

MATEMATIKA

OSNOVNA ŠOLA

Izobraževalni program osnovne šole

Izobraževalni program osnovne šole s prilagojenim predmetnikom za osnovno šolo s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju slovenske Istre

Izobraževalni program osnovne šole s prilagojenim predmetnikom za osnovno šolo z italijanskim učnim jezikom na narodno mešanem območju slovenske Istre

Izobraževalni program osnovne šole s prilagojenim predmetnikom za dvojezične osnovne šole na narodno mešanem območju Prekmurja

Prilagojeni izobraževalni programi osnovne šole z enakovrednim izobrazbenim standardom

Drugo vzgojno-izobraževalno obdobje, Tretje vzgojno-izobraževalno obdobje

OBVEZNI PREDMET



UČNI NAČRT Z DIDAKTIČNIMI PRIPOROČILI

IME PREDMETA: matematika

Predmetnik za osnovno šolo

Prilagojeni predmetnik za osnovno šolo s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju slovenske Istre

Prilagojeni predmetnik za osnovno šolo z italijanskim učnim jezikom na narodno mešanem območju slovenske Istre

Prilagojeni predmetnik za dvojezično osnovno šolo na narodno mešanem območju Prekmurja

Predmetnik prilagojenega programa osnovne šole z enakovrednim izobrazbenim standardom

4. razred	5. razred	6. razred	7. razred	8. razred	9. razred
175	140	140	140	140	128

PRIPRAVILA PREDMETNA KURIKULARNA KOMISIJA V SESTAVI:

mag. Mojca Suban, Zavod RS za šolstvo; mag. Katarina Dolgan, Zavod RS za šolstvo; mag. Melita Gorše Pihler, Zavod RS za šolstvo; Loreta Hebar, OŠ Jarenina; dr. Tatjana Hodnik, Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta; dr. Sanela Hudovernik, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta; Tatjana Kerin, OŠ Leskovec pri Krškem; dr. Andreja Klančar, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta; Andrejka Kramar, OŠ Bistrica Tržič; dr. Alenka Lipovec, Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta in Fakulteta za naravoslovje in matematiko; dr. Adrijana Mastnak, Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta; mag. Polona Mlinar Biček, OŠ Ivana Tavčarja Gorenja vas; Natalija Podjavoršek, OŠ Frana Albrehta Kamnik; Lidija Pulko, Zavod RS za šolstvo; mag. Sonja Rajh, Zavod RS za šolstvo; Andreja Verbinc, OŠ Oskarja Kovačiča; Vesna Vršič, Zavod RS za šolstvo; Nataša Zidar, OŠ Brinje Grosuplje.

Sodelovali so tudi: Sanja Ban, Šolski center Novo mesto, Srednja strojna šola; Jerneja Bone, Zavod RS za šolstvo; dr. Andreja Drobnič Vidic, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko; mag. Apolonija Jerko, Zavod RS za šolstvo; Rok Lipnik, Gimnazija Celje - Center; mag. Vesna Parkelj, Šolski center Novo mesto, Srednja elektro-računalniška šola in tehniška gimnazija; Davis Prinčič, Šolski center Nova Gorica, Biotehniška šola; mag. Simona Pustavrh, Šolski center Novo mesto, Srednja elektro-računalniška šola in tehniška gimnazija; Sandra Sabo, Dvojezična srednja šola Lendava; Amela Sambolić Beganović, Zavod RS za šolstvo; mag. Mateja Sirnik, Zavod RS za šolstvo; dr. Jaka Smrekar, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko; Simona Šamu, Dvojezična šola Lendava; mag. Mateja Škrlec, Gimnazija Franca Miklošiča Ljutomer; Antonija Špegel Razbornik, Gimnazija Jožeta Plečnika Ljubljana; mag. Selma Štular Mastnak, Šolski center Ljubljana, Srednja šola za strojništvo, kemijo in varovanje; Simona Vreš, Šolski center Ravne na Koroškem - gimnazija.

JEZIKOVNI PREGLED: Andraž Polončič Rupačič

OBLIKOVANJE: neAGENCIJA, digitalne preobrazbe, Katja Pirc, s. p.

IZDALA: Ministrstvo za vzgojo in izobraževanje in Zavod RS za šolstvo

ZA MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE: dr. Vinko Logaj

ZA ZAVOD RS ZA ŠOLSTVO: Jasna Rojc

Ljubljana, 2025

SPLETNA IZDAJA

DOSTOPNO NA POVEZAVI:

https://www.gov.si/assets/ministrstva/MVI/Dokumenti/Osnovna-sola/Ucni-nacrti/Ucni-nacrti/2025/UN_OS/Didakticna_priporocila_k_ucnemu_nacrtu_matematika_2025.pdf



CIP

Kataložni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani

[COBISS.SI](https://cobiss.si)-ID [243147011](https://cobiss.si/243147011)

ISBN 978-961-03-0973-4 (Zavod RS za šolstvo, PDF)



BESEDILO O SEJI SS

Strokovni svet RS za splošno izobraževanje je na 244. seji dne, 22. 5. 2025 določil učni načrt matematika za izobraževalni program osnovne šole, izobraževalni program osnovne šole s prilagojenim predmetnikom za osnovno šolo s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju slovenske Istre, izobraževalni program osnovne šole s prilagojenim predmetnikom za osnovno šolo z italijanskim učnim jezikom na narodno mešanem območju slovenske Istre, izobraževalni program osnovne šole s prilagojenim predmetnikom za dvojezične osnovne šole na narodno mešanem območju Prekmurja in prilagojene izobraževalne programe osnovne šole z enakovrednim izobrazbenim standardom.

Strokovni svet RS za splošno izobraževanje se na 244. seji dne, 22. 5. 2025 seznanil z didaktičnimi priporočili k učnemu načrtu matematika za izobraževalni program osnovne šole, izobraževalni program osnovne šole s prilagojenim predmetnikom za osnovno šolo s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju slovenske Istre, izobraževalni program osnovne šole s prilagojenim predmetnikom za osnovno šolo z italijanskim učnim jezikom na narodno mešanem območju slovenske Istre, izobraževalni program osnovne šole s prilagojenim predmetnikom za dvojezične osnovne šole na narodno mešanem območju Prekmurja in prilagojene izobraževalne programe osnovne šole z enakovrednim izobrazbenim standardom.



PRIZNANJE AVTORSTVA – NEKOMERCIALNO – DELJENJE POD ENAKIMI POGOJI

Prenova izobraževalnih programov s prenovno ključnih programskih dokumentov (kurikuluma za vrtce, učnih načrtov ter katalogov znanj)



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE



Financira
Evropska unija
NextGenerationEU

KAKO SE ZNAJTI?

TIPICNE STRANI

V dokumentu je za učenke in učence, učiteljice in učitelje ipd. uporabljena moška slovnična oblika, ki velja enakovredno za oba spola.

Tema sporoča vsebinski okvir ali okvir predmetnospecifičnih zmožnosti, povezanih s cilji oz. skupinami ciljev: teme so predmetno specifične in lahko vključujejo vsebinske sklope in dejavnosti ter razvijajo veščine, zmožnosti in koncepte, ki naj bi jih učenci izgrajevali in razvijali v procesu učenja.

Vrsta teme:
Obvezno
Izbirno

Opis teme zajema ključne poudarke oz. koncepte kot okvir skupinam ciljev.

Dodatna pojasnila za temo lahko vsebujejo razlago o zasnovi teme, usmeritve in/ali navodila, ki se nanašajo na vsebino, vrsto teme, členitev teme, poimenovanje, trajanje, dejavnosti, izvedbo aktivnosti, učne pripomočke ... oz. karkoli, kar je pomembno za to temo.

IME TEME

OBVEZNO

OPIS TEME

Em fugiaspiduci sitet ut etur, in conest dipsum eosa nonsequam volorum, ommolor aut desequi duciist estrunda volorest, sandeni maximin uscillab il magnam quiam quo con explacc ullaccum alisi quidell igendam, in repta dolupta volor sam, ut hilit laut faccumqui omnim ut doluptur, quam consequ atibus dolo dignate mporehent qui tem nonseque por aliquisimust que volestrum esed quibusdae milla conserf ernate dentiat.

Ma vellaut quiatio rporrore voluptae cus et illent harum doluptatur, et quas molorporia doluptatis molum rae nos event, inullit incimaiozem fugiandantis et fugitisque maion ped quo odi beatur, sequi ilisqui ipidel escim reprat.

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

Ullatur sequo qui ut vellenderio. Re exceseq uiatur aturem eos millandio totaquis alibus iume voluptatia quis aut quamust iosant prestius, ut ommodigendis doluptaes dersped moluptae. Harum a volupta tiatur, ne veles quia voluptatia similic tatesequam, seque ventio. Hendis erum quissequo quist que con nulparum ut quuntemos et repro quod ma nimusa sae vellaut eum ulpari velent voluptu rempor a de omnimax impellu ptatiaecusa ducipsae aut evelles temolup tincil imporia simped et endes eum et molum que laborerat voluptiurem nempori bustio explabo rionsenet evenimin nis ex eum voluptam consed que volupid eliquibus, tetusda ntusam ellis ut archill uptiore rundiae nimusdam vel enit, optibea quiaspelim lam alit re, omnis ab il mo dolupti connihi tionsequiam eicia dolo intur accusci musdaecatet faccatur? Sinctet latiam facescipsa

Ceria pa iumquam, exernam quaspis dit eaquasit, omnis quis aut apitassum coribusda invenih icatia qui aperorum qui ut re perumquaepeped quame moditatum ipient veligna tessint laessum, optamus, testi sediasped moluptatem aperiam aut quodips usciate veribus.

Mi, asit volupta tuscil int aspel illit atur, eum idenist iorrum alit, nim re illitas ma nimi, iusclisita dolorrum volorepedio core, consequam quae. De nossiti officillate

Z oznako **SC** so označeni ključni cilji posameznih področij skupnih ciljev. Številčni zapis pri oznaki skupnih ciljev se navezuje na preglednico s skupnimi cilji.

Z oznako **O** so označeni obvezni cilji.

Z ležečim tiskom in oznako **I** so označeni izbirni cilji.

S krepko označenim besedilom so izpostavljeni **minimalni standardi znanja**.

Z ležečim besedilom so označeni izbirni standardi oz. standardi znanja, ki izhajajo iz izbirnih ciljev.

Dodatne pisave in oznake pri standardih so opredeljene v obvezujočih navodilih za učitelja (npr. podčrtani, M, PTI itd.)

IME SKUPINE CILJEV

CILJI

- O:** Et plabo. Nam eum fuga. Et explat. Xerro et aut que nihicia doloribus, velisci tatur
I: *Que ommodic aboribust, tessequae nimaionseni arum audit minusda dolum, si venimil itatat. Estinve litatem ut adit quid qui.* **SC** (2.2.2.1)
I: *Quia voluptatur aut od minverum, quas ilis et mint, eature rehenit magnatur aut exceaquam reiunt et omnis nobit vero excepel in nimagnam quat officiam que plaborpore ne culpa eum dolore aut aspicias sanihil moditam re pelias ne veri reperferes solos dolorum, quidit ad qui dolorerun.*
O: Ibus nis auda vendio venis saperum atem quiant aut pre comniscia num at is quoditi ne estinve litatem venis saperum atem quiant. **SC** (1.3.4.2 | 2.1.1.1 | 2.1.2.1 | 2.2.1.1 | 2.2.1.2 | 3.1.3.1 | 5.1.2.1)

STANDARDI ZNANJA

- Učenec
- Obisquamet faccab incium repenam id quist plita nume con nonectem sit volentis etur sanda de velictorum quasimus mo mi.
 - Ilcillabo. Bor as plibusc ipidesequat latia cupratu repeliam.
 - Et ommo commolo ratatur saepedit essunt que parit, expelliquam rem simos con es est volorum quae. Aximintios et faccae. Inciet, ommolo con commoluptas aut vidusci enient.**
 - Ut fuga. Nemperum fuga.**
 - Ma vellaut quatio rporore voluptae cus et illent harum doluptatur, et quas
 - Omnim ut doluptur, quam consequi.
 - Obisquamet faccab incium repenam id quist plita nume con nonectem sit volentis etur sanda de velictorum quasimus mo mi.*
 - Ilcillabo. Bor as plibusc ipidesequat latia cupratu repeliam.*
 - Et ommo commolo ratatur saepedit essunt que parit, expelliquam rem simos con es est volorum quae. Aximintios et faccae. Inciet, ommolo con commoluptas aut vidusci enient.
 - Ut fuga. Nemperum fuga.*

TERMINI:

- | | | | |
|---|---|---|---------------------------------------|
| ☐ laborerat voluptiurem | ☐ veligna tessint | ☐ laborerat voluptiurem | ☐ veligna tessint |
| ☐ veligna tessint | ☐ laborerat voluptiurem | ☐ veligna tessint | |

Pojmi, ki jih učenec mora poznati oz. razumeti (in/ali znati smiselno uporabljati), lahko pa so navedeni tudi priporočeni pojmi. Nabor (strokovnih) terminov zaokrožuje in dopolnjuje posamezno temo, predstavlja pa informacijo učitelju pri načrtovanju vzgojno-izobraževalnega dela. Namenjen je navedbi terminologije, ki jo na področju določene teme v določenem obdobju izobraževalne vertikale usvojijo učenci.

VIRI IN LITERATURA PO POGLAVJIH

Viri in literatura,
ki so vključeni v
posamezno temo.

NASLOV TEME

- » Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Morbi eget ante eget ante hendrerit convallis vitae et purus. Donec euismod dolor sed neque condimentum, at sodales enim interdum. <https://lorem.ipsum.com/mubis/link/n0n2c3c>

NASLOV SKUPINE CILJEV

- » Etiam, M. (2019). Eget laoreet ipsum. Nulla facilisi.
- » Parum, V. (2025). Sequi blaboreet quosam. Seque cus.
- » Morbi P. (2007). Sed ac arcu id velit facilisis aliquet. Nec tincidunt.
- » Eget O. (2010). Vestibulum vitae massa eget orci condimentum fringilla a ac turpis. Nulla et tempus nunc, vitae scelerisque tellus. Sed in tempus mi, a aliquet quam. Integer ut euismod eros, vel pretium mi. Maecenas sollicitudin.
- » Nunc N. (2023). Morbi suscipit ante quis viverra sollicitudin. Aenean ultricies.
- » Nunc N., Ante A., Sem S. (2015). Nullam congue eleifend magna in venenatis. Ut consectetur quis magna vitae sodales. Morbi placerat: <https://lorem.ipsum.com/mubis/link/n0n2c3c>
- » Sed A. (2024). Ut aliquet aliquam urna eget laoreet. Fusce hendrerit dolor id mauris convallis, at accumsan lectus fermentum. Nunc bibendum quam et nibh elementum consectetur.

NASLOV SKUPINE CILJEV

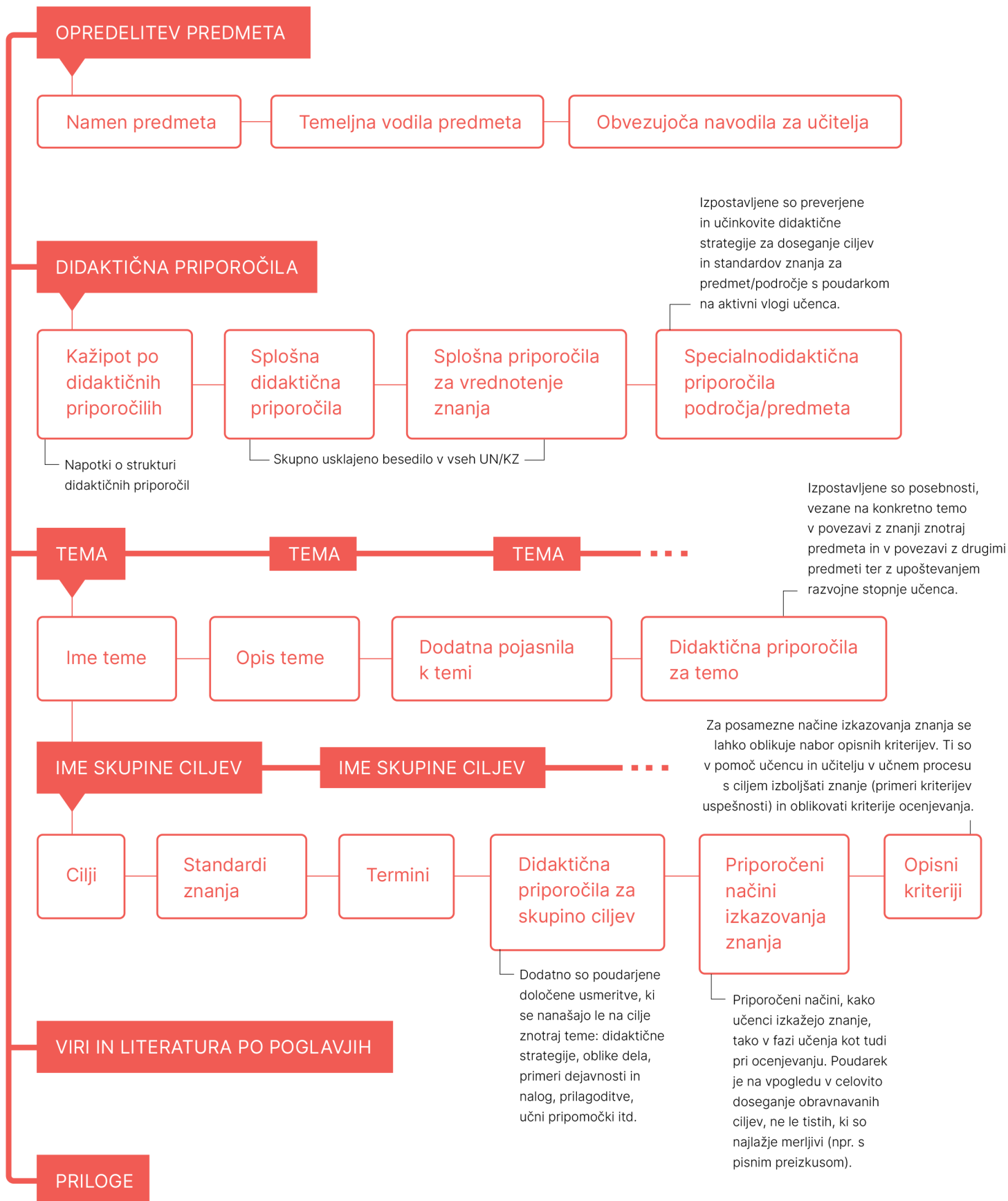
- » Vestibulum vitae massa eget orci condimentum fringilla, <https://lorem.ipsum.com/mubis/link/n0n2c3c>
- » Nunc F.: Vivamus quis tortor et ipsum tempor laoreet id quis nunc. Phasellus quis sagittis ligula.
- » Redaktion, 2018. Morbi placerat: <https://lorem.ipsum.com/mubis/link/n0n2c3c>

Viri in literatura, ki so vključeni
v posamezno skupino ciljev.

Hiperpovezava
do zunanjega vira

KAKO SE ZNAJTI?

