REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA ŠOLSTVO IN ŠPORT

unisVET
uvajanje novih izobraževalnih programov na področju storitev

Naložba v vašo prihodnost
OPERACIJO DELNO FINANCIRA EVROPSKA UNIJA
Evropski socialni sklad

Viktorija Pirš

POSLOVNO RAČUNSTVO 2

Program: EKONOMSKI TEHNIK

Modul: EKONOMIKA POSLOVANJA

Vsebinski sklop: POSLOVNO RAČUNSTVO IN STATISTIČNA ANALIZA POJAVOV

Ljubljana, maj 2009

Srednje strokovno izobraževanje

Program: **Ekonomski tehnik**
Modul: **Ekonomika poslovanja**
Vsebinski sklop: **Poslovno računstvo in statistična analiza pojavov**

Naslov učnega gradiva
Poslovno računstvo 2

Ključne besede: **Sklepni račun, razdelilni račun, procentni račun, delilni kriterij, verižni račun**

Seznam kompetenc, ki jih zajema učno gradivo:
PRS1: **Reševanje problemov s področja sklepnega, razdelilnega, procentnega in obrestnega računa.**

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

658.14/.17(075.8)(0.034.2)

PIRŠ, Viktorija
Poslovno računstvo 2 [Elektronski vir] / Viktorija Pirš. - El. knjiga. - Ljubljana : GZS, Center za poslovno usposabljanje, 2009. - (Srednje strokovno izobraževanje. Program Ekonomski tehnik. Modul Ekonomika poslovanja. Vsebinski sklop Poslovno računstvo in statistična analiza pojavov)

Način dostopa (URL): http://www.unisvet.si/index/index/activityId/44. - Projekt UNISVET

ISBN 978-961-6413-13-8

250833408

Avtorica: **Viktorija Pirš**
Recenzentka: **Vitka Voljč**
Lektorica: **Nadja Blatnik**

Založnik: **GZS Ljubljana, Center za poslovno usposabljanje za projekt unisVET**

Kraj in datum: **Ljubljana, maj 2009**

Učno gradivo je nastalo v okviru projekta unisVET Uvajanje novih izobraževalnih programov v srednjem poklicnem in strokovnem izobraževanju s področja storitev za obdobje 2008-2012, ki ga sofinancirata Evropska unija preko Evropskega socialnega sklada in Ministrstvo Republike Slovenije za šolstvo in šport. Operacija se izvaja v okviru operativnega programa razvoja človeških virov za obdobje 2007 – 2013, razvojne prioritete: Razvoj človeških virov in vseživljenjskega učenja, prednostna usmeritev Izboljšanje kakovosti in učinkovitosti sistemov izobraževanja in usposabljanja.

Kazalo

UVOD

Kot fizične osebe imamo odprt svoj osebni bančni račun. Da za bančnimi okenci zaradi nepoznavanja strokovnih izrazov ne bomo v neprijetnem položaju in bomo razumeli dogajanje z našimi prihranki oziroma posojili, nam bo v pomoč gradivo Poslovno računstvo, II. del.

Gradivo Poslovno računstvo, II. del je namenjeno dijakom srednješolskega programa Ekonomski tehnik in je usklajeno s katalogom znanj za sklop poslovno računstvo in statistična analiza pojavov. Strokovno je učbenik pregledal ga. Vitka Voljč, za jezikovne napake pa je poskrbela ga. Obema iskreno hvala za strokovne nasvete.

Če gradivo pogledamo s tehnične plati, je razdeljeno na tri poglavja. Gradivo je namenjeno spoznavanju osnovnih količin obrestnega računa in razlikovanju med navadnim in obrestnim obrestovanjem. Na začetku vsakega poglavja je kratka teoretična razlaga z izpeljanimi enačbami, ki jo prepoznamo po simbolu ☼. Sledijo zgledi, ki vsebujejo naloge in njihovo postopno izpeljavo. Ob koncu vsakega poglavja so vaje s priloženimi rešitvami, ki dijake vodijo k samostojnemu reševanju problemov.

Veliko dobre volje ob reševanju nalog.

Viktorija Pirš

Kamnik, 2009

1. OSNOVNI POJMI OBRESTNEGA RAČUNA

1. 1. KOLIČINE V OBRESTNEM RAČUNU

☼

- **Obresti - o**: Obresti so denarno nadomestilo, ki ga dolžnik plača upniku za izposojen denar, s katerim je dolžnik nekaj časa razpolagal (cena kapitala). Znesek obresti določajo: glavnica, čas obrestovanja in obrestna mera.
- **Glavnica – G**: Glavnica ali kapital je znesek, od katerega se računajo obresti.
- **Čas obrestovanja – l, m, d**: Čas obrestovanja pove, kako dolgo se neka glavnica obrestuje. Pri tem so obresti naraščajoča funkcija časa obrestovanja.
- **Obrestna mera – p**: Obrestna mera oz. obrestna stopnja je predpis, ki določa, koliko denarnih enot (d. e.) obresti odpade na vsakih 100 d. e. glavnice, ki smo jo uporabljali eno kapitalizacijsko obdobje. Obrestna mera je v osnovi definirana kot letna obrestna mera, ki pa jo po potrebi lahko preračunamo oz. reduciramo na krajša časovna obdobja.

- **Povečana glavnica – G$^+$**: Če h glavnici prištejemo obresti, dobimo povečano glavnico. Torej velja: $G^+ = G + o$
- **Pomanjšana glavnica – G$^-$**: Če pa od glavnice obresti odštejemo, dobimo pomanjšano glavnico. Postopek zmanjšanja glavnice za obresti imenujemo diskontiranje, obrestno mero pa diskontna obrestna mera. Velja: $G^- = G - o$

- **Kapitalizacijsko obdobje:** Kapitalizacijsko obdobje je tisto *časovno obdobje, v katerem se obresti pripisujejo h glavnici*. Osnovno in najdaljše kapitalizacijsko obdobje je eno leto in temu ustreza letna obrestna mera. Najkrajše kapitalizacijsko obdobje pa je en dan. Pogostejša kapitalizacija oz. več kapitalizacijskih obdobij v enem letu zahteva preračun oz. zmanjšanje dane obrestne mee.

1. 2. RAZDELITEV OBRESTNEGA RAČUNA

a) <u>Glede na čas oz. trenutek pripisa obresti h glavnici ločimo:</u>

☼

- **Dekurzivno obrestovanje** = pri dekurzivnem obrestovanju *se obresti pripisujejo h glavnici na koncu kapitalizacijskega obdobja*. Osnova za izračun obresti je glavnica na začetku posameznega kapitalizacijskega obdobja. Oznaka za dekurzivno obrestno mero – **p**.

- **Anticipativno obrestovanje** = v primeru anticipativnega obrestovanja *se obresti pripišejo oz. odštejejo od glavnice že na začetku posameznega kapitalizacijskega obdobja*. Osnova za izračun anticipativnih obresti je končna vrednost glavnice. To metodo se uporablja le pri obračunih posojil. Oznaka za anticipativno obrestno mero - **π**.

b) <u>Glede na kapitalizacijo obresti v obračunskem obdobju pa ločimo:</u>

☼

- **Navadni obrestni račun (n. o. r.) =** pri navadnem obrestnem računu *je obrestna osnova ves čas obrestovanja enaka*. Nominalna vrednost obresti je pri ostalih konstantnih pogojih ves čas enaka, saj se stalno obrestuje prvotna (začetna) vrednost glavnice.

- **Obrestno obrestni račun (o. o. r.)** = pri obrestno obrestnem računu *se obresti v vsakem kapitalizacijskem obdobju sproti pripišejo h glavnici*. Govorimo o kapitalizaciji obresti, saj se poleg začetne vrednosti glavnice obrestujejo tudi obresti iz predhodnih kapitalizacijskih obdobij.

2. NAVADNI OBRESTNI RAČUN

☼ Navadni obrestni račun je značilen za kratkoročne vloge (depozite) in podobne posle. Uporabljajo ga pri meničnih poslih, osebnih računih in različnih hranilnih vlogah. Kot smo že omenili, izhajamo pri navadnem obrestnem računu iz domneve, da obresti ves čas računamo od prvotne (začetne, osnovne) glavnice, ne glede na to, koliko kapitalizacijskih obdobij je preteklo.

Obresti so pri navadnem obrestnem računu premosorazmerne začetni glavnici, obrestni meri in času obrestovanja.

<u>Enačbe za izračun obresti po navadnem obrestnem računu</u>

a) Štetje časa obrestovanja v letih: $o = \dfrac{G \cdot p \cdot l}{100}$

b) Štetje časa obrestovanja v polletjih: $o = \dfrac{G \cdot p \cdot s}{200}$

c) Štetje časa obrestovanja v četrtletjih: $o = \dfrac{G \cdot p \cdot q}{400}$

č) Štetje časa obrestovanja v mesecih: $o = \dfrac{G \cdot p \cdot m}{1200}$

d) Štetje časa obrestovanja v dnevih

Poznamo različne načine oz. sisteme določanja števila obrestovanih dni. Pri štetju obrestovanega časa v dnevih moramo upoštevati, da se prvi dan ne šteje v obrestovani čas, zadnji dan pa se upošteva v celoti.

- V našem bančnem sistemu se pogosto uporablja sistem (K, 365) ali (K, 366), pri čemer upoštevamo dejansko število dni v mesecu in letu.
  $o = \dfrac{G \cdot p \cdot d}{36500}$ ali $o = \dfrac{G \cdot p \cdot d}{36600}$

- (K,360)-v tem primeru dneve štejemo natančno po koledarju, za leto pa vzamemo 360 dni.
  $o = \dfrac{G \cdot p \cdot d}{36000}$
- (30,360)- za leto vzamemo 360 dni, vsak v celoti pretečen mesec pa računamo po 30 dni.
  $o = \dfrac{G \cdot p \cdot d}{36000}$

2. 1. DEKURZIVNO OBRESTOVANJE

☼ Za dekurzivno obrestovanje velja, da se obresti pripišejo k prvotni glavnici na koncu obrestovanega obdobja.

ZGLEDI

1. Pred štirimi meseci smo si sposodili 2300 EUR. Koliko obresti bomo morali plačati danes pri 3,5 % obrestni meri, če upoštevamo navadno obrestni račun ter dekurzivno obrestovanje?

m = 4

p = 3,5 %

G = 2300 EUR

o = ?

$$o = \frac{G \cdot p \cdot m}{1200}$$

$$o = \frac{2300 \cdot 4 \cdot 3{,}5}{1200} = 26{,}83 \text{ EUR}$$

Odg.: Na račun 2300 EUR dolga bomo morali danes plačati 26,83 EUR obresti.

