

Analiza prehodnega pojava pri merjenju lezenja viskoelastičnih materialov

Analysis of the Transient Phenomena in Creep Experiment of Viscoelastic Materials

R. Cvelbar, I. Emri, *Fakulteta za strojništvo, Laboratorij za eksperimentalno mehaniko, Aškerčeva 6, Ljubljana*

Predstavljena je analiza prehodnega pojava pri izvedbi meritve modula lezenja viskoelastičnih materialov. Merilni sistem je popisan s šestmasnim mehanskim modelom. Pripadajoča diferencialna enačba je rešena za primer začetnih in robnih pogojev, ki zadovoljivo opišejo razmere v fazi obremenjevanja preizkušanca. Izdelan je kriterij (model), ki omogoča optimalno izbiro hitrosti (časa) obremenjevanja. Kriterij je eksperimentalno preverjen. Primerjava meritev s teoretičnim popisom prehodnega pojava potrjuje pravilnost postavljenega modela.

Ključne besede: Lezenje, relaksacija, prehodni pojavi, dinamika

The analysis of transient phenomenon in creep experiment of viscoelastic materials is presented. The testing apparatus has been modeled as mechanical system with six degree of freedom. The derived differential equation of motion has been solved for prescribed boundary and initial conditions.

An simple criterion, which enables selection of the optimal speed of loading, has been developed. The proposed criterion has been tested experimentally. The comparison of the theoretical and experimental results has confirmed the correctness of the analytical model.

Key words: Creep, relaxation, transient phenomena, dynamics

1 Uvod

Polimerni in kompozitni materiali postajajo vse pomembnejši tudi in inženirskih področjih. Uporaba teh viskoelastičnih materialov za izdelavo konstrukcijskih elementov, obremenjenih s temperaturo, vlago in/ali mehansko obremenitvijo, zahteva dobro poznavanje njihovih mehanskih lastnosti. Mehanske lastnosti viskoelastičnih materialov pri konstantnih robnih pogojih popisujejo materialne funkcije; v primeru strižne obremenitve sta to funkciji (modula) lezenja $J(t)$ in relaksacije $G(t)$. Modula sta definirana kot odziv materiala na koračno obremenitev, ki je za modul lezenja napetost in za modul relaksacije deformacija¹⁻². V nadaljevanju se bomo omejili na analizo procesa merjenja modula lezenja pri strižni obremenitvi.

Lezenje tipičnega konstrukcijskega materiala (konstrukcijski materiali so običajno zamreženi), izpostavljenega obremenitvi, se pri sobni temperaturi po približno 10^9 sekund (cca. 10 let) praviloma stabilizira. Merjenje modula znotraj takega časovnega intervala je v praksi zelo težko izvedljivo in to iz dveh razlogov. Prvič: v fazi tehnološkega postopka je material izpostavljen obremenitvam v obliki hitrih sprememb temperature in tlaka, kar ima za posledico počasno spreminjanje vseh fizikalnih lastnosti materiala; fenomen poz-

namo kot fizikalno staranje materiala³. Pojav je posebno izrazit v bližini temperature faznega prehoda. V primeru merjenja funkcije lezenja v daljšem časovnem intervalu bo prišlo do interakcije obeh procesov. Rezultati, ki jih dobimo, so zato neuporabni. Drugič: natančno vzdrževanje konstantnih izotermnih in vlažnostnih pogojev pri tako dolgi meritvi je tehnično izjemno zahtevna naloga. Obema problemoma se izognemo z uporabo principa superpozicije časa in temperature⁴. V skladu s tem principom izvršimo meritve znotraj krajših časovnih intervalov pri različnih temperaturah. Tako dobljene segmente nato premaknemo vzdolž logaritemske-časovne skale in konstruiramo sumarno krivuljo-funkcijo lezenja. Da se izognemo opisanim težavam morajo biti posamezne meritve ustrezno kratke; optimalna dolžina posameznega segmenta je okoli štiri dekade.