STRUKTURA UČNEGA NAČRTA Z DIDAKTIČNIMI PRIPOROČILI



KAZALO

OPREDELITEV PREDMETA..... 11

Namen predmeta..... 11

Temeljna vodila predmeta 11

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA 13

Kažipot po didaktičnih priporočilih 13

Splošna didaktična priporočila 14

Splošna priporočila za vrednotenje znanja
..... 15

Specialnodidaktična priporočila
področja/predmeta 17

DRUGO VZGOJNO-IZOBRAŽEVALNO

OBDOBJE 21

TEME, CILJI, STANDARDI ZNANJA..... 22

MATEMATIČNA IN FINANČNA PISMENOST TER ODNOS DO MATEMATIKE..... 23

Matematični jezik..... 24

Miselni procesi pri matematiki 26

Reševanje problemskih nalog..... 28

Matematično raziskovanje..... 32

Matematično modeliranje 34

Finančna pismenost37

Učenje učenja, odnos do učenja
matematike 39

ARITMETIKA 42

Množice..... 46

Naravna števila in število 0 ter računske
operacije..... 47

Cela števila in računske operacije 52

Racionalna števila in računske operacije
.....55

GEOMETRIJA IN MERJENJE 63

Geometrijski elementi in merjenje67

Transformacije.....77

Prostorska vizualizacija in orientacija79

ALGEBRA 86

Algebrski izrazi87

Enačbe in neenačbe..... 88

STATISTIKA, KOMBINATORIKA IN

VERJETNOST 91

Statistika 93

Kombinatorika.....97

Verjetnost 104

TRETJE VZGOJNO-IZOBRAŽEVALNO

OBDOBJE 108

TEME, CILJI, STANDARDI ZNANJA 109

MATEMATIČNA IN FINANČNA PISMENOST TER ODNOS DO MATEMATIKE.....110

Matematični jezik..... 111

Miselni procesi pri matematiki113

Reševanje problemskih nalog.....115

Matematično raziskovanje120

Matematično modeliranje122

Finančna pismenost125

Učenje učenja, odnos do učenja
matematike127

ARITMETIKA130

Naravna števila in število 0 ter računske
operacije.....132

Cela števila in računske operacije135

Racionalna števila in računske operacije
.....137

Realna števila in računske operacije141

GEOMETRIJA IN MERJENJE143

Geometrijski elementi in merjenje146

Transformacije.....153

Prostorska vizualizacija in orientacija ..155

ALGEBRA158

Algebrski izrazi159

Enačbe in neenačbe.....161

FUNKCIJE.....163

Funkcije165

STATISTIKA, KOMBINATORIKA IN

VERJETNOST167

Statistika169

Kombinatorika.....176

Verjetnost	183	MATEMATIČNO MODELIRANJE	202
VIRI IN LITERATURA PO POGLAVJIH	187	FINANČNA PISMENOST	204
Didaktična priporočila	187	UČENJE UČENJA, ODNOS DO UČENJA MATEMATIKE	204
Matematična in finančna pismenost ter odnos do matematike	187	Aritmetika.....	205
MATEMATIČNI JEZIK	187	CELA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE	205
MISELNI PROCESI PRI MATEMATIKI	188	RACIONALNA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE	205
REŠEVANJE PROBLEMSKIH NALOG	188	Geometrija in merjenje	206
MATEMATIČNO RAZISKOVANJE.....	190	GEOMETRIJSKI ELEMENTI IN MERJENJE	206
MATEMATIČNO MODELIRANJE.....	192	TRANSFORMACIJE	206
FINANČNA PISMENOST	193	Algebra	206
UČENJE UČENJA, ODNOS DO UČENJA MATEMATIKE	193	ALGEBRSKI IZRAZI	206
Aritmetika	194	Funkcije	206
NARAVNA ŠTEVILA IN ŠTEVILO 0 TER RAČUNSKE OPERACIJE.....	194	FUNKCIJE	206
CELA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE	194	Statistika, kombinatorika in verjetnost	207
RACIONALNA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE	194	STATISTIKA.....	207
Geometrija in merjenje	195	KOMBINATORIKA.....	208
GEOMETRIJSKI ELEMENTI IN MERJENJE.....	195	VERJETNOST	209
TRANSFORMACIJE	195	PRILOGE	211
Statistika, kombinatorika in verjetnost .	195		
STATISTIKA.....	195		
KOMBINATORIKA	196		
VERJETNOST	196		
Matematična in finančna pismenost ter odnos do matematike	197		
MATEMATIČNI JEZIK	197		
MISELNI PROCESI PRI MATEMATIKI.....	197		
REŠEVANJE PROBLEMSKIH NALOG	198		
MATEMATIČNO RAZISKOVANJE.....	199		

OPREDELITEV PREDMETA

NAMEN PREDMETA

Matematika pri učencih razvija mišljenje, ki je ključno za razvoj matematičnih pojmov in pridobivanje matematičnega znanja. To je pomembno tudi na drugih področjih, zato matematiko srečujemo na večini področij človekovega življenja in ustvarjanja. Pouk matematike je namenjen graditvi temeljnega, poglobljenega in prenosljivega znanja ter s tem pripravlja učence tudi na sprejemanje odgovornih odločitev na osnovi matematičnega znanja, za aktivno državljanstvo, za delovanje na različnih področjih v gospodarstvu in negospodarstvu ter za zavedanje pomena znanja za človekovo delovanje v svetu.

Premišljeno načrtovanje in izvajanje pouka matematike pri učencih spodbujata razvijanje različnih miselnih procesov, kritično mišljenje, ustvarjalnost, reševanje problemov, socialne spretnosti in vrednote, usposablja jih za vse večje zmožnosti osredotočenega mišljenja in dela. Matematika se v učnem načrtu neposredno povezuje z vsemi naravoslovnimi predmeti, kot univerzalni sistem mišljenja pa se matematično znanje uporablja tudi na vseh drugih predmetnih področjih.

TEMELJNA VODILA PREDMETA

Osnovnošolski pouk matematike vključuje obravnavo matematičnih pojmov in postopkov na načine, ki so usklajeni z učenčevim kognitivnim razvojem in sposobnostmi. Poučevanje matematike temelji na vsaj štirih korakih: seznanjanje s pojmom, ozaveščanje podobnosti izkušenj, abstrakcija in uporaba znanja. To pomeni, da učitelj pri pouku matematike izhaja iz kontekstov, ki so učencem poznani, upošteva učenčevo predznanje in uporablja reprezentacije, ki najbolje podpirajo učenčev miselni proces. Učenci na podlagi raznovrstnih izkušenj le-te povezujejo, ozaveščajo njihove podobnosti, iz katerih nato izpeljemo določene zakonitosti, pojme, postopke ipd. Abstrakcija pomeni, da matematični pojmi niso več nujno vezani na materialno realnost, ampak postanejo miselni objekti oz. abstraktni pojmi.

Matematično znanje uporabljamo v različnih situacijah zaradi več razlogov: izgrajujemo poglobljeno, prenosljivo oz. problemsko znanje in povezujemo matematiko z drugimi področji.

Pri matematiki razvijamo tudi matematični jezik, ki vključuje tako besede, ki imajo v običajnem diskurzu enak pomen kot pri matematiki (npr. ploskev), drugačen pomen (npr.

podobnost), specifične matematične termine (npr. kvader) pa tudi besede za navodila (npr. razčleni). Matematični jezik je za učence zahteven, zato ga moramo načrtovano razvijati in osmišljati.

Učenci uporabo matematičnega jezika izkazujejo tudi pri predstavljanju svojega razmišljanja, strategij reševanja problemov ter pri sporočanju matematičnih idej pa tudi sicer.

Smiselna uporaba digitalne tehnologije omogoča, da učenci pridobivajo digitalno kompetentnost tudi v procesu učenja in poučevanja matematike, saj nekatera orodja omogočajo raziskovanje matematičnih vsebin, ki jih učenci z določeno ravno znanja brez uporabe digitalne tehnologije ne bi zmogli raziskati. Digitalna tehnologija (ki vključuje tudi računalno) lahko služi tudi kot kognitivno orodje, ki omogoča, da se učenci lahko bolj poglobljeno posvetijo razumevanju pojmov in postopkov.



DIDAKTIČNA PRIPOROČILA

KAŽIPOT PO DIDAKTIČNIH PRIPOROČILIH

Razdelke *Kažipot po didaktičnih priporočilih*, *Splošna didaktična priporočila* in *Splošna priporočila za vrednotenje znanja* je pripravil Zavod RS za šolstvo.

Didaktična priporočila prinašajo učiteljem napotke za uresničevanje učnega načrta predmeta v pedagoškem procesu. Zastavljena so večplastno, na več ravneh (od splošnega h konkretnemu), ki se medsebojno prepletajo in dopolnjujejo.

» Razdelka *Splošna didaktična priporočila* in *Splošna priporočila za vrednotenje znanja* vključujeta krovne usmeritve za načrtovanje, poučevanje in vrednotenje znanja, ki veljajo za vse predmete po celotni izobraževalni vertikali. Besedilo v teh dveh razdelkih je nastalo na podlagi *Usmeritev za pripravo didaktičnih priporočil k učnim načrtom za osnovne šole in srednje šole* (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/3ladrdt>) ter *Izhodišč za prenovo učnih načrtov v osnovni šoli in gimnaziji* (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/plw0909>) in je v vseh učnih načrtih enako.

» Razdelek *Specialnodidaktična priporočila področja/predmeta* vključuje tista didaktična priporočila, ki se navezujejo na področje/predmet kot celoto. Zajeti so didaktični pristopi in strategije, ki so posebej priporočeni in značilni za predmet glede na njegovo naravo in specifikke.

Učni načrt posameznega predmeta je členjen na *teme*, vsaka tema pa se lahko nadalje členi na *skupine ciljev*.

» Razdelka *Didaktična priporočila za temo* in *Didaktična priporočila za skupino ciljev* vključujeta konkretne in specifične napotke, ki se nanašajo na poučevanje določene teme oz. skupine ciljev znotraj teme. Na tem mestu so izpostavljene preverjene in učinkovite didaktične strategije za poučevanje posamezne teme ob upoštevanju značilnosti in vidikov znanja, starosti učencev, predznanja, povezanosti znanja z drugimi predmeti/področji ipd. Na tej ravni so usmeritve lahko konkretizirane tudi s primeri izpeljave oz. učnimi scenariji.

Didaktična priporočila na ravni skupine ciljev zaokrožujeta razdelka *Priporočeni načini izkazovanja znanja* in *Opisni kriteriji*, ki vključujeta napotke za vrednotenje znanja (spremljanje, preverjanje, ocenjevanje) znotraj posamezne teme oz. skupine ciljev.

SPLOŠNA DIDAKTIČNA PRIPOROČILA

Učitelj si za uresničitev ciljev učnega načrta, kakovostno učenje ter optimalni psihofizični razvoj učencev prizadeva zagotoviti varno in spodbudno učno okolje. V ta namen pri poučevanju uporablja raznolike didaktične strategije, ki vključujejo učne oblike, metode, tehnike, učna sredstva in gradiva, s katerimi učencem omogoča aktivno sodelovanje pri pouku, pa tudi samostojno učenje. Izbira jih premišljeno, glede na namen in naravo učnih ciljev ter glede na učne in druge, za učenje pomembne značilnosti posameznega učenca, učne skupine ali oddelka.

Varno in spodbudno učno okolje učitelj zagotavlja tako, da:

- » spodbuja medsebojno sprejemanje, sodelovanje, čustveno in socialno podporo;
- » neguje vedoželjnost, spodbuja interes in motivacijo za učenje, podpira razvoj različnih talentov in potencialov;
- » učence aktivno vključuje v načrtovanje učenja;
- » kakovostno poučuje in organizira samostojno učenje (individualno, v parih, skupinsko) ob različni stopnji vodenja in spodbujanja;
- » učencem omogoča medsebojno izmenjavo znanja in izkušenj, podporo in sodelovanje;
- » prepozna in pri poučevanju upošteva predznanje, skupne in individualne učne, socialne, čustvene, (med)kulturne, telesne in druge potrebe učencev;
- » učencem postavlja ustrezno zahtevne učne izzive in si prizadeva za njihov napredek;
- » pri učencih stalno preverja razumevanje, spodbuja ozaveščanje in usmerjanje procesa lastnega učenja;
- » proces poučevanja prilagaja ugotovitvam sprotnega spremljanja in preverjanja dosežkov učencev;
- » omogoča povezovanje ter nadgrajevanje znanja znotraj predmeta, med predmeti in predmetnimi področji;
- » poučuje in organizira samostojno učenje v različnih učnih okoljih (tudi virtualnih, zunaj učilnic), ob uporabi avtentičnih učnih virov in reševanju relevantnih življenjskih problemov in situacij;
- » ob doseganju predmetnih uresničuje tudi skupne cilje različnih področij (jezik, državljanstvo, kultura in umetnost; trajnostni razvoj; zdravje in dobrobit; digitalna kompetentnost; podjetnost).

Učitelj pri uresničevanju ciljev in standardov znanja učnega načrta učencem omogoči prepoznavanje in razumevanje:

- » smisla oz. namena učenja (kaj se bodo učili in čemu);
- » uspešnosti lastnega učenja oz. napredka (kako in na temelju česa bodo vedeli, da so pri učenju uspešni in so dosegli cilj);



- » pomena različnih dokazov o učenju in znanju;
- » vloge povratne informacije za stalno izboljševanje ter krepitev občutka »zmorem«;
- » pomena medvrstniškega učenja in vrstniške povratne informacije.

Za doseganje celostnega in poglobljenega znanja učitelj načrtuje raznolike predmetne ali medpredmetne učne izzive, ki spodbujajo učence k aktivnemu raziskovanju, preizkušanju, primerjanju, analiziranju, argumentiranju, reševanju avtentičnih problemov, izmenjavi izkušenj in povratnih informacij. Ob tem nadgrajujejo znanje ter razvijajo ustvarjalnost, inovativnost, kritično mišljenje in druge prečne veščine. Zato učitelj, kadar je mogoče, izvaja projektni, problemski, raziskovalni, eksperimentalni, izkustveni ali praktični pouk in uporablja temu primerne učne metode, pripomočke, gradiva in digitalno tehnologijo.

Učitelj upošteva raznolike zmožnosti in potrebe učencev v okviru notranje diferenciacije in individualizacije pouka ter personalizacije učenja s prilagoditvami, ki obsegajo:

- » učno okolje z izbiro ustreznih didaktičnih strategij, učnih dejavnosti in oblik;
- » obsežnost, zahtevnost in kompleksnost učnih ciljev;
- » raznovrstnost in tempo učenja;
- » načine izkazovanja znanja, pričakovane rezultate ali dosežke.

Učitelj smiselno upošteva načelo diferenciacije in individualizacije tudi pri načrtovanju domačega dela učencev, ki naj bo osmišljeno in raznoliko, namenjeno utrjevanju znanja in pripravi na nadaljnje učenje.

Individualizacija pouka in personalizirano učenje sta pomembna tudi za razvijanje talentov in potencialov nadarjenih učencev. Še posebej pa sta pomembna za razvoj, uspešno učenje ter enakovredno in aktivno vključenost učencev s posebnimi vzgojno-izobraževalnimi potrebami, z učnimi težavami, dvojno izjemnih, priseljencev ter učencev iz manj spodbudnega družinskega okolja. Z individualiziranimi pristopi preko inkluzivne poučevalne prakse učitelj odkriva in zmanjšuje ovire, ki učencem iz teh skupin onemogočajo optimalno učenje, razvoj in izkazovanje znanja, ter uresničuje v individualiziranih programih in drugih individualiziranih načrtih načrtovane prilagoditve vzgojno-izobraževalnega procesa za učence iz specifičnih skupin.

SPLOŠNA PRIPOROČILA ZA VREDNOTENJE ZNANJA

Vrednotenje znanja razumemo kot ugotavljanje znanja učencev skozi celoten učni proces, tako pri spremljanju in preverjanju znanja (ugotavljanje predznanja in znanja učenca na vseh stopnjah učenja), kot tudi pri ocenjevanju znanja.

V prvi fazi učitelj kontinuirano spremlja in podpira učenje, preverja znanje vsakega učenca, mu nudi kakovostne povratne informacije in ob tem ustrezno prilagaja lastno poučevanje. Pred začetkom učnega procesa učitelj najprej aktivira in ugotavlja učenčevo predznanje in ugotovitve

uporabi pri načrtovanju pouka. Med učnim procesom sproti preverja doseganje ciljev pouka in standardov znanja ter spremlja in ugotavlja napredek učenca. V tej fazi učitelj znanja ne ocenjuje, pač pa na osnovi ugotovitev sproti prilagaja in izvaja dejavnosti v podporo in spodbudo učenju (npr. dodatne dejavnosti za utrjevanje znanja, prilagoditve načrtovanih dejavnosti in nalog glede na zmožnosti in potrebe posameznih učencev ali skupine).

Učitelj pripomore k večji kakovosti pouka in učenja, tako da:

- » sistematično, kontinuirano in načrtno pridobiva informacije o tem, kako učenec dosega učne cilje in usvaja standarde znanja;
- » ugotavlja in spodbuja razvoj raznolikega znanja – ne le vsebinskega, temveč tudi procesnega (tj. spretnosti in veščin), spremlja in spodbuja pa tudi razvijanje odnosnega znanja;
- » spodbuja učenca, da dosega cilje na različnih taksonomskih ravneh oz. izkazuje znanje na različnih ravneh zahtevnosti;
- » spodbuja uporabo znanja za reševanje problemov, sklepanje, analiziranje, vrednotenje, argumentiranje itn.;
- » je naravnán na ugotavljanje napredka in dosežkov, pri čemer razume, da so pomanjkljivosti in napake zlasti priložnosti za nadaljnje učenje;
- » ugotavlja in analizira učenčevo razumevanje ter odpravlja vzroke za nerazumevanje in napačne predstave;
- » učenca spodbuja in ga vključuje v premisleke o namenih učenja in kriterijih uspešnosti, po katerih vrednoti lastno učno uspešnost (samovrednotenje) in uspešnost vrstnikov (vrstniško vrednotenje);
- » učencu sproti podaja kakovostne povratne informacije, ki vključujejo usmeritve za nadaljnje učenje.

Ko so dejavnosti prve faze (spremljanje in preverjanje znanja) ustrezno izpeljane, sledi druga faza, ocenjevanje znanja. Pri tem učitelj učencu omogoči, da lahko v čim večji meri izkaže usvojeno znanje. To doseže tako, da ocenjuje znanje na različne načine, ki jih je učenec spoznal v procesu učenja. Pri tem upošteva potrebe učenca, ki za uspešno učenje in izkazovanje znanja potrebuje prilagoditve.

Učitelj lahko ocenjuje samo znanje, ki je v učnem načrtu določeno s standardi znanja. Predmet ocenjevanja znanja niso vsi učni cilji, saj vsak cilj nima z njim povezanega specifičnega standarda znanja. Učitelj ne ocenjuje stališč, vrednot, navad, socialnih in čustvenih veščin ipd., čeprav so te zajete v ciljih učnega načrta in jih učitelj pri učencu sistematično spodbuja, razvija in v okviru prve faze tudi spremlja.

Na podlagi standardov znanja in kriterijev uspešnosti učitelj, tudi v sodelovanju z drugimi učitelji, pripravi kriterije ocenjevanja in opisnike ter jih na ustrezen način predstavi učencu. Če učenec v procesu učenja razume in uporablja kriterije uspešnosti, bo lažje razumel kriterije ocenjevanja.



