

Napovedovanje prometne aktivnosti in zastojev na avtocestah

Igor Grabec¹, Lovrenc Švegl²

¹ Amanova, d.o.o., Tehnološki park 18, 1000 Ljubljana

² Univerza v Ljubljani, Naravoslovnotehniška fakulteta, Aškerčeva cesta 12, 1000 Ljubljana

E-pošta: igor.grabec@amanova.si, lovrencsvegl@gmail.com

Povzetek. Neugodne vozne razmere na avtocestah pogosto povzročijo nastajanje prometnih zastojev. Najpogosteje so posledica prometnih nesreč, neugodnega vremena in raznih del, okarakteriziramo pa jih lahko z zmanjšanjem zmogljivosti ceste. Na podlagi ocene zmanjšane zmogljivosti na kritičnem odseku ceste lahko prometnoobveščevalna služba napove razvoj zastoja in o tem vnaprej obvesti javnost. V članku je opisana nova matematična metoda, formulirana za ta namen. Z njo razvita inteligentna enota na podlagi posnetkov prometnega toka v preteklosti najprej napove prometni tok v kritični odsek ceste in ga nato skupaj z oceno zmanjšane zmogljivosti ceste uporabi za napoved lastnosti zastoja. Delovanje metode je prikazano na primeru napovedi razvoja zastoja na točki maksimalne prometne aktivnosti na avtocesti v Sloveniji.

Ključne besede: modeliranje prometnega toka, statistično napovedovanje, prometni zastoj

Predicting traffic density and congestion on motorways

Unconvenient driving conditions on high-ways often lead to evolution of traffic jams. Disturbances are most often the consequence of traffic accidents, adverse weather conditions or various works and can be described by the decreased road capacity. By estimating the road capacity drop, the traffic-information providers can forecast the evolution of jams at a disturbed section and inform the population about it in advance. The paper describes a new mathematical prediction method formulated using an intelligent unit developed for its execution. The unit first forecasts the traffic flow for a disturbed road section based upon records of the past traffic flow and then converts the forecast data into characteristics of the evolving jam by using the decreased value of the road capacity. The performance of the method is demonstrated by forecasting evolution of a jam at a disturbed section of a maximal traffic activity on a high-way in Slovenia.

Keywords: modeling of traffic flow, statistical forecasting, traffic jam

1 UVOD

Modeliranje in napovedovanje prometne aktivnosti spada med osnovne naloge zagotavljanja podatkov o stanju prometa [1-5]. Za ta namen smo v okviru EU-projekta Roadidea [6-7] uporabili neparometrično statistično modeliranje in napovedovanje prometnih tokov, ki je zasnovano na podatkih o prometnem toku v preteklosti. To modeliranje nam je ponudilo osnovo za razvoj inteligentne računalniške enote, namenjene za uporabo v Prometnoinformacijskem centru v Ljubljani [8]. Cilj tega članka je prikazati, kako se lahko razvita inteligentna enota naprej prilagodi za napovedovanje prometnih zastojev, nastajajočih zaradi različnih motenj voznih

razmer na avtocestah, ki jih povzročajo: megla, povečana spolzkost ceste, zožitev ceste zaradi vzdrževalnih del, prometna nesreča itd [9]. Za ta namen morajo biti napovedani podatki o prometnem toku pretvorjeni v karakteristike zastoja, pri čemer se kot glavna karakteristika zastoja po navadi navaja število vozil, zastalih pred kritičnim odsekom ceste [9]. Motnjo najlaže okarakteriziramo z znižano vrednostjo dovoljene hitrosti, ki je nato uporabna kot osnovni parameter v ustreznem analitičnem modelu za opis dinamike prometnega toka na motenem odseku ceste. Pri razvoju ustreznega matematičnega modela je dobro uporabiti nov osnovni zakon prometnega toka, ki je že bil opisan v predhodnem članku [15] in omogoča sorazmerno preprosto formulacijo parcialnih diferencialnih enačb za opis dinamike prometnega toka na motenem odseku [2,5,10,11]. Te enačbe nam omogočijo napovedati razvoj zastoja pred tem odsekom na podlagi podatkov o vhodnem toku prometa in dovoljeni hitrosti oziroma zmogljivosti ceste [9]. Pri matematični formulaciji uporabimo neparometrično statistično modeliranje prometnega toka in deterministično modeliranje samega zastoja [6-8,12]. Delovanje celotne metode je prikazano na primeru napovedovanja razvoja zastoja, ki ga povzroči zmanjšanje zmogljivosti ceste na področju maksimalne prometne aktivnosti na izvozu z avtoceste pri Ljubljani.

Naša obravnava vključuje dva matematična modela: prvega za napoved prometnega toka na kritičnem delu ceste [6-8] in drugega za transformacijo napovedanega toka v karakteristike zastoja. V strokovni literaturi je veliko člankov, ki opisujejo različne metode za formuliranje obeh modelov [1-5,10-11]. Na splošno jih lahko razdelimo v mikro- oziroma makroskopske ter

deterministične (analitične) oziroma statistične (empirične) modele. Z ocenjevanjem in testiranjem njihove prilagodljivosti smo ugotovili, da je v našem primeru najbolj primerno uporabiti makroskopsko obravnavanje s statističnim opisom vstopnega toka prometa v kritično območje in determinističnim opisom razvoja zastoja.

2 STATISTIČNO MODELIRANJE IN NAPOVEDOVANJE PROMETNEGA TOKA

Cestni promet je posledica aktivnosti populacije, ki je splošno naključne narave [2–5,10]. Zato je njen opis v realni situaciji neizogibno povezan z uporabo statističnih metod [6,12]. Aktivnost populacije je do neke mere sinhronizirana zaradi družbenih dogovorov in navad ter lastnosti okolja, ki so lahko preprosto opisane s pomočjo koledarja in ure. Sinhronizacija omogoča sočasen statističen opis, kakor tudi zelo zanesljivo napoved osnovnih značilnosti prometne aktivnosti na celotnem prometnem omrežju [6–8]. Ker je naš cilj razviti splošno računsko metodo, ki bi lahko bila primerna za napovedovanje značilnosti prometne aktivnosti na različnih cestah brez kakršnih koli predpostavk o lastnostih prometa, se tukaj izognemo analitičnemu modeliranju prometne aktivnosti z uporabo neparametrične statistične metode, ki je opisana v nadaljnjem besedilu [12].

