

III. Klasse.

1. NACHTIGALL KARL, Görz.
2. HALZL OSCAR, Ritter v. Flamir, Padua.
3. PRISTER VICTOR, Gradisca, Küstenl.
4. LEBAN JOSEF, Stopice, Küstenl.
5. Vertovec Filipp, St. Veit, Wippach.
6. Navajolli Alois, Cormons, Küstenl.
7. Cossovel Kristof. Rovigno.
8. Malussa, Bernhardt, „ Istrien.
9. Jasbitz Franz, Triest.
10. Czernoch Leopold, Kronstadt.
11. Peterlunger Richard, Muscoli, Küstenl.
12. Hettmer Karl, Dol. Küstenl.
13. v. Gironcoli Heinrich, Komen, Küstenl.

14. Portelli Sixtus, Ruda, Küstenl.
15. Žigon Edmund, Kviško, Küstenl.
16. Niederkorn Theophil. Görz.
17. Mels-Colloredo Arthur, Graf, Medea, Küstl.
18. Mastrella Johann, Aquileja, Küstenl.
19. De Fiori Eugen, Görz.
20. Niederkorn Friedrich, Görz.
21. Božič Johann, Podmelec Küstenl.
22. Stegu Ludwig, Ronchi, Küstenl.
23. Pelican Emil, Görz.
24. Chapuis Leonhard, Belluno.
25. Faidutti Justus, Monfalcone, Küstenl.
26. Lutman Mathias St. Andrea.
27. Mosettig Franz, Görz.
28. Scorcia Franz, Triest.
29. Passon Emil, Cormons, Küstenl.

Nicht locirt:

Ritter Heinrich v. Zahony,
Pauletig Eugen, Görz.
Sfiligoi Ferdinand, Medana.
Stepančič Grazian, Temnica, Küstenl.
Kopriva Ferdinand, Pettau.
Blasig Karl, Ronchi Küstenl.

II. Klasse. A.

1. MADRIZ HERKULES, Görz.
2. BERNARDIS VINCENZ, St. Lorenzo Küst.
3. Mreule Caesar, Farra, Küstenl.
4. Franz Emil, Zara.
5. Colavini Josef, Joaniz, Küstenl.
6. Crascevitz Karl, Görz.
7. Corgnolan Alois, Görz.
8. Kraus Robert, Tetschen a. E.
9. Zorzi, Alois, Görz.
10. Zencovič Richard, Sinj, Dalm
11. Gibara Emil, Alexandrien.
12. Stein Max. Haidenschaft, Küstenl.
13. Stareich Kasimir, Lussinpiccolo.
14. Trampusch Josef, Görz.
15. Furlan Vincenz, S. Lorenzo, Küstenl.
16. Cicogna Franz, Aquileja, Küstenl.
17. Klauser Johann, Görz.
18. Reggio Arthur, Görz.
19. Jona Albert, Görz.
20. Urbani Alois, Cervignano Küstenl.
21. Planischig Anton, Görz.

22. Chiaruttini Leopold, Strassoldo, Küstenl.
23. Trampusch Franz, Görz.
24. Del Mestri Graf Victor, Medea, Küstenl.
25. Kollmann Richard, Pisino, Istrien.
26. Montanari Anton, Fiumicello, Küstenl.
27. Priester Hieronimus, Gradisca.
28. Mazal Heinrich, Lussinpiccolo, Istrien.
29. Bridiga Karl, Montona, Istrien.
30. Bridiga Josef " "
31. Gratton Josef, Cervignano, Küstenl.
32. Markuzzi Alois, Ronchi, Küstenl.
33. Avanzini Michael, Podgora, Küstenl.
34. Plauder Johann, Monfalcone, Küstenl.
35. Mankoč Ferdinand, Podgora, Küstenl.

Nicht locirt:

Bussi Markus, Triest.
Bramo Johann, Görz.
Donda Friedrich, Cormons.
Marussig Arthur, Ranziano, Küstenl.
Cusmin Franz, Görz.
Sirk Anton, Görz.
Redl Hubert, Montona, Istrien.