Ugotovitve o doseganju standardov znanja, ki temeljijo na kriterijih ocenjevanja in opisnikih, se izrazijo v obliki ocene.

Učitelj z raznolikimi načini ocenjevanja omogoči izkazovanje raznolikega znanja (védenje, spretnosti, veščine) na različnih ravneh. Zato poleg pisnih preizkusov znanja in ustnih odgovorov ocenjuje izdelke (pisne, likovne, tehnične, praktične in druge za predmet specifične) in izvedbo dejavnosti (govorne, gibalne, umetniške, eksperimentalne, praktične, multimedijske, demonstracije, nastope in druge za predmet specifične), s katerimi učenec izkaže svoje znanje.

SPECIALNODIDAKTIČNA PRIPOROČILA PODROČJA/PREDMETA

Učitelj pri poučevanju matematike zagotavlja učno okolje, pri katerem poleg usmeritev v splošnih didaktičnih priporočilih posebej poudarja naslednje vidike:

- » Ugotavlja **matematično predznanje** učencev in poudarja pomen aktivacije predznanja, saj je matematično znanje izgrajeno izrazito hierarhično in je za uspešno učenje matematike treba usvojiti nekatere ključne pojme in postopke.
- » Sproti ugotavlja, kako so učenci razumeli matematične pojme in postopke, ter zazna **napačne in pomanjkljive predstave** (npr. pri razvoju koncepta funkcije, razvijanja algebrskih pojmov in postopkov). Načrtuje dejavnosti za njihovo odpravo in jih prilagaja **različnim skupinam učencev** od učno zmožnejših do učno šibkejših.
- » Z raznolikimi in premišljeno načrtovanimi dejavnostmi v povezavi s cilji pouka matematike pri učencih učitelj razvija **konceptualno, proceduralno in problemsko znanje**. Premišljeno zastavlja vprašanja na različnih taksonomskih ravneh. Uravnoteženo skrbi za razvoj **vsebinskega in procesnega** matematičnega znanja, kar lahko doseže z vključevanjem **učenja z raziskovanjem** kot didaktične strategije.
- » Matematične pojme in postopke **reprezentira na različne načine** (konkretno, grafično, simbolno) z ustreznim matematičnim jezikom in ustrezno digitalno tehnologijo ter spodbuja učence k fleksibilnemu prehajanju med njimi, kar pripomore k večjemu razumevanju. V ta namen v pouk vključuje nazorne zglede, pri katerih uporablja različne didaktične pripomočke in ponazorila. Načrtuje dejavnosti, pri katerih učenci uporabljajo didaktične pripomočke in ponazorila ter jih tudi izdelujejo.
- » Eden od pristopov pri usvajanju matematičnih pojmov, postopkov in zakonitosti ter pri predstavitvi problemskih situacij je vizualizacija, ki je uporabna pri obravnavi različnih tem. Posebej pomembno vlogo igra pri razvoju prostorskih predstav, zato je pri temi Geometrija in merjenje, temu namenjena samostojna skupina ciljev Prostorska vizualizacija in orientacija.
- » Spodbuja uporabo **različnih matematičnih postopkov in razvijanje lastnih strategij** reševanja problemov.

- » Pri svojem pedagoškem delu uporablja **matematični jezik**  (1.1.2.1)  (1.1.2.2) in tako učencem omogoči, da po njegovem zgledu tudi sami razvijajo sposobnost uporabe ustrezne matematične terminologije  (1.1.1.1)  (1.1.4.1).
- » V različnih fazah pouka in v povezavi s cilji pouka matematike z različnim namenom vključuje **digitalno tehnologijo** (ki vključuje tudi računalno), pri čemer posebej pazi na to, da so učenci aktivni uporabniki (individualno delo z digitalno tehnologijo) in da digitalna tehnologija ni samo v funkciji frontalne predstavitve s strani učitelja. Pri vsaki skupini ciljev v pouk smiselno vključimo uporabo digitalne tehnologije. Pri različnih temah učence uči smiselne uporabe **računala**.
- » Učitelj z jasnostjo pri organizaciji dela (sistematičnost, natančnost, seznanjanje učencev s kriteriji uspešnosti) in vodenjem pouka, ki temelji na zaupanju, pripadanju, participiranju in spoštovanju, prispeva k **pozitivnemu odnosu do učenja matematike** in večji motivaciji za učenje.  (3.1.3.2)  (3.1.2.4) K motivaciji prispeva tudi spoznavanje uporabnosti matematike v različnih kontekstih življenja.
- » Pri učencih razvija metakognicijo in jim tako omogoča, da postanejo odgovorni za svoje matematično znanje in spretnosti.
- » Matematične vsebine osmišlja **z medpredmetnim povezovanjem in obravnavanjem različnih življenjskih situacij**.

Standarde znanja, ki so zapisani po posameznem vzgojno-izobraževalnem obdobju, učitelj (glede na nadgradnjo matematičnega znanja, zastavljene cilje pouka, predznanje učencev ter njihove spretnosti, ki so jih razvijali ...) preverja in ocenjuje celotno vzgojno-izobraževalno obdobje.

Standarde znanja, ki so zapisani pri posameznem razredu, prvič ocenjuje v razredu, v katerem so zapisani. Doseganje teh standardov smiselno (z vidika nadgradnje in povezovanja matematičnega znanja) preverja in ocenjuje tudi v višjih razredih.

Poglobljanje ciljev in vključevanje izbirnih ciljev v pouk učitelju omogočata, da poglobi, razširi znanje učencev in jim s tem omogoči ustrezne priložnosti za učenje matematike.

UMEŠČANJE SKUPNIH CILJEV V POUK MATEMATIKE

Učenec v osnovnošolskem izobraževanju pridobiva znanje, veščine in spretnosti, ki izhajajo s predmetnih področij ter s področja vseživljenjskega učenja. Ta znanja so v učnem načrtu opredeljena kot skupni cilji in učencem omogočijo razvoj lastnih potencialov, pripravljenost za nadaljnje izobraževanje in delo, motivacijo za vseživljenjsko učenje ter prilagajanje kompleksnim in spreminjajočim se okoliščinam sodobnega sveta.

Skupni cilji sledijo načelom interdisciplinarnosti in integrativnega kurikula, kjer učni proces ni omejen zgolj na posamezne predmete, temveč vključuje reševanje skupnih problemov in iskanje odgovorov na problemska vprašanja, ter izhajajo s petih področij:

- » Jezik, državljanstvo, kultura in umetnost,

- » Trajnostni razvoj,
- » Zdravje in dobrobit,
- » Digitalna kompetentnost,
- » Podjetnost.

Namen skupnih ciljev in opis posameznih kompetenc je zapisan v dokumentu [Skupni cilji in njihovo umeščanje v učne načrte in kataloge znanj.](#)

Namen razvijanja področja skupnih ciljev **Jezik, državljanstvo, kultura in umetnost** pri pouku matematike je razvijanje natančnega izražanja in zmožnosti uporabe matematične terminologije in simbolov ter spodbujanje učencev k matematičnemu utemeljevanju. Učenci naj matematični jezik čim bolj spretno uporabljajo, npr. ob raziskovanju uporabnosti matematike v vsakdanjem življenju pripravijo plakat, referat, matematični časopis ...

Področje **Trajnostni razvoj** vključujemo v pouk kot odziv na potrebe po opolnomočenju učencev za soočanje z lokalnimi in globalnimi izzivi. Vzgoja in izobraževanje za trajnostni razvoj (VITR) je vseživljenjski, celostni in transformativni proces. Pri tem učenci razvijajo znanja, spretnosti, vrednote in stališča za sprejemanje odločitev in odgovorno delovanje za okoljsko celovitost, gospodarsko uspešnost in družbeno pravičnost. Z namenom razvijanja področja trajnostnega razvoja pri pouku matematike učitelj vključuje naloge, ki obravnavajo okoljske probleme, npr. izvedba empirične raziskave o onesnaževanju okolja.

Področje **Zdravje in dobrobit** vključuje

- » duševno dobrobit, ki jo krepimo z dejavnostmi, ki podpirajo samozavedanje, samouravnavanje in postavljanje ciljev;
- » telesno dobrobit, ki jo spodbujamo z gibanjem, zdravimi navadami in ozaveščanjem o pomenu zdravja, in
- » socialno dobrobit, ki jo krepimo z razvijanjem komunikacijskih spretnosti, empatije in prosocialnega vedenja.

V sklopu tega področja učitelj matematike učence spodbuja h kritičnemu razmišljanju in samostojnosti, kar krepi samozavest, uporablja matematične igre za spodbujanje pozitivnega odnosa do matematike, načrtuje dejavnosti, ki vključujejo gibanje (npr. gibalne didaktične igre, učenje po postajah, izvajanje pouka na prostem, matematični potep inp.), in učencem omogoči redne odmore za razgibanje.

Področje **Digitalna kompetentnost** zajema informacijsko in podatkovno pismenost, digitalno komuniciranje in sodelovanje, ustvarjanje digitalnih vsebin, digitalno varnost in reševanje problemov. Z namenom razvijanja tega področja učitelj pri pouku matematike vključuje uporabo digitalne tehnologije (npr. računalna, e-tablic, računalnika) in spodbuja učence k iskanju, uporabi in kritični presoji digitalnih virov. Učenci uporabijo digitalno tehnologijo pri pridobivanju novih matematičnih znanj, pri reševanju problemskih nalog, pri raziskovanju, pri medsebojnem sodelovanju  (4.2.4.1) in pri drugih dejavnostih.

Z razvijanjem **Podjetnosti** učenci pridobijo spretnosti za sodelovanje, ustvarjalnost, samozavest, finančno pismenost in zmožnost preoblikovanja idej v dejanja.

Učitelj pri pouku matematike:

- » vključuje situacije, pri katerih učenci prepoznajo in rešujejo probleme;
- » spodbuja učence pri delu v skupinah, znotraj katerih si delijo vloge ter komunicirajo;
- » vključuje naloge, ki zahtevajo od učencev ustvarjalno mišljenje, in naloge, ki vključujejo finančne odločitve (SC (5.2.5.1) SC (5.2.5.2) SC (5.2.5.3)), ter
- » spodbuja učence k reflektiranju lastnih odločitev in vrednotenju rezultatov.

DODATNA POJASNILA ZA CILJE IN STANDARDE ZNANJA

Če so znotraj tem opredeljeni tudi izbirni cilji in se obravnavajo z vsemi učenci, jih je mogoče tudi ocenjevati (če so zanje opredeljeni standardi znanja). Če se izbirni cilji obravnavajo samo z nekaterimi učenci (diferenciacija, individualizacija, personalizacija), se ne ocenjujejo nujno oz. se pri teh učencih za določeno oceno ne sme pričakovati več izkazanega znanja kot za druge učence.

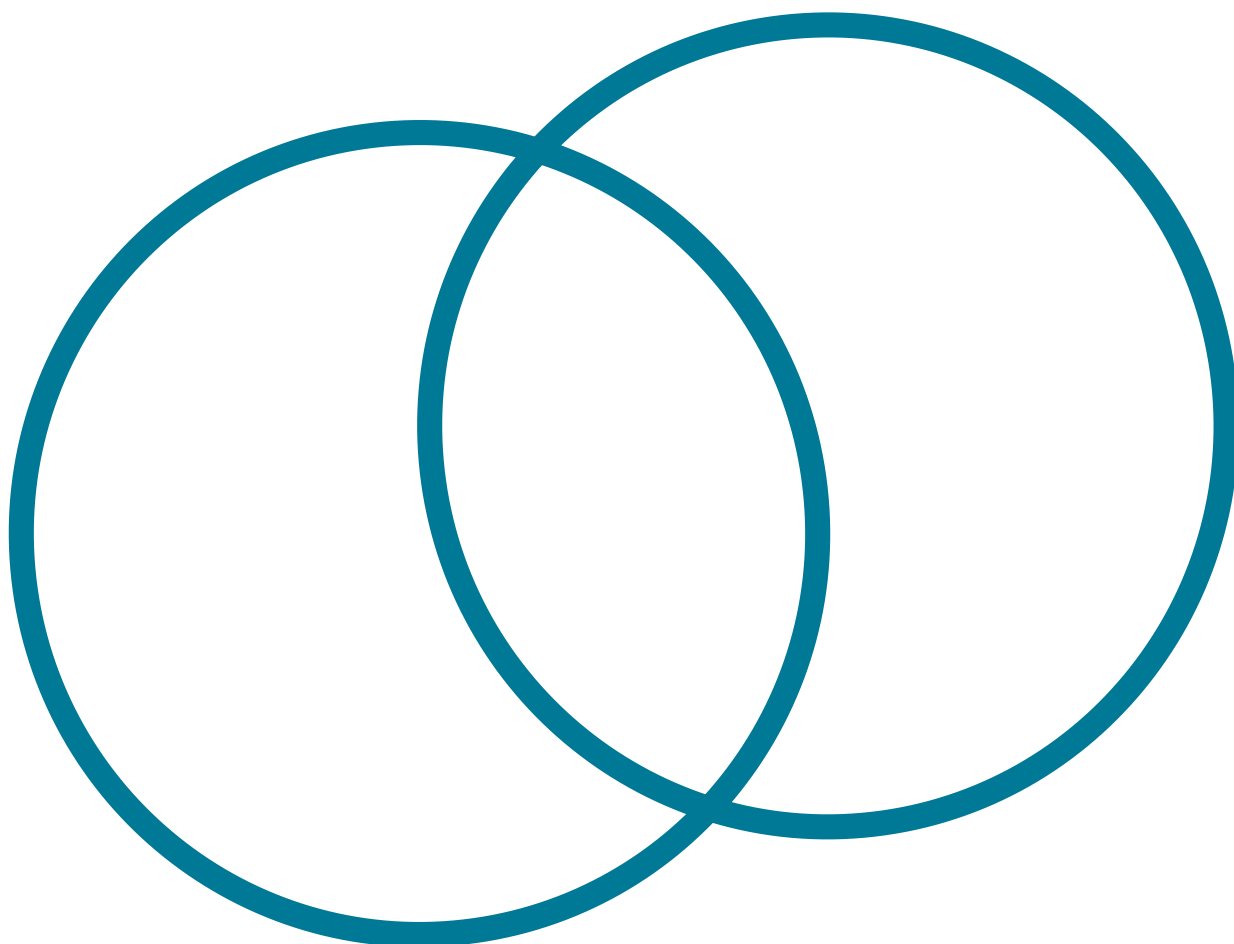
V standardu znanja opredeljene (in zapisane) višje taksonomske stopnje vključujejo tudi nižje taksonomske stopnje, čeprav eksplicitno niso zapisane, in jih tudi preverjamo ter ocenjujemo. To pomeni npr.:

- » uporaba vključuje tudi razumevanje in poznavanje;
- » utemeljevanje vključuje tudi uporabo, razumevanje in poznavanje.



MATEMATIKA

DRUGO VZGOJNO-IZOBRAŽEVALNO OBDOBJE



TEME, CILJI, STANDARDI ZNANJA



MATEMATIČNA IN FINANČNA PISMENOST TER ODNOS DO MATEMATIKE

OBVEZNO

OPIS TEME

Pri pouku matematike se poleg vsebinskih znanj enakovredno razvijajo tudi procesna znanja, ki so povezana z razvojem mišljenja. Procesna znanja se smiselno vključujejo pri vseh temah in skupinah ciljev ter se med seboj prepletajo in dopolnjujejo. Za potrebe poglobljenega in sistematičnega razvijanja so razdeljena na skupine ciljev.

Matematični jezik vključuje branje in poslušanje matematičnih besedil ter povezovanje z obravnavano vsebino. Pomembna sta uporaba matematične terminologije in simbolov v različnih kontekstih ter predstavljanje matematične vsebine na različne načine.

Miselni procesi pri matematiki vključujejo sistematično opazovanje in oblikovanje hipotez, razvijanje zmožnosti utemeljevanja, induktivnega sklepanja ter sklepanja po analogiji, razvijanje abstraktnega in kritičnega mišljenja. Pri razvoju algoritmičnega mišljenja je poudarek na sistematičnem razčlenjevanju problemov na manjše dele, prepoznavanju in poenostavljanju ključnih podatkov, oblikovanju natančnega zaporedja korakov za reševanje ter preverjanju in izboljševanju le-teh.

Reševanje problemskih nalog vključuje spoznavanje različnih strategij za reševanje problemskih nalog, tudi z uporabo digitalne tehnologije.

Matematično raziskovanje in modeliranje zajemata raziskovanje raznolikih situacij, ugotavljanje zakonitosti, lastnosti in odnosov v matematičnih strukturah ter obravnavanje situacij z matematičnim modeliranjem, tudi z uporabo digitalne tehnologije.

Finančna pismenost vključuje reševanje problemov s finančnega področja ter ozaveščanje vloge matematike pri sprejemanju finančnih odločitev.

Učenje učenja in odnos do matematike zajema načrtovanje, organiziranje in spremljanje lastnega učenja in znanja matematike, razvijanje pozitivnega odnosa do učenja matematike ter doživljanje reševanja matematičnih problemov kot izziv in kreativno dejavnost. Pri učenju je pomembno sodelovanje s sošolci, ohranjanje radovednosti, razvijanje ustvarjalnosti in prepoznavanje napak kot učnih priložnosti.

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

Pri pouku matematike učenci razvijajo tudi znanja, ki so povezana z več oz. vsemi matematičnimi temami in so prenosljiva tudi na druga predmetna področja.

Tako je v temi Matematična in finančna pismenost ter odnos do matematike zajetih sedem skupin ciljev:

- » matematični jezik,
- » miselni procesi pri matematiki,
- » reševanje problemskih nalog,
- » matematično raziskovanje,
- » matematično modeliranje,
- » finančna pismenost,
- » učenje učenja, odnos do učenja matematike.

MATEMATIČNI JEZIK

CILJI

Učenec:

O: bere in posluša različna besedila z matematično vsebino in jih povezuje z obravnavano vsebino pri matematiki;

SC (1.1.4.1)

O: uporablja matematično terminologijo in simbole pri sporazumevanju v matematičnem in drugih kontekstih;

SC (1.1.2.1 | 1.1.2.2)

O: na različne načine predstavi izbrano matematično vsebino.

SC (1.1.1.1)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

uporabi matematično terminologijo in simbole pri oblikovanju in predstavitvi sporočila z matematično vsebino.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Matematični jezik je specifičen, zato je branje in poslušanje matematičnih besedil, povezanih z obravnavano vsebino, ključnega pomena za razvoj bralne pismenosti učencev. V okviru prvega gradnika matematične pismenosti v tej skupini ciljev načrtno razvijamo razumevanje in uporabo matematičnih pojmov ter skrbimo za sporočanje kot osnovo matematične pismenosti.

Cilje te skupine ciljev dosegajo učenci v povezavi z vsemi skupinami ciljev te in drugih tem.

Učitelj je z uporabo strokovnih korektnih terminov pri svojem delu vzor učencem in vir učenja. Učitelj pripravi dejavnosti, pri katerih učenci v različnih kontekstih razvijajo razumevanje sporočil z matematično vsebino, ob tem spoznavajo in uporabljajo strokovno terminologijo in simbole. Učenci matematični jezik uporabljajo tudi pri predstavitvi, utemeljitvi in vrednotenju lastnih miselnih procesov.