Prometna aktivnost na izbranem odseku ceste je opredeljena s številom prehodov vozil na uro, ki jo opišemo s prometnim tokom $Q(t)$ v odvisnosti od časa t [1–5,10–11]. Pripadajoča časovna vrsta $\{Q(t), Q(t-1), \dots\}$ je po navadi posneta s števnikom prometa, medtem ko opazovanje vremena in z njim povezane napovedovalne storitve dajejo časovne vrste različnih okoljskih in drugih prometnih spremenljivk $\{V(t), V(t-1), \dots\}$. Te spremenljivke predstavljajo tudi uro in tip dneva, vremenske razmere itd. [6–8]. Sestavljena časovna vrsta $S = \{Q(t), Q(t-1), \dots; V(t), V(t-1), \dots\}$ je vektor stanja prometa. Njegov posnetek tvori osnovno podatkovno bazo, ki se nanaša na opazovalno točko, na kateri je nameščen števnik. Ker je na cestni mreži na splošno veliko opazovalnih točk, je prometna aktivnost na celotnem cestnem omrežju časovno spremenljivo polje [2–6].

Udeleženci v prometu in posredovalci prometne informacije pogosto želijo vedeti, kakšna bo prometna aktivnost v prihodnosti. Odgovor lahko dobimo s pomočjo neparametrične metode modeliranja kaotičnih časovnih vrst in samega napovedovanja [12]. S tem namenom obravnavamo prometni tok kot neavtonomni kaotični proces in opišemo njegov generator s preslikavo preteklih v prihodnje podatke [6–8]:

$$Q(t) = F(Q(t-1), \dots, Q(t-\vartheta); V(t-1), \dots) \quad (1)$$

Zato, da izrazimo funkcijo $F(\dots)$ s pomočjo danih posnetkov prometnega toka, obravnavamo vektor $S = (Q(t), \dots, Q(t-\vartheta); V(t), \dots, V(t-\vartheta))$ kot vzorec naključne spremenljivke. Njene lastnosti nato opišemo statistično s K vzorci $\{S_k; k = 1, \dots, K\}$. Za ta namen lahko gostoto povezane verjetnosti te spremenljivke izrazimo s Parzenovo jedrno cenilko [12]. Enačba (1) nakazuje, da je prva komponenta vektorja: $P = Q(t)$ opredeljena s preostalimi komponentami: $R = (Q(t-1), \dots, Q(t-\vartheta); V(t), \dots, V(t-\vartheta))$. Če se želimo dosledno izogniti raznim domnevam o povezavi med P in R , ne smemo te povezave opisati parametrično z analitično opredeljeno regresijsko funkcijo, temveč jo moramo opredeliti neparametrično. Ustrezna optimalna neparametrična statistična cenilka ali *prediktor* [12] je podana s pogojnim povprečjem: $P_{pr}(R) = E[P|R]$. Izraz za to cenilko lahko izpeljemo s pomočjo Parzenove jedrske cenilke, ki jo izrazimo s pomočjo K vzorcev $\{S_k = (P_k, R_k), k = 1, \dots, K\}$ v obliki [12]:

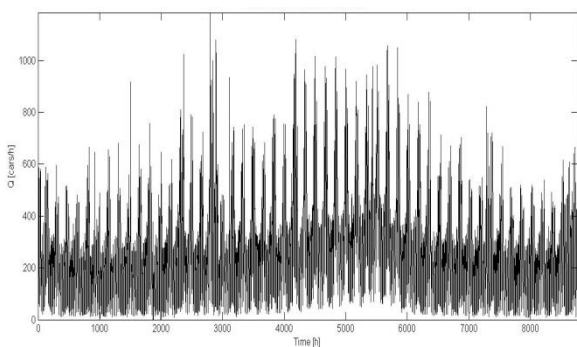
$$P_{pr}(R) = \frac{\sum_{k=0}^K P_k g(R-R_k)}{\sum_{k=0}^K g(R-R_k)} \quad (2)$$

Jedro g ustreza približku funkcije delta, kot je recimo Gaussova funkcija, v kateri σ ustreza karakteristični razdalji med vzorčnimi točkami R_k . Enačba (2) opisuje splošno neparametrično regresijo in hkrati pomeni normalizirano nevronske mreže z radialnimi baznimi funkcijami [12]. Njena struktura je v celoti objektivno opredeljena z množico statističnih vzorcev, medtem ko parameter σ pomeni statistični raztros pri opazovanju [12]. Zato, da bi uporabili predlagani neparametrični prediktor pri modeliranju prometnega toka, se znova vrnemo k enačbi (1) in interpretiramo spremenljivke na desni strani kot pogoj R , spremenljivko na levi strani pa kot vrednost toka $P = Q(t)$, ki jo nameravamo napovedati z enačbo (2). V ta namen moramo podati pogoj oziroma stanje v predhodnem času, ki ga opisuje R .

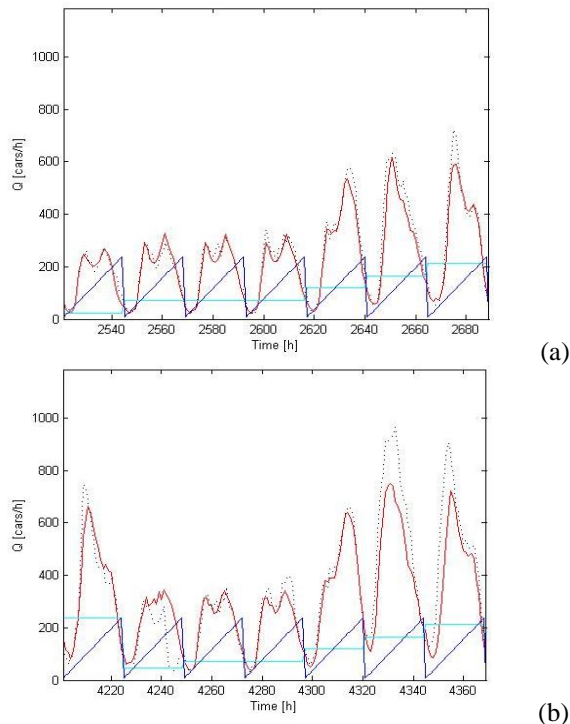
Pred uporabo enačbe (2) moramo določiti dimenzijo vektorja S z vrednostjo parametra ϑ v enačbi (1). Ker po navadi ni vnaprej znano, koliko preteklih vrednosti je treba uporabiti v modeliranju, lahko primerno vrednost ϑ določimo z opazovanjem kakovosti napovedovanja pri naraščajoči vrednosti ϑ . Zato količinsko opišemo kakovost napovedovanja z vrednostjo korelacijskega koeficienta r med napovedano in dejansko opaženo časovno vrsto prometa [6–8]. V našem primeru uporabimo podatke o prometnem toku, posnete v intervalih ene ure z avtomatskimi števci na prometnem omrežju v Sloveniji [6–8]. Čeprav so krajši časovni intervali lahko prednost, uporabljamo eno uro dolge intervale, ker so ustrezni podatki komercialno dostopni na CD-jih in nam omogočajo preprosto uporabo metode, opisane v tem članku. Kot značilen primer izberemo točko maksimalne prometne aktivnosti na izvozu z avtoceste blizu Ljubljane. Posnetek vsebuje podatke o času meritev in toku različnih kategorij vozil. Čas najprej