II. Klasse. B.

1. TOPLIKAR JOSEF, Osek, Küstenl.
2. POLZ FRIEDRICH, Laibach.
3. MOESTL ANTON, Graz.
4. BLASCHKE FRANZ, St. Giorgio, Küstl.
5. VRTOVEC ANDREAS, Šmarje, Küstenl.
6. Lapajne Anton, Idria, Krain.
7. Gulin Josef, Görz.
8. Heberling Franz, Waasen, Oberösterreich.
9. Huber Franz, Flitsch, Küstenl.
10. Truschnitz Karl, Weiz, Steiermark.
11. Lenardič Alois, St. Florian, Küstenl.
12. Rustja Josef, Skrjlje, Küstenl.
13. Kacafura Alexander, Komen, Küstenl.
14. Fabiani Wilhelm, Kobdil, Küstenl.
15. Gruden Johann, Idria, Krain.
16. Trost Franz, Wippach, Krain.
17. Lenarčič Anton, Potoče, Küstenl.
18. Uršič Viktor, Karfreit, Küstenl.
19. Kocjančič Franz, Cirkno, Küstenl.
20. Hebat Franz, Ranziano, Küstenl.
21. Lasič Franz, Ranziano, Küstenl.
22. Mozetič Josef, Bilje, Küstenl.

Nicht locirt:
Gabler Franz, Woltschach, Küstenl.
Mayer Josef, Wippach, Krain.
Pitamic Franz, Tolmein, Küstenl.
Zavnik Johann, Bilje, Küstenl.

I. Klasse.

1. ANDRIANI ANTON, Farra, Küstenl.
2. ANDRIANI FELIX, Fiumicello, Küstl.
3. de RUEPPRECHT THEODOR, Triest.
4. LIČEN MAXIMILIAN, Sesana, Küstl.
5. GULIN FRANZ, Tolmein, Küstl.
6. PAGON JOSEF, Tolmein, Küstenl.
7. STEGU ANTON, Ronchi, Küstenl.
8. BELE ANTON, Schönpass, Küstl.
9. De Tony Lorenz, Rivalpo, Italien.
10. Kreuth Franz, Drašič Kärnthen.
11. Bruschina Anton, Ronchi, Küstl.
12. Lovisoni Franz, Cervignano, Küstl.
13. Bunc Johann, Kamnje, Küstl.
14. Šekli Anton, Karfreit, Küstl.
15. Fabris Anton, Terzo, Küstl.
16. Baselli Arthur, Baron, Triest.
17. Rudolf Franz, Lome Krain.
18. Tomšič Josef, Illyr. Feistritz, Krain.
19. Vidrih Josef, Lože, Krain.
20. Treu Anton, Collalto bei Udine.
21. Kraseviz August, Görz.
22. Jaconcig Carl, Visgnovicco Küstl.
23. Vizzi Alois, Görz.
24. Schnierer Carl, Linz, Oberösterr.
25. Mervic Josef, St. Peter bei Görz.
26. Fidora Viktor, Triest.
27. Filipič Matthäus, Ravnica, Küstl.
28. Švara Josef, Komen, Küstl.
29. Mlekuž Anton, Flitsch Küstl.
30. Borghes Viktor, Görz.
31. Colavini Arthur, Triest.
32. Vidrig Anton, Görz.
33. Zuttioni Leonhard, Görz.
34. Brass Josef, Görz.
35. Barich Oskar, Selce Croatien.
36. Hübel Rudolf, Venedig.
37. Nitsch Josef. Treviso, Italien.
38. Travan Leopold, Görz.
39. Coclig Silvius, Görz.

40. Venturini Viktor, Triest.
41. Weisel Julius, Triest.
42. Scorcia Albert, Triest.
43. Nardini Viktor, Görz.
44. Pick Carl, Görz.

Nicht locirt:

Fabiani Gustav, Flitsch, Küstl.
Faganelli Carl, Mirna, Küstl.
Forcellini Lorenz, Sagrado, Küstl.
Franceschinis Virgilius, Görz.
Lokar Johann, Haidenschaft Küstl.
Stergulec Johann, Idria, Krain.
Struk Josef, Judenburg Steierm.

Krankheitshalber ungeprüft blieb:

Gregorig Alois, Görz.

Vorbereitungsklasse A.