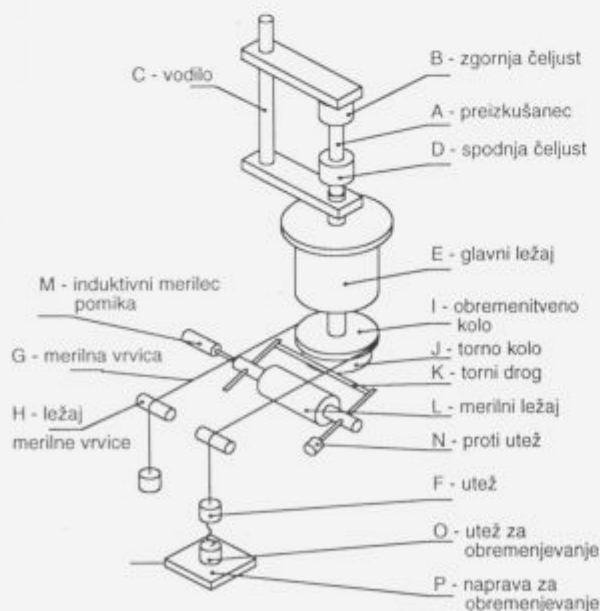
Zahtevo po čim "krajši" meritvi, lahko izpolnimo tako, da čas meritve premaknemo čim dalj v smeri negativne logaritemske skale. V realnem času to pomeni, da moramo pričeti z merjenjem čim bližje trenutku $t = 0$, ko obremenimo preizkušane. Če bi z merjenjem pričeli v trenutku $t = 10^{-4}$ sekunde, bi štiri dekade dolgo meritev izvedli že v eni sekundi. Na žalost te zahteve ni mogoče enostavno izpolniti, ker naletimo na vrsto problemov. Nekaj teh problemov je analiziranih v nadaljevanju.

2 Opis problema

V skladu z linearno teorijo viskoelastičnosti je strižni modul lezenja $J(t)$ definiran kot odziv materiala na koračno obremenitev v obliki strižne napetosti. Koračne obremenitve v praksi ne moremo izvesti, zato jo simuliramo z ramp funkcijo, i.e., preizkušane obremenimo do željenega napetostnega stanja σ_0 izbrano hitrostjo $\dot{\sigma}_0 = \sigma_0 / t_0$, kjer je t_0 čas obremenjevanja. Začetni del meritve je zaradi te zamenjave do časa, pri katerem je odziv sistema na obremenitev v obliki *ramp funkcije* enak odzivu, ki ga dobimo pri koračni obremenitvi, neuporaben ⁵. S povečevanjem hitrosti obremenjevanja se ta časovni interval neuporabne meritve zmanjšuje proti nič.

Istočasno rast hitrosti obremenjevanja povečuje lastno nihanje preizkušanca in merilne naprave. Tako nastopi območje *prehodnega pojava*, znotraj katerega so rezultati meritve neuporabni. Z zmanjševanjem hitrosti obremenjevanja se bo intenziteta nihanja zmanjševala proti nič.

Napaka meritve je torej sestavljena iz napake zaradi zamenjave obremenitve v obliki *koračne* funkcije z *ramp* funkcijo in napake, ki se pojavi zaradi nihanja celotnega merilnega sistema. Časovni interval, znotraj katerega so rezultati meritve neuporabni, je torej pogojen z obema pojavoma. Če hitrost obremenjevanja povečujemo, bo prevladovala napaka zaradi nihanja sistema, v primeru zmanjševanja hitrosti obremenjevanja pa napaka zaradi zamenjave *koračne* funkcije obremenitve z *ramp* funkcijo. Prvi problem je čisto teoretične narave (izhaja iz definicije modula lezenja), zato je za samo izvedbo meritve pomembnejši problem prehodnega pojava, i.e., problem nihanja celotnega merilnega sistema.



Slika 1. Shema naprave za merjenje lezenja.
Figure 1. Schematic of the apparatus for creep compliance measurements.

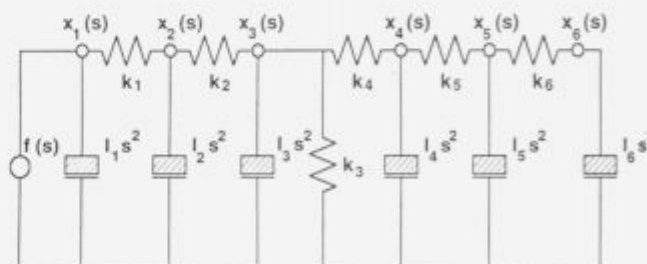
V nadaljevanju je podana analiza prehodnega pojava pri merjenju strižnega modula lezenja za merilne naprave, pri katerih je obremenitev realizirana s pomočjo uteži. Predstavljen je analitični model, ki omogoča izbiro optimalnega časa obremenjevanja danega preizkušanca. Kot primer je analiziran prehodni pojav na merilni napravi-torziometru, ki je bil razvit in izdelan v laboratoriju, kjer delata avtorja tega prispevka ⁶.

3 Opis merilne naprave in mehanskega modela

Na sliki 1 je shematično prikazan primer naprave za merjenje strižnega modula lezenja, kjer je torzijska obremenitev realizirana s pomočjo uteži.