opišemo s periodično urno spremenljivko H , ki prek posameznega dne enakomerno narašča od 1 do 24. Zahtevnejša je primerna transformacija časa v ustrezno dnevno spremenljivko. Na pojav, ki je odvisen od aktivnosti populacije, vplivajo predvsem značilnosti dneva, ki ga tukaj obravnavamo kot vodilno spremenljivko prometa D [6–8]. Na podlagi minimizacije funkcije, ki predstavlja ceno informacije, izraženo z vsoto koristne informacije in redundance, pripisane posnetkom prometnega toka v različnih dneh, smo ugotovili za opis dneva D naslednjo optimalno kodo: 1- ponedeljek, 2- dan po prazniku, 3- normalen delavnik, 4- petek, 5- dan pred praznikom, 6- sobota, 8- nedelja, 9- praznik. Numerična analiza je pokazala, da podrobnejša opredelitev vrednosti tako rekoč nič ne pripomore h kakovosti modeliranja. Od mogočih kategorij vozil tukaj upoštevamo samo osebne avtomobile. Upoštevanje drugih kategorij sicer ni bistvena ovira, podaljša pa čas računanja, kar ni ugodno za uporabo razvite metode na standardnih komunikacijskih napravah, kot so mobilni telefoni.

Eno leto dolg posnetek prometnega toka osebnih vozil na izbrani točki je prikazan na sliki 1. Posnetek kaže tedensko precej normalno, vendar sezonsko odvisno spreminjanje toka skozi leto. V modeliranju je lahko vpliv sezonskih variacij najpreprosteje upoštevan z oblikovanjem modela na krajših preteklih intervalih kakor vse leto. Zato pri naši obravnavi uporabljamo časovni interval enega meseca pred izbranim trenutkom. V takšnem intervalu prikazuje tedenski posnetek precej ponavljajoče se spreminjanje prometnega toka v normalnih delovnih dneh in bolj variabilno spreminjanje med prazniki. Zato, da opišemo to lastnost, si oglejmo dva značilna primera v aprilu, ki pomenita normalni teden (a) in teden z vključenim praznikom (b). Za oba primera sta grafa napovedanega – Q_p in dejansko izmerjenega toka – Q_o prikazana s celo oziroma črtkano črto na sliki (2). Na isti sliki sta prikazana tudi poteka dnevne kode $D(t)$ in urne spremenljivke $H(t)$ s stopničasto oziroma nazobčano črto. Pri napovedovanju toka sta bili za opis pogoja upoštevani samo ti dve spremenljivki.



Slika 1: Posnetek toka prometa $Q(t)$ skozi eno leto

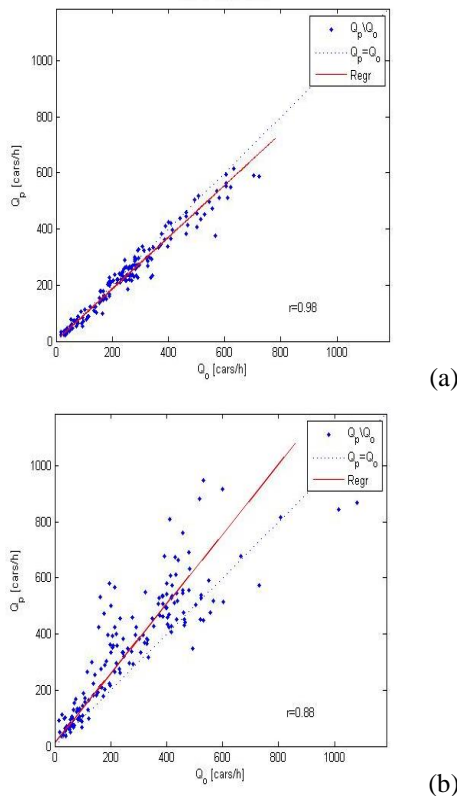


Slika 2: Grafa značilnih spremenljivk v normalnem tednu (a) in v tednu s praznikom (b). Črtkasto je prikazan dejansko izmerjeni, s celo črto pa napovedani posnetek toka $Q(t)$. Stopničasta in nazobčana krivulja pomenita dnevno kodo $D(t)$ in uro $H(t)$.

Ujemanje med napovedanimi – Q_p in dejansko izmerjenimi – Q_o posnetki prometnega toka, ki je prikazano na sliki 2, je nato količinsko okarakterizirano s korelacijskim diagramom na sliki 3. Vsako uro v tednu pomeni na grafu ena točka (Q_o, Q_p) . Iz porazdelitve teh točk in ustreznega korelacijskega koeficienta r je bila določena linearna regresijska premica, ki jo kaže polna črta.

Točkasta črta na sliki 3 kaže idealno ujemanje med originalnimi in napovedanimi podatki. Vrednost korelacijskega koeficienta r in ujemanje med regresijsko in točkasto črto nakazuje kakovost napovedovanja. Vrednosti $r = 0,98$ in $r = 0,88$ ustrezata normalnemu tednu (a) oziroma tednu z vključenim praznikom (b). Te vrednosti ustrezajo precej ekstremnim odstopanjem od srednje vrednosti korelacijskega koeficienta skozi vse leto, ki znaša za izbrano točko $\langle r \rangle = 0,94$. Ta vrednost nakazuje, da je neparametrično statistično modeliranje in napovedovanje v povprečju dokaj uspešno.

Ker se promet odvija na cestnem omrežju, bi moral biti splošno obravnavan kot dinamično polje $Q(t, r)$ [2,6]. Enako modeliranje, kot je opisano zgoraj, je lahko posplošeno za simultano napoved prometa na celotnem cestnem omrežju; numerična obdelava pa tedaj zahteva več časa. V takšnem primeru je povprečna vrednost korelacijskega koeficienta skozi vse leto in prek vseh opazovanih točk enaka $\langle r \rangle = 0,965$.