Učitelj naj pri vpeljevanju matematičnih terminov upošteva, da matematični diskurz vključuje besede, ki imajo v matematiki enak pomen kot v običajnem diskurzu (npr. ploskev, več, manj), različen pomen, kot v običajnem diskurzu (npr. funkcija, skladen, naravno, telo) in specifične matematične termine (npr. prizma, koordinatni sistem). Ne sme pa pozabiti tudi na osmišljanje terminov za navodila, ki imajo za učenca lahko v matematiki drugačen pomen kot sicer, npr. poenostavi, okrajšaj, razcepi.

Izpostavljamo vertikalno nadgradnjo in razvoj matematičnega jezika. Postopoma (od 4. do 6. razreda) se matematični besedni zaklad učencev povečuje in skladno s tem večamo obseg vezanega besedila, ki ga oblikujejo učenci (npr. opis geometrijskega telesa, opis matematičnega postopka, utemeljitev strategije reševanja).

Učitelju so lahko v pomoč tudi primeri tvorjenja pisnih besedil in govornih nastopov, ki so objavljeni v priročniku [*Ugotavljanje matematičnega znanja*](#). V naboru literature navajamo tudi [*prispevek*](#) o uporabi matematičnega besedišča kot orodja za boljše razumevanje matematičnih pojmov.

MISELNI PROCESI PRI MATEMATIKI

CILJI

Učenec:

○: razvija zmožnost utemeljevanja, posploševanja, induktivnega sklepanja in sklepanja po analogiji;

○: razvija abstraktno mišljenje;

○: razvija kritično mišljenje;

SC (2.2.2.1)

○: razvija algoritmično mišljenje.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

utemelji trditve, postopke in svoje odločitve.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Razvijanje mišljenja pri matematiki prispeva k boljšemu razumevanju matematičnih pojmov in postopkov in ob tem učencem omogoča transfer usvojenih miselnih procesov na učenje pri drugih predmetih in pri soočanju z izzivi v življenju. Cilje te skupine ciljev dosegajo učenci v povezavi z drugimi skupinami ciljev drugih tem.

Učitelj lahko za razvoj mišljenja uporablja različne strategije, pri katerih poudarja proces in ne samo rezultat. Pri pouku zastavlja odprta vprašanja, ki spodbujajo razmišljanje in diskusijo v razredu. Učence spodbuja, da svoje rešitve utemeljijo z uporabo matematičnih zakonitosti. Pripravi raziskovalne dejavnosti, pri katerih učenci z induktivnim sklepanjem pridejo do odgovora (npr. opazovanje zaporedij, ugotavljanje pravila in oblikovanje algebrskega izraza). Uporablja različne modele, ki učence vodijo od konkretne predstavitve pojma ali postopka do simbolnega zapisa (npr. usvajanje računskih postopkov ob modelih). Pri tem učence postopoma vpeljuje v abstraktno mišljenje z uporabo simbolov in formul namesto števil. Učence spodbuja h kritičnemu mišljenju z analizo različnih rešitev (npr. rešijo nalogo na več načinov in primerjajo strategije reševanja). Za razvoj algoritmičnega mišljenja lahko učenci prepoznavajo matematične postopke kot algoritem (npr. sledijo korakom za določanje skupnih deliteljev danih naravnih števil). Kot primer utemeljevanja navajamo učenčevo utemeljitev strategije za računanje površine in prostornine kocke in kvadra.



REŠEVANJE PROBLEMSKIH NALOG

CILJI

Učenec:

O: spoznava, oblikuje in uporablja različne strategije za reševanje problemskih nalog (tudi z uporabo digitalne tehnologije).

SC (3.1.4.2)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

reši problemsko nalogo.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Priporočeni načini doseganja ciljev

Pomen reševanje problemov je vsaj trojen: učenci spoznajo matematiko kot kreativno dejavnost, ugotavljajo določene matematične zakonitosti in pridobivajo generične spretnosti kot so vztrajnost, natančnost, sistematičnost ipd. Problemska naloga je situacija, ki jo reševalec prepozna kot izziv, nima zanjo še izdelane strategije reševanja oz. je ne more priklicati in ima zanj intelektualno in/ali uporabno vrednost.

Značilnost matematičnega mišljenja je namreč v dejavnostih reševanja problemov. V resnici se učenci učijo matematike, ko stopajo po poti razvoja človeškega mišljenja (Cotič, 1998).

Različni matematični koncepti in teorije so se pogosto razvili v situacijah, ko je bilo treba rešiti problem, dotedanja sredstva za reševanje pa niso več zadoščala. Na enak način naj učenci različne pojme in vedenja usvojijo z lastnim razmislekom. Učitelj naj nikoli ne nadomesti učenčevega razmišljanja (angažmaja), sicer izniči formativno plat matematičnega izobraževanja (Žakelj, 2003).

Učitelj naj pri pouku matematike spodbuja učence k razvijanju lastnih strategij reševanja problemskih nalog. Te strategije naj predstavijo sošolcem in se tako učijo drug od drugega. Učenec, ki problema ne zna rešiti, bo tako spoznal eno od strategij, s katero si lahko pomaga pri reševanju podobnih problemov, učenec, ki je problem rešil drugače, pa bo pred izzivom, saj se bo moral vživeti v razmišljanje drugega in rešiti problemsko nalogo še drugače. Tako spoznavajo in se naučijo uporabljati tudi strategije, ki jih uporablja kdo drug, in si širijo nabor uporabnih strategij za reševanje, saj so za reševanje določenega problema nekatere ustrežnejše od drugih. Pomembno je, da ugotovijo, da lahko različne strategije vodijo do enake rešitve problema. Izziv

naj jim bo rešiti problemsko nalogo na več načinov, nato primerjati strategije med seboj in poiskati najoptimalnejšo.

Pri tem pa ima pomembno vlogo učitelj, ki učencem ponudi različne heuristike oz. orodja za reševanje problemov. To je lahko zapis podatkov v preglednico, iskanje zakonitosti med podatki, razbiranje posplošitev s slike (npr. slikovno zaporedje skupaj z učenci interpretira na način, da je mogoče izpeljati različne posplošitve), z nazornimi zgledi prikaže načine posploševanja v matematiki ipd.

Poznamo kar nekaj metod za reševanje problemskih nalog:

- » metoda napačne predpostavke (predpostavimo, da je poljubno izbrano število rešitev problema – rezultat izvedene operacije iz naloge na izbranem številu nam pove, kako izbrano število vpliva na rešitev naloge);
- » metoda postopnega približevanja (z več zaporednimi poskusi se postopoma približujemo rešitvi problema);
- » metoda reševanja nazaj (nalogo začnemo reševati pri zadnjem podatku in po sosledju dogodkov od konca proti začetku);
- » grafično-aritmetična metoda (ponazori problem s slikovnim gradivom, pri čemer je način sklepanja podoben kot pri Descartesovi algebrski metodi – z zapisom enačbe);
- » metoda iskanja vzorcev (enostavnejša različica problema nam pomaga poiskati vzorec, način reševanja, s pomočjo katerega problem lažje rešimo).

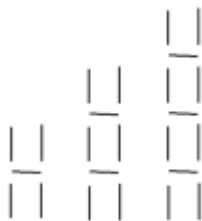
Metod reševanja oziroma strategij načeloma ne poučujemo, ampak učence spodbujamo k njihovi uporabi, ko je to potrebno. Če učenec ne zna rešiti naloge, ga usmerimo k metodi, ki jo bo lahko sam razvil in izpeljal. Njegovo razmišljanje in dejavnosti spodbujamo z vprašanji in s predlogi:

- » Ali lahko oceniš rezultat?
- » Poskusi s predvidenim rezultatom in sklepaj od konca (nazaj).
- » Poskusi na slepo (z naključno izbranim številom...).
- » Ali bi znal nalogo rešiti z drugačnimi podatki?
- » Ali bi znal rešiti podobno nalogo?

Tako lahko učenec poglobi razumevanje problema in morda dobi idejo, kako začeti, kar je običajno največja zadrega učencev (Kmetič, 2015).

Z učenci pri reševanju vodimo dialog, pri katerem uporabljamo vprašanja opisovanja, utemeljevanja, razširjanja situacije in spodbujamo učenčevo lastno reprezentiranje idej. Denimo da imamo problemsko nalogo 'lestve', ki je prikazana na spodnji sliki.





Slika: Primer problemske naloge.

Narisani so prvi trije koraki oblikovanja 'lestev', vprašanje, ki si ga zastavimo pa je, koliko paličic bi potrebovali za 4. lestev, 5. lestev, 10. lestev, morda 100. lestev. Najprej lahko opišemo, kaj opazimo, kako se lestve spreminjajo, podaljšujejo. Nato lahko izpeljemo pravilo za podaljševanje lestev (vsakič dodamo tri nove paličice), pri čemer izhajamo iz slike, lahko zapišemo števila paličic za posamezno lestev v preglednico in tako oblikujemo pravilo. Pravilo tudi utemeljimo, nato lahko problemsko nalogo tudi razširimo (kaj se zgodi, če npr. spremenimo obliko lestve, morda naredimo zaporedje drugačnih oblik ipd.). Pri tem pa ves čas spodbujamo učenca, da reprezentira lastne ideje na različne načine in svoja razmišljanja tudi upoveduje, argumentira ter se vživlja v razmišljanja drugih.

Ko se odločimo, da bomo spodbujali reševanje problemskih nalog z različnimi strategijami, naj bodo problemi tako zahtevni, da jih učenci z že znanimi postopki ne znajo rešiti. To pomeni, da morajo učenci v dani situaciji:

- » biti v zadregi, kako sploh začeti;
- » razumeti kontekst problemske situacije;
- » imeti potrebno matematično znanje.

Učitelj naj bi jim po potrebi dal namig za reševanje, ne pa navodil za reševanje.

Primeri vprašanj in nasvetov, ki spodbujajo razmišljanje v procesu reševanja problemske naloge in so vezani na kontekst oz. zahteve problemske naloge:

- » Ali razumeš problem? Poznaš vse pojme, besede?
- » Kaj moraš izračunati?
- » Kaj se moraš vprašati?
- » Opiši problem s svojimi besedami.
- » Nariši sliko, diagram, uredi podatke ...
- » Kateri pripomoček boš uporabil?
- » Poskusi drugače.
- » Ali lahko napoveš rezultat?
- » Kako pa boš to zapisal?



» Katere podatke imaš? Ali imaš dovolj podatkov? Kaj želiš izvedeti?

» Poišči »skrite« podatke.

Za tiste učence, ki so obtičali:

» Kaj si naredil do zdaj?

» Kaj bi ti lahko pomagalo rešiti problem?

» Primerjajte svoje delo v skupini.

Posredovanje učitelja med reševanjem:

» Kaj pa misliš s tem?

» Zakaj si se odločil, da boš to napravil tako?

» Razloži, kako si razmišljal. Misliš, da to velja tudi za druga števila, like ...?

» Misliš, da to velja na splošno?

Po koncu dejavnosti:

» Kako si prišel do odgovora?

» Preveri svoje rezultate. Ali si našel vse rešitve?

» Kako si preveril svoj rezultat?

» Razloži svoj postopek.

» Kaj pa je bistveno?

» Kje pa lahko to uporabimo?

» Kaj bi drugič naredil drugače?

» Kaj pa, če bi začel tako? (Kmetič, 2015)

Pri reševanju problemov pridobimo uvid v osmišljanje matematičnih vsebin, reflektiramo matematična znanja, se učimo procesnih znanj. Reševanje problemskih nalog ustvarja tudi podlago za nadaljnje učenje in usvajanje novih znanj, saj reševanje problemskih nalog od učencev zahteva, da se spoprimejo s problemi tako, da razumejo posredovane informacije, prepoznavajo bistvene lastnosti in odnose v določeni situaciji, sestavijo ali uporabijo enega ali več lastnih prikazov, odgovarjajo na vprašanja, ki sledijo, in na koncu ovrednotijo in pojasnjujejo rezultate, da bi dodatno osvetlili razumevanje situacije (Žakelj, 2010).



MATEMATIČNO RAZISKOVANJE

CILJI

Učenec:

O: raziskuje raznolike situacije, ugotavlja matematične zakonitosti in odnose med matematičnimi pojmi, oblikuje pravila in posplošitve (tudi z uporabo digitalne tehnologije).

SC (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

izvede matematično raziskavo in predstavi ugotovitve.

TERMINI

- raziskava

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Matematično raziskovanje (v nekaterih gradivih se je do sedaj uporabljal termin preiskovanje) je pristop k poučevanju in učenju matematike, ki učencem omogoča, da skozi lastno dejavnost ozaveščajo že usvojeno matematično znanje ali pa izgrajujejo novo matematično znanje. Matematiko se učijo skozi reševanje odprtih problemskih situacij iz matematičnega in življenjskega konteksta, pri katerih nista vnaprej znana pot in strategija reševanja ter je nejasno, kaj morajo ugotoviti. Učenci v aktivni vlogi za dano situacijo, ki je zelo odprta, opredelijo problem, zastavljajo vprašanja, načrtujejo raziskavo, preizkušajo in vrednotijo različne strategije reševanja, iščejo pravila, postavljajo hipoteze, interpretirajo ugotovitve, predstavijo svoje rezultate in o njih razpravljajo. Poudarek je na procesu reševanja (npr. kritična uporaba različnih strategij) in manj na rešitvi (npr. številskem rezultatu, formuli ...), čeprav ta ni nepomembna. Raziskovanje je pomemben pristop za razvijanje procesov matematičnega mišljenja (opazovanje, iskanje pravil in zakonitosti, analiziranje, posploševanje, kritično mišljenje, interpretiranje) in se lahko razvija pri vseh matematičnih temah v učnem načrtu.

Za raziskovalni pristop se lahko učitelj odloči v različnih fazah vzgojno-izobraževalnega procesa in z različnim namenom:

- » pri ugotavljanju in aktivaciji predznanja;
- » pri uvajanju v nov matematični pojem ali vsebino;
- » pri utrjevanju in ponavljanju že naučenih vsebin;

- » pri poglobljanju in širjenju že obravnavanih vsebin;
- » pri ugotavljanju in vrednotenju znanja;
- » pri povezovanju različnih vsebin znotraj matematike;
- » pri povezovanju matematičnih vsebin in vsebin drugih predmetnih področij (npr. interdisciplinarna obravnava problema).

Matematično raziskovanje se pri pouku matematike lahko pojavi v obliki krajših ali daljših dejavnosti. Lahko se razlikuje v stopnji vodenja procesa (odprto, voden, strukturirano raziskovanje) in je lahko učinkovito podprto z digitalno tehnologijo. Dokaz učenja z matematičnim raziskovanjem je lahko izdelana in predstavljena matematična raziskava.



MATEMATIČNO MODELIRANJE

CILJI

Učenec:

O: obravnava življenjske kontekste z matematičnim modeliranjem (tudi z uporabo digitalne tehnologije).

SC (4.5.4.1 | 2.2.3.1 | 2.3.3.1)

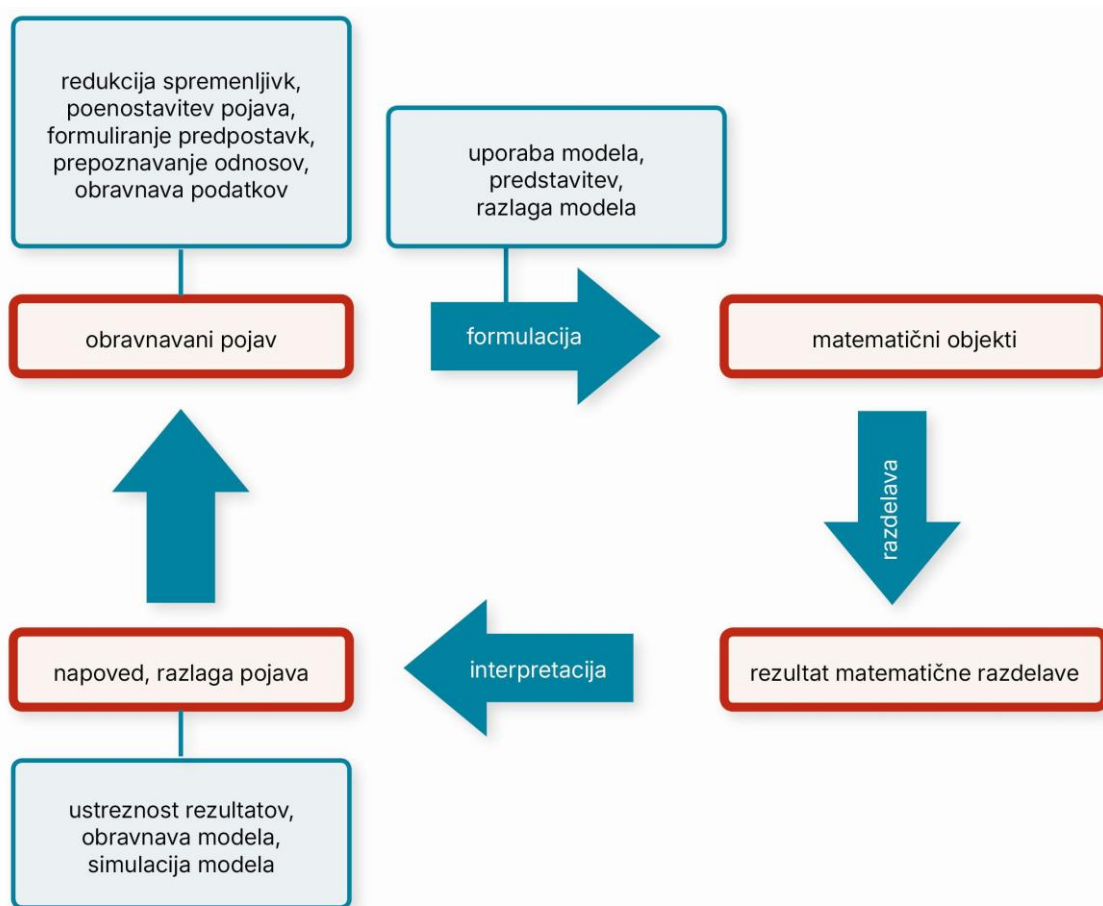
DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Modeliranje pri pouku zgodnje matematike je povezano s pristopi poučevanja matematike, ki spodbujajo povezovanje realnega sveta z abstraktnim svetom matematike. Matematično modeliranje lahko opišemo kot vključevanje kontekstualiziranih problemov s kompleksnimi podatki v pouk. V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju uvajamo preprostejše problemske naloge. Po naravi modeliranje povezuje teme znotraj matematike in vključuje tudi vsebine zunaj matematike. V nadaljevanju navajamo ugotovitve iz projekta NA-MA POTI, ki se je med ostalim osredotočal na modeliranje.

»Matematični modeli niso zgolj opisi pojavov v svetu. Pri modeliranju želimo pojave v svetu preučiti oz. obravnavati tako, da preučujemo matematične modele, torej matematične objekte, ki se v nekem pogledu obnašajo podobno kot obravnavani pojavi. Izdelati matematični model za dano situacijo ali pojav pomeni izbrati neki matematični objekt in vzpostaviti povezavo med tem objektom in situacijo oziroma pojavom« (Magajna, 2022).

Matematično modeliranje je ciklični proces, ki sestoji iz več korakov (Magajna, 2022).