2. Koliko moramo pri 4 % p.a. vložiti v banko, da nam bodo po preteku dveh let pripisali 80 EUR obresti, če upoštevamo navadno obrestni račun in dekurzivno obrestovanje?

p = 4 %

l = 2

o = 80 EUR

G = ?

$$o = \frac{G \cdot p \cdot l}{100}$$

$$G = \frac{o \cdot 100}{p \cdot l}$$

$$G = \frac{80 \cdot 100}{4 \cdot 2} = 1000 \text{ EUR}$$

Odg.: Vložiti je treba 1000 EUR.

3. Po kakšni obrestni meri se je obrestoval dolg 2000 EUR, ki je v 200 dneh pri upoštevanju dekurzivnega obrestovanja in navadno obrestnega računa narasel na 826,38 EUR (K, 365)?

d = 200

G = 2.000 EUR

G+o = 2.030,14 EUR

p = ?

$$o = \frac{G \cdot p \cdot d}{36500}$$

$$o = 2030{,}14 - 2000 = 30{,}14 \text{ EUR}$$

$$p = \frac{o \cdot 36500}{G \cdot d}$$

$$p = \frac{30{,}14 \cdot 36500}{2000 \cdot 200} = 2{,}75\%$$

Odg.: Glavnica 2000 EUR se je obrestovala po 2,75 % obrestni meri.

4. Glavnica 500 EUR se je obrestovala 3 mesece, glavnica 300 EUR 2 meseca in glavnica 700 EUR 1 mesec. Izračunajte skupne obresti, če je obrestna mera 3,5 %, obrestovanje dekurzivno, navadno!

☼ *Skupne obresti* predstavljajo vsoto vseh obresti, ki jih dajo posamezne glavnice za čas njihovega obrestovanja.

$G_1 = 500$ EUR

$m_1 = 3$

$G_2 = 300$ EUR

$m_2 = 2$

$G_3 = 700$ EUR

$m_3 = 1$

$p = 3{,}5$ %

$\sum o = ?$

$$\sum_{i=1}^{3} o = o_1 + o_2 + o_3$$

$$o = \frac{G \cdot p \cdot m}{1200}$$

$$o_1 = \frac{G_1 \cdot p \cdot m_1}{1200}$$

$$o_1 = \frac{500 \cdot 3{,}5 \cdot 3}{1200} = 4{,}38 \text{ EUR}$$

$$o_2 = \frac{G_2 \cdot p \cdot m_2}{1200}$$

$$o_2 = \frac{300 \cdot 3{,}5 \cdot 2}{1200} = 1{,}75 \text{ EUR}$$

$$o_3 = \frac{G_3 \cdot p \cdot m_3}{1200}$$

$$o_3 = \frac{700 \cdot 3{,}5 \cdot 1}{1200} = 2{,}04 \text{ EUR}$$

$$\sum_{i=1}^{3} o = 4{,}38 + 1{,}75 + 2{,}04 = 8{,}17 \text{ EUR}$$

Odg.: Skupne obresti znašajo 8,17 EUR.

5. Katera glavnica naraste v 3 četrtletjih pri uporabi navadno obrestnega računa in dekurzivnega obrestovanja ter pri 5 % obrestni meri na 3112,50 EUR?

☼ Računanju začetne vrednosti glavnice iz pripadajoče končne vrednosti rečemo *diskontiranje*.

q = 3

p = 5 %

$\underline{G^{+} = 3112{,}50 \text{ EUR}}$

G = ?

$$G^{+} = G + o$$

$$G^{+} = G + \frac{G \cdot p \cdot q}{400}$$

$$3112{,}50 = G + \frac{G \cdot 5 \cdot 3}{400}$$

$$3112{,}50 = G + 0{,}0375 \cdot G$$

$$3112{,}50 = 1{,}0375 \cdot G$$

$$G = \frac{3112{,}50}{1{,}0375} = 3000 \text{ EUR}$$

Odg.: Glavnica 3000 EUR naraste v treh četrtletjih pri 5 % obrestni meri na 3112,50 EUR.

6. Izračunajte zmanjšano glavnico, če veste, da znaša glavnica 15.000 EUR, obrestna mera je 5,5 %, kapitalizacijska doba so 3 polletja, uporabljamo pa navadni obrestni račun in dekurzivno obrestovanje.

p = 5,5 %

s = 3

$\underline{G = 15.000 \text{ EUR}}$

G^{-} = ?

$$G^{-} = G - o$$

$$o = \frac{G \cdot p \cdot s}{200}$$

$$o = \frac{15000 \cdot 5{,}5 \cdot 3}{200} = 1237{,}50 \text{ EUR}$$

$$G^{-} = 15000 - 1237{,}50 = 13.762{,}50 \text{ EUR}$$

Odg.: Zmanjšana glavnica znaša 13.762,50 EUR.

7. Dolg, ki je nastal 2. februarja 2009 in naj bi dospel v plačilo 24. aprila 2009, smo poravnali že 30. marca 2009, ko smo plačali 502,30 EUR. Koliko smo prihranili, če je obrestna mera 3 %? (K, 365)

p = 3 %
$G_1^{\pm}$ = 502,30 EUR
o = ?

d_1 = od 2. februarja 2009 do 30. marca 2009 = 56 dni
d_2 = od 2. februarja 2009 do 24. aprila 2009 = 81 dni

$$G_1^{+} = G + o$$
$$G_1^{+} = G + \frac{G \cdot p \cdot d}{36500}$$
$$502{,}30 = G + \frac{G \cdot 3 \cdot 56}{36500}$$
$$G = 500 \text{ EUR}$$
$$o_1 = G_1^{+} - G$$
$$o_1 = 502{,}30 - 500 = 2{,}30 \text{ EUR}$$
$$o_2 = \frac{G \cdot p \cdot d_2}{36500}$$
$$o_2 = \frac{500 \cdot 3 \cdot 81}{36500}$$
$$o_2 = 3{,}33 \text{ EUR}$$
$$o = o_2 - o_1$$
$$o = 3{,}33 - 2{,}30 = 1{,}03 \text{ EUR}$$

Odg.: Prihranili smo 1,03 EUR.

8. Izračunajte obrestno mero, ki bi v petih kvartalih prinesla obresti v nominalni vrednosti 10 % od začetne vrednosti glavnice.

q = 5
o = 10 % od G
p = ?

$$G^{+} = G + o$$
$$1{,}1 \cdot G = G + \frac{G \cdot p \cdot q}{400}$$
$$1{,}1 \cdot G = G + \frac{G \cdot p \cdot 5}{400} \,/\div G$$
$$1{,}1 = 1 + 0{,}0125p$$
$$p = 8\%$$

VAJE

1. Izračunajte obresti iz naslednjih podatkov:
a) G = 200 EUR, l = 5, p = 3,6 % (R: o = 36,00 EUR)
b) G = 5500 EUR, m = 7, p = 5 % (R: o = 160,42 EUR)
c) G = 600 EUR, d = 100, p = 2,9 %, (K, 365) (R: o = 4,77 EUR)
č) G = 1700 EUR, s = 1, p = 4,2 % (R: o = 35,370)

2. Izračunajte glavnico iz naslednjih podatkov:
a) o = 16,00 EUR, m = 8, p = 3 % (R: G = 800 EUR)
b) o = 36,99 EUR, d = 150, p = 4,5 %, (K, 360) (R: G = 2000 EUR)
c) o = 1734,00 EUR, l = 2, p = 5,1 % (R: G = 17.000 EUR)
č) o = 14,57 EUR, q = 3, p = 2,9 % (R: G = 670 EUR)

3. Izračunajte obrestno mero iz naslednjih podatkov:
a) G = 6000 EUR, d = 80, o = 52,60 EUR, (K, 365) (R: p = 4 %;)
b) G = 1000 EUR, m = 4, o = 7,67 EUR (R: p = 2,3 %)
c) G = 420 EUR, l = 4, o = 50,40 EUR (R: p = 3 %)
č) G = 900 EUR, q = 5, o = 36,23 EUR (R: p = 3,22 %)

4. Izračunajte čas obrestovanja iz naslednjih podatkov:
a) G = 300 EUR, p = 5 %, o = 10,68 EUR, (K, 365), d = ? (R: d = 260)
b) G = 2600 EUR, p = 4 %, o = 520,00 EUR, l = ? (R: l = 5)
c) G = 10.000 EUR, p = 3,8 %, o = 221,67 EUR, m = ? (R: m = 7)
č) G = 730 EU, p = 4,1 %, o = 44,90 EUR, s = ? (R: s = 3)

5. Po koliko mesecih smo na račun dolga 1000 EUR plačali upniku 14,38 EUR navadnih obresti, če se uporablja 3,45 % obrestna mera in dekurzivni obračun obresti? (R: m = 5)

6. Po kakšni obrestni meri se je obrestovala glavnica 600 EUR, da je v 3 polletjih narasla na 640,50 EUR, če upoštevamo navadno obrestni račun in dekurzivno obrestovanje? (R: p = 4,5 %)

7. Koliko moramo vrniti upniku 7.8., če smo si 20.5. istega leta izposodili 800 EUR? Upoštevati moramo 5 % obrestno mero, navadni obrestni račun in dekurzivni obračun obresti ter (K, 365). (R: G+o = 808,66 EUR)

8. Kdaj moramo vrniti dolg, če smo si 2. avgusta sposodili 2000 EUR, obresti znašajo 9,86 EUR, dolg se obrestuje po 3 % obrestni meri, dekurzivno navadno? (K, 365) (R: 1. oktobra istega leta)

9. Koliko znašajo skupne obresti, če smo znesek 600 EUR obrestovali 2 četrtletji po 4 % obrestni meri, znesek 500 EUR pa eno četrtletje po isti obrestni meri? Dekurzivno obrestovanje in navadni obrestni račun. (R: o = 17 EUR)

10. 10.1 *Za koliko* naraste glavnica 3000 EUR v 5 letih pri 3,8 % obrestni meri?
10.2 *Na koliko* naraste glavnica 3000 EUR v 5 letih pri 3,8 % obrestni meri?
V obeh primerih upoštevamo navadni obrestni račun in dekurzivno obrestovanje.
(R: a) o = 570 EUR, b) G^+ = 3.570 EUR)