Na shemi je prikazan samo tisti del naprave, ki služi za ustvarjanje torzijskega momenta in merjenje deformacije preizkušanca. Ostali deli merilne naprave (komora za zagotavljanje izotermnih in konstantnih vlažnostnih pogojev ter sistem za zbiranje podatkov), ki ne vplivajo na potek prehodnega pojava, niso prikazani. Detaljni opis celotne naprave je podan drugje ⁶.

Mehanski model merilne naprave je prikazan na sliki 2. I_1 in I_5 popisujeta vpliv uteži za napenjanje vrvice, I_2 in I_4 vpliv masnih vztrajnostnih momentov ležajev vrvice, I_6 maso za obremenjevanje, I_3 pa masni vztrajnostni moment elementov, na katere je vpet preizkušane (na sliki 1 so ti elementi označeni z D, E, I, J, K, L, M in N). k_1, k_2, k_4, k_5 , in k_6 so togosti posameznih delov merilne vrvice med masnimi elementi. k_3 predstavlja torzijsko togost preizkušanca, ki je bil jeklena paličica (elastično telo) konstantne togosti, ker nas zanimajo dinamične lastnosti merilne naprave.



Slika 2. Mehanski model naprave za merjenje lezenja.
Figure 2. Mechanical model diagram of the creep apparatus.

4 Analitična določitev kriterija za izbiro optimalne hitrosti obremenjevanja

Gibalna enačba opisane naprave je v Laplace-ovem prostoru podana v obliki,

$$s^2 [I] \{x(s)\} + [k] \{x(s)\} = \{f(s)\} \quad (1)$$

kjer je $[I]$ masna matrika, $\{x(s)\}$ vektor generaliziranih pomikov, $[k]$ togostna matrika in $\{f(s)\}$ vektor generaliziranih vzbujevalnih sil.

Obremenitev preizkušanca s torzijskim momentom izvedemo z maso I_6 , ki jo spustimo z napravo za spuščanje. Sistem je ob času nič in v fazi obremenjevanja izpostavljen razmeram, ki jih popisuje komplet robnih in začetnih pogojev za časovni interval $0 \leq t \leq t_0$:

začetni pogoji:

$$\text{- začetni pomiki } x_{0i} = 0; i = 1, 2, \dots, 6;$$

$$\text{- začetne hitrosti } \dot{x}_{0i} = 0; i = 1, 2, \dots, 6; \quad (2)$$

robni pogoji:

$$\text{- sile vzbujanja } F_{0i} = 0; i = 1, 2, \dots, 5;$$

$$F_{06} = I_6 g \frac{t}{t_0}$$

Rešitve enačbe (1), i.e. pomiki mas za časovni interval $0 \leq t \leq t_0$ (faza obremenjevanja) in njeni odvodi, dajo začetne pogoje pri času t_0 za nadaljnji izračun pomikov v času $t \geq t_0$. Robni pogoji sil vzbujanja za prvih pet mas ostanejo nespremenjeni, robni pogoj šeste pa je $F_{06} = I_6 g$.

Ko rešimo sistem za čas $t \geq t_0$ in če zanemarimo vpliv višjih lastnih frekvenc, ker prispevajo manj kot 2%⁷, dobimo rešitev za deformacijo preizkušanca:

$$x_3(t) = m_{31} \frac{\bar{F}_{01}}{K_{11}} \left(1 + \frac{\sin(\omega_1(t-t_0)) - \sin(\omega_1 t)}{\omega_1 t_0} \right) \quad (3)$$

kjer je m_{31} element modalne matrike $[M]$, ω_1 je prva (najnižja) lastna frekvenca, \bar{K}_{11} je element togostne matrike, \bar{F}_{01} pa sila vzbujanja prve mase v sistemu glavnih koordinat.

Kot merilo intenzitete prehodnega pojava definiramo koeficient

$$A_{pr}(t_0) = \left| \frac{x_{3,max} - x_{3,st}}{x_{3,st}} \right| = \left| \frac{2 \sin(0.5 \omega_1 t_0)}{\omega_1 t_0} \right| \quad (4)$$

kjer je $x_{3,max} = \text{MAX}\{x_3(t)\}$, $x_{3,st}$ pa velikost statične deformacije preizkušanca pri dani obremenitvi.