1. Obravnava izhodišč (preučitev obravnavane situacije oz. pojava);
2. Formulacija (s teoretičnim modelom, empiričnim pristopom ali s simulacijsko metodo);
3. Razdelava (uporaba matematičnega znanja na matematični nalogi, ki je nastala v prejšnjem koraku, pri formulaciji);
4. Interpretacija (rezultat matematične razdelave prenesemo v kontekst);
5. Kritična analiza modela (razmislek, ali izračuni v modelu ustrezajo dejanski situaciji – če ne, se vrnemo k prvemu koraku in izboljšamo model).



Slika: Shema procesa matematičnega modeliranja. Vir: *Razvijamo matematično pismenost*, str. 17.

Matematično modeliranje je v gradnikih matematične pismenosti projekta NA-MA POTI opisano kot oblika reševanja življenjskega problema z raziskovanjem, ki vključuje poglobljeno razumevanje konteksta in izpeljavo predpostavk, ki so nam za iskanje rešitve pomembne in vodijo do posplošenih konceptualnih rešitev oziroma modela. Pri tem problem vsebuje veliko podatkov, ki so pogosto nedorečeni in jih je treba urediti ter sprejeti odločitve, katere od njih bomo upoštevali.

Učenci v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju z matematičnim modeliranjem obravnavajo življenjske kontekste. Najprej prenesejo situacijo v matematični kontekst. Sodelujejo pri opisu življenjskega problema v matematičnem jeziku, predstavijo situacijo z matematičnimi sredstvi in oblikujejo problemsko vprašanje. Zelo primerni za uvajanje v modeliranje so lahko Fermijevi problemi (Hodnik et al. 2022).

Za dano situacijo oblikujejo matematične modele, tako da sodelujejo pri načrtovanju modela, pri opredelitvi spremenljivk in formuliranju predpostavk ter pri izdelavi modela, tako da uporabljajo ustrezna matematična in tehnološka orodja.

Učenci lahko uporabljajo že izdelane matematične modele, na način da jih opišejo in jih predstavijo. Pri uporabi modela upoštevajo značilnosti konteksta in interpretirajo matematične rešitve v kontekstu.

Izdelane modele tudi vrednotijo, tako da opisujejo ustreznost modela v različnih okoliščinah in preverjajo uporabnost modela na novih podatkih in okoliščinah (Vir: 2. gradnik matematične pismenosti, 2022).



FINANČNA PISMENOST

CILJI

Učenec:

O: ozavešča vlogo matematike pri sprejemanju finančnih odločitev,

SC (5.2.5.1 | 5.2.5.2 | 5.2.5.3)

O: prepoznava in rešuje probleme s finančnega področja (iz osebnega in domačega konteksta), ki omogočajo matematično obravnavo.

SC (5.2.5.1 | 5.2.5.2 | 5.2.5.3)

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Finančna pismenost je v projektu NA-MA POTI opredeljena kot zmožnost posameznika, da na osnovi finančnega znanja:

- » uporablja finančne pojme in postopke v različnih življenjskih situacijah;
- » analizira, utemeljuje, vrednoti in učinkovito sporoča svoje zamisli in rezultate pri oblikovanju, reševanju in interpretaciji finančnih problemov v različnih življenjskih situacijah;
- » sprejema odgovorne/utemeljene odločitve s prepoznavanjem razlik med željami, zmožnostmi in dejanskimi potrebami;
- » pridobi zavedanje o vlogi finančnih veščin in pomenu ustreznega izobraževanja na tem področju za kakovostno vsakdanje in poklicno življenje.

Predznanje, ki ga imajo učenci ob vstopu v drugo vzgojno-izobraževalno obdobje osnovne šole, so termini, ki so jih spoznali v vrtcu in v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju, npr. denar (evro, cent), kovanec, bankovec, račun, cena, plačilo, banka, bančni račun, bankomat, dvig denarja, menjalnica, plačilna kartica, popust, varčevanje, hranilnik, žepnina, dobrodelnost, poraba (potrošnja).

Učenci v različnih življenjskih situacijah prepoznajo in rešujejo finančne izzive ter pri tem ozaveščajo vlogo matematike pri sprejemanju finančnih odločitev. Na podlagi matematičnih izračunov sprejemajo odgovorne finančne odločitve za doseganje osebne blaginje in blaginje svoje družine.

Učenci drugega vzgojno-izobraževalnega obdobja razumejo sporočila s finančno vsebino, pri tem:

- » sprejemajo oziroma razumejo enostavna sporočila s finančno vsebino;

- » povzemajo sporočila s finančno vsebino, izluščijo bistvo in potrebne podatke ter tvorijo novo sporočilo;
- » samostojno pridobijo podatke iz ustnih in pisnih virov.

Poznajo in uporabljajo finančno terminologijo in simbole, kar izkazujejo tako, da pri opisovanju situacije uporabljajo nekatere finančne termine in simbole.

Predstavijo, utemeljijo in vrednotijo lastne miselne procese, tako da sodelujejo v razpravi s finančno vsebino, nekateri pa zmorejo tudi po zastavljenih kriterijih presoјati o lastnem delu.

Poznajo in v različnih okoliščinah uporabljajo ustrezne postopke in orodja, kar izkazujejo tako, da:

- » poznajo in uporabljajo nekatere matematične postopke in orodja pri raziskovanju situacij in reševanju nalog s finančno vsebino;
- » spoznavajo praktične finančne postopke (npr. dvig in polog denarja, plačilo položnic).

Napovedujejo in presoјajo rešitve, utemeljujejo trditve in odločitve, tako da:

- » na podlagi podatkov, izkušenj in finančnega znanja predlagajo rešitve;
- » presoјajo o željah in njihovo uresničitev prilagajajo finančnim zmožnostim;
- » sprejemajo in vrednotijo svoje finančne odločitve.

Pri reševanju problemov s finančnega področja uporabljajo različne strategije, kar izkažejo tako, da:

- » pri reševanju problemov uporabljajo znane matematične strategije;
- » na osnovi danih situacij ali problemov oblikujejo različna vprašanja in podobne probleme;
- » presoјajo o ustreznosti izbire strategij za reševanje;
- » nekateri učenci pa tudi reševanje problemov doživljajo kot izziv in kreativno dejavnost.

(Sirnik idr., 2022)



UČENJE UČENJA, ODNOS DO UČENJA MATEMATIKE

CILJI

Učenec:

○: načrtuje, organizira, spremlja in kritično presoja lastne miselne procese, lastno učenje in znanje matematike;

SC (3.1.2.1 | 3.1.2.2 | 3.1.3.2)

○: razvija pozitiven odnos do učenja matematike;

SC (2.4.3.1)

○: reševanje matematičnih problemov doživlja kot izziv in kreativno dejavnost;

SC (3.1.4.2)

○: ohranja in krepi radovednost, razvija ustvarjalnost in je miselno naravnan k rasti;

SC (3.1.4.1)

○: prepozna napako kot učno priložnost;

SC (3.1.2.3)

○: digitalno tehnologijo uporablja za soustvarjanje in deljenje znanja s sovrstniki.

SC (4.2.4.1 | 3.3.2.1 | 3.3.3.1)

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Za uresničitev cilja o uporabi digitalne tehnologije za soustvarjanje in deljenje znanja z vrstniki učitelj učencem predstavi možnost ustvarjanja skupne vsebine SC (4.2.4.1) in jih seznani s preprostimi sodelovalnimi digitalnimi orodji za delitev podatkov in informacij. Učence nauči ustvariti in uporabiti skupne dokumente, ki jih uporabijo za predstavitev. Dejavnost lahko učitelj načrtuje pri različnih ciljih v posameznih temah. Kot primer ustvarjanja skupne vsebine navajamo primer raziskovanja uporabnosti matematike v vsakdanjem življenju (na primer v temi Geometrija in merjenje v skupinah ciljev Geometrijski elementi in merjenje ter Transformacije ipd.).

Priporočeni načini doseganja ciljev za učenje učenja in odnosa do učenja matematike

V naši družbi bolj cenimo dosežke, pridobljene brez napore, kot tiste, za katere je bilo vloženega veliko truda (Gladwell, 2002, v Dweck, 2016). Ne želimo ali pa ne upamo priznati, da nečesa ne vemo, da je težko, da nam v prvem poskusu ni uspelo in da smo delali napake. Še posebej najstniki se radi pohvalijo, da so dobili dobro oceno, čeprav se sploh niso učili, saj menijo, da bodo ob takih izjavah izpadli pametni in da bodo vzbudili zavidenje pri sošolcih, ki so se dosti učili, a kljub temu dobili slabšo oceno. Ob tem radi zamolčijo, da so se zelo trudili in da jim je pri

tem marsikdo pomagal, da so se sproti učili in da so v fazi dolgotrajnega učenja naredili mnogo napak. Kot da bi bilo učenje sramotno (Rajh, 2024).

Učence je treba naučiti, kako naj se učijo matematiko. Naj načrtujejo, organizirajo, spremljajo in kritično presojujejo lastne miselne procese, lastno učenje in znanje matematike. Svoje učne procese naj redno reflektirajo, si postavljajo vprašanja o svojem napredku in prepoznajo področja, na katerih potrebujejo izboljšave. Svoje misli, občutke in napredek pri učenju matematike lahko zapisujejo tudi v poseben učni dnevnik. Naj si zastavljajo tako kratkoročne kot dolgoročne cilje in se naučijo načrtovati korake za doseg teh ciljev. Pomembno je, da verjamejo, da zmorejo doseči učni cilj, saj se potem zavzeto lotijo dela in vztrajajo ob morebitnih ovirah in začasnih neuspehih. Naučimo jih uporabljati učinkovite učne strategije, ki jih naj prilagajajo posebnostim posameznih učnih ciljev.

Pomembno je, da učenec razvije pozitiven odnos do učenja nasploh in do učenja matematike. Učitelj jim naj približa uporabnost, zanimivost in lepoto matematike ter jo prikaže kot pomembno in koristno. Matematiko je treba povezati z vsakdanjim življenjem, zato naj učitelj prikazuje praktične primere uporabe matematike v vsakdanjem življenju, da učenci vidijo njeno vrednost in uporabnost. Učitelj naj izbira zanimive matematične izzive in naloge, ki spodbujajo radovednost in raziskovanje. Naj jim daje redno povratno informacijo, ki poudarja napredek in trud učencev.

Reševanje matematičnih problemov naj učencem predstavlja izziv in kreativno dejavnost. Učitelj naj ne pretirava z rutinskimi nalogami. Vključuje naj tudi odprte naloge, ki omogočajo več mogočih rešitev in spodbujajo divergentno razmišljanje. Spodbuja naj sodelovanje med učenci, predvsem pri reševanju kompleksnih problemov, kar krepi kreativnost in timsko delo. Za soustvarjanje in deljenje znanja s sovrstniki naj uporabijo tudi digitalno tehnologijo. Učenci naj se učijo preko matematične igre in aktivnosti, ki vključujejo reševanje problemov na zabaven način.

Otroci so po naravi radovedni in ustvarjalni, zato je potrebno v šoli ohranjati in krepiti radovednost učencev in njihovo ustvarjalnost. Učitelji naj vključujejo problemske naloge, ki zahtevajo inovativne rešitve in spodbujajo ustvarjalno mišljenje.

Pri učenju se ljudje razlikujemo po svoji miselnosti:

- » Posamezniki, ki imajo togo miselnost oziroma miselno naravnost določenosti (angl. *fixet mindset*), verjamejo, da uspeh temelji na prirojenih sposobnostih, ki jih imajo ali pa nimajo. Njihove lastnosti so »vklesane v kamen«, zato sploh nima smisla, da se trudijo. Zelo hitro obupajo in bežijo pred težavami. Neuspeh dojemajo kot dokaz, da ne morejo uspeti, saj za to nimajo sposobnosti.
- » Posamezniki s prožno miselnostjo oziroma z razvojno miselno naravnostjo ali miselno naravnost k rasti (angl. *growth mindset*) pa menijo, da je inteligentnost mogoče razvijati z učenjem. Poudarjajo pomen truda, trdega dela in vztrajnosti. Menijo, da se z marljivostjo in izkušnjami vsak lahko spremeni in »zraste«, saj so možgani podobni mišici, ki se spreminja in postaja močnejša, ko jo uporabljamo. Neuspeh si razlagajo kot začasno oviro, ki jih spodbudi k spremembi načina razmišljanja ali povečanju truda (povzeto po Dweck, 2016).



Učitelj naj učencem razloži koncept miselne naravnosti k rasti in jih spodbuja, da verjamejo v svoje sposobnosti za izboljšanje s trdom in vztrajnostjo.

Učimo se tako, da delamo napake, da vadimo in se izboljšujemo. Delanje napak med učenjem je pri športu ali učenju glasbila nekaj popolnoma samoumevnega. Učitelj naj učencem razloži, da so napake del učnega procesa, in jih spodbuja, da vidijo napake, ki jih delajo pri matematiki, kot priložnost za učenje matematike. Učenje matematike je proces, ki ne bo uspel v prvem poskusu, potrebno je ogromno vaje in za to je potreben čas. Učence je treba naučiti, kako naj analizirajo svoje napake in ugotovijo, kaj so se iz njih naučili. Za to pa je treba ustvariti varno in spodbudno učno okolje, kjer se učenci počutijo varne in sprejete pri izražanju svojih napak in vprašanj. Tako učno okolje ne samo, da spodbuja učenje, ampak zmanjšuje tudi strah in tesnobo, ki se prepogosto pojavlja pri naših učencih v zvezi z matematiko.

Čezmeren strah pred matematiko (matematična anksioznost), ki lahko ovira učenje in akademsko napredovanje, se pojavlja zaradi slabih izkušenj pri izobraževanju, zaradi neobčutljivosti učiteljev, učenčevih neustreznih prepričanj in pričakovanj ter družbenih pritiskov in stereotipov o matematiki. Matematična anksioznost vpliva na veliko stvari, ki so zelo pomembne v procesu učenja: na pozornost, hitrost obdelave informacij, načrtovanje in odločanje pa tudi na mentalno procesiranje pri reševanju matematičnih nalog, saj matematična anksioznost ovira delovanje delovnega spomina, zato težje dostopamo do tega, kar sicer vemo in znamo. Vsiljive in destruktivne misli ter skrbi (npr. »Samo 17 minut še imam. Ne bo mi uspelo rešiti naloge. Tega ne zmorem. Saj sem vedel/vedela, da sem v matematiki slab/slaba.«) zavzamejo del pozornosti, ki jo posameznik potrebuje za reševanje matematične naloge. Tako mora matematično anksiozni posameznik v istem času poleg primarne (matematične) naloge rešiti še sekundarno nalogo, ki jo zahtevajo vsiljive destruktivne misli in skrbi, saj odvrta pozornost od reševanja naloge. Te vsiljive misli so povezane z lastnim negativnim odnosom do matematike, z nizkim samozaupanjem ter z neprestanim preračunavanjem, koliko časa je še na razpolago, v primeru časovne omejitve za reševanje naloge. Ker je delovni spomin preobremenjen s trenutnim strahom, to izčrpa kognitivne vire. Zato se matematično anksiozni posameznik muči z najosnovnejšimi matematičnimi veščinami, ki jih sicer obvlada (Rajh, 2024).

Učitelj naj bo pozoren na matematično anksiozne učence, naj jih spodbuja, da razvijejo pozitiven odnos do matematike in verjamejo v svoj uspeh. Nauči naj jih tehnik sproščanja in obvladovanja stresa.

Čustva so zelo pomembna pri učenju, zato je treba učence naučiti, kako prepoznati in upravljati svoja čustva, da bodo lahko učinkovitejši usmerjeni na učne naloge.



ARITMETIKA

OBVEZNO

OPIS TEME

Aritmetika je v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju najširše zastopana tema, katere cilji se povezujejo z vsemi drugimi temami, hkrati pa predstavlja nadgradnjo teme Aritmetika v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju.

Tema Aritmetika v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju vključuje štiri skupine ciljev: Množice, Naravna števila in število 0 ter računske operacije, Cela števila in računske operacije ter Racionalna števila in računske operacije. Skupina ciljev Množice pri učencih razvija zmožnost predstavljanja množic in odnosov med njimi z različnimi predstavitvami ter prehajanja med različnimi predstavitvami. Ta skupina ciljev je povezovalna, tako znotraj teme Aritmetika, saj omogoča predstavljanje števil in odnosov med njimi v smislu odnosov med številskimi množicami in elementi številskih množic, kakor tudi med temami, npr. pri geometriji, pri kateri z množicami prav tako lahko prikazujemo odnose med geometrijskimi objekti.

Vsem skupinam ciljev, ki so vezani na številske množice, je skupno razvijanje predstav učencev o naravnih, racionalnih in celih številih. Poznavanje naravnih števil širimo postopno in sistematično do vpeljave množice naravnih števil. Učenci spoznajo različne zapise nenegativnih racionalnih števil (ulomki, mešana števila – krajše poimenovanje za celi del in ulomek, manjši od ena, decimalna števila in odstotki) ter razvijajo njihovo razumevanje s prehajanjem med različnimi predstavitvami teh števil. Pri razvijanju predstav o naravnih in decimalnih številih razvijamo razumevanje koncepta mestnih vrednosti. Razumevanje ulomkov postopno širimo od ulomka kot dela celote in ulomka kot števila do ulomka kot količnika dveh naravnih števil.

Učenci primerjajo in urejajo števila posameznih številskih množic po velikosti, izvajajo osnovne računske operacije, zaokrožujejo števila in podajajo ocene rezultatov računskih operacij ter rešujejo besedilne in problemske naloge. Učenci spoznavaajo tudi uporabnost števil v vsakdanjem življenju.

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

O UPORABI MODELOV PRI TEMI ARITMETIKA

Doseganje ciljev in standardov znanja, ki so povezani z razvijanjem učenčevih količinskih predstav o naravnih številih, temelji na uporabi modelov, s katerimi ponazarjamo desetiške enote oz. mestnovrednostni sistem števil (Dienesova ponazorila, številski poltrak).

Doseganje ciljev in standardov znanja, ki so povezani z razvijanjem učenčevih količinskih predstav o celih številih in z računskimi operacijami s celimi števili, temelji na uporabi modelov

(predstavljenih s konkretno in grafično reprezentacijo) ter uporabi celih števil v vsakdanjem kontekstu. Termina negativno in pozitivno število učenci spoznajo že v 4. razredu pri povezovanju te vsebine z učnimi vsebinami drugih predmetov ter pri prepoznavanju uporabe teh števil v vsakdanjem kontekstu. Pri predstavitvi celih števil razlikujemo med dvema modeloma (predstavljena s konkretno in grafično reprezentacijo): količinski model in linearni model. Količinski model temelji na nevtralizaciji dveh (nasprotnih) števil (pari števil, ki dajo vsoto 0). V vsakdanjem kontekstu to na primer povežemo z negativnim in pozitivnim stanjem na bančnem računu, kot model uporabimo dvobarvne žetone (npr. moder žeton – pozitivno število, rdeč žeton – negativno število). Linearni model je model nasprotnih smeri in je lahko statičen (npr. določanje razlike med dvema vrednostma na termometru) ali dinamičen (npr. hoja v obe smeri na številski premici). Pri predstavitvi števil in računanju z uporabo modelov izbiramo manjša števila.