1. Schaffenhauer Alfons, Görz.
2. Gatti Franz, Görz.
3. Bar. Polesini Benedikt, Parenzo.
4. Burdin Peter, Cormons.
5. Colautti Nicolaus, Aris.
6. Scubli Alois, Görz.
7. Faganelli Franz, Görz.
8. Prister Engel, Gradisca.
9. Poliak Eduard Salcano.
10. Cumar Viktor, Triest.
11. Seppenhoffen Carl, Görz.
12. Bramo Joseph, Görz.
13. Cav. Cattinelli Andreas, Görz.
14. Lipizer Veit, Terzo.
15. Mreule Felix, Farra.
16. Marussig Calvan, Ranziano.
17. Pontoni Anton, Görz.
18. Hovainskij Emil, Görz.
19. Musina Rudolf, Castellnuovo.
20. Dinarich Franz, Görz.
21. Bar. Bosizio Franz, Görz.
22. Visintin Josef, Görz.
23. Cescintti Johann, Görz.
24. Fain Antonio, Cormons.
25. Oberhuber Johann, Tolmein.
26. Nitsch Engel Treviso.
27. Tominz Karl, Görz.
28. Manzani Camillo, Brazzano.

29. Markig Josef, Görz.
30. Tomšič Franz, Görz.
31. Verzegnassi Josef, St. Peter Isonzo.
32. Sommariva Heinrich, Wien.
33. Delpin Franz, Görz.
34. Terpin Josef, Görz.
35. Pertout Leopold, Görz.

Vorbereitungsklasse B.

1. Blasig Ernst, Ronchi.
2. Susmel Anton, Padua.
3. Juch Victor, Görz.
4. Tedeschi Carl, Siena.
5. Klauser Anton, Görz.
6. Favetti Peter, Görz.
7. Morpurgo Julius, Görz.
8. Candussi Gustav, Romans.
9. Rossi Franz, Görz.
10. Lutman Anton, Görz.
11. Favetti Alois, Görz.
12 Nardini Adolf, Görz.
13. Corsig Anton, Görz.
14. Gorian Dominik, Görz.
15. Dörfles Josef, Gradisca.
16. Bridiga Camillo, Görz.
17. Albisser Victor, Görz.
18. Snppancig Vitalianus, Venedig.
19. Benvenuti Carl, Mariahilf.
20. Culot Anton, Görz.
21. Torelli Anton, Görz.
22. Candutti Johann, Görz.
23. Marincig Anton, Görz.
24. Tominz Peter, Görz.
25. Nardini Achilles, Görz.
26. De Bouyn Paul, Lyon.
27. Ratzmann Alois, Görz.
28. Frinta Georg, Görz.
29. Canussio Hector, Görz.
30. Venturini Albert, Triest.
31. Fillak Anton, Görz
32. Aragni Engel, Gradisca.
33. Massera Johann, St. Peter.
34. Marussig Oskar, Maria Maddalena.

Maturitätsprüfungen.

Von den im vorjährigen Jahresberichte genannten 6 Abiturienten· die sich der Maturitätsprüfung unterzogen haben, traten im Verlauf derselben *Huemer Carl* und *Peteani Josef* zurück. Von den übrigen vier wurde *Blarzino Vigilius* für reif mit Auszeichnung, *Habe Josef*, *Seravalle Anton* und *Thianih Wilhelm* für reif erklärt.

Zur heurigen Maturitätsprüfung meldeten sich 5 Schüler. Die schriftlichen Prüfungen wurden am 27., 29. und 31 Juli abgehalten. Die gestellten Fragen waren folgende:

Aus dem Deutschen:

Philipp II. von Macedonien und Napoleon. Eine historische Parallele.

Aus der darstellenden Geometrie:

1. Einen schiefen Kegel nach einer Hyperbel zu schneiden, die wahre Grösse des Schnittes zu ermitteln und das Netz sammt der Schnittlinie zu entwickeln.

2. Ein Kreiskegel, eine Kugel und die Richtung des parallel einfallenden Lichtes mögen so angenommen werden, dass der Kegel die Kugel deutlich beschattet. Es sollen alle Schatten = und Beleuchtungsconstructionen durchgeführt werden.

3. Entwerfet von dem Katheder sammt dem darauf stehenden Tische und der Schultafel ein gefälliges Bild nach den Grundsätzen der freien Perspective.

Aus der Mathematik:

1. Es sind die coexistirenden Gleichungen:

$$x + y + z = {}^3/_4\, x\, y\, z$$

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} = 0$$

$$5\, x^3\, y^3\, z^3 - 12\, z^2 = 1792$$

aufzulösen.