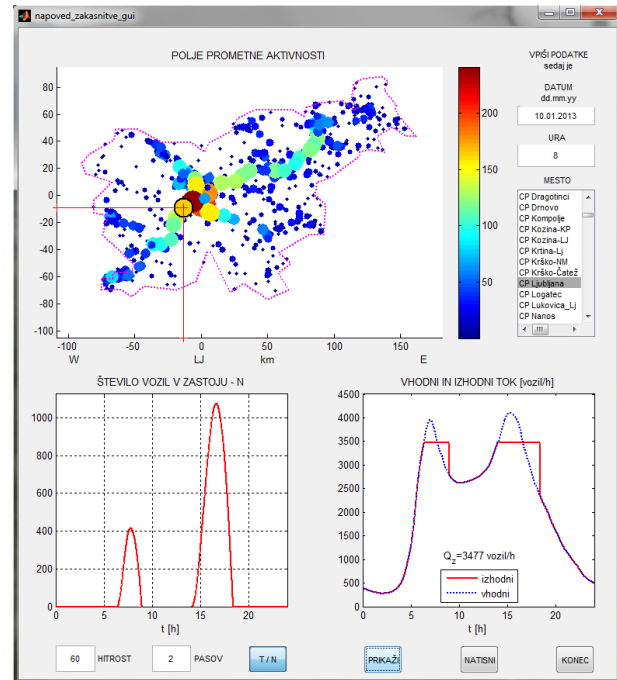


Slika 3: Povezava med napovedanim Q_p in dejansko izmerjenim tokom Q_o v normalnem tednu (a) in tednu s praznikom (b).

Na splošno bi lahko pogojne spremenljivke poleg dneva in ure pomenile tudi prometni tok v bližnjih točkah opazovanja in vremenske podatke. Proučevanje tovrstnih primerov je pokazalo, da v našem primeru delovanje metode ni bistveno spremenjeno [8].

3 PRIKAZ NAPOVEDANIH LASTNOSTI PROMETNEGA TOKA

Ker je informacija o prometnem toku zanimiva za udeležence v prometu, kakor tudi za različne službe in agencije, ki so pooblašene za ceste, smo razvili grafični uporabniški vmesnik (GUV), s katerim lahko napovemo polje prometnega toka in tudi zastoje na kritičnih odsekih s prometnimi motnjami [8]. Njegov zaslon je prikazan na sliki 4 in vključuje tri grafe ter različne tipke za upravljanje GUV. Na zgornjem grafu GUV je prikazano stanje napovedanega polja prometnega toka na vsem avtocestnem omrežju. Na mestu posameznega števnika je vrednost prometnega toka prikazana z radijem kroga. Izbrana točka je tudi označena s horizontalno in vertikalno črto. Za izbrano točko opazovanja je odvisnost napovedanega toka v izbranem dnevu prikazana s točkasto črto v spodnjem desnem grafu. Njegov potek opisuje tok prihajajočih vozil v izbrani kritični del ceste, pred katerim se nato razvija zastoj. Tok, ki preide ta del, je prikazan s polno črto. Parametri kritičnega dela so nastavljeni s spodnjimi tipkami, značilnosti zastoja pa so prikazane v spodnjem levem diagramu.



Slika 4: Okno inteligentnega GUV za napovedovanje prometnega toka in zastojev v Sloveniji [6–8]. Zgoraj levo: napovedano stanje polja prometnega toka $Q(x)$. Radij kroga na posamezni točki kaže vrednost toka v času napovedovanja. Spodaj desno: točkasto – napoved vhodnega toka $Q(t)$, cela črta – prepuščeni tok. Spodaj levo: napovedano število vozil N v prometnem zastoju.

GUV je bil razvit v okolju Matlab in pretvorjen v končno uporabniško verzijo za široko uporabo na MS Windows pri različnih uporabnikih. GUV je bil nato pred kratkim še nadgrajen z modulom za napovedovanje prometnih zastojev. Posnetek napovedanega toka prometa je v tem primeru uporabljen kot vir informacije za napoved prometnih zastojev. Za ta namen je GUV dopolnjen z analitičnim modelom dinamike prometnega toka, kakor je opisano v naslednjem delu besedila.

4 ANALITIČNI OPIS PROMETNEGA TOKA

Dinamiko cestnega prometa lahko najbolj izčrpno opišemo s pravili, ki določajo tirnice posameznih vozil [2–5]. Takšen mikrodinamski opis pa je preveč kompleksen za uporabo v mobilnih telefonih ali v prometnoinformacijskih centrih, kjer se po navadi uporabljajo samo povprečne vrednosti prometnega toka. Zato naprej uporabimo makroskopski opis, zasnovan samo na dveh spremenljivkah, ki opisujeta povprečno hitrost v in gostoto vozil ρ [2–5, 10–11]. Ta je določena z razdaljo r med vozili: $\rho = 1/r$. Povprečna vrednost toka $Q = \rho v$ je tukaj uporabljena kot osnovna spremenljivka za opis in analizo stanja prometa na motenem odseku ceste. V preprostem primeru stacionarnega in homogenega prometnega stanja sta spremenljivki ρ in v neodvisni od položaja in časa, vendar sta medsebojno povezani. Graf ustrezne povezave

$v = v(\rho)$ je prvi osnovni diagram prometa [2–5,15]. Z izrazom $Q(\rho) = \rho v(\rho)$ je nato ta diagram pretvorjen v drugi diagram, ki kaže stanje toka Q kot funkcijo gostote.

Profesionalna literatura vsebuje veliko različnih oblik ustreznih osnovnih zakonov, izhajajočih iz statističnih obravnav prometnih značilnosti [2–5,10–11]. V predhodnem članku [15] nam ga je uspelo formulirati samo z upoštevanjem osnovnih značilnosti v kvazistatičnem in homogenem prometu na avtocesti z najvišjo dovoljeno hitrostjo v_o [5,10,13]. Ustrezna zveza med povprečno hitrostjo v in gostoto vozil ρ je:

$$v(\rho) = v_o \left\{ 1 + \left[\frac{v_o \tau}{1/\rho + 1/\rho_k} \right]^p \right\}^{-1/p} \quad (3)$$

V tem izrazu označuje potenca $p = 2,5$ karakteristični parameter modela, medtem ko je $\tau = 1,2$ s reakcijski čas voznikov in $\rho_k = 145$ voz/km največja mogoča gostota vozil, pri kateri se promet tako rekoč ustavi. Enačba 3 opisuje potenčni ali p-model prvega osnovnega zakona prometa. Ko hitrost pomnožimo z gostoto vozil, dobimo nato ustrezní izraz za prometni tok:

