PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **1** (1973/1974)
Številka 2
Strani 77–80

Franci Oblak:

NEKAJ O ŠTEVILSKIH SESTAVIH

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/1/1-2-Oblak-sestavi.pdf

NEKAJ O ŠTEVILSKIH SESTAVIH

Franci Oblak

S številkami zapisujemo števila. Dobro poznamo desetiške številke, n.pr. številka 23078 pomeni število, ki ga sestavljata 2 desettisočici, 3 tisočice, 0 stotic, 7 desetic in 8 enic, to je: $2.10000 + 3.1000 + 0.100 + 7.10 + 8$, ali če uporabimo zapis s potencami števila 10: $2.10^4 + 3.10^3 + 0.10^2 + 7.10^1 + 8$. Osnova desetiškega sestava je število deset. Številke zapisujemo z znaki, ki jih imenujemo cifre. V desetiškem sestavu je deset cifer: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Kaj pomeni številka 3000020? Zapišite!

Osnovo deset uporabljamo predvsem zato, ker je to število prstov na obeh rokah. Lahko pa bi vzeli za osnovo poljubno drugo naravno število, ki ni 1. Pravimo, da imamo opraviti z nedesetiškimi sestavi. Če vzamemo za osnovo 5, bo to petiški sestav. In številke bodo petiške številke. Poskusimo: katero število predstavlja petiška številka 3421? To je število $3.5^3 + 4.5.^2 + 2.5^1 + 1$. Da ločimo zapis števila v petiškem sestavu od zapisa v desetiškem sestavu, zapišemo osnovo sestava v oklepaju desno spodaj poleg številke. N.pr. $216_{(8)}$ je številka v osmiškem sestavu. Število, ki ga predstavlja, pa je: $2.8^2 + 1.8^1 + 6$. Številke v drugih sestavih beremo glasno tako, da zaporedoma preberemo cifre in da povemo osnovo: n.pr.: $314_{(5)}$ preberemo: tri ena štiri v petiškem sestavu.

Koliko različnih cifer lahko uporabimo v sestavu z osnovo n? Očitno samo n*. N.pr. v trojiškem sestavu so lahko samo cifre 0, 1, 2. Število 3 je namreč že $10_{(3)} = 1.3 + 0$.

Kako pridemo iz nedesetiškega sestava v desetiški? Število $3772_{(9)}$ bi radi zapisali v desetiškem sestavu. Ker je $3772_{(9)} = 3.9^3 + 7.9^2 + 7.9 + 2$, je treba samo izračunati zapisano vsoto produktov. $9^3 = 729$, $9^2 = 81$, torej $3.9^3 + 7.9^2 + 7.9 + 2 = 3.729 + 7.81 + 7.9 + 2 = 2187 + 567 + 63 + 2 = 2819_{(10)}$, zapisali smo v desetiškem sestavu. Vendar se dogovorimo, da deseti-

---

*Dokaze poišči v: F.Križanič: Aritmetika, algebra in analiza I.del, stran 36 in dalje.

ški sestav ne označimo posebej, ker ga stalno uporabljamo.

Poskusimo še nekaj primerov prepisati v desetiški sestav!

$1234_{(5)} = 1.5^3 + 2.5^2 + 3.5 + 4 = 1.125 + 2.25 + 3.5 + 4 =$
$= 125 + 50 + 15 + 4 = 194$

$10011_{(2)} = 1.2^4 + 0.2^3 + 0.2^2 + 1.2 + 1 = 1.16 + 2 + 1 = 19$

$12021_{(3)} = 1.3^4 + 2.3^3 + 0.3^2 + 2.3 + 1 = 81 + 2.27 + 6 + 1 = 142$

$123_{(4)} = 1.4^2 + 2.4 + 3 = 16 + 8 + 3 = 27$

$1046_{(7)} = 1.7^3 + 0.7^2 + 4.7 + 6 = 343 + 28 + 6 = 377.$

Seveda je osnova sestava lahko tudi večja od 10, n.pr. 11. Sedaj pa si moramo zamisliti novo cifro za 10, n.pr. a.