11. S kolikšnim zneskom razpolagamo 17. julija, če smo 5. marca vložili 640 EUR, 15. aprila pa 250 EUR? Obrestna mera je 2,9 %, obrestovanje navadno, dekurzivno. (R: G^+ = 898,03 EUR)

12. Kateri znesek naraste v treh semestrih na 5225 EUR pri 3 % obrestni meri? Upoštevajte navadni obrestni račun in dekurzivno obrestovanje! (R: G = 5000 EUR)

13. Dne 15.12.2008 smo vložili neznan znesek in dne 23.2.2009 z obrestmi vred dvignili 758,63 USD, p = 6 %. Kolikšna je bila začetna vloga, če uporabljamo navadni obrestni račun in dekurzivno obrestovanje? (R: G = 750 USD)

14. Koliko moramo vložiti na svoj bančni račun, da bomo v letu in pol pri 5 % obrestni meri dobili 100 EUR obresti, če upoštevamo dekurzivno obrestovanje in navadi obrestni račun? (R: G = 1333,33 EUR)

15. Skupaj s 7,7 % zamudnimi navadnimi obrestmi vred smo pri dekurzivnem obrestovanju plačali 1645,54 EUR. Koliko so znašale zamudne obresti in kolikšen je bil dolžni znesek, če smo s plačilom zamudili 16 dni? (K, 356) (R: o = 5,54 EUR, G = 1640 EUR)

16. 16.1 Kateri znesek naraste *v* 1 četrtletju *za* 40 EUR pri 2,5 % obrestni meri?
16.2 Kateri znesek naraste *v* 1 četrtletju *na* 40 EUR pri 2,5 % obrestni meri?
V obeh primerih upoštevamo navadni obrestni račun in dekurzivno obrestovanje.
(R: a) G = 6400 EUR, b) G = 39,75 EUR)

2. 2. ANTICIPATIVNO OBRESTOVANJE

☼ Za anticipativno obrestovanje velja, da se obresti odštejejo od prvotne glavnice na začetku obrestovalnega obdobja.

ZGLEDI

1. Dolžnik in upnik sta se dogovorila za navadno obrestni račun in anticipativno obrestovanje s 5,3 % obrestno mero. Kolikšen je znesek posojila, ki ga bo dolžnik vrnil čez 140 dni, če mu je upnik izplačal 4898,36 EUR?

π = 5,3 %

d = 140

<u>G^- = 4898,36 EUR</u>

G = ?

$$G^- = G - o$$
$$G^- = G - \frac{G \cdot \pi \cdot d}{36500}$$
$$4898{,}36 = G - \frac{G \cdot 5{,}3 \cdot 140}{36500}$$
$$4898{,}36 = G - 0{,}020329G$$
$$4898{,}36 = 0{,}979671G$$
$$G = \frac{4898{,}36}{0{,}979671} = 5000{,}00 \text{ EUR}$$

Odg.: Znesek posojila, ki ga bo dolžnik vrnil, znaša 5000,00 EUR.

2. Premostitveno posojilo, ki ga moramo vrniti čez 4 mesece, se obrestuje navadno obrestno s 5 % anticipativno obrestno mero. Koliko denarja dobimo izplačanega danes na osnovi tega posojila, če bo ob zapadlosti treba vrniti 1000 EUR?

π = 5%

m = 4

<u>G = 1000 EUR</u>

G^- = ?

$$G^- = G - o$$
$$o = \frac{G \cdot \pi \cdot m}{1200}$$
$$o = \frac{1000 \cdot 5 \cdot 4}{1200} = 16{,}67 \text{ EUR}$$
$$G^- = 1000 - 16{,}67 = 983{,}33 \text{ EUR}$$

Odg.: Danes nam banka izplača 983,33 EUR posojila.

3. Za potovanje po Tajski bomo turistični agenciji odšteli 2320 EUR. 20 % cene smo plačali takoj, 60 % zneska zapade v plačilo tik pred odhodom na potovanje, ostanek pa je treba plačati po vrnitvi domov. Ker pa smo tudi zadnji obrok plačali pred odhodom na potovanje, to je 25 dni pred zapadlostjo, so nam v agenciji priznali 10 % diskontne obresti za ta del plačila. Koliko smo v celoti plačali za potovanje?

$\pi = 10$ %
$\underline{d = 25}$
$G^- = ?$

takoj: 20 % od 2320 EUR = 464 EUR
60 % od 2320 EUR = 1392 EUR
ostanek za plačilo: 464 EUR (- 10 %)

$$G^- = G - o$$

$$G^- = G - \frac{G \cdot \pi \cdot d}{36500}$$

$$G^- = 464 - \frac{464 \cdot 10 \cdot 25}{36500} = 460{,}82 \text{ EUR}$$

Skupaj: 464 + 1392 + 460,82 = 2316,82 EUR

Odg.: Za potovanje smo plačali 2316,82 EUR.

VAJE

1. Pri banki, ki posoja denar po 7 % obrestni meri, anticipativno (navadno obrestni račun), smo si izposodili 5000 EUR. Znesek moramo vrniti čez eno leto. Koliko gotovine prejmemo na račun tega kredita? Kolikšen kredit bi morali najeti, če bi želeli dobiti izplačanih 5000 EUR gotovine? (R: G^- = 4560 EUR, G = 5376,34 EUR)

2. Kolikšno posojilo smo najeli, če smo na njegovi osnovi danes dobili izplačanih 393,80 EUR, pri 6,2 % obrestni meri, za dobo 3 mesecev, pri uporabi navadno obrestnega računa in anticipativnega obrestovanja? (R: G = 400,00 EUR)

3. Po kakšni anticipativni obrestni meri se je obrestovalo izplačano posojilo 2000,00 EUR, ki jih je treba vrniti čez pol leta skupaj s 51,28 EUR navadnih obresti? (R: π = 5 %)

4. Banka nam je odobrila posojilo, ki se bo obrestovalo po 7,35 % anticipativni obrestni meri in navadno obrestnem računu. Po koliko dneh je potrebno vrniti 400 EUR, če dobimo danes izplačanih 391,95 EUR,? (R: d = 100)

5. Nov delovni stroj moramo plačati v dvajsetih dneh po dobavi. Ker pa smo ga plačali 10 dni pred rokom, nam prodajalec za ta čas odobri 8 % dnevni diskont. Koliko smo dejansko plačali za stroj, če bi znašalo plačilo ob roku 2460 EUR? (R: G^- = 2454,61 EUR)

3. OBRESTNO OBRESTNI RAČUN

☼ Osnovna značilnost obrestno obrestnega načina je *načelo kapitalizacije obresti*. Obresti torej ne računamo samo od prvotne glavnice, temveč tudi od vseh obresti, nastalih v preteklih kapitalizacijskih obdobjih. Kapitalizacija obresti tako pomeni, da se po preteku kapitalizacijskega obdobja v tem času nastale obresti preoblikujejo v kapital.

<u>Količine obrestno obrestnega računa</u>

- Začetna vrednost glavnice – $\mathbf{G_0}$
- Končna vrednost glavnice - $\mathbf{G_n}$
- Število kapitalizacijskih obdobij (kolikokrat se glavnica skupno obrestuje) – **n**
- Oznaka kapitalizacije (kolikokrat se glavnica obrestuje v enem letu) - **m**

Na začetku se bomo osredotočili le na celoletno kapitalizacijo (kar pomeni, da se glavnica obrestuje po preteku celega leta). Letno obrestno mero v tem primeru lahko označimo kot x % p.a..

3. 1. DEKURZIVNI OBRESTNO OBRESTNI RAČUN

<u>Splošna enačba dekurzivnega obrestno obrestnega računa:</u>

$G_n = G_0 \cdot r^n$, pri čemer je $r = 1 + \frac{p}{100}$,

p = dekurzivna obrestna mera,
r = dekurzivni obrestni faktor.

Pri obrestnem obrestovanju glavnica narašča kot geometrijsko zaporedje, katerega prvi člen je začetna glavnica, količnik pa dekurzivni obrestni faktor r.

ZGLEDI

1. Koliko bomo imeli v banki čez 5 let, če danes vložimo 5500 EUR, obrestna mera je 5 %, kapitalizacija celoletna in upoštevamo dekurzivno obrestno obrestovanje?

n = 5	$G_n = G_0 \cdot r^n$
m = 1	$r = 1 + \frac{p}{100}$
p = 5 % p.a.	$r = 1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$
G_0 = 5500 EUR	$G_n = 5500 \cdot 1{,}05^5 = 7019{,}55\,\text{EUR}$
G_n = ?	

Odg.: Čez pet let bomo imeli privarčevanih 7019,55 EUR.

2. Katera glavnica je v enem letu, pri 4,3 % obrestni meri, dekurzivnem obrestnem obrestovanju in celoletni kapitalizaciji, narasla na 10.430 EUR?

p = 4,3 % p.a.	$G_n = G_0 \cdot r^n$
n = 1	$G_0 = \frac{G_n}{r^n}$
m = 1	$r = 1 + \frac{p}{100}$
G_n = 10.430 EUR	$r = 1 + \frac{4{,}3}{100} = 1{,}043$
G_0 = ?	$G_0 = \frac{10430}{1{,}043^1} = 10.000\ \text{EUR}$

Odg.: Glavnica 10.000 EUR je v enem letu pri danih pogojih narasla na 10.430 EUR.

3. Po kakšni obrestni meri je banka obrestovala vlogo 2000 EUR, ki je v dveh letih narasla za 138,31 EUR, če uporabljamo celoletno kapitalizacijo in dekurzivno obrestno obrestovanje?

n = 2	$G_n = G_0 \cdot r^n$
m = 1	$G_n = G_0 + o$
G_0 = 2000 EUR	$G_n = 2000 + 138{,}31 = 2138{,}31$ EUR
<u>o = 138,31 EUR</u>	$r = \sqrt[n]{\dfrac{G_n}{G_0}}$
p = ?	$r = \sqrt[2]{\dfrac{2138{,}31}{2000{,}00}} = 1{,}034$
	$r = 1 + \dfrac{p}{100}$
	$p = 100 \cdot (r - 1)$
	$p = 100 \cdot (1{,}034 - 1) = 3{,}4\%$

Odg.: Našo vloga se je obrestovala po 3,4 % letni obrestni meri.