Doseganje ciljev in standardov znanja, ki so povezani z razvijanjem učenčevih količinskih predstav o nenegativnih racionalnih številih ter z računskimi operacijami z nenegativnimi racionalnimi števili, temelji na uporabi ploskovnih, dolžinskih modelov in modelov množice (predstavljenih s konkretno in grafično reprezentacijo). Ploskovni model je model s poudarjenima dvema dimenzijama (tortni model, pravokotni model, kvadratna mreža 10 x 10, Dienesova ponazorila). Dolžinski model je model s poudarjeno eno dimenzijo, tj. dolžino (dolžinski trakovi, številski poltrak). Model množice je model, kjer je celota ponazorjena z naborom predmetov. Učitelj premišljeno uporablja enega ali več modelov, ki so primerni za doseg posameznih ciljev in standardov znanja. Ko se od učencev zahteva predstavitev števil na številskem poltraku, je to v standardu znanja posebej zapisano. Do takrat učitelj uporablja druge modele.

O RAČUNANJU PRI TEMI ARITMETIKA

V 4. razredu se prvič pojavi pisni algoritem za množenje in deljenje naravnih števil. Učenci v okviru standardov znanja o računanju z naravnimi in decimalnimi števili uporabljajo pisne algoritme in druge postopke za računanje. V okviru standardov znanja o računanju je vključena tudi uporaba računskih zakonov.

Standardi znanja o izvajanju računskih operacij (npr. učenec sešteva, odšteva, množi, deli ...) vključujejo naloge z eno računsko operacijo in dvema številoma, ki ju seštejemo, odštejemo, množimo oz. delimo. V okviru standarda znanja »učenec sešteva, odšteva, množi in deli decimalna in naravna števila« je predvideno, da sta v nalogah vključeni dve decimalni števili ali decimalno in naravno število ali dve naravni števili (npr. deljenje dveh naravnih števil, kjer je količnik decimalno število). Podobno velja pri ostalih standardih znanja, zapisanih na podoben način.

Standardi znanja o računanju vrednosti številskih izrazov do 100 (oz. do 1000) v $\mathbb{N}_0$ vključujejo naloge, v katerih so vsa števila v številskem izrazu, vsi delni rezultati in vrednost številskega izraza naravna števila do 100 (oz. do 1000). Minimalni standardi znanja o računanju vrednosti številskih izrazov vključujejo naloge s številskimi izrazi z največ tremi (enakimi ali različnimi) računskimi operacijami. Naloge s številskimi izrazi z več računskimi operacijami so vključene v isti standard znanja, ki ga v tem primeru ne štejemo za minimalni standard znanja.

O BESEDILNIH NALOGAH PRI TEMI ARITMETIKA



V okviru standardov znanja o reševanju besedilnih nalog, ki so označeni kot minimalni standard znanja, minimalni standard znanja vključuje le reševanje tistih besedilnih nalog, za katere je znanje, potrebno za uspešno reševanje naloge, opredeljeno kot minimalni standard. V primerih, ko je za uspešno reševanje besedilne naloge potrebno znanje, ki ni opredeljeno kot minimalni standard znanja, je besedilna naloga vključena v isti standard znanja, ki ga v tem primeru ne štejemo kot minimalni standard znanja.

O UPORABI STROKOVNIH TERMINOV PRI TEMI ARITMETIKA

Strokovni termin »decimalno število« je v zapisu ciljev in standardov znanja za drugo vzgojno-izobraževalno obdobje uporabljen za nenegativno racionalno število v končnem decimalnem zapisu. Decimalni zapis je ena od oblik zapisa števila, ki ima decimalno vejico.

V zapisih standardov znanja smo uporabili strokovni termin »mešano število«, s katerim smo zaradi preglednejšega zapisa nadomestili strokovni termin »celi del in ulomek, manjši od ena«. Učitelj pri pouku uporablja oba termina tako, da je razvidna njuna povezanost oz. enak pomen. Pri tem poudarja, da ne gre za novo množico števil, gre za poimenovanje števila, podanega v taki obliki.

V preglednici so strokovni termini, ki jih uporabljajo učenci pri posamezni skupini ciljev. Termini so zapisani v razredu, v katerem jih učenci začnejo uporabljati.

Skupina ciljev	4. razred	5. razred	6. razred
Množice		množica element množice podmnožica unija množic presek množic	prazna množica končna množica neskončna množica
Naravna števila in število 0 ter računske operacije	desettisočica stotisočica milijonica številski poltrak večkratnik deljivost ¹ zaokroževanje števila ocena rezultata seštevanec zmanjševanec odštevanec množenec ² deljenec delitelj ostanek pri deljenju računski zakon zakon o zamenjavi zakon o združevanju zakon o razčlenjevanju številski izraz vrednost številskega izraza	naravno število desetmilijonica stomilijonica milijardica množica naravnih števil potenca osnova potence stopnja potence vrednost potence	rimski številka arabska številka množica večkratnikov množica deliteljev skupni delitelji skupni večkratniki kvadrat števila kub števila
Cela števila in računske operacije	negativno število pozitivno število		celo število številska premica nasprotna vrednost števila
Racionalna števila in računske operacije	ulomek enakovredna ulomka	števec ulomka imenovalac ulomka ulomkova črta celi del in ulomek manjši od ena (mešano število)	desetiški ulomek tisočina desettisočina odstotek delež

decimalno število
celi del decimalnega števila
decimalka
decimalna vejica
desetina
stotina

¹ Termin »deljivost« se v 4. razredu uporablja v oblikah » a je deljivo z b « in » b je delitelj a «, v 6. razredu pa tudi v obliki » b deli a « ($a, b \in \mathbb{N}$).

² Števila, ki jih množimo, imenujemo množenci.

O UPORABI SIMBOLOV PRI TEMI ARITMETIKA

V preglednici so simboli, ki jih uporabljajo učenci pri posamezni skupini ciljev. Simboli so zapisani v razredu, v katerem jih učenci začnejo uporabljati.

Skupina ciljev	4. razred	5. razred	6. razred
Množice		je element, pripada: $\in$ ni element, ne pripada: $\notin$ zaviti oklepaj: $\{ \}$	podmnožica: $\subset$ unija: $\cup$ presek: $\cap$ prazna množica: $\emptyset$ ali $\{ \}$
Naravna števila in število 0 ter računske operacije	desettisočica: Dt stotisočica: St milijonica: M		množica naravnih števil: $\mathbb{N}$ množica večkratnikov števila n ($n \in \mathbb{N}$): V_n množica deliteljev števila n ($n \in \mathbb{N}$): D_n
Racionalna števila in računske operacije		desetina: d stotina: s	tisočina: t desettisočina: dt odstotki: $\%$

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA TEMO

Cilje o spoznavanju in raziskovanju uporabnosti števil v vsakdanjem življenju učitelj uresničuje tako, da v pouk vključuje situacije iz vsakdanjega življenja ter da učenci raziskujejo uporabnost števil v vsakdanjem življenju.

Učitelj učencem omogoča ozaveščanje njihovih močnih področij in uresničitev različnih interesov (izbira načina in vrste predstavitve, načina sodelovanja s sošolci, vsebinskega področja) tudi s povezovanjem ciljev iz različnih skupin ciljev v temi Aritmetika, v povezavi s preostalimi temami učnega načrta za matematiko ali z medpredmetnim povezovanjem.  (3.1.3.1)

Učenci ob raziskovanju pripravijo plakat, referat, matematični časopis ...  (1.1.1.1) Pri raziskovanju lahko soustvarjajo skupno vsebino tudi z uporabo digitalne tehnologije. Učitelj lahko za namen uresničevanja tega cilja načrtuje tudi matematični sprehod.

MNOŽICE

CILJI

Učenec:

O: predstavlja množice in odnose med njimi z različnimi predstavitvami ter prehaja med predstavitvami.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
5.	pozna pojem množica, predstavi množico elementov in pripadnost elementov množici (tudi s simbolnim zapisom) predstavi podmnožico, unijo in presek največ treh končnih množic z Vennovim prikazom in naštevanjem elementov
6.	predstavi množico elementov s simbolnim zapisom predstavi podmnožico, unijo in presek končnih množic na različne načine (tudi s simbolnim zapisom) ter prehaja med različnimi predstavitvami razlikuje med prazno, končno in neskončno množico ter uporabi simbolni zapis za prazno množico

TERMINI

◦ množica ◦ element množice ◦ podmnožica ◦ unija množic ◦ presek množic ◦ prazna množica ◦ končna množica ◦ neskončna množica

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Priporočeni načini doseganja ciljev

Učenci v 5. razredu spoznajo pojem množica. Množico elementov predstavijo s konkretnimi situacijami, grafično, z naštevanjem elementov in s simbolnim zapisom. Pripadnost elementov množici predstavijo tudi s simbolnim zapisom.

Odnose med množicami (podmnožico, unijo, presek) učenci v 5. razredu predstavijo z Vennovim prikazom in z naštevanjem elementov, v 6. razredu pa tudi s simbolnim zapisom. Učenci v 6. razredu spoznajo tudi pojme: prazna množica, končna množica, neskončna množica.

Učitelj vsebin o množicah ne obravnava ločeno, ampak jih povezuje z vsebinami preostalih skupin ciljev pri temi Aritmetika in pri drugih temah. Tako npr. pojma končne in neskončne množice poveže z obravnavo množice deliteljev in množice večkratnikov naravnih števil, pojem prazne množice poveže z obravnavo enačb in neenačb v okviru skupine ciljev Enačbe in neenačbe pri temi Algebra, odnose med množicami poveže z odnosi med geometrijskimi elementi v skupini ciljev Geometrijski elementi in merjenje pri temi Geometrija in merjenje.

NARAVNA ŠTEVILA IN ŠTEVILO 0 TER RAČUNSKE OPERACIJE

CILJI

Učenec:

○: spozna in raziskuje uporabnost naravnih števil (in števila 0) v vsakdanjem življenju;

SC (1.1.1.1)

○: spozna in primerja zapisovanje naravnih števil skozi čas;

SC (1.1.1.1)

I: spozna in primerja računanje z naravnimi števili skozi čas;

SC (1.1.1.1)

○: razvija razumevanje sistema mestnih vrednosti v zapisu naravnih števil;

○: razvija zmožnost različnih predstavitev naravnih števil in prehajanja med njimi;

○: razvija zmožnost ocenjevanja moči množice na primerih iz vsakdanjega življenja;

○: spozna in uporablja lastnosti naravnih števil in velikostne odnose med naravnimi števili;

○: razvija zmožnost zaokroževanja naravnih števil in ocenjevanja rezultata pri računskih operacijah v $\mathbb{N}_0$;

○: spozna in uporablja lastnosti računskih operacij v $\mathbb{N}_0$;

○: spozna in uporablja pisne algoritme in druge postopke za računanje v $\mathbb{N}_0$ (tudi z uporabo računalna oz. digitalne tehnologije);

○: spozna pojem potenca ter uporablja potence za zapis naravnih števil kot vsoto večkratnikov potenc števila 10 in pri računanju vrednosti številskih izrazov v $\mathbb{N}_0$;

○: rešuje in oblikuje besedilne in problemske naloge v povezavi z naravnimi števili in številom 0 (tudi z uporabo računalna oz. digitalne tehnologije).

SC (3.1.4.2 | 5.2.2.1 | 5.2.2.2)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
4.	prebere in predstavi naravno število (in število 0) do 10 000 oz. do 1 000 000 s številko, z zapisom z desetiškimi enotami in z modeli (tudi na številske poltraku) ter prehaja med različnimi predstavitvami šteje, primerja in uredi po velikosti naravna števila (in število 0) do 10 000 oz. do 1 000 000 razlikuje sodo in liho naravno število presodi lastnosti je večkratnik, je deljivo, je delitelj za naravna števila do 100 zaokroži naravno število na desetice, stotice, tisočice

	sešteva in odšteva do 10 000 v $\mathbb{N}_0$
	izračuna količnik dveh naravnih števil in ostanek pri deljenju (v okviru poštevanke)
	množi in deli največ trimestno oz. štirimestno število z enomestnim številom v $\mathbb{N}_0$
	množi in brez ostanka deli z dvomestnim večkratnikom števila 10 (do 10 000 v $\mathbb{N}_0$)
	množi in brez ostanka deli s potencami števila 10 (do 10 000 v $\mathbb{N}_0$)
	izračuna vrednost številskega izraza brez oklepajev in z oklepaji s števili do 100 v $\mathbb{N}_0$
	z uporabo znanja o naravnih številih (in številu 0) reši besedilno oz. problemsko nalogo
	izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti naravnih števil v vsakdanjem življenju
5.	prebere in predstavi naravno število (in število 0) do 1 000 000 s številko, z zapisom z desetiškim enotami, kot vsoto večkratnikov potenc števila 10 in na številske poltrake ter prehaja med različnimi predstavitvami
	šteje, primerja in uredi po velikosti naravna števila (in število 0)
	zaokroži naravno število na desetice, stotice, tisočice, desetisočice in stotisočice
	sešteva in odšteva v $\mathbb{N}_0$
	množi največ trimestno oz. petmestno število z dvomestnim številom (do 1 000 000 v $\mathbb{N}_0$)
	deli največ petmestno število z dvomestnim večkratnikom števila 10 oz. z dvomestnim številom v $\mathbb{N}_0$
	izračuna vrednost številskega izraza s števili do 100 v $\mathbb{N}_0$
	opredeli potenco in izračuna vrednost potence a^n ($a, n \in \mathbb{N}$)
	z uporabo znanja o naravnih številih (in številu 0) reši besedilno oz. problemsko nalogo
	izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti naravnih števil v vsakdanjem življenju
6.	zapiše rimsko številko z arabsko
	opiše množico naravnih števil in jo predstavi s simbolnim zapisom
	uporabi pravila za deljivost s števili 2, 3, 5, 9, 10
	določi večkratnike in delitelje danega naravnega števila
	določi skupne delitelje in skupne večkratnike dveh naravnih števil
	izračuna vrednost številskega izraza s števili do 1000 v $\mathbb{N}_0$ (tudi s potencami)
	z uporabo znanja o naravnih številih (in številu 0) reši besedilno oz. problemsko nalogo
	izvede in predstavi raziskavo o zapisovanju naravnih števil in računanju z njimi (v različnih kulturah) skozi čas
	izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti naravnih števil v vsakdanjem življenju

TERMINI

- desettisočica ◦ stotisočica ◦ milijonica ◦ številski poltrak ◦ večkratnik ◦ deljivost
- zaokroževanje števila ◦ ocena rezultata ◦ seštevanec ◦ zmanjševanec ◦ odštevanec
- množenec ◦ deljenec ◦ delitelj ◦ ostanek pri deljenju ◦ računski zakon ◦ zakon o zamenjavi
- zakon o združevanju ◦ zakon o razčlenjevanju ◦ številski izraz ◦ vrednost številskega izraza
- naravno število ◦ desetmilijonica ◦ stomilijonica ◦ milijardica ◦ množica naravnih števil
- potenca ◦ osnova potence ◦ stopnja potence ◦ vrednost potence ◦ rimska številka
- arabska številka ◦ množica večkratnikov ◦ množica deliteljev ◦ skupni delitelji
- skupni večkratniki ◦ kvadrat števila ◦ kub števila

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Priporočeni načini doseganja ciljev

NARAVNA ŠTEVILA

Učenci naj bi v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju razvili razumevanje mestnovrednostnega sistema v množici naravnih števil do 1000. V 4. razredu učenci to

razumevanje razširijo v množici naravnih števil do 1 000 000. Velika števila spoznavajo ob različnih življenjskih situacijah, npr. število gledalcev na tekmi, število prebivalcev v domačem kraju, oddaljenost med dvema krajema ipd.

Učenci za predstavitev naravnih števil uporabljajo različne modele (npr. Dienesova ponazorila, stotični kvadrat, abakus, številski poltrak) in prehajajo med predstavitvami števil. V 4. razredu naravna števila do 1 000 000 zapisujejo s številko in z desetiškimi enotami, v 5. razredu tudi kot vsoto večkratnikov potenc števila 10. Naravna števila zaokrožujejo na desetice, stotice in tisočice, v 5. razredu tudi na desettisočice in stotisočice ter števila primerjajo in urejajo po velikosti.

Množico naravnih števil učenci spoznajo že v 5. razredu, vendar od njih pričakujemo poznavanje simbolnega zapisa in opisa množice naravnih števil v 6. razredu. Učencem velika števila predstavimo v kontekstih, kjer se pojavljajo (npr. število prebivalcev, razdalje med kraji). Spretnost računanja in ocenjevanja rezultatov naj učenci razvijajo z reševanjem različnih matematičnih problemov (Fermijevi problemi: npr. kako dolga kolona bi nastala, če bi se vsi učenci ene osnovne šole prijeli za roke; kaj pa, če bi se za roke prijeli vsi prebivalci Slovenije?). Učenci v 6. razredu spoznajo tudi različne zapise števil skozi čas (v različnih kulturah). Pri tem kot obvezno znanje vključimo poznavanje rimskih števil, medtem pa lahko kot izbirno temo učencem ponudimo tudi raziskovanje zapisovanja naravnih števil in računanja z njimi skozi čas.

Učenci v 6. razredu nadgradijo znanje o večkratnikih in deliteljih, in sicer tako, da spoznajo in uporabljajo pravila za deljivost ter skupne večkratnike in skupne delitelje naravnih števil. Vsebina je pomembna za razumevanje ulomkov in računanja z njimi. Hkrati nudi priložnost za začetno poučevanje utemeljevanja/dokazovanja na različnih stopnjah zahtevnosti (induktivno utemeljevanje s primeri, utemeljevanje z vpogledom, vizualnim dokazom pa tudi s formalnim dokazom za učno zmožnejše).

Učenci spoznavajo uporabnost naravnih števil pri predstavljanju števil oz. veličin iz vsakdanjega življenja. Lahko tudi raziščejo poklice, ki pri svojem delu uporabljajo velika naravna števila, iščejo besedila, ki vključujejo uporabo velikih naravnih števil, iz njih izluščijo temo in namen besedila ter predstavijo vključene podatke na drugačen način.

RAČUNSKE OPERACIJE Z NARAVNIMI ŠTEVILI

Učenci v 3. razredu spoznajo postopek pisnega seštevanja in odštevanja, kar nadgradijo v 4. razredu. Pri usvajanju postopka pisnega računanja (seštevanje, odštevanje, množenje, deljenje) učencem ne zastavljamo računov z velikimi števili. Ko učenci usvojijo postopek pisnega računanja, jih postopoma vpeljemo v računanje s števili do 1 000 000. Učitelj naj zahteve pri pisnem računanju individualizira in diferencira glede na predznanje učencev in njihove zmožnosti. Temu so prilagojeni tudi standardi znanja, saj je minimalni standard znanja seštevanja in odštevanja v 4. razredu računanje v množici naravnih števil do 10 000. Pisno seštevanje in odštevanje v 5. razredu učenci utrdijo in računajo v množici naravnih števil (tudi s števili, večjimi od 1 000 000).