Spreminjanje intenzitete prehodnega pojava (stopnje prenihanja) v odvisnosti od časa obremenjevanja je na sliki 3 prikazano s črtkano črto. Na isti sliki je s polno črto prikazana tudi ovojnica funkcije (4), ki povezuje točke največjih odstopanj. Enačba ovojnice je

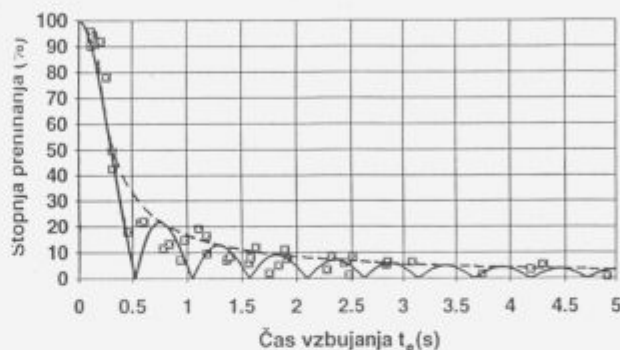
$$A_{pr,max}(t_0) = \frac{2}{\omega_1 t_0} \quad (5)$$

in predstavlja kriterij za izbiro optimalne hitrosti obremenjevanja preizkušanca. Analiza postavljenega kriterija in primerjava z meritvami prehodnega pojava na napravi, opisani v poglavju 3, je podana v razpravi.

5 Eksperimentalna verifikacija modela

Predlagani kriterij za izbiro optimalne hitrosti obremenjevanja preizkušanca smo preverili na napravi za merjenje procesa lezenja torzijsko obremenjenih preizkušancev, predstavljeno v poglavju 3. Zanimale so nas dinamične karakteristike preizkuševalnega sistema, zato smo meritve izvedli z okroglim elastičnim kovinskim preizkušancem⁷, premera 1,47 mm in dolžine 57 mm. Na sliki 3 so prikazani rezultati meritev stopnje prenihanja (prvega prenihaja) v odvisnosti od časa obremenjevanja t_0 . Masa obremenjevanja je bila enaka 22,56 grama.

Analitično določene stopnje prenihanja



Slika 3. Primerjava izmerjenih in izračunanih stopenj prenihanja.

Figure 3. Comparison of the measured and analytically predicted levels of overshooting.

6 Diskusija in sklep

Ovojnica na sliki 3, ki povezuje točke največjih odstopanj, prikazuje predikcijo stopnje prenihanja v odvisnosti od časa obremenjevanja. Enačba ovojnice (5) predstavlja kriterij za izbiro optimalnega časa obremenjevanja. Pri izbrani dopustni stopnji prenihanja lahko iz enačbe (5) izračunamo minimalni potrebni čas obremenjevanja. Iz oblik funkcij (4) in (5) predstavljenih na sliki 3, je razvidno, da bo dejanska analitično predpostavljena stopnja prenihanja (4) manjša ali pa enaka tisti, ki jo predpisuje predlagani kriterij (5).

Na sliki 3 so prikazani tudi rezultati meritev stopnje prvega prenihaja v odvisnosti od časa obremenjevanja t_0 . Sistem za spuščanje uteži (masa 6) ni omogočal natančne izbire hitrosti obremenjevanja, zato rezultati meritev niso enakomerno porazdeljeni. Iz slike je razvidno, da so glede na analitično rešitev (4), prikazano s črtkano črto, izmerjene vrednosti zamaknjene. Do zamika pride zaradi prisotnosti dušenja, ki ga v analitični rešitvi nismo upoštevali. Na isti sliki je s polno črto vrisan tudi predlagani kriterij. Ujemanje z rezultati meritev je dobro.

Na osnovi predstavljene analize lahko sklenemo, da predlagani kriterij dobro popiše prehodni pojav in ga lahko uporabimo za določitev optimalne izbire časa (hitrosti) obremenjevanja pri izvedbi meritev lezenja. Ta kriterij bo kot nadgradnja vključen v programski paket za krmiljenje meritev torzijskega lezenja na predstavljeni napravi.

7 Literatura

- ¹ N.W. Tschoegl. The Phenomenological Theory of Linear Viscoelastic Behavior, Springer-Verlag, Berlin, 1989
- ² J.J. Aklonis, W.J. MacKnight. Introduction to Polymer Viscoelasticity, Second Edition, John Wiley and Sons, New York, 1983
- ³ L.C.E. Struik. Physical Ageing in Amorphous Polymers and Other Materials, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, 1978
- ⁴ M.L. Williams, R.F. Landel, J.D. Ferry, J. Am. Chem. Soc., 77, 3701-3712 (1955)
- ⁵ I. Emri, Strojniški vestnik, 78, 140-146 (1985)
- ⁶ P. Metlikovič (Magistrska naloga). Analiza procesa lezenja viskoelastičnih materialov pod vplivom strižne obremenitve, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, 1989
- ⁷ R. Cvelbar (Diplomska naloga), Analiza prehodnega pojava pri merjenju lezenja viskoelastičnih materialov, Fakulteta za strojništvo, Ljubljana, 1992