4. Koliko let se je obrestovala glavnica 8000 EUR, da je pri celoletni kapitalizaciji, dekurzivnem obrestovanju in 4,2 % letni obrestni meri narasla na 10.669,99 EUR?

p = 4,2 % p.a.	$G_n = G_0 \cdot r^n$
G_0 = 8000 EUR	$r = 1 + \dfrac{p}{100}$
<u>Gn = 10.669,99 EUR</u>	$r = 1 + \dfrac{4{,}2}{100} = 1{,}042$
n = ?	$n = \dfrac{\log G_n - \log G_0}{\log r}$
	$n = \dfrac{\log 10669{,}99 - \log 8000}{\log 1{,}042} = 7$

Odg.: Glavnica 8000 EUR se je obrestovala 7 let.

5. V banko smo 2.12.2008 vložili 900 EUR, p = 3,5 % letno, dekurzivno obrestno obrestovanje. Kolikšna je vrednost vloge in obresti dne 30.3.2009, če upoštevamo celoletno kapitalizacijo?

n = 1 leto + 118 dni $\quad G_n = G_0 \cdot r^n$

m = 1 $\quad r = 1 + \frac{p}{100}$

p = 3,5 % p.a. $\quad r = 1 + \frac{3{,}5}{100} = 1{,}035$

<u>G_0 = 900 EUR</u> $\quad d = \frac{118}{365} = 0{,}3233$

G_n = ? $\quad G_n = 900 \times 1{,}035^{1{,}3233} = 941{,}92 \text{ EUR}$

Odg.: Vrednost vloge in pripadajočih obresti na dan 30.3.2009 je 941,92 EUR.

6. V kolikšnem času se neka glavnica pri 5 % letni obrestni meri in celoletni kapitalizaciji potroji, če upoštevamo dekurzivno obrestno obrestovanje?

p = 5 % p.a. $\quad G_n = G_0 \cdot r^n$

<u>Gn = $3G_0$</u> $\quad r = 1 + \frac{p}{100}$

n = ? $\quad r = 1 + \frac{5}{100} = 1{,}05$

$$3 \cdot G_0 = G_0 \cdot r^n \ / \div G_0$$

$$3 = 1{,}05^n$$

$$\log 3 = n \cdot \log 1{,}05$$

$$n = \frac{\log 3}{\log 1{,}05} = 22{,}5171 \text{ leta}$$

Odg.: Katera koli glavnica se teh pogojih potroji približno v 22,5 leta.

VAJE

1. Kolikšna je današnja vrednost 3600 EUR, ki smo jih pred 3 leti vložili v banko, ki obrestuje vloge po 3,6 % letno pri celoletni kapitalizaciji in dekurzivnem obrestnem obrestovanju? (R: G_n = 4002,96 EUR)

2. Koliko je treba vložiti ob rojstvu otroka, da bi ga pri letni kapitalizaciji in dekurzivnem obrestnem obrestovanju ob praznovanju polnoletnosti na vlogi čakalo 5000 EUR,
a) če je letna obrestna mera 5 %;
b) če je letna obrestna mera 9 %?
(R: a) G_0 = 2077,60 EUR; b) G_0 = 1059,97 EUR)

3. Kupec A nam za stanovanje ponuja 86.000 EUR takoj, kupec B pa 90.000 EUR, plačljivih ob vselitvi (tj. čez eno leto). Za katero ponudbo se bomo odločili, če upoštevamo veljavno 5 % obrestno mero, celoletno kapitalizacijo in dekurzivno obrestno obrestovanje? Odgovor utemeljite.

☼ Namig: Vrednosti dveh glavnic sta primerljivi, če jih preračunamo na isti termin oz. trenutek. Glavnico, ki dospe takoj, *naobrestimo* (povečamo za obresti) za čas dospetja druge glavnice. Ali pa glavnico, ki dospe kasneje, *razobrestimo* (pomanjšamo za obresti) za isti čas.

(R: Odločimo se za kupca A, ker nam, realno gledano, ponuja več kot kupec B. Njegova vloga v enem letu namreč naraste na 90.300 EUR)

4. Po kakšni obrestni meri se je obrestovala vloga 4000 EUR, ki je po petih letih dekurzivnega obrestnega obrestovanje pri celoletni kapitalizaciji narasla za 820 EUR? (R: p = 3,8 % p.a.)

5. Koliko časa se je obrestovala glavnica 2500 EUR, da je pri letni obrestni meri 2,75 % in dekurzivnem obrestnem obrestovanju ter celoletni kapitalizaciji narasla na 3279,13 EUR? (R: n = 10 let)

6. Znesek 700 EUR se je obrestoval od 20. aprila do 20. septembra istega leta po 4 % letni obrestni meri. Na koliko je narasla glavnica pri dekurzivnem obrestnem obrestovanju in celoletni kapitalizaciji? (R: G_n = 711,60 EUR)

7. Kako dolgo je bila vložena glavnica 1000 EUR, če je pri 3,9 % obrestni meri, dekurzivnem obrestnem obrestovanju in celoletni kapitalizaciji dala 10,54 EUR obresti? (R: n = 100 dni)

3. 2. ANTICIPATIVNI OBRESTNO OBRESTNI RAČUN

Splošna enačba anticipativnega obrestno obrestnega računa:

$G_n = G_0 \cdot \rho^n$, pri čemer je $\rho = \dfrac{100}{100 - \pi}$,

π = anticipativna obrestna mera,

ρ = anticipativni obrestni faktor (″ro″).

ZGLEDI

1. Na kakšno končno vrednost naraste glavnica 35.000 EUR pri obrestni meri 6 % p.a. in anticipativnem obrestnem obrestovanju, če je kapitalizacija celoletna in se glavnica obrestuje 6 let?

$\pi = 6$ % p.a.	$\rho = \dfrac{100}{100 - \pi}$
m = 1	$\rho = \dfrac{100}{100 - 6} = 1{,}063830$
n = 6	$G_n = G_0 \cdot \rho^n$
$\underline{G_0 = 35.000 \text{ EUR}}$	$G_n = 35000 \cdot 1{,}063830^6 = 50.734{,}27 \text{ EUR}$
$G_n = ?$	

Odg.: Glavnica naraste na 50.734,27 EUR.

2. Po kakšni letni obrestni meri je banka obrestovala vlogo 2500 EUR, ki je v 2 letih pri anticipativnem obrestnem obrestovanju in celoletni kapitalizaciji narasla na 2741,15 EUR?

m = 1

n = 2

G_0 = 2500 EUR

<u>G_n = 2741,15 EUR</u>

π = ?

$$G_n = G_0 \cdot \rho^n$$

$$\rho = \sqrt[n]{\frac{G_n}{G_0}}$$

$$\rho = \sqrt{\frac{2741{,}15}{2500{,}00}} = 1{,}047120$$

$$\rho = \frac{100}{100 - \pi}$$

$$\pi = 100 \cdot \frac{\rho - 1}{\rho}$$

$$\pi = 100 \cdot \frac{1{,}047120 - 1}{1{,}047120} = 4{,}5\% \text{ p.a.}$$

Odg.: Banka je obrestovala našo vlogo po 4,5 % letni obrestni meri.

3. Pred koliko leti smo začeli obrestovati glavnico 2000,00 EUR, da je pri 4,5 % letni obrestni meri in celoletni kapitalizaciji ter anticipativnem obrestnem obrestovanju dala 636,39 EUR obresti?

π = 4,5 % p.a.

m = 1

G_0= 2000,00 EUR

<u>o = 636,39 EUR</u>

n = ?

$$G_n = G_0 \cdot \rho^n$$

$$G_n = G_0 + o$$

$$G_n = 2000{,}00 + 636{,}39 = 2636{,}39 \text{ EUR}$$

$$\rho = \frac{100}{100 - \pi}$$

$$\rho = \frac{100}{100 - 4{,}5} = 1{,}047120$$

$$n = \frac{\log G_n - \log G_0}{\log \rho}$$

$$n = \frac{\log 2636{,}39 - \log 2000{,}00}{\log 1{,}047120} = 6 \text{ let}$$

Odg.: Glavnica 2000,00 EUR se je začela obrestovati pred šestimi leti.

4. Obresti, ki jih je dolžnik vrnil hkrati s posojilom, so bile enake znesku izplačanega posojila. Po kakšnem času je vrnil denar, če je bilo obrestovanje anticipativno, π = 9,5 % p.a. in kapitalizacija celoletna?

π = 9,5 % p. a.

m = 1

o = G_0

$\underline{G_n = 2G_0}$

n = ?

$$G_n = G_0 \cdot \rho^n$$
$$2G_0 = G_0 \cdot \rho^n$$
$$\rho = \frac{100}{100 - \pi}$$
$$\rho = \frac{100}{100 - 9{,}5} = 1{,}104972$$
$$2 = \rho^n$$
$$\log 2 = n \log \rho$$
$$n = \frac{\log 2}{\log 1{,}104972} = 6{,}943971$$
$$n = 0{,}943971 \cdot 365 = 344{,}55 \cong 345 \text{ dni}$$

Odg.: Dolžnik je vrnil denar po 6 letih in 345 dneh.

5. Glavnica 10.000 EUR se obrestuje 5 let po 4 % p.a. anticipativno pri letni kapitalizaciji. Za koliko odstotnih točk bi morali biti večja letna dekurzivna mera, s katero bi v istem času dobili za 100 EUR večje obresti?

1. del:

π = 5 % p.a.

m = 1

n = 5

<u>G_0 = 10.000 EUR</u>

G_n = ?

$$\rho = \frac{100}{100-\pi}$$

$$\rho = \frac{100}{100-5} = 1{,}052632$$

$$G_n = G_0 \cdot \rho^n$$

$$G_n = 10000 \cdot 1{,}052632^5 = 12923{,}58$$

$$o = G_n - G_0 = 12923{,}58 - 10000 = 2923{,}58 \text{ EUR}$$

2. del

<u>O_{ant} = 2.923,58 EUR</u>

p = ?

$$o_{DEK} = o_{ANT} + 100 = 2923{,}58 + 100 = 3023{,}58 \text{ EUR}$$

$$G_n = G_0 \cdot r^n = G_0 + o = 10000 + 3023{,}58 = 13023{,}58 \text{ EUR}$$

$$r = \sqrt[n]{\frac{G_n}{G_0}}$$

$$r = \sqrt[5]{\frac{13023{,}58}{10000{,}00}} = 1{,}054256$$

$$r = 1 + \frac{p}{100}$$

$$p = 100 \cdot (r-1)$$

$$p = 100 \cdot (1{,}054256 - 1) = 5{,}4256\%$$

$$5{,}4256 - 4 = 1{,}4256 \text{ odstotne točke}$$

Odg.: Dekurzivna letna obrestna mera bi morala biti večja od anticipativne za 1,4256 odstotne točke.