Učenci v 4. razredu spoznajo postopek pisnega množenja in pisnega deljenja z enomestnim številom, množijo in delijo (brez ostanka) tudi z dvomestnimi večkratniki števila 10 in s potencami



števila 10 (do 10 000 v $\mathbb{N}_0$). Pomembno je, da predhodno utrdijo poštevanke in računanje količnika števil ter ostanka pri deljenju (v okviru poštevanke). Učenci naj znanje poštevanke nadgradijo z miselnim računanjem, npr. množenje števil do 15 z enomestnim številom, npr. $10 \cdot 5$, $12 \cdot 5$, ter množenje dvomestnih večkratnikov števila 10 z enomestnim številom, npr. $40 \cdot 5$. Kot pri seštevanju in odštevanju je pomembno, da učenci usvojijo postopek pisnega množenja in deljenja. Učencem z učnimi težavami oz. posebnimi potrebami lahko za lažje razumevanje ponudimo podlago s preglednicama za množenje in deljenje. Na podoben način učitelj vpelje tudi pisno deljenje z enomestnim številom. V 5. razredu učenci pisno množijo in delijo z dvomestnim številom. Učitelj strategijo računanja vpelje postopoma. Učenci naj bi znali miselno izračunati račune množenja enomestnega števila z večkratniki števila 10 kot so npr. $5 \cdot 20$, $7 \cdot 30$, $8 \cdot 60$ itd. Nato spoznajo in usvojijo postopek pisnega množenja z dvomestnim številom. Učitelj postopoma širi zahtevnost od množenja dvomestnega števila z dvomestnim, trimestnega števila z dvomestnim (kar je minimalni standard znanja 5. razreda) do petmestnega števila z dvomestnim (kar je standard znanja 5. razreda). Učenci najprej usvojijo postopek pisnega deljenja z dvomestnim večkratnikom števila 10 (npr. $86 : 20$, $349 : 30$, $5\,814 : 80$, $18\,649 : 60$), kar je minimalni standard 5. razreda. Nato postopek pisnega deljenja nadgradijo z deljenjem z dvomestnim številom.

Učenci v 4. razredu poleg že znanih računskih zakonov (o zamenjavi in združevanju) spoznajo in uporabljajo tudi zakon o razčlenjevanju. Vse tri zakone uporabljajo predvsem za čim bolj spretno računanje.

V 5. razredu učenci spoznajo potenco kot zmnožek enakih množencev, pri zapisu prepoznajo osnovo in stopnjo in njun pomen ter znajo izračunati vrednost potence. Pri vpeljevanju potence naj učenci rokujejo s konkretnim materialom (npr. link kocke, okvirji s perlicami), ko npr. link kocke zlagajo v plasti (npr. 4×4) in plasti polagajo eno na drugo (npr. $4 \times 4 \times 4$) ter dobljeno konstrukcijo predstavijo z risbo. V okviru standarda znanja o opredelitvi potence pričakujemo, da bodo učenci navedli bistvene značilnosti potence (npr. da je potenca krajši zapis zmnožka enakih množencev; da potenco zapišemo v obliki, npr. 5^3 , kjer 5 imenujemo osnova potence in 3 stopnja potence; da osnova potence pove, kateri množenec množimo, stopnja potence pa, kolikokrat se le-ta ponovi; da rezultat pri potenciranju imenujemo vrednost potence). V 6. razredu učenci uporabijo znanje o potencah pri izračunu vrednosti številskih izrazov.

Cilji aritmetike se v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju povezujejo s cilji statistike, merjenja in algebre. Učenci podatke, izražene z velikimi števili, urejajo v razrede, jih predstavljajo s prikazi, podatke primerjajo, urejajo in interpretirajo. Raziskava z uporabo velikih števil se lahko navezuje na cilje predmeta družbe, kjer učenci spoznavajo domačo pokrajino in naravnogeografske pokrajine Slovenije. Pri oblikovanju prikazov lahko uporabljajo digitalno tehnologijo in znane programe za predstavitev podatkov. Pri uresničevanju ciljev skupine ciljev Algebrski izrazi utrdijo uporabo lastnosti računskih operacij (seštevanje in odštevanje kot nasprotni operaciji, množenje in deljenje kot obratni operaciji) in uporabo računskih zakonov (zakon o zamenjavi, zakon o združevanju in zakon o razčlenjevanju). Učenci pri uresničevanju ciljev merjenja uporabljajo znanje pri izražanju meritev (mersko število), pretvarjanju merskih enot in računanju z njimi ter pri reševanju besedilnih in problemskih nalog.



Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Vsebino za učno zmožnejše učence lahko obogatimo s spoznavanjem drugih številskih sistemov (npr. učenec zapiše naravno število, zapisano v desetiškem sistemu, v dvojiškem ali osmiškem številskem sistemu in obratno), z utemeljevanjem pravil za deljivost s števili 2, 3, 5, 9 in 10 ter z raziskovanjem pravil za deljivost s 4, 6, 8, 15, 25 ter z 10, 100 in 1000, z raziskovanjem trikotniških in kvadratnih števil ipd. Učno zmožnejše učence lahko usmerimo tudi v reševanje zahtevnejših problemskih nalog.



CELA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE

CILJI

Učenec:

- : spozna in raziskuje uporabnost celih števil v vsakdanjem življenju;
SC (1.1.1.1)
- : razvija zmožnost predstavitev celih števil z različnimi modeli in prehajanja med predstavitvami;
- : spozna in uporablja lastnosti celih števil in velikostne odnose med celimi števili;
- : razvija strategije za računanje v $\mathbb{Z}$;
- : rešuje besedilne in problemske naloge v povezavi s celimi števili.
SC (3.1.4.2 | 5.2.2.1 | 5.2.2.2)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
6.	predstavi celo število od -15 do 15 z modelom (tudi na številski premici)
	celo število od -15 do 15, predstavljeno z modelom (tudi na številski premici), zapiše s številko
	z uporabo modelov primerja cela števila od -15 do 15 po velikosti
	z uporabo modelov določi nasprotno vrednost celega števila od -15 do 15
	z uporabo modelov sešteva in odšteva števila od -15 do 15 v $\mathbb{Z}$
	z uporabo znanja o celih številih reši besedilno oz. problemsko nalogo
	izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti celih števil v vsakdanjem življenju

TERMINI

○ negativno število ○ pozitivno število ○ celo število ○ številska premica ○ nasprotna vrednost števila

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Priporočeni načini doseganja ciljev

CELA ŠTEVILA

Potrebno predznanje za usvajanje celih števil je poznavanje urejenosti naravnih števil na številskem poltraku.

Učenci se že v 4. in 5. razredu srečujejo z negativnimi števili v povezavi z drugimi predmetnimi področji ter spoznavajo njihovo uporabnost v vsakdanjem življenju, medtem ko pri matematiki

množico celih števil vpeljemo v 6. razredu. Od učencev pričakujemo, da nam znajo množico celih števil opisati, medtem ko od njih še ne zahtevamo predstavitve množice s simbolnim zapisom.

Pri poučevanju celih števil je treba preiti iz faze konkretnega mišljenja v fazo abstraktnega, saj negativnega števila ni več mogoče ponazoriti s fizičnimi predmeti. Razumevanje celih števil učencem v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju približamo tako, da jih vpeljemo v svet celih števil preko življenjskih kontekstov, ki so učencem blizu (temperature, nadmorska višina, dvigalo, posojila, negativno/pozitivno stanje na bančnem računu, časovna premica, igra s točkovanjem – negativne in pozitivne točke) ter da cela števila ponazarjajo z uporabo modelov. Konec 6. razreda naj bi učenci usvojili ponazarjanje celih števil na najbolj abstraktnem linearnem modelu, to je na številski premici. Pri ponazarjanju celih števil z modeli smo pozorni na številski obseg (naj bo med -15 in 15).

Učenci v 6. razredu ob uporabi modelov primerjajo cela števila. Primerjanje celih števil na številski premici pomeni razširitev znanja primerjanja naravnih števil (levo od danega števila leži manjše število). Učenci spoznajo tudi pojem nasprotna vrednost celega števila.

Pri zapisu negativnega celega števila posebno pozornost namenimo predznaku, saj so pomeni simbola »minus« različni. Učenci najprej simbol »minus« spoznajo v kontekstu operacije odštevanja števil, nato pri vpeljavi negativnih celih števil kot predznak negativnega števila in v kontekstu poznavanja nasprotne vrednosti števila.

Učenci naj spoznajo uporabnost celih števil v vsakdanjem življenju. V povezavi s tem lahko izdelajo raziskovalno nalogo (kje vse se pojavljajo negativna števila, kaj pomenijo ...).

RAČUNSKE OPERACIJE S CELIMI ŠTEVILI

razredu ob uporabi modelov seštevajo in odštevajo cela števila. Pri vpeljavi računskih operacij seštevanja in odštevanja v množici celih števil smo pozorni na številski obseg (ne presegamo obsega celih števil, ki se jih učenci naučijo ponazarjati, torej od -15 do 15). Učenci seštevajo in odštevajo cela števila z uporabo modelov, s katerimi so se spoznali pri predstavljanju celih števil. Učitelj prilagaja uporabo modelov zmožnostim učencev. Pomembno je, da učenci znajo seštevati in odštevati cela števila z uporabo vsaj enega od modelov.

Uporaba didaktičnih sredstev

Pri vpeljavi celih števil in računanju z njimi uporabljamo nevtralizacijski model in model smeri, lahko pa tudi oba skupaj. Za nevtralizacijski model največkrat uporabimo dvobarvne žetone (lahko kot konkreten material in tudi grafično). Pri modelu smeri lahko učenci simulirajo smer hoje: hoja v pozitivno smer – naprej in hoja v negativno smer – nazaj, nato pa to ponazoritev prenesemo na številsko premico. Nevtralizacijski model je še posebej pomemben za ponazoritev števila 0, linearni model pa za ponazarjanje celih števil na številski premici. Učenci lahko uporabljajo tudi virtualne modele za ponazarjanje celih števil in računanje z njimi.

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Učno zmožnejše učence lahko usmerimo v reševanje zahtevnejših problemskih nalog.



Za učence z učnimi težavami priporočamo, da uporabljajo modele za ponazarjanje celih števil, ki so jim lažji. Številska premica naj bo dalj časa dana v kontekstu (npr. ponazoritev celih števil na sliki termometra). Pri uporabi številске premice za seštevanje in odštevanje celih števil naj si učenci dalj časa pomagajo s hojo naprej in nazaj po številski premici. Na začetku obravnave celih števil lahko tem učencem omejimo obseg števil, npr. med -5 in 5 .



RACIONALNA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE

CILJI

Učenec:

○: spoznava in raziskuje uporabnost nenegativnih racionalnih števil v vsakdanjem življenju;
 SC (1.1.1.1)

I: *spoznava in primerja zapisovanje nenegativnih racionalnih števil skozi čas;*
 SC (1.1.1.1)

○: razvija razumevanje pojma ulomek;

○: spoznava odnose med desetiški enotami in uporablja sistem mestnih vrednosti za predstavitev decimalnih števil;

○: razvija zmožnost različnih predstavitev nenegativnih racionalnih števil in prehajanja med njimi;

○: spoznava in uporablja velikostne odnose med nenegativnimi racionalnimi števili;

○: razvija zmožnost zaokroževanja decimalnih števil in ocenjevanja rezultata pri računskih operacijah z decimalnimi števili;

○: razvija strategije za računanje v $\mathbb{Q}_0^+$ (tudi z uporabo računalna oz. digitalne tehnologije);

○: rešuje in oblikuje besedilne in problemske naloge v povezavi z nenegativnimi racionalnimi števili (tudi z uporabo računalna oz. digitalne tehnologije) ter sprejema in utemeljuje finančne odločitve.

SC (3.1.4.2 | 5.2.2.1 | 5.2.2.2 | 5.2.5.3)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
4.	na modelu prepozna celoto in več enakih delov celote ter jih zapiše z ulomkom predstavi ulomek (manjši od 1 ali enak 1) z modeli z uporabo modelov primerja ulomke (kot dele iste celote) po velikosti na modelih prepozna enakovredna ulomka določi vrednost enega dela in več delov celote, če je znana celota (tudi z uporabo modelov) prehaja med različnimi predstavitvami denarnih vrednosti (decimalni zapis denarne vrednosti, večimenska denarna enota, modeli denarja) primerja denarne vrednosti, predstavljene na različne načine, po velikosti sešteva in odšteva denarne vrednosti (s preoblikovanjem enomenske denarne enote v večimensko in z uporabo modelov denarja) z uporabo znanja o ulomkih in denarnih vrednostih reši besedilno oz. problemsko nalogo <i>izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti ulomkov in denarnih vrednosti v vsakdanjem življenju</i>
5.	poimenuje dele ulomka ter pojasni pomen števca in imenovalca ulomka predstavi ulomek (tudi večji od 1) z modelom ulomek, predstavljen z modelom, zapiše simbolno (tudi ulomek, večji od 1)

	z uporabo modelov zapiše ulomek večji od 1 ali enak 1 kot mešano število ¹ ali kot naravno število
	predstavi desetiški ulomek (desetine, stotine) na danem številske poltraku
	število, predstavljeno na številske poltraku, zapiše z desetiškimi ulomkom (desetine, stotine)
	z uporabo modelov primerja ulomka (ulomka s števcema 1, ulomka z enakima imenovalcema) ter ulomek in število 1 po velikosti
	z uporabo modelov primerja ulomke, mešana in naravna števila po velikosti
	določi celoto, če je dan en del ali več delov celote (tudi z uporabo modelov)
	razloži pomen decimalne vejice in razlikuje mestne vrednosti decimalnega števila (S, D, E, d, s)
	predstavi decimalno število z modelom (tudi na danem številske poltraku)
	število, predstavljeno z modelom (tudi na številske poltraku), zapiše kot decimalno število (desetine, stotine)
	primerja in uredi decimalna in naravna števila po velikosti (tudi z uporabo modelov)
	zaokroži decimalno število na celi del
	sešteva in odšteva decimalna števila z največ dvema decimalkama (tudi z uporabo modelov)
	desetiški ulomek (desetine, stotine) zapiše kot decimalno število in obratno
	pozna in utemelji (z uporabo modelov) enakovrednost števil, zapisanih kot ulomek in kot decimalno število za desetino, petino, četrtno, polovico in tri četrtine
	z uporabo znanja o ulomkih in decimalnih številih reši besedilno oz. problemsko nalogo
	<i>izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti ulomkov in decimalnih števil v vsakdanjem življenju</i>
6.	ulomek večji od 1 (ali enak 1) zapiše kot mešano število ali kot naravno število (tudi z uporabo modelov)
	naravno število zapiše kot ulomek večji od 1 ali enak 1 (tudi z uporabo modelov)
	mešano število zapiše kot ulomek večji od 1 (tudi z uporabo modelov)
	predstavi ulomek in mešano število na danem številske poltraku
	število, predstavljeno na danem številske poltraku, zapiše kot ulomek oz. mešano število
	z uporabo modelov priredi danemu ulomku (manjšemu od 1 ali enakemu 1) enakovreden ulomek
	primerja in uredi ulomke, mešana in naravna števila po velikosti (tudi z uporabo številskega poltraka)
	z uporabo modelov sešteva in odšteva ulomke (manjše od 1)
	z uporabo modelov množi in deli ulomek (manjši od 1) z naravnim številom
	razlikuje mestne vrednosti decimalnega števila in pojasni odnose med njimi
	predstavi decimalno število na številske poltraku
	število, predstavljeno na številske poltraku, zapiše kot decimalno število
	primerja in uredi decimalna in naravna števila po velikosti
	zaokroži decimalno število na celi del, desetine, stotine in tisočine
	sešteva, odšteva, množi in deli decimalna in naravna števila
	izračuna vrednost številskega izraza z decimalnimi in naravnimi števili
	predstavi odstotke z modeli
	del celote, prikazan z modelom, zapiše z odstotki
	z uporabo modelov določi 10 %, 20 %, 25 %, 50 %, 75 % in 100 % dane vrednosti
	desetiški ulomek oblike $\frac{a}{10^n}$ ($a \in \mathbb{N}_0, n \in \mathbb{N}$) zapiše kot decimalno število in obratno
	pozna in utemelji (z uporabo modelov) enakovrednost nenegativnih racionalnih števil, zapisanih na različne načine, za desetino, petino, četrtno, polovico, tri četrtine in celoto
	z uporabo modelov prehaja med različnimi zapisi nenegativnega racionalnega števila (desetiški ulomek, decimalno število, odstotki)
	z uporabo znanja o ulomkih, mešanih številih, decimalnih številih in odstotkih reši besedilno oz. problemsko nalogo
	<i>izvede in predstavi raziskavo o zapisovanju nenegativnih racionalnih števil (v različnih kulturah) skozi čas</i>
	<i>izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti nenegativnih racionalnih števil v vsakdanjem življenju</i>

¹ V zapisih standardov znanja smo uporabili strokovni termin »mešano število«, s katerim smo zaradi preglednejšega zapisa nadomestili strokovni termin »celi del in ulomek, manjši od ena«. Učitelj pri pouku uporablja oba termina tako, da je razvidna njuna povezanost oz. enak pomen.

TERMINI

- ulomek ◦ enakovredna ulomka ◦ števec ulomka ◦ imenovalec ulomka ◦ ulomkova črta
- celi del in ulomek manjši od ena (mešano število) ◦ decimalno število ◦ celi del decimalnega števila ◦ decimalka ◦ decimalna vejica ◦ desetina ◦ stotina ◦ desetiški ulomek ◦ tisočina
- desettisočina ◦ odstotek ◦ delež

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

5. razred

Standard »učenec z uporabo modelov primerja ulomke, mešana in naravna števila po velikosti« razumemo tako, da npr. učenec z uporabo modelov primerja dva ulomka ali dve mešani števili ali ulomek in mešano število ali ulomek in naravno število ali mešano število in naravno število po velikosti.

Standard »učenec z uporabo modelov primerja in uredi decimalna in naravna števila po velikosti« razumemo tako, da npr. učenec:

- » z uporabo modelov primerja dve decimalni števili ali decimalno in naravno število po velikosti ali
- » z uporabo modelov uredi decimalna števila ali števila, med katerimi so decimalna in naravna števila, po velikosti.

6. razred

Standard »učenec primerja in uredi ulomke, mešana in naravna števila po velikosti (tudi z uporabo številskega poltraka)« razumemo tako, da npr. učenec primerja dva ulomka ali dve mešani števili ali ulomek in mešano število ali ulomek in naravno število ali mešano število in naravno število po velikosti. Učenec lahko uporabi številski poltrak ali primerja števili s premislekom (npr. v primeru primerjanja enotskih ulomkov, ulomkov z enakima imenovalcema, ulomka s številom 1).

Standard »učenec primerja in uredi decimalna in naravna števila po velikosti« razumemo tako, da npr. učenec:

- » primerja dve decimalni števili ali decimalno in naravno število po velikosti ali
- » uredi decimalna števila ali števila, med katerimi so decimalna in naravna števila, po velikosti.

Standard »učenec sešteva, odšteva, množi in deli decimalna in naravna števila« razumemo tako, da npr. učenec:

- » sešteje, odšteje, množi in deli dve decimalni števili ali decimalno in naravno število ali
- » deli dve naravni števili, kjer je količnik decimalno število.



Standard »učenec izračuna vrednost številskega izraza z decimalnimi in naravnimi števili« razumemo tako, da npr. učenci izračunajo vrednost številskega izraza z decimalnimi števili ali vrednost številskega izraza, ki vključuje decimalna in naravna števila.