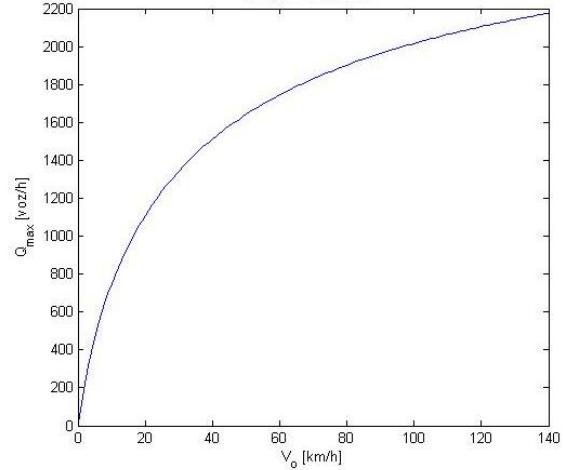
$$Q(\rho) = \rho v_o \left\{ 1 + \left[\frac{v_o \tau}{1/\rho + 1/\rho_k} \right]^p \right\}^{-1/p} \quad (4)$$

ki je drugi osnovni zakon prometa.

Z naraščajočo gostoto vozil ρ prometni tok najprej narašča od 0 do maksimalne vrednosti Q_{max} , nato pa začne zopet padati proti 0. Z maksimalno vrednostjo Q_{max} je opredeljena zmogljivost ceste, ki je odvisna od dovoljene največje hitrosti v_o . Iz enačb 2 in 3 sledi za to odvisnost naslednji izraz:

$$Q_{max}(v_o) = \rho_k v_o \left\{ 1 + [\rho_k v_o \tau]^{p/(p+1)} \right\}^{-(p+1)/p} \quad (5)$$

Ustrezna funkcija na sliki 5 kaže, da s padajočo vrednostjo dovoljene hitrosti v_o zmogljivost ceste nelinearno pada. V Sloveniji je dovoljena hitrost na avtocesti $v_o = 130$ km/h, kar ustreza zmogljivosti $Q_{max} \sim 2.14 \cdot 10^3$ voz/h za en vozni pas. V okolici kritičnih območij zaradi vzdrževalnih del na avtocestah je najpogosteje uporabljena vrednost dovoljene hitrosti enaka $v_o = 60$ km/h, ki za en vozni pas ustreza zmogljivosti $Q_{max} \sim 1.74 \cdot 10^3$ voz/h. Ta vrednost ustreza zmanjšanju zmogljivosti na približno 81 % normalne vrednosti. Pri obravnavanju zastojev pred kritičnimi odseki ceste predvidevamo, da ti nastanejo, ko vhodni prometni tok v odsek preseže njegovo zmogljivost. Zato je vrednost zmogljivosti v kritičnem območju, oziroma ustrezna dovoljena hitrost, osnovni parameter za napovedovanje zastojev. V zvezi z obravnavo zmogljivosti ceste je treba omeniti, da je dejanska vrednost omejitve hitrosti na kritičnem območju v_o določena z možnostmi voznikov in vozil, četudi hitrost ni omejena. Ta lastnost je bistvena predvsem pri obravnavanju zastojev pred kritičnimi območji, ki so posledica poledice ali zmanjšane vidljivosti zaradi megle.



Slika 5: Odvisnost zmogljivosti ceste Q_{max} od dovoljene hitrosti v_o

Pri naši izpeljavi zakona v enačbi (3) smo upoštevali kvazistacionaren in homogen promet. Vendar to ne ustreza stanju pri nastajanju zastojev. Ker izpeljani zakon v enačbi (3) dobro opisuje osnovne značilnosti prometa v ravnovesnem stanju, potem privzamemo, da se hitrost v določeni točki x in pri času t prilagodi ravnovesni vrednosti $v_e(\rho)$, določeni z enačbo (3) v časovnem intervalu, ki je opredeljen z značilnim časom prilagoditve T [5,11]. To prilagoditev najpreprosteje opišemo z relaksacijsko diferencialno enačbo:

$$dv/dt = (v_e(\rho) - v) / T, \quad (6)$$

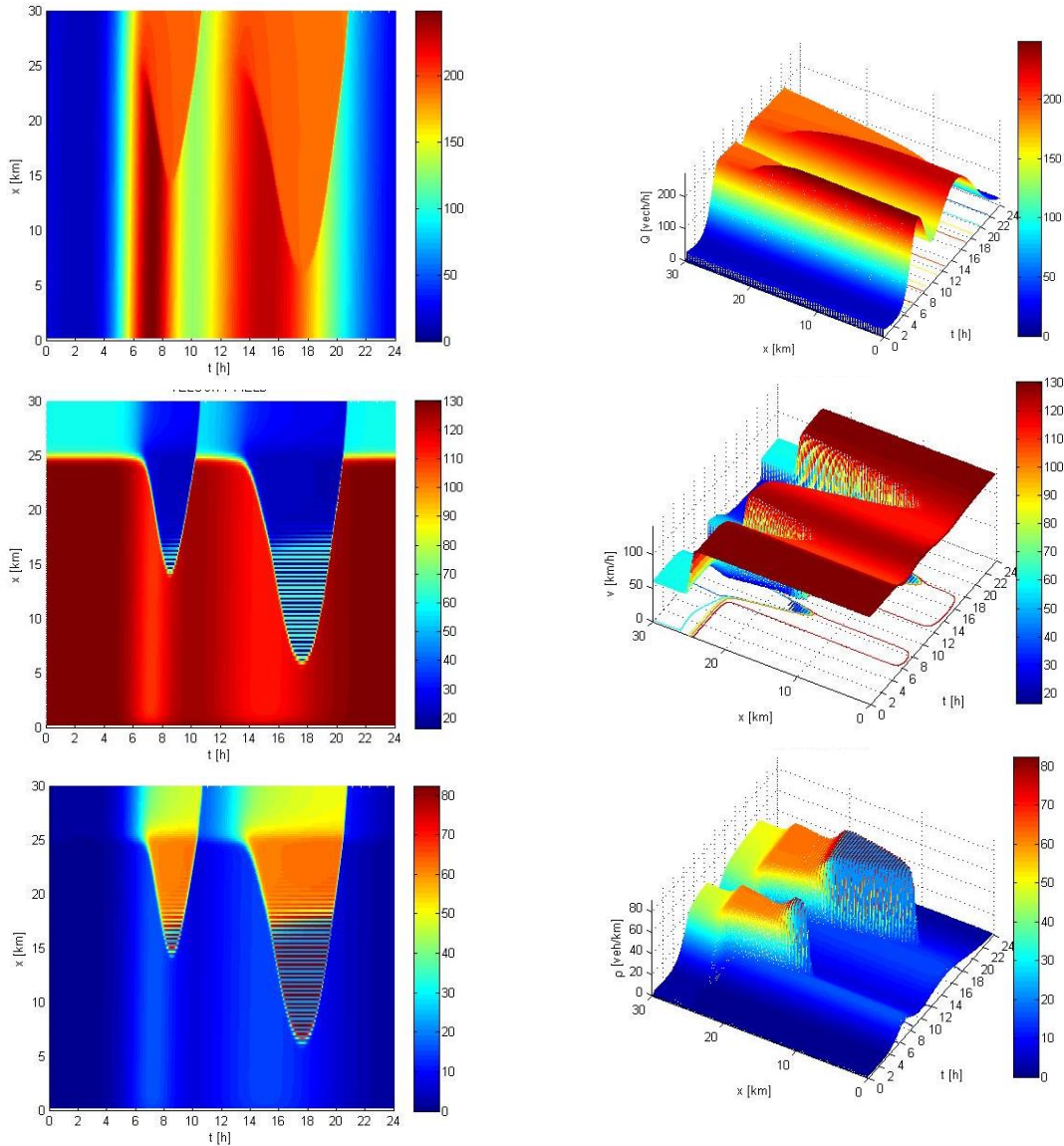
ter naprej upoštevamo hitrost in gostoto kot povezani spremenljivki polja: $v = v(x, t)$ in $\rho = \rho(x, t)$. V skladu s tem je dv/dt v diferencialni enačbi (6) totalni odvod: $dv/dt = \partial v/\partial t + v \partial(v)/\partial x$. Osnovni dinamski zakon prometa je nato podan s kontinuitetno enačbo [11]:

$$\partial \rho/\partial t + \partial(\rho v)/\partial x = I(x, t), \quad (7)$$

v kateri $I(x, t)$ opisuje izvor prometnega toka. Če začnemo analizo v določeni točki x_o , kjer je napovedani prometni tok podan s $Q(t)$, potem lahko izvor opišemo z izrazom: $I(x, t) = Q(t) \delta(x - x_o)$, v katerem δ označuje Diracovo delta funkcijo.

Vozniki prilagajajo svojo hitrost vozilu pred njimi z zakasnitvijo, ki je opredeljena z reakcijskim časom τ . Ko opisujemo prilagajanje hitrosti v na položaju x in pri času t , moramo upoštevati gostoto v enačbi (6) na položaju Δx pred x in v času $t - \tau$. Tipična vrednost Δx je nekaj dolžin avta: $\Delta x \sim 3d_a$. Podobno je relaksacijski čas enak nekaj reakcijskih časov: $T \sim 3\tau$.

Izrazi (3,6,7) predstavljajo nelinearen sistem parcialnih diferencialnih enačb, katerih rešitev je lahko določena s standardnimi numeričnimi metodami [5]. Za ta namen morajo biti podani začetni in robni pogoji.



Slika 6a: Potek spremenljivk prometnega polja, prikazan v tlorisu: zgoraj – tok, na sredini – hitrost, spodaj – gostota v odvisnosti od časa t in koordinate x .

5 RAZVOJ PROMETNEGA ZASTOJA

Uporabo opisane metode bomo prikazali z napovedjo zastoja na točki maksimalne prometne aktivnosti na avtocesti blizu Ljubljane, kjer megla z Barja pogosto ovira promet. Njen položaj je prikazan z vertikalnimi in horizontalnimi črtami v zgornjem diagramu GUV okna na sliki 4. Odvisnost prometnega toka od časa je prikazana na spodnjem desnem posnetku. Dva vrhova v diagramu na tem posnetku prikazujeta stanje ob največji prometni obremenitvi oziroma ob prometnih konicah.

Naš naslednji cilj je napovedati, kaj se zgodi v izbranem dnevu, če se zmogljivost v izbrani točki drastično zmanjša. S tem namenom obravnavamo cesto, dolgo 30 km, z motenim odsekom od 25 km naprej. Na tem odseku privzamemo, da se dovoljena hitrost zmanjša s 130 km/h na 40 km/h, kar ustreza

Slika 6b. Potek spremenljivk prometnega polja prikazan v stranskem risu: zgoraj - tok, na sredini - hitrost, spodaj - gostota v odvisnosti od časa t in koordinate x .

zmanjšani zmogljivosti $Q_{max} \sim 1.5 \cdot 10^3$ voz/h na kritičnem območju. Pri numerični obravnavi izberemo velikost celice v prostorski smeri enako $\Delta x = 200$ m, in interval časa enak $\Delta t = 1$ s. V računu upoštevamo homogene začetne in robne pogoje, ki ustrezajo toku $Q = 0$. V tem primeru je stanje prometa določeno samo z vstopnim tokom $Q(t)$, ki je prikazan točkasto v spodnjem desnem posnetku GUV na sliki 4. Za računanje upoštevamo časovni interval, ki vključuje izbrani dan.

Izračunane porazdelitve spremenljivk polja so prikazane na slikah 6a in 6b, pri čemer je uporabljeno barvno kodiranje za njihove amplitude. Tok vstopi v cestni odsek pri $x = 0$ in se premika v x -smeri (slika 6b zgoraj). Ob prometnih konicah njegova amplituda sprva narašča s časom do maksimuma, nato pa spet pada. Na motenem delu ceste je maksimalna vrednost znižana in vrh je zravnčan. Padec hitrosti je opazen v grafu