VAJE:

1. Glavnica 900 EUR se obrestuje po 9 % na leto anticipativno obrestno obrestno pri celoletni kapitalizaciji. Kolikšna bo glavnica natanko čez leto dni? (R: G_n = 989,01 EUR)

2. Izračunajte višino obresti, ki jih da glavnica 2800 EUR pri štiriletnem anticipativnem obrestnem obrestovanju, celoletni kapitalizaciji in obrestni meri 2,7 % letno! (R: o = 323,97 EUR)

3. V šestih letih je pri anticipativnem obrestnem obrestovanju in celoletni kapitalizaciji glavnica 4000 EUR narasla na 4802,08 EUR. Po kakšni anticipativni obrestni meri se je obrestovala? (R: π = 3 % p.a.)

4. Koliko časa bi se morala obrestovati glavnica 1000 EUR, da se bi pri obrestni meri 5,5 % p.a., anticipativnem obrestnem obrestovanju in celoletni kapitalizaciji potrojila? (R: n = 19,420284 = 19 let 154 dni)

5. Katera glavnica je pri obrestni meri 4 % p.a., anticipativnem obrestnem obrestovanju in celoletni kapitalizaciji v 5 letih narasla za 1132,17 EUR? (R: G_0 = 5000 EUR)

6. Po kakšni obrestni meri se mora obrestovati glavnica, da se v desetih letih podvoji, če upoštevamo anticipativno obrestno obrestovanje in celoletno kapitalizacijo? (R: π = 6,7 %)

Ekvivalentnost dekurzivne in anticipativne obrestne mere

☼ Ekvivalentni obrestni meri zagotavljata pri enakih vhodnih podatkih (G_0, n, m) enako končno vrednost glavnice (oz. enake nominalne obresti), ne glede na metodo obračuna (dekurzivno ali anticipativno obrestno obrestovanje). Iz tega sledi, da morata biti obrestna faktorja pri obeh načinih enaka $(r = \rho)$, kar pa ne pomeni, da sta enaki tudi obrestni meri $(p \neq \pi)$.

Iz enačbe $1 + \frac{p}{100} = \frac{100}{100 - \pi}$ tako izpeljemo sledeči enačbi:

- *dekurzivna ekvivalentna obrestna mera*

$$p = \frac{100 \cdot \pi}{100 - \pi}$$

- *anticipativna ekvivalentna obrestna mera*

$$\pi = \frac{100 \cdot p}{100 + p}$$

ZGLEDI

1. Katera anticipativna obrestna mera je ekvivalentna 3,6 % dekurzivni obrestni meri?

p = 3,6 %

π =?

$$\pi = \frac{100 \cdot p}{100 + p}$$

$$\pi = \frac{100 \cdot 3{,}6}{100 + 3{,}6} = 3{,}4749\%$$

Odg.: 3,6 % dekurzivni obrestni meri je ekvivalentna 3,4749 % anticipativna obrestna mera.

2. Dekurzivni obrestni faktor je 1,067. Določite mu ekvivaletni anticipativni obrestni faktor.

r = 1,067

ρ = ?

$$r = \rho$$

$$\rho = 1{,}067$$

VAJE

1. Katera dekurzivna obrestna mera je ekvivalentna anticipativni obrestni meri 5 %? Koliko znaša ekvivalentni dekurzivni obrestni faktor? (R: p = 5,2632 %, r = 1,052632)

3. 3. REDUCIRANJE GLAVNIC

☼ Kadar imamo opravka s stanjem na računu, ki se nenehno spreminja, nalogo najlažje rešimo tako, da računamo postopno spreminjanje stanja. Pri reševanju nalog takšnega tipa nam je v pomoč časovna premica, na kateri si označimo vse dogodke (spremembe). Pri risanju ne smemo pozabiti, da je leto intervalni podatek.

ZGLEDI

1. Na začetku 2006 smo vložili na osebni bančni račun 8000 EUR, na začetku leta 2007 smo dodali 2000 EUR, na začetku leta 2009 pa smo dvignili 5000 EUR. Koliko imamo na tem računu na začetku leta 2010, če upoštevamo obrestno obrestovanje, 3,5 % letno obrestno mero in celoletno kapitalizacijo?

+ 8000 EUR ↓   + 2000 EUR ↓   - 5000 EUR ↓ G_n = ? ↓

2006	2007	2008	2009

G_0 = + 8000 EUR

G_1 = + 2000 EUR

G_2 = - 5000 EUR

m = 1

<u>p_1 = 3,5 % p.a.</u>

G_n = ?

$$G_n = G_0 \cdot r^n$$

$$r = 1 + \frac{p}{100}$$

$$r = 1 + \frac{3{,}5}{100} = 1{,}035$$

$$G_{2006} = 8000 \cdot 1{,}035 = 8280 \text{ EUR}$$

$$G_{2006}' = 8280 + 2000 = 10280 \text{ EUR}$$

$$G_{2008} = 10280 \cdot 1{,}035^2 = 11012{,}19 \text{ EUR}$$

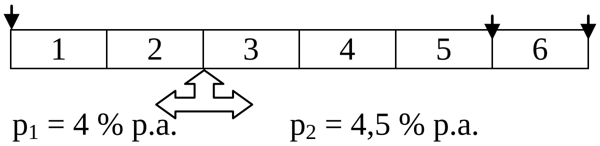
$$G_{2008}' = 11012{,}19 - 5000 = 6012{,}19 \text{ EUR}$$

$$G_{2009} = G_n = 6012{,}19 \cdot 1{,}035 = 6222{,}62 \text{ EUR}$$

Odg.: Na začetku leta 2010 imamo na računu 6222,62 EUR.

2. Pred petimi leti smo vložili v banko 7000 EUR, danes dodamo 2000 EUR. Koliko bomo lahko dvignili čez eno leto, če pri celoletni kapitalizaciji in dekurzivnem obrestnem obrestovanju banka prvi dve leti glavnico obrestuje po 4 % letno, naprej pa je obrestno mero povečala za pol odstotne točke?

+ 7000 EUR + 2000 EUR G_n = ?



p_1 = 4 % p.a. p_2 = 4,5 % p.a.

G_0 = + 7000 EUR

G' = + 2000 EUR

m = 1

p_1 = 4 % p.a.

p_2 = 4,5 % p.a.

G_n = ?

$$G_n = G_0 \cdot r^n$$

$$r = 1 + \frac{p}{100}$$

$$r_1 = 1 + \frac{4}{100} = 1{,}04$$

$$r_2 = 1 + \frac{4{,}5}{100} = 1{,}045$$

$$G_2 = 7000 \cdot 1{,}04^2 = 7571{,}20 \text{ EUR}$$

$$G_5 = 7571{,}20 \cdot 1{,}045^3 = 8640{,}00 \text{ EUR}$$

$$G_5^{\bullet} = 8640{,}00 + 2000 = 10.640{,}00 \text{ EUR}$$

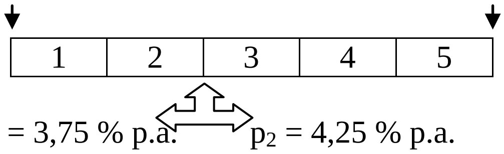
$$G_n = G_6 = 10640{,}00 \cdot 1{,}045 = 11.118{,}80 \text{ EUR}$$

Odg: Čez eno leto bomo lahko dvignili 11.118,80 EUR.

3. Glavnica 400 EUR se obrestuje prvi dve leti po 3,75 % letno, nato 3 leta po 4,25 % letno. Koliko znaša končna glavnica, če je m = 1 in obrestovanje dekurzivno?

Namig: V nalogi, kjer gre le za spremembo obrestne mere, lahko končno glavnico izračunamo direktno ali pa izračun izvedemo postopoma.

G_0 = 400 EUR G_n = ?



p_1 = 3,75 % p.a. p_2 = 4,25 % p.a.

p_1 = 3,75 % p.a.

n_1 = 2

p_2 = 4,25 % p.a.

n_2 = 3

G_0 = 400 EUR

G_n = ?

$$G_n = G_0 \cdot r_1^{n_1} \cdot r_2^{n_2}$$

$$G_n = 400 \cdot 1{,}0375^2 \cdot 1{,}0425^3$$

$$G_n = 487{,}83 \text{ EUR}$$

Odg.: Končna glavnica v danem primeru znaša 487,83 EUR.

VAJE

1. Na začetku leta 2005 smo vložili v banko 10.000 EUR, na začetku leta 2009 pa dvignili 4000 EUR. Koliko bomo imeli na računu eno leto po dvigu, če se upošteva 4 % letna obrestna mera, celoletna kapitalizacija in dekurzivno obrestno obrestovanje? (R: G_n = 8006,53 EUR)

2. Pred štirimi leti smo si izposodili 5000 EUR, nato smo trikrat vrnili po 1000 EUR (vsakič po preteku enega leta). Koliko bomo morali vrniti eno leto po zadnjem obroku, če želimo s tem v celoti poplačati dolg? Upoštevati je potrebno 6,3 % letno obrestno mero, celoletno kapitalizacijo in dekurzivno obrestno obrestovanje? (R: G_n = 2990,02 EUR)

3. Na začetku leta 2006 je Srečko vložil na devizno vlogo 2000 USD, ki mu jih je poslal stric iz Amerike. Po dveh letih je iz računa dvignil 1500 USD, ki jih je porabil za nakup letalske karte (poleteli smo do strica, seveda). Stric mu je ob odhodu v roke stisnil 200 USD, saj mu je Srečko ob obisku pomagal pri beljenju sten v hiši. Srečko je imel denar najprej nekaj časa doma, šele leto po zadnji spremembi na deviznem računu je stopil do banke in vložil teh 200 USD na račun. Kakšno je sedaj stanje na njegovem računu, če mu banka obrestuje dolarje po 4,5 % letno pri celoletni kapitalizaciji in dekurzivnem obrestnem obrestovanju? (R: G_n = 914,83 EUR)

4. Pred tremi leti smo vložili v banko 5000 EUR. Banka obrestuje glavnico prvi dve leti po 3 % letno, nato pa je obrestno mero povečala za eno odstotno točko, dekurzivno obrestno obrestno pri letni kapitalizaciji. Koliko moramo vložiti (tri leta po prvotni vlogi), če želimo čez tri leta na računu 7000 EUR? (R: G_3 = 706,29 EUR)

3. 4. POGOSTEJŠA KAPITALIZACIJA

☼ V primeru, ko se glavnica obrestuje pogosteje kot enkrat letno, ko je torej $m > 1$, moramo letno obrestno mero ustrezno prilagoditi kapitalizaciji. Poznamo dva načina spremembe letne obrestne mere:

a) relativno delitev in
b) konformno delitev letne obrestne mere.

