

A large, stylized black letter 'm' is positioned on the left side of the page. A diagonal line passes through it from the bottom-left to the top-right. At the top of this line, there is a horizontal line segment, and an arc indicates an angle labeled with the Greek letter alpha ( $\alpha$ ).

# Uporaba bralnih učnih strategij pri obravnavi vsebine funkcije

*Implementing Reading and Learning Strategies for Discussion of Mathematical Functions*

**Damjana Jovan**  
Šolski center Ljubljana  
Gimnazija Antona Aškercia

## $\Sigma$ Povzetek

V prispevku opišem vključitev kompetence učenja učenja v pouk matematike z uporabo učnih strategij pri obravnavi učnega sklopa Funkcije v 2. letniku programa Gimnazija. Prikažem uporabo grafičnih organizatorjev pri pouku matematike, in sicer primerjalne matrike, zaporedje dogodkov, miselni vzorec in strategijo VŽN.

**Gljučne besede:** grafični organizatorji, VŽN, primerjalna matrika, zaporedje dogodkov, miselni vzorec, pogovor, zapiski, funkcije

## $\Sigma$ Abstract

*The article provides a description of the learning to learn competence's incorporation into mathematical lessons by means of implementing learning strategies for discussing functions in the 2<sup>nd</sup> year of high school. Utilization of graphic organisers is presented, namely the comparative matrix, sequence of events, mind map and the KWL strategy.*

**Keywords:** graphic organisers, KWL, comparative matrix, sequence of events, mind map, talk, notes, functions

## α S preišljenim načrtovanjem do uspešne izpeljave pouka

Načrtovanje učnega procesa je eden izmed ključnih pogojev za uspešno izpeljavo pouka. Če je učni proces načrtovan preišljeno in konkretno, učitelju olajša njegovo izpeljavo, dijakom pa zagotovi razmere za doseganje pričakovanih rezultatov. Ena izmed pomembnih faz načrtovanja učnega procesa je vključitev kompetence učenja učenja.

Učni proces sem razdelila na tri faze (pred in med učenjem in po njem) in v njih tudi uporabila različne učne strategije.

Za aktiviranje predznanja dijakov o pojmu funkcija sem vključila strategijo pogovora in strategijo **VŽN** (kaj že Vem, kaj še Želim izvedeti, kaj in kako sem se Naučil). S pogovorom učitelj najpogosteje ugotavlja, kaj dijaki o določeni vsebini že vedo, vendar si dijakovih odgovorov največkrat ne zapišemo. Zato je uporabnejša strategija **VŽN**, ki daje dijakom možnost, da izrazijo svoje ideje, vprašanja in jih tudi zapišejo. Dijakom pisanje pomaga, da lažje usmerijo pozornost na obravnavano vsebino.

Med učenjem smo si pomagali z že znanim grafičnim organizatorjem (**miselni vzorec**, ki je uporaben za samostojno ponovitev znanja po posamezni učni uri ali na koncu vsebinskega sklopa, za povezovanje že znanega, predvsem za domače delo dijakov), s katerim smo opredelili nekaj osnovnih pojmov o funkcijah.

Po učenju sem uporabila strategijo **primerjalne** tabele, ki je primerna za pregledno ponovitev znanja. Izpolnjena primerjalna tabela je lahko dijaku in učitelju dobro izhodišče za zapolnjevanje morebitnih vrzeli v znanju. Uporaba primerjalne tabele pri

matematiki je primerna le pri nekaterih vsebinah in ni namenjena zgolj memoriranju, ampak povezovanju in razumevanju matematičnih vsebin, saj aktivira usvojeno znanje, spodbuja uporabo zapiskov in učbenika, vse skupaj spodbuja samostojno in aktivno učenje. Pri tematskem sklopu Funkcije so dijaki primerjali podobnosti in razlike med posameznimi funkcijami.

## β Načrt in opis izpeljave tematskega sklopa

V nadaljevanju bom opisala konkreten primer načrtovanja tematskega sklopa, kjer sem načrtno vpeljevala kompetenco učenja učenja. Izbrala sem poglavje Funkcija in njene lastnosti v 2. letniku programa Gimnazija. Za tematski sklop sem porabila od 10 do 15 šolskih ur. To poglavje omogoča učitelju in dijaku, da uporabi pri poučevanju in pri učenju veliko različnih strategij.