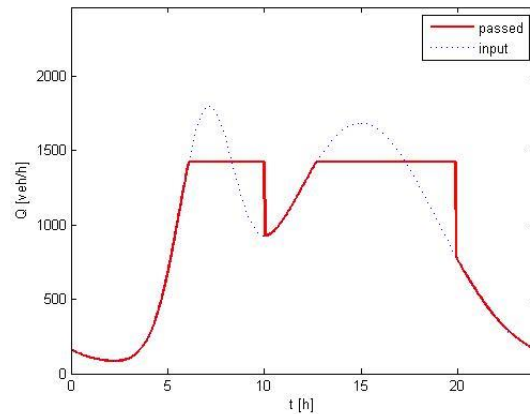
porazdelitve hitrosti na sredini slik 6a in 6b kot modra padajoča stopnica. Pri nizkem t je hitrost visoka, pri nizkem x , ko vozila preidejo v območje motnje, pa se njihova hitrost zmanjša zaradi znižane dovoljene hitrosti. Hkrati s padanjem hitrosti se poveča gostota, kakor je prikazano na slikah 6a in 6b spodaj. Z naraščajočim časom in tokom ob prometnih konicah povzroči znižanje hitrosti na motenem odseku nastajanje zastoja pred kritičnim odsekom, kar se na grafu odraža v izrazitem vrhu. V samem vrhu predstavlja zastoj valovito strukturo oziroma prekinjajoče se premikanje vozil [2–5]. Po preteku maksimalne prometne aktivnosti v konici začne vstopni tok zopet padati, kar naprej vodi do zmanjšanja gostote, zvišanja hitrosti in razpada prometnega zastoja zaradi odtekanja vozil čez kritični odsek. Podobno nastajanje zastoja kakor zjutraj je opazno tudi v popoldanski prometni konici. Iz grafov spremenljivk polja lahko napovemo dolžino zastoja in njegovo hitrost naraščanja.

6 OCENA DOLŽINE ZASTOJA

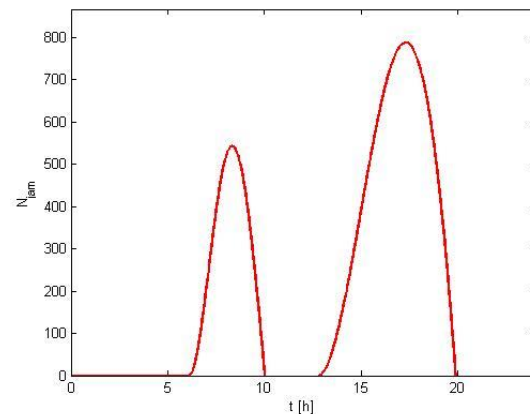
Makroskopsko modeliranje prometa s parcialnimi diferencialnimi enačbami omogoča dokaj splošen opis nastajanja prometnih zastojev na kritičnem odseku s pomočjo spremenljivk prometnega polja. Za praktične namene je pomembna samo dolžina prometnega zastoja, zato se zastavi vprašanje, kako bi se lahko izognili zamudnemu računanju porazdelitve polja s parcialnimi diferencialnimi enačbami. S tem namenom preverimo možnost približnega obravnavanja celotnega problema. Zamislimo si najprej primer, ko se vhodni tok Q_i povečuje s časom. Dokler je Q_i pod zmogljivostjo motenega odseka Q_o , predpostavimo, da lahko vsa vozila tekoče preidejo kritični odsek. Ko pa vhodni tok preseže zmogljivost ceste, se del toka: $\Delta Q = Q_i - Q_o$ ustavi pred kritičnim odsekom. Ta razlika nato povzroči naraščanje števila vozil pred tem odsekom in razvoj prometnega zastoja. Če poznamo odvisnost vhodnega toka od časa, lahko ocenimo število vozil N v zastoji z integriranjem $\Delta Q(t)$ glede na čas. Nato lahko ocenimo še pripadajočo dolžino zastoja L z množenjem števila stoječih vozil in razdalje med njimi, ki ustreza znižani dovoljeni hitrosti.

Zato, da bi približno prikazali tak način ocenjevanja, zopet obravnavamo primer iz predhodnega poglavja. Slika 7 prikazuje vhodni in izhodni tok s točkasto in polno črto. Zadnji je določen z zmanjšano zmogljivostjo, ki je opisana z višino horizontalnih predelov v grafu. Pripadajoče število vozil N v zastoji je prikazano na sliki 8.

Diagrama na slikah 7 in 8 nakazujeta mogočo grobo oceno naraščanja zastoja v vzratni smeri, kar bi lahko primerjali z rezultati, prikazanimi na slikah 6a in 6b. Zmanjšana vrednost dovoljene hitrosti ne omogoča vsem prihajajočim vozilom, da bi prevozila moteni del ceste med prometno konico tedaj, ko vhodni tok preseže zmogljivost. Razlika med vhodnim in izhodnim tokom pa



Slika 7: Odvisnost prepuščenega (odebeljeno) in vstopnega (točkasto) toka od časa



Slika 8: Ocenjeno število zastalih vozil N v odvisnosti od časa

vodi do nastajanja zastoja. V časovnem intervalu od 6 h do 8 h se približno $N \sim 550$ vozil ustavi v zastoji. Če bi bila vsa vozila na zelo majhni razdalji in se ne bi premikala, bi bila dolžina $L \sim N d_a \sim 3,8$ km, pri čemer $d_a \sim 7$ m opisuje dolžino, ki jo zaseda eno vozilo. Vozila se v zastoji premikajo približno s hitrostjo, ki je določena z vrednostjo dovoljene hitrosti $v_o \sim 40$ km/h, in je zato približna razdalja med njimi $r = d_a + v_o \tau \sim 20$ m, kar povzroča daljši zastoj z dolžino $L \sim 11$ km. Ta vrednost dobro sovпада z dolžino prvega maksimuma toka, prikazanega na slikah 6a in 6b. Čas čakanja v zastoji je približno $T = L / v_o \sim 16,5$ min.

Ocenjevanje dolžine zastoja je manj zanesljivo kot ocenjevanje števila vozil, ker se razdalja med njimi spreminja glede na njihovo hitrost, ki pa je tudi odvisna od značilnosti zastoja. Določanje števila ustavljenih vozil je samo približno, ker lahko zastoj vpliva tudi na dinamiko toka na kritičnem odseku. Zato lahko bolj točno oceno dolžine zastoja dobimo samo z doslednim upoštevanjem dinamike, opisane s parcialnimi diferencialnimi enačbami. Kljub tej pomanjkljivosti pa lahko določimo najpomembnejše značilnosti zastoja z integralom ustavljenega toka, ki je uporaben za napoved razvoja zastoja. Prednost takšne obravnave je, da zanjo

potrebujemo samo napovedani vhodni tok v odvisnosti od časa in podatek o zmanjšani zmogljivosti ceste.

Diagrama, prikazana na slikah 7 in 8, prikazujeta osnovne značilnosti zastoja in sta bila zato izbrana za prikaz na spodnjih grafih GUV na sliki 4. Dovoljena hitrost, število odprtih voznih pasov in prikaz spremenljivke N ali T so lahko nastavljeni s tipkami pod grafi v oknu GUV. Dovoljena hitrost mora določiti uporabnik glede na značilnosti motnje v kritičnem predelu ceste. Ustrezna vrednost v slabem vremenu je lahko ocenjena iz koeficienta trenja in razdalje vidljivosti, ki je lahko pridobljena iz podatkov o napovedi vremena [14]. To potem nakazuje možnost precej preprostega napovedovanja nastajanja prometnih zastojev in ocenjevanja števila vozil, kot tudi čakalnega časa v zastoju. GUV je bil razvit kot samostojen program za MS Windows, medtem ko je njegovo prilagajanje za spletne strani in mobilne telefone še v pripravi.