2. In einer gegen den Horizont geneigten Ebene wurde gemessen der ebene Winkel $A = 91^0\ 47'\ 40''$; ferner die Abweichungen seiner Schenkel von der Lothrechten, nämlich der Winkel $Z = 50^0$ und der Winkel $C = 92^0\ 47^1\ 32$; wie gross ist derselbe auf den Horizont reduziert?

3. Wie gross ist die Höhe und der Kubikinhalt einer regelmässigen fünfseitigen Pyramide, wenn die Seitenoberfläche gleich **S** und die Grundkante gleich **a** ist.

Der Schüler *Peteani Josef* trat vor der mündlichen Prüfung zurück. Von den vier zurückgebliebenen erhielten *Bresca Josef* und *Whitehead James* ein Zeugnis der Reife mit Auszeichnung. *Franz Josef* & *Perasso Carl* ein Zeugnis der Reife.

Verzeichniss

jener Schüler, welche die Erlaubnis erhielten, am Ende des Ferien einer Nachprüfung sich zu unterziehen.

In der I. Klasse.

Faganelli Karl (Arith.), *Franceschinis Virgil* (Arith.) *Stergulec Johann* (Arith.), *Struck Josef* (Arith.), *Fabiani Gustav* (Ital.), *Forcellini Lorenz* (Naturg.) *Lokar Johann* (Deutsch).

In der II. a Klasse.

Bramo Johann (Ital.), *Bussi Markus* (Naturg.), *Cusmin Franz* (Ital.), *Donda Friedrich* (Arith.), *Marussig Arthur* (Arith.), *Redl Hubert* (Arith.), *Sirk Anton* (Deutsch).

In der II. b. Klasse.

Gabler Franz (Arith.), *Mayer Josef* (Deutsch), *Pitamitz Franz* (Gesch.), *Zavnik Josef* (Math.).

In der III. Klasse.

Blasig Karl (Arith.), *Kopriva Ferdinand* (Arith.), *Pauletig Eugen* (Französ.), *Ritter Heinrich* (Arith.), *Sfiligoi Ferdinand* (Deutsch), *Stepančić Grazian* (Deutsch).

In der IV. Klasse.

Collugnati Josef (Chemie). *Marizza Adolf* (Deutsch). *Perincig Johann* (Geom.). *Sporer Eduard* (Deutsch). *Tomschitz Anton* (Math.)

In der V. Klasse.

Riaviz Heinrich (Darst. Geom.)

In der VI. Klasse.

Kosler Johann (Darst. Geom.) *Steinhardt Hugo* (Darst. Geom.)

Aufnahme der Schüler für das Schuljahr 1874-5.

Das nächste Schuljahr beginnt am 3. November mit dem heiligen Geistamte, dem alle katholischen Schüler beizuwohnen verpflichtet sind.

Die Vormerkung zur Aufnahme findet vom 30. October — 3. November bei der Direction vormittags von 9—12, nachmittags von 3—5 Uhr statt. Jeder neu eintretende Schüler hat seinen Tauf- oder Geburtsschein und, wenn er von einer Mittelschule kommt, sein letztes Studienzeugnis vorzuweisen, und soll von seinem Aufsichtsträger begleitet sein.

Zur Aufnahme in die erste Klasse ist gegenwärtig kein Volksschulzeugnis, sondern nur der Geburts- oder Taufschein über das vollendete 10. Lebensjahre sowie der Nachweis über den Besitz der nöthigen Vorkenntnisse erforderlich, welcher durch die Ablegung einer Aufnahmsprüfung zu liefern ist Bei dieser Prüfung sind nach der h. Ministerial-Verordnung vom 14. März 1870 Z. 2370 folgende Anforderungen zu stellen: *Jenes Mass von Wissen in der Religion, welches in den ersten vier Jahrescursen der Volksschule erworben werden kann, Fertigkeit im Lesen und Schreiben der Unterrichtssprache und eventuell der lateinischen Schrift Kenntniss der Elemente aus der Formenlehre der Unterrichtssprache, Fertigkeit im Analysiren einfacher bekleideter Sätze, Bekanntschaft mit den Regeln der Orthographie und Interpunktion und richtige Anwendung derselben beim Dictandoschreiben, Übung in den vier Grundrechnungsarten in ganzen Zahlen.*

Alle Schüler haben den Bibliotheksbeitrag von 80 kr., und die neu in die Lehranstalt eintretenden ausserdem eine Aufnahmstaxe von 2 fl. zu entrichten. Das Schulgeld beträgt jährl. 16 fl. und ist in 2 halbjährigen Raten von den von der Zahlung nicht befreiten Schülern zu entrichten.