**Operativni cilji**, ki naj bi jih dijaki dosegli so:

Dijaki/dijakinje:

- usvojijo in uporabljajo pojem funkcije;
- usvojijo in uporabljajo pojme: definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije, injektivna, surjektivna, bijektivna funkcija;
- narišejo, analizirajo graf funkcije s pomočjo vzporednega premika in raztega;
- ugotovijo obstoj inverzne funkcije na preprostih primerih, zapišejo njen predpis in narišejo graf inverzne funkcije k dani funkciji;
- prepoznajo potenčno odvisnost in jo razlikujejo od drugih odvisnosti (premo in obratno sorazmernost);
- narišejo in analizirajo graf potenčne funkcije s pomočjo transformacij;

- obravnavajo korensko funkcijo kot inverzno funkcijo k potenčni funkciji.
- obseg enakostraničnega trikotnika je odvisen od dolžine njegove stranice.

### Pričakovani dosežki

Dijaki/dijakinje:

- razvijejo razumevanje splošnega pojma funkcija;
- poznajo in uporabljajo potenčno in korensko funkcijo;
- rišejo grafe potenčnih in korenskih funkcij;
- uporabljajo lastnosti funkcij.

### Didaktični pristopi (strategije)

Dijaki/dijakinje:

- razvijejo učinkovite bralne strategije za nadaljne učenje in izobraževanje;
- kritično reflektirajo lastno znanje (učenje učenja).

### γ Dejavnosti učitelja in dijakov

Za uvodno motivacijo dijake spodbudim, da mi naštejejo primere med seboj odvisnih količin. Njihovi odgovori so npr.:

- ploščina kvadrata je odvisna od dolžine njegove stranice,
- v kolikšnem času bo delo opravljeno, je odvisno od števila delavcev,

Za vsako povedano odvisnost zastavljam vprašanja:

- za kakšno odvisnost gre (premo ali obratno sorazmerje),
- koliko količin se nahaja v tej odvisnosti,
- kaj je odvisna in kaj neodvisna spremenljivka,
- zveza med neodvisno in odvisno spremenljivko.

Dijaki odgovarjajo na vprašanja in povedo:

- v katerih primerih gre za premo in v katerih za obratno sorazmerje,
- da imamo v tej odvisnosti dve količini,
- da je neodvisna spremenljivka  $x$ , odvisna spremenljivka  $y$ ,
- da je zveza med njima  $y = f(x)$ .

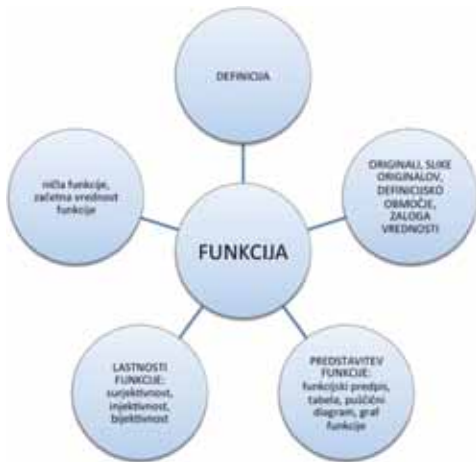
Tako z viharjenjem možganov in spodbujanjem radovednosti pridemo do pojma funkcija, ki smo ga že obravnavali v 1. letniku, zato lahko dijaki ponovijo osnovne pojme o funkciji z metodo VŽN (Preglednica 1).

Kaj že vem?	Česa še ne znam oz. sem pozabil?	Kako se bom to naučil?

[Preglednica 1] VŽN pri ponovitvi osnovnih pojmov o funkciji

Dijake usmerjam pri ponovitvi osnovnih pojmov o funkciji, ugotavljam napačne predstave ali slabo predznanje. Pri razlagi uporabim **miselni vzorec** in tako dijakom pokažem smiselno uporabo tega znanega grafičnega organizatorja (Slika 1):

- definicija (navežemo na množice),
- originali, definicijsko območje, slike originalov, zaloga vrednosti,
- predstavitev funkcije: predpis, tabela, puščični diagram, graf funkcije,
- realna funkcija realne spremenljivke,
- surjektivnost, injektivnost, bijektivnost,
- ničla funkcije, začetna vrednost funkcije.