7 SKLEP

Naša raziskava je pokazala, da je kljub dokaj kompleksnim, nelinearnim in kaotičnim značilnostim prometa mogoče statistično napovedati prometni tok in modelirati ravnovesne lastnosti celotnega pojava z osnovnim zakonom prometa oziroma z ustreznim diagramom [5,11]. Ta diagram omogoča definicijo zmogljivosti ceste in precej preprosto oceno značilnosti nastajajočega zastoja prometa na kritičnem delu ceste. Vključitev relaksacijske in kontinuitetne enačbe v opis nam omogoča razširiti makroskopski opis prometa tudi na neravnovesna stanja [2–6,10–11]. Ti dve enačbi opisujeta prilagoditev hitrosti njeni ravnovesni vrednosti in prilagoditev gostote hitrosti in z njo povezanemu prometnemu toku. Napovedani prometni tok pa je uporaben za opis izvirnega člena v kontinuitetni enačbi, ki nam omogoča napoved prometnih zastojev, nastajajočih zaradi različnih motenj. Za ta namen je prometni tok statistično napovedan s predhodno razvito inteligentno enoto. Prikazani značilni primer razvoja zastoja kaže večino izstopajočih značilnosti tega pojava. Predstavljena metoda je bila razvita šele pred kratkim in zato še vedno potrebuje obsežno eksperimentalno preverjanje neoporečnega delovanja v dejanskih razmerah pred široko uporabo pripadajočega grafičnega uporabniškega vmesnika. Ker je delovanje tega vmesnika prilagojeno prometnim podatkom s slovenskih cest, bi bila primerjava razvite metode in njenega delovanja s podobnimi metodami drugih avtorjev težko izvedena.

ZAHVALA

Ta raziskava je bila izvedena s podporo projekta EU FP7 "Roadidea", EU Thematic Network "iCAR", COST akcij MP 801 "Physics of Competitions and Conflicts" in TU1102 "Towards Autonomic Road Transport Support Systems", EraSme projekta "MOTRAC", Podjetja "DARS" in Slovenske agencije za ceste skupaj z Ministrstvom za promet RS – "DRSC".

LITERATURA

- [1] Povzetki osnovnih referenc, obravnavanih tem v tem članku, so dostopni na spletnih straneh :
http://en.wikipedia.org/wiki/Traffic_flow
http://en.wikipedia.org/wiki/Traffic_congestion
http://en.wikipedia.org/wiki/Car-following_model
<http://scholar.google.com/>
- [2] D. Helbing, *Verkehrsdynamik*, Springer, Berlin, 1997.
- [3] B. S. Kerner, *The Physics of Traffic*, Springer, Berlin, 2004.
- [4] B. S. Kerner, *Introduction to Modern Traffic Flow Theory and Control*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2009.
- [5] M. Treiber and A. Kesting, *Traffic Flow Dynamics*, Springer, Berlin, 2013.
- [6] I. Grabec, K. Kalcher and F. Švegl, "Modeling and Forecasting of Traffic Flow", *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*, **13**(1), 2010, pp. 53–63.
- [7] I. Grabec, F. Švegl, "Modeling and Forecasting of Traffic Flow", *Proc. 18th Int. Symposium on Electronics and Traffic ISEP 2010*. Ljubljana, March 29, 2010, R14.
- [8] I. Grabec, K. Kalcher, F. Švegl, "Innovation: Graphic user interface for prediction of traffic flow field", *Transport Research Arena – EUROPE 2010*, Brussels, BE, June 11, 2010, Conference related event: "Roadidea Final Seminar".
- [9] I. Grabec, F. Švegl, "Prediction of Driving Conditions in Winter", *15th International Road Weather Conference - SIRWEC*, Québec City, CA, 5–7 February, 2010, Conference Program, Roadidea pap. no. 19, Abstract pp. 25–26, http://www.sirwec.org/conferences/quebec/sirwec_2010.html.
- [10] D. Helbing, "Traffic and related self-driven many-particle systems". *Rev. Mod. Phys.*, **73**(4), 1067–1141, 2001.
- [11] F. Siebel and W. Mauser, "On the fundamental diagram of traffic flow", *arXiv:cond.-mat/0503290v1* [cond-mat.stat-mech], 11 March 2005.
- [12] I. Grabec, W. Sachse, *Synergetics of Measurement, Prediction and Control*, Springer, Berlin, 1997.
- [13] A. Kesting, M. Treiber, M. Schönhof, D. Helbing "Adaptive cruise control design for active congestion avoidance", *Transportation Res. C: Emerging technologies*, **16**(6), 668–683, 2008.
- [14] Grabec I, Švegl F, "Forecasting of traffic jams on high ways caused by adverse weather", 16th SIRWEC Conference, May 23–25, 2012. Helsinki, FI, <http://www.sirwec.org/Papers/helsinki/27.pdf>.
- [15] Švegl L., Grabec I., "Možnost stabiliziranja prometnega toka s prilagajanjem omejitve hitrosti", *EV*, **84**(4), 167–172, 2017.

Akad. Igor Grabec je zaslužni profesor s Fakultete za strojništvo Univerze v Ljubljani. Tam je predaval fiziko in nključne pojave ter ustanovil Laboratorij za sinergetiko. V njem je raziskovalno delal na področjih stohastičnih lastnosti ionizacijskih valov v plazmi, akustične emisije obremenjenih snovi in obdelovalnih procesov v industriji ter prometa. Njegove raziskave so usmerjene na statistično modeliranje učočih se sistemov in njihovo uporabo pri testiranju in kontroli. Objavil je okoli 500 člankov, 17 patentov, štiri knjige s področja fizike, nključnih pojavov in sinergetike, kakor tudi umetniško knjigo s področja kiparjenja.

Lovrenc Švegl je v letu 2017 končal šolanje na Gimnaziji Vič v Ljubljani in se vpisal na študij inženiringa materialov na Naravoslovnotehniški fakulteti Univerze v Ljubljani. Poleg tega se v prostem času zanima za spletne dejavnosti, osebne avtomobile in motorje ter možnosti njihove obnove, kakor tudi prilagajanja njihovih lastnosti potrebam voznikov.