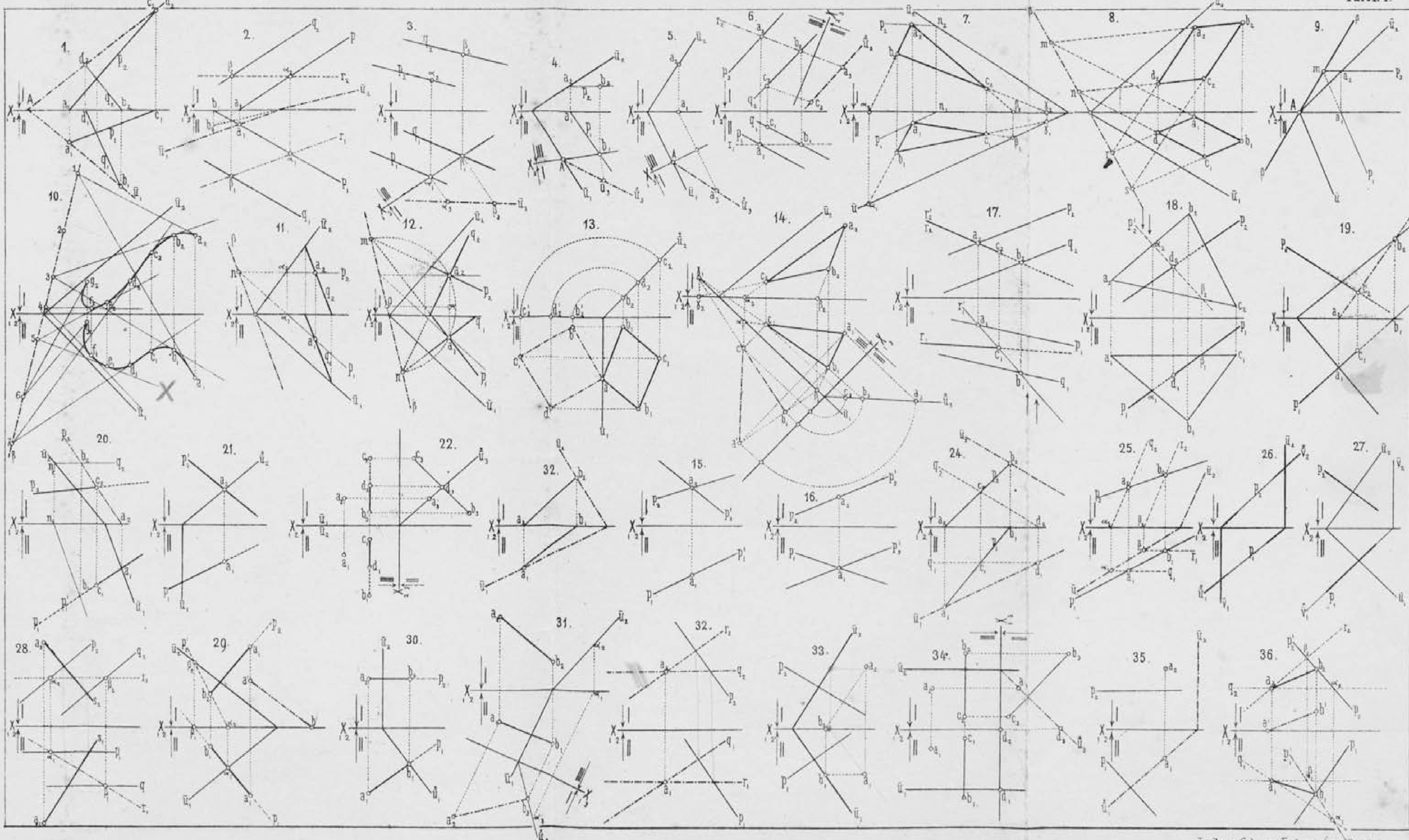
In jedem Semester wird eine Censur abgehalten, von deren Resultaten, wenn sie ungünstig sind, die Eltern der Schüler brieflich benachrichtigt werden. Zur Entgegennahme von Auskünften über Schüler, welche von den Mitgliedern des Lehrkörpers stets bereitwilligst ertheilt werden, eignet sich am besten die Zeit um 10 Uhr vormittags an den Unterrichtstagen.