[Slika 1] Primer miselnega vzorca.

Nato zapišem primer že znane funkcije npr.  $f(x) = 2x - 1$  in dijaki na primeru te funkcije zapišejo definicijsko območje, zalogo vrednosti, funkcijo tabelirajo, narišejo njen graf, izračunajo ničlo in začetno vrednost.

Dijakom nato napovem, kaj se bomo še naučili o funkciji:

- zrcaljenje grafa funkcije čez abscisno os,
- zrcaljenje grafa funkcije čez ordinatno os,
- zrcaljenje grafa funkcije čez koordinatno izhodišče,
- risanje grafa funkcij  $|f(x)|$  in  $f(|x|)$

Vse primere zrcaljenj pokažem z uporabo spletne strani <http://www.e-um.si/>. Dijaki sodelujejo pri razlagi in si zapisujejo v zvezke.

Skupaj z dijaki ponovimo pojme, ki smo jih že obravnavali v 1. letniku z metodo **VŽN** (Preglednica 1):

- naraščanje, padanje
- omejenost
- sodost, lihost (računsko in na grafu)
- inverzne funkcije: predpis, grafična ponazoritev, kako poiščemo predpis za inverzno funkcijo (uporabim metodo **zaporedje dogodkov**)
  1. zamenjamo spremenljivki  $x \leftrightarrow y$
  2. izrazimo  $y$
  3. dobljeni zapis je inverzna funkcija

Naredimo še nekaj računskih primerov z uporabo programa Graph. Dijaki s pomočjo zapiskov ugotavljajo lastnosti, grafe funkcij zrcalijo, iščejo inverzne funkcije.

Nato sledi obravnava potenčnih funkcij.

Dijakom dam navodilo, da z uporabo učbenika raziščejo grafe in lastnosti potenčnih funkcij (nalogo lahko delajo v šoli ali doma). Skupaj ugotovimo, da ločimo več vrst potenčnih funkcij:

- potenčna funkcija z naravnim sodim in lihlim eksponentom,
- potenčna funkcija z negativnim celim eksponentom (sodim in lihlim).

Dijaki izpolnijo **primerjalno tabelo** vseh štirih potenčnih funkcij in njihovih lastnosti (preglednica 2).

Poiščemo še inverzne funkcije potenčnim funkcijam in dobimo korenske funkcije s sodim in lihim naravnim eksponentom. Dijakom dam navodilo, da z uporabo učbenika raziščejo grafe in lastnosti korenskih funkcij.

Dijaki naredijo **primerjalno tabelo** korenskih funkcij in njihovih lastnosti (preglednica 3).

Obravnavo tematskega sklopa zaključimo s kratko samorefleksijo dijakov:

Ali sem se o funkcijah naučil dovolj?  
 Ali sem si pomagal z različnimi tehnikami učenja?  
 Kaj bi lahko spremenil?

	$f(x) = x^2$	$f(x) = x^3$	$f(x) = x^{-1}$	$f(x) = x^{-2}$
<i>ime funkcije</i>				
$D_f$				
$Z_f$				
<i>naraščanje/padanje</i>				
<i>omejenost</i>				
<i>sodost/lihost</i>				
<i>ničle</i>				
<i>začetna vrednost</i>				
<i>graf</i>				

[Preglednica 2] Primerjalna tabela vseh štirih potenčnih funkcij in njihovih lastnosti.

	$f(x) = \sqrt{x}$	$f(x) = \sqrt[3]{x}$
<i>ime funkcije</i>		
$D_f$		
$Z_f$		
<i>naraščanje/padanje</i>		
<i>omejenost</i>		
<i>sodost/lihost</i>		
<i>ničle</i>		
<i>začetna vrednost</i>		
<i>graf</i>		

[Preglednica 3] Primerjalna tabela korenskih funkcij in njihovih lastnosti.