$1a8_{(11)} = 1.11^2 + 10.11 + 8 = 121 + 110 + 8 = 239$
(čitaj: ena a osem v sestavu enajst)

Poskusimo poiskati algoritem, s katerim bomo lahko hitreje prevedli številko iz nedesetiškega sestava v desetiški sestav. Vzemimo primer: $231402_{(5)} = 2.5^5 + 3.5^4 + 1.5^3 + 4.5^2 + 0.5 + 2$. To lahko izračunamo takole: $((((2.5+3).5+1).5+4).5+0).5+2 = (((13.5+1).5+4)5+0).5+2 = ((66.5+4).5+0).5+2 = (334.5+0).5+2 = 1670.5+2 = 8350 + 2 = 8352$.

Hitreje pa pridemo po isti poti do rezultata s takole shemo (Hornerjev algoritem!):

V prvi vrsti so zapisane po vrsti cifre številke, v tretji vrsti levo je osnova sistema. V drugi vrsti dobimo število, če osnovo množimo s tretjo vrsto in rezultate vpisujemo v okenček desno navzgor. Tretjo vrsto dobimo z navpičnim seštevanjem, razen prve številke, ki jo dobimo s prepisovanjem.

		2	3	1	4	0	2
osnova			10	65	330	1670	8350
	5	2	13	66	334	1670	$\boxed{8352}$

rezultat

Poskusimo še en primer: $3245601_{(7)}$

	3	2	4	5	6	0	1
		21	161	1155	8120	56882	398174
7	3	23	165	1160	8126	56882	$\boxed{39815}$

Torej je: $3245601_{(7)} = 398175$.

Kako preidemo iz desetiškega sestava v nedesetiški? Število 325 bi radi zapisali v šestiškem sestavu. Pripravimo si zaporedne potence števila 6: 6, 36, 216, 1296,...

$325 = 1.216+109 = 1.216+3.36+1 = 1.6^3+3.6^2+0.6+1 = 1301_{(6)}$.

Vsak ostanek je treba zaporedoma deliti z naslednjo manjšo potenco števila 6. Lažje gre po taki shemi:

6	
325	ostanki
54	1
9	0
1	3
0	1

$325=1301_{(6)}$

$325 = 6.54+1 = 6(6.(6.(6.0+1)+3)+0)+1 =$
$= 0.6^4+\underline{1}.6^3+\underline{3}.6^2+\underline{0}.6+\underline{1} = 1301_{(6)}$

$54 = 6.9+0$

$9 = 6.1+3$

$1 = 6.0+1$

Primera:

2	
9876	
4938	0
2469	0
1234	1
617	0
308	1
154	0
77	0
38	1
19	0
9	1
4	1
2	0
1	0
0	1

$9876 = 10011010010100_{(2)}$

Preskus: $10011010010100 = 1.2^{13}+$
$+1.2^{10}+1.2^9+1.2^7+1.2^4+1.2^2 =$
$= 8192 + 1024 + 512 + 128 + 16 +$
$+ 4 = 9876.$

Preveri še s Hornerjevo shemo!

4	
4444	
1111	0
277	3
69	1
17	1
4	1
1	0
0	1

$4444 = 1011130_{(4)}$

Preskus:

	1	0	1	1	1	3	0
		4	16	68	276	1108	4444
4	1	4	17	69	277	1111	$\boxed{4444}$

Vaje:

1. Napiši v desetiškem sestavu naslednje številke:

   a) $3333_{(4)}$ c) $3210_{(5)}$ e) $1010101_{(2)}$ g) $4765_{(8)}$

   b) $12345_{(6)}$ d) $1201_{(3)}$ f) $564321_{(7)}$ h) $810_{(9)}$

   i) $4a33_{(11)}$ j) $1ab03_{(12)}$

2. Napiši v danem sestavu naslednje desetiške številke:

   a) 735 v petiškem
   b) 621 v šestiškem
   c) 341 v sedmiškem
   d) 28 v štiriškem
   e) 33 v trojiškem
   f) 98 v dvojiškem
   g) 888 v devetiškem
   h) 999 v osmiškem
   i) 300 v enajstiškem (a=10)
   j) 80347 v dvanajstiškem (a=10, b=11).

Toliko zaenkrat, kdaj drugič pa si bomo ogledali štetje, seštevanko in poštevanko v nedesetiških sestavih.