Uebersicht der meteorologischen Beobachtungen im Jahre 1873 an der Meteorologischen Station

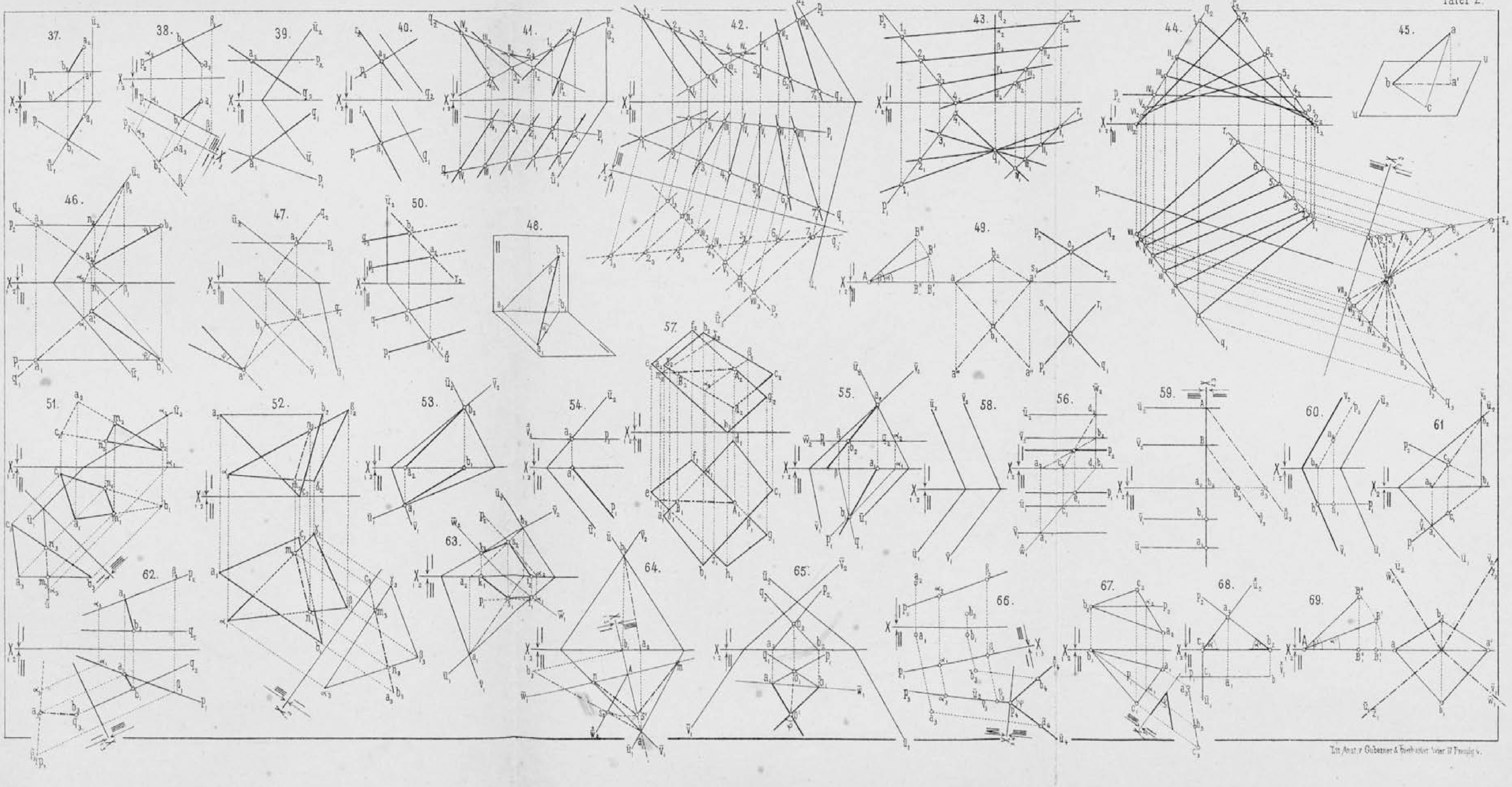
Oberrealschule Görz

Monat	Mittlere Temperatur						Monatmittel der Temperatur	Temperatur				Luftdruck				
	Stunde	Temp.	Stunde	Temp.	Stunde	Temp.		Tag	Max.	Tag	Min.	Mittel	Tag	Max.	Tag	Min.
Jänner .	7	4·55	2	7·93	9	5·49	5·99	1, 6	11·8	28	0·0	755·39	15	765 1	21	730·4
Februar .	„	2·96	„	7·64	„	4·49	5·06	19	13·7	14	—3·8	753 73	17, 18	769·6	28	738·7
März . .	„	8·65	„	14·37	„	10·07	11·03	18	19·0	3	3·0	751·04	24	758·3	11	741·8
April . .	„	10 09	„	14·47	„	10·49	11·68	4	21·0	25	2·8	749·64	9	756·8	7	736·3
Mai . .	„	14·07	„	18·55	„	13.08	15·24	24	24·1	31	7·9	750·86	11	758·5	4	740 9
Juni . .	„	18·09	„	23·10	„	17·77	19·65	23	29·6	1	10·3	753 35	21, 22	757·9	7	745·1
Juli . .	„	23·24	„	28·32	„	22·52	24·69	31	33 8	19	16 2	754·17	17	759·8	15	748·7
August .	„	21·88	„	28·20	„	22 43	24·17	1	34·2	11	17·0	754·29	13, 16	758·5	10	747·3
September	„	15 67	„	21·46	„	16·42	17·86	22	26·0	26	9·0	754·78	26	760·7	16	747·2
October .	„	13·90	„	18·07	„	14·31	15·42	6	22·5	22	7 8	753 81	28	759·7	25	743·0
November	„	6·17	„	10·75	„	7·01	7·98	3	17·6	17	—0·8	753·27	26	762·9	23	742·3
December	„	2·55	„	7·54	„	3 76	4·62	1	12·1	31	—6 0	760·23	8	771·1	28	747·5
Jahr . .							13·62	1 August	34·2	31 Dez.	—6·0	753·71	8 Dez.	771·1	21 Jänn.	730·4