Parameter *m*, ki pripoveduje o pogostosti kapitalizacije, ima v praksi nekaj posebej tipičnih vrednosti:

- m = 2 pri polletni kapitalizaciji,
- m = 4 pri četrtletni kapitalizaciji,
- m = 12 pri mesečni kapitalizaciji in
- m = 365 (ali m = 366 v primeru prestopnega leta) pri dnevni kapitalizaciji.

Spremenijo se tudi oznake za obrestno mero, ki ustreza določeni kapitalizaciji:

- a % p.s. (pri m = 2),
- a % p.q. (pri m = 4),
- a % p.m. (pri m = 12) in
- a % p.d. (pri m = 365 oz. 366).

3. 5. RELATIVNA METODA DELITVE OBRESTNE MERE

☼ Relativna obrestna mera je *tolikokrat manjša od letne obrestne mere, kolikokrat je kapitalizacijsko obdobje krajše od enega leta*.

- *Relativna (ali proporcionalna) dekurzivna obrestna mera:*

$$p_m' = \frac{p}{m}$$

- *Relativna (ali proporcionalna) anticipativna obrestna mera:*

$$\pi_m' = \frac{\pi}{m}$$

ZGLEDI

1. Upniku dolgujemo 800 EUR, ki jih moramo po pogodbi vrniti natanko čez eno leto s pripadajočimi obrestmi vred. Banka zamenja celoletno kapitalizacijo s polletno in uporabi relativno obrestno mero ter dekurzivno obrestovanje. Kolikšen je po enem letu naš dolg, če je dogovorjena 8 % letna obrestna mera? Za koliko EUR je ta obveznost večja od prvotne, ki ustreza celoletni kapitalizaciji?

p = 8 % p.a. $\quad G_n = G_0 \cdot r^n$

n = 2 $\quad p_s{}' = \frac{p}{s} = \frac{8}{2} = 4\%$

m = 2 $\quad r_s{}' = 1{,}04$

<u>G_0= 800 EUR</u> $\quad G_n = 800 \cdot 1{,}04^2 = 935{,}89$ EUR

G_n = ?

Odg.: Po enem letu znaša naš dolg 935,89 EUR.

Celoletna kapitalizacija: $G_n = 800 \cdot 1{,}08 = 864$ EUR

Razlika v končnih glavnicah: $935{,}89 - 864 = 71{,}89$ EUR

Odg.: Pri polletni kapitalizaciji je obveznost večja za 71,89 EUR.

2. Na začetku leta 2008 smo vložili v banko 1000 EUR, čez tri mesece smo dodali 400 EUR, na začetku septembra pa še 500 EUR. Koliko smo imeli na računu koncu leta 2008, če so se vloge obrestovale mesečno s 5 % letno obrestno mero, obrestovanje je dekurzivno in je banka uporabila relativen način?

p = 5 % p.a. $\quad p_m{}' = \frac{p}{12} = \frac{5}{12} = 0{,}4167\%$

m = 12 $\quad G_3 = 1000 \cdot 1{,}004167^3 = 1012{,}55$ EUR

G_0 = + 1000 EUR $\quad G_3{}' = 1012{,}55 + 400 = 1412{,}55$ EUR

G_3 = + 400 EUR $\quad G_8 = 1412{,}55 \cdot 1{,}004167^5 = 1442{,}23$ EUR

<u>G_8 = + 500 EUR</u> $\quad G_8{}' = 1442{,}23 + 500 = 1942{,}23$ EUR

G_n = ? $\quad G_{12} = 1942{,}23 \cdot 1{,}004167^4 = 1974{,}81$ EUR

Odg.: Na koncu leta bomo imeli v banki 1974,81 EUR.

3. Katera letna obrestna mera v treh letih, pri četrtletni kapitalizaciji, dekurzivnem obrestnem obrestovanju in relativnemu načinu, prinese na glavnico 4000 EUR obresti v znesku 507,30 EUR?

m = 4 $\qquad G_n = G_0 \cdot r^n$

n = 12 (2 leti – 4-krat na leto) $\qquad r = \sqrt[n]{\frac{G_n}{G_o}}$

G_0 = 4000 EUR $\qquad G_n = G_0 + o = 4000 + 507{,}30 = 4507{,}30 \text{ EUR}$

<u>o = 507,30 EUR</u> $\qquad r_q' = \sqrt[12]{\frac{4507{,}30}{4000}} = 1{,}01$

p = ? $\qquad r = 1 + \frac{p}{100}$

$$p = (r-1)\cdot 100$$

$$p_q' = (1{,}01 - 1)\cdot 100 = 1\%$$

$$p_q' = \frac{p}{4}$$

$$p = p_q' \cdot 4 = 1 \cdot 4 = 4\% \text{ p.a.}$$

Odg.: 4 % letna obrestna mera prinese na začetno glavnico 4000 EUR obresti v znesku 507,30 EUR.

4. Koliko dni se je obrestovala glavnica 430 EUR, da je pri uporabi dekurzivnega obrestovanja, dnevni kapitalizaciji in 0,0106 % dnevni obrestni meri, narasla na 434,58 EUR?

Namig: Sprememba obrestne mere tu ni potrebna. Podana obrestna mera (dnevna) v tem primeru že ustreza kapitalizaciji.

m = 365 $\qquad G_n = G_0 \cdot r^n$

G_0 = 430 EUR $\qquad n = \frac{\log G_n - \log G_0}{\log r}$

P_d' = 0,0106 % p.d. $\qquad r_d' = 1 + \frac{p_d'}{100}$

<u>G_n = 434,58 EUR</u> $\qquad r_d' = 1 + \frac{0{,}0106}{100} = 1{,}000106$

n = ?

$$n = \frac{\log 434{,}58 - \log 430}{\log 1{,}000106} = 100 \text{ dni}$$

Odg.: Glavnica 400 EUR se je obrestovala 100 dni.

5. Po kakšni letni anticipativni obrestni meri se je obrestovalo posojilo 7000 EUR, da je v 9 mesecih, pri uporabi četrtletne kapitalizacije in relativnega načina, narasla za 437,38 EUR?

G_0 = 7000 EUR

m = 4

n = 3

$\underline{G_n = 7437{,}38 \text{ EUR}}$

$$G_n = G_0 \cdot \rho^n$$
$$G_n = G_0 + o$$
$$G_n = 7000 + 437{,}38 \text{ EUR}$$
$$\rho = \sqrt[n]{\frac{G_n}{G_0}}$$

$$\rho_q' = \sqrt[3]{\frac{7437{,}38}{7000}} = 1{,}020408$$
$$\rho = \frac{100}{100 - \pi}$$
$$\pi_q' = 100 \cdot \frac{\rho_q' - 1}{\rho_q'}$$
$$\pi_q' = 100 \cdot \frac{1{,}020408 - 1}{1{,}020408} = 2\%$$
$$\pi = \pi_q' \cdot 4$$
$$\pi = 2 \cdot 4 = 8\%\, p.a.$$

Odg.: Glavnica 7000 EUR se je obrestovala po 8 % letni anticipativni obrestni meri.

VAJE

1. Ob domnevi, da je banka uporabljala relativni način z dnevno kapitalizacijo in dekurzivnim obrestovanjem, za naslednje podatke izračunajte končno glavnico:
a) G_0 = 2500 EUR; p = 3,7 % p.a.; od 2.3.2009 do 9.6.2009;
b) G_0 = 10.000 EUR; p = 5,5 % p.a.; od 12.12.2008 do 30.5.2009;
c) G_0 = 6000 EUR; p = 6 % p.a.; od 16.6.2008 do 10.9.2008.
(R: a) G_n = 2525,21 EUR; b) G_n = 10.257,91 EUR; c) G_n = 6085,42 EUR)

2. Koliko smo vložili v banko pred štirimi leti, da smo na račun te vloge danes lahko dvignili 17.869,39 EUR, če banka uporablja 4,4 % letno obrestno mero, dekurzivno obrestovanje in četrtletno kapitalizacijo ter relativno obrestno mero? (R: G_0 = 15.000 EUR)

3. Glavnica 5.000 EUR se obrestuje prvi dve leti po 3 % p.a., naprej pa po 4 % p.a. Koliko znaša glavnica ob koncu šestega leta, če uporabljamo relativno obrestno mero, dekurzivno obrestovanje in:
a) celoletno kapitalizacijo,
b) polletno kapitalizacijo,
c) mesečno kapitalizacijo?
(R: a) G_n= 6205,51 EUR; G_n = 6217,78 EUR; G_n = 6228,26 EUR)

4. Odobreno bančno posojilo bomo odplačali čez dve leti in pol z zneskom 8000 EUR. Kakšno "finančno injekcijo" bomo danes prejeli na račun tega posojila, če imamo pogodbeno določeno anticipativno obrestovanje, 7,6 % letno obrestno mero, polletno kapitalizacijo in relativen način spremembe obrestne mere? Koliko EUR obresti bomo plačali? (R: G_0 = 6591,21 EUR; o = 1408,79 EUR)

5. Koliko let se je obrestovala glavnica 6000 EUR, da je pri 6 % p.a. relativni obrestni meri, dekurzivnem obrestovanju in četrtletni kapitalizaciji narasla za 2081,13 EUR? (R: n = 5 let)

6. Pri kateri letni obrestni meri glavnica 700 EUR v 210 dneh pri dnevni kapitalizaciji, relativnemu načinu in dekurzivnemu obrestovanju, naraste na 712,19 EUR? (R: p = 3 %)

7. Letna dekurzivna obrestna mera znaša 4,5 %. Koliko znaša ekvivalentna mesečna anticipativna obrestna mera, če uporabljamo relativni način? (R: π_s' = 0,3736 %)

8. Pred natanko letom dni smo vložili v banko 2000 EUR. Danes smo dodali še 1000 EUR. Koliko bomo imeli na računu čez pol leta, če se vloga obrestuje po 4,6 % p.a. dekurzivno, kapitalizacija je polletna in banka uporablja relativen način? (R: G_n= 3164,20 EUR)

9. Spremembe stanja na nekem računu so bile sledeče:

- 12.1.2009 vloga 800 EUR,
- 29.1.2009 dvig 500 EUR,
- 9.2.2009 vloga 400 EUR.