## γ Moja opažanja in ugotovitve

Ko obravnavamo pojem funkcije v 1. letniku, opažam, da dijaki tega pojma ne razumejo dobro. Zato je treba v 2. letniku vse pojme o funkciji še enkrat ponoviti. Pri tem se zelo dobro obneseta dve učni strategiji, pogovor in strategija VŽN, saj z njima ugotovimo, kje imajo dijaki težave. Tudi dijakom je ta način dela verjetno dobrodošel, saj vidi-jo, kaj že znajo in kaj bo treba še usvojiti. Pri obravnavi nove vsebine (premiki in raztegi grafov) si navadno pomagam z uporabo IKT. Grafe rišem s programom Graph, primere si pogledamo na spletni strani e-um.si.

Ko pridemo do vpeljave potenčnih in korenskih funkcij, dijaki že zelo dobro poznajo osnovne lastnosti funkcij in zato lahko že samostojno narišejo grafe in lastnosti vseh teh funkcij in jih primerjajo med seboj. V ta namen sem v razredu preizkusila uporabo primerjalne tabele, ki jo lahko dijaki izpolnjujejo v šoli ali doma. Če so dijaki samostojno izpolnjevali tabelo, je treba izpolnjene tabele preveriti. Lahko jo pregledamo ustno, lahko jo izpolnjevamo sproti na tablo, lahko si učitelj pripravi že izpolnjeno tabelo in jo pokaže dijakom. Nato je potrebna analiza dobljene tabele, npr. v čem so si enote podobne oz. v čem se razlikujejo. Čas izvedbe je odvisen od predznanja dijakov. V eni šolski uri lahko tabelo izpolnijo in jo tudi skupaj preverimo.

Rešitve lahko vpisujejo dijaki sproti, če imamo v učilnici interaktivno tablo.

## ε Kako naprej

Razvoj kompetence učenje učenja je proces, ki ga učitelji matematike načrtujemo in postopno razvijamo skozi vse šolsko leto in po vsej vertikali. Začne se z zapisom v letno pripravo, nadaljuje s konkretno in sistematično izvedbo pri pouku matematike. Vsem trem področjem razvoja kompetence učenje učenja, metakognitivnemu, motivacijskemu in kognitivnemu področju, se pri pouku učitelji matematike različno posvečamo glede na zmožnosti, znanja in potrebe pouka. Sama sem se trenutno bolj posvetila kognitivnemu področju, zato sem temu področju tudi v prispevku namenila večjo pozornost. Učitelji matematike moramo dijake spodbujati, da učne strategije uporabljajo tudi pri učenju matematike doma. Dijake pri pouku matematike vodimo od njim znanih strategij (zapiski, miselni vzorec) do manj poznanih ali njim neznanih strategij (grafičnih organizatorjev – primerjalnih tabel, ki so pri matematiki zelo uporabne). Dijak preko praktične izkušnje uporabe raznolikih strategij med samim poukom in domačim delom uvidi koristnost uporabe le-teh. Pridobljene izkušnje bom pri pouku nadgrajevala tudi v prihodnje in jih poskušala še izboljšati.

## ζ Viri in literatura:

1. G. Pavlič et al. (2012) PLANUM NOVUM, učbenik za matematiko za 2. letnik gimnazij, Modrijan.
2. Pečjak, S., Gradišar, A. (2002). Bralne učne strategije, Ljubljana, Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
3. Žakelj, A. et al. (2008). Učni načrt. Matematika: gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija, Ljubljana, Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.
4. J. Bone, A. Sambolić – Beganović. Uči me učiti se matematiko. Vzgoja in izobraževanje, letnik 43, št. 6., str. 52–61, ZRSŠ, 2012.
5. S. Pečjak. Razvoj metakognitivnih sposobnosti pri učenju in vloga učitelja. Vzgoja in izobraževanje, letnik 43, št. 6., str. 10–17, ZRSŠ, 2012.
6. Bizjak, C. Učenje učenja. Vzgoja izob., 2012, letn. 43, št. 6, str. 3.
7. Pečjak, S. (2010). Kompetenca učenje učenja: prezentacijsko gradivo. Neobjavljeno delo.
8. Bizjak, C. (2010). Predstavitev projekta: prezentacijsko gradivo. Neobjavljeno delo.