Monat	Mittlerer Dunstdruck	Feuchtigkeit			Niederschlag			Zahl der Tage		Mittlerer Bewölkg.	Windvertheilung nach Percenten								Mittlere Wind Stärke
		mittlere	Tag	Min.	Mon.-Summe	Tag	Max. in 24 St.	m. Nied.	m. Gew.		N.	NO.	O.	SO.	S.	SW.	W.	NW.	
Jänner .	5 72	81·1	22	43	161·45	21	49·10	13	1	5·9	2	60	10	12	6	2	4	2	0·9
Februar .	4·77	71·4	13	31	86·90	28	37·70	11	—	5·4	—	65	10	6	12	4	4	—	1 2
März . .	6·64	69·0	27	19	56·70	20	14·10	11	—	4 5	—	41	5	14	36	4	—	—	1·2
April . .	7·01	68·9	2	22	159·60	7	33·40	18	3	5·8	2	38	8	18	13	10	4	4	1·6
Mai . .	8·83	69·9	25	30	211·92	27	64·90	14	6	5·2	4	39	8	3	21	13	6	7	1·5
Juni . .	11·86	69·5	3, 4, 22 24	48	142·23	25	59·33	13	3	4·3	2	34	12	10	19	12	10	2	1·1
Juli . .	14·24	62·7	31	32	91·65	2	22·50	8	5	2 6	1	46	5	8	7	12	12	7	1·5
August .	12 78	58·1	5	30	131·92	30	57·90	5	5	2·1	—	55	9	9	8	6	9	5	1·6
September	10·98	71·1	24	27	166·94	7	39·70	11	8	3 2	—	45	7	14	13	10	4	6	1·4
October .	10 86	82·3	11	46	263·38	31	72·19	16	5	6 4	2	58	3	10	13	10	2	3	1·1
November	6 59	78·4	11	36	150·52	28	34·60	14	—	4·7	—	56	6	6	21	9	1	1	1·2
December	3·98	62·8	11	14	10·54	28	3·86	4	—	3·3	—	74	6	10	6	2	2	—	1·4
Jahr . .	8·69	70·4	11 Dez.	14	1633·75	31 Dez.	72 19	138	36	4·5	1·1	50·9	7·4	10·0	14·6	7.8	4·8	3·1	1·3



Lit. Anst. v. Guberner & Fierhamer Wien IV Paniglg. 4



Lit. Anst. v. Gubener & Eberhalter Wien IV Frankg. 4.