Kakšno je stanje na računu na dan 23.2.2009, če upoštevamo dekurzivno obrestovanje, relativen način, v januarju 4 % letno obrestno mero, nato pa 3,5 % letno obrestno mero, kapitalizacija pa je ves čas dnevna? (R: G_n = 702,76 EUR)

3. 6. KONFORMNA METODA DELITVE OBRESTNE MERE

☼ Konformna obrestna mera je takšna obrestna mera, ki *v enem letu*, ne glede na vrsto kapitalizacije, *prinese enake obresti kot letna obrestna mera pri celoletni kapitalizaciji*. To pomeni, da je višina plačanih obresti za posojilojemalca, ki vrne kredit v enkratnem znesku natanko po enem letu, neodvisna od tega, kako pogosta je bila kapitalizacija. (V primeru relativne obrestne mere pa vemo: pogostejša ko je kapitalizacija, večja je teža bremena, višje so obresti). V tem primeru matematično spreminjamo obrestni faktor.

$$G_m = G_l$$

$$G_0 \cdot r_m{}^n = G_0 \cdot r \qquad ; n = 1$$

$$r_m{}^n = r$$

- *Konformni dekurzivni obrestni faktor:*

$$r_m{}' = \sqrt[m]{1 + \frac{p}{100}}$$

- *Konformni anticipativni obrestni faktor:*

$$\rho_m{}' = \sqrt[m]{\frac{100}{100 - \pi}}$$

ZGLEDI

1. Z banko, ki daje posojila po letni anticipativni obrestni meri 5 % letno, smo sklenili pogodbo za posojilo v znesku 3000 EUR, ki jih moramo vrniti v enkratnem znesku po 4 mesecih. Koliko EUR smo iz naslova tega posojila prejeli od banke ob sklenitvi posla, če uporabljamo konformno obrestno mero in mesečno kapitalizacijo?

π = 5 % p.a	$\rho = \frac{100}{100 - \pi} = \frac{100}{100 - 5} = 1{,}052632$
m = 12	$\rho_m{}' = \sqrt[12]{1{,}052632} = 1{,}004284$
n = 4 meseci	$G_n = G_0 \cdot \rho^n$
<u>G_n= 3000 EUR</u>	$G_0 = \frac{G_n}{\rho^n}$
G_0 = ?	$G_0 = \frac{3000}{1{,}004284^4} = 2949{,}14 \text{ EUR}$

Odg.: Ob sklenitvi posla smo prejeli od banke 2949,14 EUR.

2. Koliko let se je pri dekurzivnem obrestovanju, 5 % p.a. in četrtleti kapitalizaciji ter konformni delitvi obrestovala glavnica, ki je od 18.000 EUR v tem času narasla na 22.973,07 EUR?

p = 5 % p.a.
m = 4
G_0 = 18.000 EUR
G_n = 22.973,07 EUR
n = ?

$$G_n = G_0 \cdot r^n$$
$$r = 1{,}05$$
$$r_q' = \sqrt[4]{1{,}05}$$
$$n = \frac{\log G_n - \log G_0}{\log r}$$
$$n = \frac{\log 22973{,}07 - \log 18000}{\log \sqrt[4]{1{,}05}}$$
$$n = 20 \text{ četrtletij}$$
$$n = \frac{20}{4} = 5 \text{ let}$$

Odg.: Glavnica se je obrestovala 5 let.

3. Po kakšni letni dekurzivni obrestni meri se je obrestovala glavnica 2000 EUR, da je v letu in pol pri konformnemu načinu narasla za 10 % svoje vrednosti?

G_0 = 2000 EUR
G_n = G_0 + 10 % od G_o
m = 2
n = 3
p = ?

$$G_n = G_0 \cdot 1{,}10$$
$$G_n = 2000 \cdot 1{,}10 = 2200 \text{ EUR}$$
$$r_s' = \sqrt[n]{\frac{G_n}{G_0}}$$
$$r_s' = \sqrt[3]{\frac{2200}{2000}} = 1{,}032280$$
$$r_s' = \sqrt{r}$$
$$r = r_s'^2$$
$$r = 1{,}032280^2 = 1{,}065602$$
$$p = (r-1) \cdot 100$$
$$p = (1{,}065602 - 1) \cdot 100 = 6{,}5602\% \text{ p.a.}$$

Odg.: Glavnica 2000 EUR se je obrestovala po 6,5602 % letni obrestni meri.

VAJE

1. Ob domnevi, da je banka uporabljala konformno obrestovanje z dnevno kapitalizacijo, za naslednje podatke izračunajte, kolikšna je bila končna glavnica :
a) G_0 = 2500 EUR; p = 3,7 % p.a.; od 2.3.2009 do 9.6.2009;
b) G_0 = 10.000 EUR; p = 5,5 % p.a.; od 12.12.2008 do 30.5.2009;
c) G_0 = 6000 EUR; p = 6 % p.a.; od 16.6.2008 do 10.9.2008.
(R: a) G_n = 2524,76 EUR; b) G_n = 10.251,00 EUR; c) G_n = 6082,94 EUR)

2. Na koliko naraste vloga 4400 EUR v 8 mesecih, če se obrestuje po 4 % letno, pri dvomesečni kapitalizaciji, dekurzivno in upoštevamo konformno obrestno mero? (R: G_n = 4516,56 EUR)

3. Katera glavnica naraste v 200 dneh na 616,26 EUR, če je efektivna obrestna mera 5 % p.a., obrestovanje dekurzivno, kapitalizacija dnevna in obrestna mera konformna? (R: G_0 = 600 EUR)

4. Glavnica 3000 EUR se je obrestovala 15 mesecev po 3,75 % letni obrestni meri pri anticipativnem obrestovanju in mesečni kapitalizaciji. Za koliko je narasla glavnica v tem obdobju, če smo uporabljali konformno delitev obrestne mere? (R: o = 146,81 EUR)

5. Po kakšni letni dekurzivni obrestni meri se je obrestovala glavnica 550 EUR, ki je pri konformnem načinu v enem četrtletju narasla na 553,41 EUR? (R: p = 2,5 % p.a.)

6. Koliko let se je obrestovala glavnica 23.000 EUR, da je pri 6 % letni obrestni meri, dekurzivnem obrestovanju in konformnemu načinu ter polletni kapitalizaciji narasla za 19.407,18 EUR? (R: n = 10 let in pol)

7. Na račun dolga smo 12.1.2009 dobili izplačanih 6000 EUR. Koliko je znašal odobreni kredit, ki ga moramo vrniti 12.5.2009, če upoštevamo 7 % letno obrestno mero, anticipativno obrestovanje, mesečno kapitalizacijo ter konformen način? (R: G_n = 6146,91 EUR)

8. Koliko imamo v banki po 100 dneh, če se je glavnica 500 EUR obrestovala prvih 30 dni po 3 % p.a., preostale dni pa je bila letna obrestna mera višja za 0,5 odstotne točke. Upoštevajte dekurzivno obrestovanje in konformni obračun obresti ter ustrezno kapitalizacijo. (R: G_n = 504,53 EUR)

9. Koliko dni se je obrestovala glavnica 1000 EUR, da je pri 0,014 % dnevni obrestni meri, dnevni kapitalizaciji, dekurzivnemu obrestovanju in konformnemu načinu narasla na 110 % prvotne vrednosti? (R: n = 681 dni)

10. Letna dekurzivna obrestna mera je 4,25 %. Izračunajte ustrezni mesečni dekurzivni obrestni faktor po konformnem načinu. (R: r_m = 1,003474)

11. Spremembe stanja na nekem računu so bile sledeče: 1.12.2008 vloga 800 EUR, 1.2.2009 dvig 500 EUR, 1.3.2009 vloga 400 EUR. Kakšno je stanje na računu na dan 1.6.2009, če upoštevamo dekurzivno obrestovanje, konformen način, 3,5 % letno obrestno mero in mesečno kapitalizacijo? (R: G_n = 711,56 EUR)

12. Glavnica 2000 EUR je v 9 mesecih narasla na 2184,36 EUR. Po kakšni letni obrestni meri se je obrestovala zadnje obdobje, če se je prve tri mesece obrestovala po 3 % p.a., naslednje tri mesece pa po 4 % p.a. Kapitalizacija je četrtletna, obrestovanje dekurzivno in način konformen. (R: p_3 = 5 % p.a.)

3. 7. POVPREČNA OBRESTNA MERA

☼ Povprečna obrestna mera je tista obrestna mera v določenem obdobju, ki da, ne glede na višino osnovne glavnice, enake obresti, kot če bi to isto glavnico obrestovali po dejanskih obrestnih merah in ustreznih časovnih obdobjih. Na višino povprečne obrestne mere znesek glavnice ne vpliva. Vpliva pa čas, po katerem so se uporabljale dejanske obrestne mere. Zato povprečno obrestno mero izpeljemo iz enačbe:

$G_0 \cdot \left(\overline{r}\right)^n = G_0 \cdot r_1^{n_1} \cdot r_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot r_n^{n_m}$. Iz zapisa dobimo:

- *Povprečni dekurzivni obrestni faktor*:

  $\overline{r} = \sqrt[n]{r_1^{n_1} \cdot r_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot r_m^{n_m}}$, pri čemer je $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_m$

- *Povprečna dekurzivna obrestna mera*:

  $\overline{p} = (\overline{r} - 1) \cdot 100$

ZGLEDI

1. Glavnica 740 EUR se je najprej obrestovala 55 dni po letni obrestni meri 4 %, nato pa še 17 dni po 5 % letni obrestni meri. Kolikšna je bila povprečna obrestna mera, če banka uporablja konformno različico dekurzivnega obrestnega računa in dnevno kapitalizacijo?

☼ Namig: Ko imamo pogostejšo kapitalizacijo in konformni način, nam ni treba spreminjati letnega obrestnega faktorja, saj se pri konformnem obrestovanju pri izračunu povprečne obrestne mere *m*-ti koren faktorjev izniči:

$\sqrt[m]{\overline{r}} = \sqrt[n_1+n_2]{\left(\sqrt[m]{r_1}\right)^{n_1} \cdot \left(\sqrt[m]{r_2}\right)^{n_2}}$.

Če celotno enačbo potenciramo z *m*, dobimo nam že znano obliko $\overline{r} = \sqrt[n]{r_1^{n_1} \cdot r_2^{n_2} \cdot \ldots \cdot r_m^{n_m}}$.

G_0 = 740 EUR	$\overline{r} = \sqrt[d_1+d_2]{r_1^{d_1} \cdot r_2^{d_2}}$
d_1 = 55	$\overline{r} = \sqrt[55+17]{1{,}04^{55} \cdot 1{,}05^{17}}$
p_1 = 4 % p.a.	$\overline{r} = 1{,}042352$
d_2 = 17	$\overline{p} = (\overline{r} - 1) \cdot 100$
p_2 = 5 % p.a.	$\overline{p} = (1{,}042352 - 1) \cdot 100 = 4{,}2352\%$
$\overline{p}$ = ?	

Odg.: Povprečna letna obrestna mera v tem obdobju je približno 4,2352 %.

2. Glavnica se je obrestovala 6 mesecev po 4,2 % p.a., naslednjega pol leta pa je bila letna obrestna mera 5 % p.a.. Po kakšni povprečni letni dekurzivni obrestni meri se je obrestovala glavnica?

Namig: Če se vse obrestne mere uporabljajo za obrestovanje glavnice enako dolgo časa, potem čas obrestovanja po posamezni obrestni meri ne vpliva na velikost povprečne obrestne mere. Obrestno mero lahko v tem primeru enostavno izračunamo kot običajno aritmetično sredino oz. je povprečna obrestna mera povprečje vseh dejanskih obrestnih mer, po katerih se je obrestovala neka glavnica.

$p_1 = 4{,}2$ % p.a.

$n_1 = n_2$

$p_2 = 5$ % p.a.

$\overline{p} = ?$

$$\overline{p} = \frac{p_1 + p_2}{2}$$

$$\overline{p} = \frac{4{,}2 + 5}{2} = 4{,}6\%$$

Odg.: Glavnica se je obrestovala po 4,6 % povprečni letni obrestni meri.

VAJE

1. Glavnica 32.000 EUR se je sprva obrestovala eno leto po 5,5 % letni obrestni meri, nato dve leti po 6 % letni obrestni meri, nakar se je obrestovala še šest let po 7 % letni obrestni meri. Po kakšni povprečni letni obrestni meri se je v tem času obrestovala omenjena glavnica, če upoštevamo dekurzivno obrestovanje? (R: $\overline{p} = 6{,}61$ %)

2. Neki znesek se je najprej obrestoval dva meseca po 3 % letni obrestni meri, nato tri mesece po 3,8 % letni obrestni meri in še pet mesecev po 4,5 % letni obrestni meri. Koliko odstotkov začetne glavnice so znašale konformne obresti? Kolikšna je bila povprečna obrestna mera, če upoštevamo konformno obrestovanje in mesečno kapitalizacijo? (R: o ≈ 3,31 % od G_o ; $\overline{p} = 3{,}9884$ %.)

3. Glavnica 17.000 EUR se je obrestovala deset let. Prva tri leta se je obrestovala po 4 % p.a., nato pet let po 4,5 % p.a., v preostalem času pa po 5,2 % p.a. obrestni meri. Koliko je znašala povprečna obrestna mera, po kateri se je obrestovala glavnica, če upoštevamo dekurzivno obrestovanje in celoletno kapitalizacijo? (R: $\overline{p} = 4{,}4892$ % p.a.)

4. Glavnica se je obrestovala eno leto po povprečni obrestni meri 3,1745 % p.a.. Prva dva meseca se je obrestovala po 2,8 % p.a., nato štiri mesece po 3 % p.a., naslednjih pet mesecev po 3,3 % p.a., v preostalem času pa po neznani obrestni meri. Koliko je znašala letna obrestna mera v zadnjem obdobju, če upoštevamo dekurzivno obrestovanje in celoletno kapitalizacijo? (R: $p_4 = 4$ % p.a.)

3. 8. INTERKALARNO OBRESTOVANJE

☼ Interkalarne obresti *so obresti, ki so izračunane za čas od datuma dospetja glavnice, ki leži znotraj predpisanega računskega kapitalizacijskega obdobja, do začetka prvega naslednjega kapitalizacijskega obdobja ali obratno* (od konca zadnjega kapitalizacijskega obdobja do datuma dospetja glavnice). Interkalarne obresti se vedno izračunavajo za čas, ki je krajši od predpisanega kapitalizacijskega obdobja, in ga izražamo oz. preštejemo v dnevih.

Če se obrestni račun izračunava po konformni metodi, se interkalarne obresti izračunajo po principu *obrestno obrestnega računa z dnevno kapitalizacijo*.

ZGLEDI

1. Na začetku leta 2009 smo si izposodili 5000 EUR in na račun dolga vrnili (največ) 5100 EUR. Kdaj smo poplačali naš dolg, če upoštevamo 6 % obrestno mero, celoletno kapitalizacijo in dekurzivno obrestovanje?

G_0 = 5000 EUR

G_n = 5100 EUR

m = 1

p = 6 % p.a.

n = ?

a) konfomna metoda

$$n = \frac{\log G_n - \log G_0}{\log r_d}$$

$$n = \frac{\log 5100 - \log 5000}{\log \sqrt[365]{1{,}06}} = 124{,}045 \approx 124 \text{ dni}$$

$$d = 124 - 31 - 28 - 31 - 30 = 4 \text{ dni}$$

Odg.: Naš dolg smo odplačali 4. maja 2009.

b) relativna metoda

$$n = \frac{\log G_n - \log G_0}{\log r}$$

$$n = \frac{\log 5100 - \log 5000}{\log 1{,}06} = 0{,}339849$$

$$o_{2009} = 5100 - 5000 = 100 \text{ EUR}$$

$$o_{2009} = \frac{G_0 \cdot p \cdot d}{36500}$$

$$d = \frac{o_{2009} \cdot 36500}{G_0 \cdot p}$$

$$d = \frac{100 \cdot 36500}{5000 \cdot 6} = 121{,}67 \approx 121 \text{ dni}$$

$$d = 121 - 31 - 28 - 31 - 30 = 1$$

Odg.: Naš dolg smo odplačali 1. maja 2009.

2. Dne 15. oktobra 2008 smo dobili izplačanih 10.000 EUR posojila, ki ga je treba vrniti konec leta 2010. Koliko znašajo obresti, ki smo jih plačali za to posojilo, če upoštevamo anticipativno obrestovanje, 8 % letno obrestno mero, celoletno kapitalizacijo in interkalarno obrestovanje po metodi:
a) konformnega obračuna in
b) relativnega obračuna?

15. oktober 2008
G_0 = 10.000 EUR
π = 8 % p.a.
m = 1
n = 77 dni + 2 leti
o = ?

a) konformna metoda

$$o = G_n - G_0$$

$$G_n = G_0 \cdot \rho_{1_d}^{n_1} \cdot \rho_2^{n_2}$$

$$G_n = 10000 \cdot \left(\sqrt[365]{\frac{100}{92}}\right)^{77} \cdot \left(\frac{100}{92}\right)^2 = 12.024{,}41 \text{ EUR}$$

$$o = 12024{,}41 - 10000 = 2024{,}41 \text{ EUR}$$

Odg.: Obresti za dano posojilo znašajo 2024,41 EUR.

b) relativna metoda

$$G_{2009} = G_0 + o_{2008}$$

$$o_{2008} = \frac{G_{2009} \cdot \pi \cdot d}{36500}$$

$$G_{2009} = G_0 + \frac{G_{2009} \cdot \pi \cdot d}{36500}$$

$$G_0 = G_{2009} - \frac{G_{2009} \cdot \pi \cdot d}{36500}$$

$$G_0 = G_{2009} \cdot \left(1 - \frac{\pi \cdot d}{36500}\right)$$

$$10000 = G_{2009} \cdot \left(1 - \frac{8 \cdot 77}{36500}\right)$$

$$10000 = G_{2009} \cdot 0{,}983123 / : 0{,}983123$$

$$G_{2009} = 10171{,}67 \text{ EUR}$$

$$G_n = G_0 * \rho^n$$

$$G_0 = G_{2009}$$

$$\rho = \frac{100}{100 - \pi} = \frac{100}{100 - 8} = \frac{100}{92}$$

$$G_n = 10171{,}67 \cdot \left(\frac{100}{92}\right)^2 = 12.017{,}57 \text{ EUR}$$

$$o = G_n - G_0$$

$$o = 12017{,}57 - 10000 = 2017{,}57 \text{ EUR}$$

Odg: Obresti za posojilo znašajo 2017,57 EUR.

VAJE

1. Na začetku leta 2007 smo si izposodili 4500 EUR in na račun dolga vrnili 5000 EUR. Kdaj smo povrnili naš dolg, če upoštevamo 5 % p.a., celoletno kapitalizacijo in dekurzivno obrestovanje? Izvedite izračun z interkalarnim obrestovanjem po metodi konformnega obračuna. (R: d = 27. februarja 2009)

2. Na začetku leta 2008 smo si izposodili 20.000 EUR. S kakšnim zneskom bomo poravnali naš dolg 23. maja 2010, če upoštevamo 6 % letno obrestno mero, celoletno kapitalizacijo in dekurzivno obrestovanje? Izračun bo izveden z interkalarnim obrestovanjem po metodi relativnega obračuna. (R: G_n = 23.000,25 EUR)

3. Pred 100 dnevi smo vložili na varčevalni račun 650 EUR. Koliko imamo na tem računu danes, če upoštevamo, da je letošnje leto prestopno in da nam banka vlogo obrestuje pri celoletni kapitalizaciji, dekurzivno, 3,75 % letni obrestni meri, z upoštevanjem interkalarnega obrestovanja po metodi konformnega obračuna? (R: G_n = 655,59 EUR)

VIRI

Čibej J.A. (2004) Poslovna matematika. Del 2, Učbenik za predmet poslovna matematika v 4. letniku programa ekonomski tehnik. Ljubljana: DZS.

Jager G. (2002) Poslovna matematika. Delovni zvezek z osnovami teorije za predmet poslovna matematika v 4. letniku programa ekonomski tehnik. Ljubljana: samozaložba.

Pirš V. (2007) Gradivo za predmet poslovna matematika 2. Kamnik, ŠCRM.