Pojasnilo za standarde znanja, ki vključujejo zapis: »tudi z uporabo modelov«

Pri standardu znanja »učenec sešteva in odšteva decimalna števila z največ dvema decimalkama (tudi z uporabo modelov)« učenci izkažejo znanje z uporabo modelov (s poudarkom na razumevanju mestnih vrednosti, ki jih prikažejo z modeli ali utemeljijo ustno) in brez uporabe modelov (s poudarkom na poznavanju postopkov ali razumevanju koncepta mestnih vrednosti). Npr. ko standard ocenjujemo z uporabo modelov, se predlaga ustno ocenjevanje znanja (lahko je tudi pisno: model je lahko predstavljen tudi grafično, npr. učenci grafično ponazorijo obe števili na številskega poltraku in ob tem zapišejo rezultat vsote). Standard znanja se ocenjuje tudi brez uporabe modelov: učenci seštevajo in odštevajo decimalna števila po analogiji pisnega algoritma seštevanja oz. odštevanja naravnih števil ali z razumevanjem sistema mestnih vrednosti izračunajo vsoto oz. razliko decimalnih števil – brez podpisovanja mestnih vrednosti. V 6. razredu se te vsebine ponovi in hitreje preide na posplošitev seštevanja oz. odštevanja decimalnih števil s poljubnim številom decimalnih mest.

Priporočeni načini doseganja ciljev

NENEGATIVNA RACIONALNA ŠTEVILA

Spoznavanje množice racionalnih števil vpeljemo postopno skozi drugo in tretje vzgojno-izobraževalno obdobje osnovne šole. V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci spoznajo nenegativna racionalna števila (ulomke, mešana števila, decimalna števila in odstotke). Pri spoznavanju izhajamo iz uporabnosti nenegativnih racionalnih števil v vsakdanjem življenju ter postopno razvijamo učenčevo zmožnost predstavitve nenegativnih racionalnih števil na različne načine (z uporabo modelov ter v obliki ulomka, mešanega števila, decimalnega števila in odstotkov) ter prehajanja med različnimi predstavitvami istega števila.

Ulomki

Pri poučevanju ulomkov moramo posebno pozornost nameniti različnim vidikom ulomka ter ustvarjanju povezav med njimi. Različni pomeni ulomkov se gradijo postopno skozi drugo vzgojno-izobraževalno obdobje ter zaključijo v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju z umestitvijo ulomkov v množico racionalnih števil. V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju naj učenci usvojijo razumevanje ulomka kot del celote in kot število. Zmožnejši lahko usvojijo tudi razumevanje ulomka kot količnika dveh naravnih števil, še posebej v povezavi z vpeljavo decimalnih števil v 6. razredu.

Pri predstavitvi ulomkov uporabljamo tri različne vrste modelov: ploskovni, linearni/dolžinski model in model množic.



Ulomek kot del celote učenci v 4. razredu nadgradijo iz prvega vzgojno-izobraževalnega obdobja, tako da vključimo več delov celote. Vsebino vpeljemo preko situacij, kjer je celota ena enota in kjer je celota množica diskretno ločenih objektov. Prehod naredimo npr. z modelom čokolade (1 čokolada je 1 objekt, 1 čokolada, razdeljena na 3·8 koščkov, ima za celoto 24 objektov), kjer učenci računajo enega ali več delov celote, če je dana celota in obratno.

V 5. razredu nadgradimo znanje o ulomkih kot delih celote, tako da vključimo ulomke, večje od 1. Učenci ulomke, večje od 1, ponazarjajo z modeli ter jih tudi prepoznavajo na modelih. S pomočjo modelov zapišejo ulomek v obliki mešanega števila (ne ocenjujemo opredelitve termina »mešano število«). Poudarek je na prepoznavanju števila celot in ostanka, manjšega od celote. V 5. razredu naredimo tudi prehod od ulomka kot dela celote do ulomka kot števila (poimenujemo tudi obliko zapisa ulomek ter njegove dele – števec, imenovalac, ulomkova črta), kar predstavlja za učence prehod od razumevanja ulomka kot veličine v nekem kontekstu do abstraktnjšega razumevanja ulomka kot točke oz. dolžine črte na številskem poltraku (prehod naredimo z uporabo ploskovnega in dolžinskega modela). Bistveno je, da del celote postane število oz. razdalja od števila 0 na številskem poltraku. Celoto pri tem predstavlja razdalja med 0 in 1 (torej število 1). V 5. razredu tako vpeljemo prepoznavanje in ponazarjanje ulomkov na najbolj abstraktnem dolžinskem modelu, tj. številski poltrak. Številski poltrak za ponazoritev ulomkov vpeljemo postopno (v 5. razredu celoto [dolžino 1 enote] delimo le na 10 enakih delov [učenci ponazarjajo desetiške ulomke, ponazorijo naj tudi polovico], v 6. razredu vključimo primere ponazarjanja ulomkov, da delimo enoto na število delov, ki je enako imenovalcu ali večkratniku/delitelju imenovalca ulomka [vsebino povežemo z enakovrednimi ulomki], učenci hkrati ponazarjajo tudi različne zapise nenegativnih racionalnih števil [brez odstotkov] in prehajajo med njimi).

Da lahko smiselno povežemo ulomke in decimalna števila, učenci v 5. razredu v povezavi z obravnavo decimalnih števil spoznajo desetiške ulomke (le primeri imenovalca 10, 100) ter prehajajo med obema oblikama zapisa števila. V 6. razredu razširimo pomen desetiškega ulomka na ulomke, kjer je imenovalac v obliki potence z osnovo 10), vendar ne ocenjujemo razlikovanja med desetiškimi in nedesetiškimi ulomki. To vsebino spoznajo učenci v 7. razredu.

Decimalna števila

Z vpeljavo decimalnih števil razširimo poznani desetiški sistem naravnih števil. Decimalna števila vpeljemo najprej preko merjenja, nato pa ob modelih naredimo tudi povezavo decimalnih števil z desetiškimi ulomki. Za vpeljavo decimalnih števil v 4. razredu izberemo znane kontekste (denarne vrednosti). V 5. razredu vpeljemo decimalna števila s pristopom preko merjenja veličin (npr. dolžine) ter ustvarimo povezavo decimalnega števila z desetiškim ulomkom (največ dve decimalni mesti). Decimalne številke so namreč drug zapis za ulomke, zato je pomembno, da učenec fleksibilno prehaja med obema zapisoma. Pri tem je pomembna uporaba ustreznih ponazoril (Dienesova ponazorila: 2D-trak dimenzije 1 x 10, kvadrat dimenzije 10 x 10) in ne učimo postopka preoblikovanja iz ene oblike v drugo. Učenci naj tudi usvojijo ponazarjanje decimalnih števil na danem številskem poltraku (razdeljen na 10 enakih delov). V 6. razredu nadgradimo znanje o decimalnih številih s tem, da se ne omejimo več na dve decimalni mesti ter učence naučimo prehajanja med zapisom z decimalno številko in desetiškim ulomkom, ki ima v



imenovalcu potenco števila 10. Pri razvijanju razumevanja decimalnega števila smo pozorni na mogoče napačne predstave učencev zaradi poznavanja naravnih števil (npr. števila z več števki so večja, dodajanje ničel na desno stran poveča vrednost števila ipd.) ali ulomkov (število z večjimi decimalkami je manjše, ker ulomek z večjim imenovalcem vsebuje manjše dele, npr. $0,97 < 0,4$). Pri vpeljavi decimalnih števil v začetni fazi uporabljamo tudi preglednico desetiških enot (razširitev preglednice desetiških enot, poznane pri naravnih številih). Pri poučevanju zaokroževanja decimalnih števil razvijamo tako proceduralno kot konceptualno znanje ter izhajamo iz predznanja o zaokroževanju naravnih števil. Učenci zaokrožijo decimalno število na celi del ali na določeno število decimalnih mest. Pri tej vsebini obravnavamo tudi vlogo konteksta. Učencem damo primere, kjer pomen konteksta prevlada nad poznavanjem formalnih pravil zaokroževanja (npr. koliko posod barve moramo kupiti za beljenje sobe, če za beljenje sobe potrebujemo 3,15 litra barve; barva je v posodah po 1 liter) ter primere kontekstov, kjer je upoštevanje pravil zaokroževanja pomembno (npr. beleženje meritev).

Odstotki

Odstotki so drugo ime za stotine (en del od sto), zato je zelo pomembno razvijanje njihovega razumevanja v povezavi z ulomki in decimalnimi števili (1 % od celote lahko zapišemo z ulomkom ali decimalnim številom). Potrebno predznanje je tudi znanje o branju decimalk. Pri vpeljavi odstotkov v 6. razredu uporabljamo enake modele, ki so bili uporabljeni že pri ulomkih in decimalnih številih. Priporočamo predvsem uporabo ploskovnega modela – mreža 10 x 10. Zelo pomembno je poudarjanje povezav s primeri uporabe odstotkov v vsakdanjem življenju.

RAČUNSKE OPERACIJE Z NENEGATIVNIMI RACIONALNIMI ŠTEVILI

Tako kot pri vpeljavi predstavitev nenegativnih racionalnih števil je tudi pri računskih operacijah z njimi potrebna postopnost vpeljave (najprej z uporabo modelov ter navezava na življenjske situacije). Učenci uporabljajo računske operacije z decimalnimi števili tudi pri reševanju matematičnih problemov v različnih kontekstih (osebni, družbeni, strokovni ali življenjski).

Računske operacije z ulomki

Učence v računske operacije z ulomki uvajamo postopno, pri čemer smo usmerjeni v razvijanje razumevanja enakosti/enakovrednosti ulomkov ter primerjanja ulomkov po velikosti. Računanje z ulomki v drugem triletju vpeljujemo z uporabo modelov. S tem pri učencih razvijamo razumevanje računskih operacij seštevanja, odštevanja ulomkov in množenja/deljenja ulomkov z naravnim številom.

Pri primerjanju ulomkov po velikosti izhajamo iz predznanja te vsebine v 3. razredu in poudarimo, da za primerjanje potrebujemo enako celoto ter da mora biti celota razdeljena na enako velike dele. Učenci v 4. razredu z uporabo modelov (ploskovni, dolžinski) primerjajo po velikosti ulomke manjše od 1. Pri tem naj bodo ulomki predstavljeni kot del iste celote. V 5. razredu učenci ob modelih primerjajo ulomke s števcem 1 (npr. $\frac{1}{3}$ in $\frac{1}{7}$; $\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{5}$), ulomke z enakimi imenovalci ($\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{7}$ in $\frac{2}{7}$) ter ulomke kot dele celote, ki ni razdeljena na enako število delov (npr. ob modelu primerja $\frac{1}{2}$ in $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$ in $\frac{4}{6}$). Prav tako naj učenci ob modelih primerjajo ulomke s številom 1 (večji, manjši ali enak 1). Pri tem tudi razvijamo uporabo strategij primerjanja (primerjanje na osnovi vedenja, ali je ulomek večji ali manjši od $\frac{1}{2}$, bliže polovici ali številu 1). V



5. razredu razširimo znanje o velikosti ulomkov na primerjanje ulomkov večjih od 1 (npr. primerja $\frac{1}{2}$ in $\frac{3}{2}$) z uporabo modelov. Pri tem vključimo tudi primere, kjer primerjajo ulomke z mešanim, decimalnim ali naravnim številom. Učenci v 6. razredu še ne primerjajo ulomkov z razširjanjem na skupni imenovalac, ampak le ob uporabi modelov, tako da z razpolavljanjem, dodajanjem novih delilnih črt na modelu prirejajo enakovredni ulomek in potem primerjajo ulomka po velikosti. Učenci znanje o ulomkih, decimalnih, naravnih in mešanih številih poglobijo tudi s tem, da jih primerjajo in urejajo med seboj. Uporabo modelov za primerjanje in urejanje ulomkov lahko postopno opustimo, če učenci razvijejo ustrezno razumevanje, ocenjujemo pa le z uporabo modelov.

Pojem enakovreden ulomek gradimo postopno. V 4. razredu učenec na modelih prepozna enakovredna ulomka, v 6. razredu pa učenci z uporabo modelov že prirejajo danemu ulomku (manjšemu ali enakemu 1) enakovreden ulomek. Znanje o enakovrednih ulomkih uporabljajo učenci v 6. razredu tudi pri seštevanju in odštevanju ulomkov. Pri vpeljavi seštevanja in odštevanja ulomkov poudarimo pomena števca in imenovalca ulomka, tj. števec šteje delčke, imenovalac pa pove, katero vrsto delčkov štejemo. Pomembno je, da učenci ozavešijo, da delčkov različnih velikosti ne znamo seštevati/odštevati in jih moramo zato spremeniti v tako obliko zapisa, da bomo dobili delčke enake velikosti (enakovredni ulomki). V 6. razredu učenci seštevajo in odštevajo ulomke ob uporabi modelov (predvsem dolžinski model), pri čemer najprej spoznajo primere seštevanja/odštevanja ulomkov z enakimi imenovalci, nato en ulomek nadomestimo z enakovrednim ulomkom ter nazadnje oba ulomka nadomestimo z enakovrednim ulomkom. Učenci v 6. razredu ob uporabi modelov množijo in delijo ulomke le z naravnim številom. Pri obravnavi in preverjanju znanja izhajamo iz problemskih situacij, ki so postavljene v vsakdanji kontekst in omogočajo reševanje z uporabo modelov. Računsko operacijo množenja povežemo s predznanjem o računanju dela celote iz 4. razreda (besedo »od« zamenja znak za množenje, kar najlažje ponazorimo na ploskovnem modelu). Pri obravnavi deljenja ulomka z naravnim številom lahko predstavimo učencem realno situacijo, kjer pride do delitve (npr. za $\frac{1}{2}$: 2 se vprašamo, koliko soka dobi vsak od 2 prijateljev, če si razdelita $\frac{1}{2}$ litra soka).

Računske operacije z decimalnimi števili

Računske operacije z decimalnimi števili ter primerjanje in urejanje decimalnih števil po velikosti razvijamo postopno z uporabo modelov. Pri decimalnih številih učenci v 4. razredu primerjajo le denarne vrednosti (zapisane z enoimensko ali večimensko denarno enoto). Pri seštevanju in odštevanju denarnih vrednosti smo pozorni na to, da učenci preoblikujejo zapis iz enoimenske denarne enote v večimensko, saj decimalnih števil po pisnem algoritmu še ne znajo sešteti/odšteti. V 5. razredu učenci primerjajo in urejajo decimalna števila (z največ dvema decimalkama) z uporabo dolžinskih (tudi na številskem poltraku) in ploskovnih modelov. Pri tem učencev ne učimo postopka primerjanja, ampak poudarjamo razumevanje velikosti števila (povežemo z merjenjem in razumevanjem desetiških enot pri decimalnih številih, kar ponazarjamo z modeli). Prav tako naj učenci ugotavljajo, kateremu naravnemu številu je decimalno število bližje. Številski poltrak je najbolj abstrakten model, ki ga uporabimo in zahteva predhodno znanje predstavitve decimalnega števila na njem. Ko učenci to usvojijo, primerjajo decimalna števila ob številskem poltraku po analogiji primerjanja naravnih števil. V 6. razredu znanje o primerjanju in urejanju decimalnih števil nadgradimo, tako da učenci primerjajo in



urejajo decimalna števila brez uporabe modelov, torej usvojijo postopek, ki pa ga uporabljajo predvsem pri urejanju decimalnih števil po velikosti (primerjajo naj še vedno z razumevanjem brez modelov, če so to zmožni). Učenci znanje o primerjanju decimalnih števil po velikosti povežejo tudi z znanjem o ulomkih in mešanih številih, tako da primerjajo in urejajo po velikosti decimalna števila, mešana števila in ulomke. Poudarjamo tudi zaokroževanje decimalnih števil na celi del oz. na dano število decimalnih mest.

Računske operacije z decimalnimi števili ne zahtevajo razvijanja novih algoritmov, saj se pri računanju z decimalnimi števili izvajajo isti algoritmi kot pri računanju z naravnimi števili. Prav tako je pomembna ocena rezultata računske operacije, ki jo učenci utemeljijo z znanjem o zaokroževanju decimalnih števil. Učenci že v 4. razredu seštevajo/odštevajo denarne vrednosti, podane v decimalnem zapisu. V 5. razredu razvijamo predvsem koncept mestnih vrednosti decimalnih števil in predstavimo o velikosti decimalnega števila. Učenci v 5. razredu seštevajo in odštevajo decimalna števila z največ dvema decimalkama z uporabo modelov (Dienesova ponazorila, dolžinski modeli, merjenje) in brez (po analogiji pisnega računanja z naravnimi števili, pri čemer smo pozorni na primere, kjer število decimalnih mest obeh števil ni enako). Prav tako lahko z uporabo modelov že množijo in delijo decimalno število z naravnim številom, vendar tega v 5. razredu še ne ocenjujemo; njihovo uporabo pa vidimo predvsem pri različnih problemskih nalogah iz vsakdanjega življenja, kjer učenci uporabljajo znanje o računanju z decimalnimi števili. V 6. razredu pa naj učenci razvijejo spretnost računanja z decimalnimi števili (najprej z uporabo modelov) brez uporabe modelov. Vpeljava računskih operacij naj bo postopna, kar pomeni, da najprej množijo decimalno število z naravnim številom, potem decimalno število s potenco števila 10 (navežemo na desetiške enote in zakon o razčlenjevanju) ter na koncu decimalno število z decimalnim številom. Pri vpeljavi deljenja predlagamo spoznavanje pravil za deljenje v naslednjem zaporedju: učenci delijo decimalno število s potenco števila 10, delijo dve naravni števili, katerih količnik je decimalno število (pomembno vprašanje je, kako ostanek pri pisnem deljenju izrazimo z decimalkami), delijo decimalno število z naravnim številom, delijo decimalno število z decimalnim številom. V 6. razredu naj bo rezultat računskih operacij decimalno število s končnim številom decimalk. Pri spoznavanju pravil računanja z decimalnimi števili predlagamo uporabo računalov, izhajanje iz življenjskih kontekstov in uporabe modelov.

Računske operacije z odstotki

Pri računanju z odstotki v 6. razredu smo pozorni na njihovo uporabnost v vsakdanjem kontekstu ter vključimo preproste primere določanja 10 % (in tudi 20 %, 25 %, 50 %, 75 %, 100 %) dane vrednosti (izražene z naravnim številom) z uporabo modelov, s sklepanjem in premislekom (na osnovi znanja o ulomkih in decimalnih številih ter njune povezave z odstotki).

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Učencem, ki potrebujejo modele dalj časa, le-te pustimo, medtem ko lahko učno zmožnejši hitreje preidejo na uporabo zahtevnejših modelov (številski poltrak) in abstraktnejše razmišljajo o nenegativnih racionalnih številih. Učno zmožnejše učence lahko usmerimo tudi v reševanje zahtevnejših problemskih nalog.





GEOMETRIJA IN MERJENJE

OBVEZNO

OPIS TEME

Geometrija in merjenje je eno od temeljnih področij matematike.

Pri skupini ciljev Geometrijski elementi in merjenje učenci spoznavajo in raziskujejo uporabnost geometrijskih elementov in merjenja v vsakdanjem življenju, se urijo v uporabi geometrijskega orodja, uporabljajo dva trikotnika, ravnilo, šestilo in kotomer (krožni ali polkrožni). Spoznavajo in raziskujejo temeljne geometrijske objekte (liki, telesa, črte, točke) in odnose med njimi, razvijajo razumevanje pojmov obseg, ploščina, površina in prostornina ter merske enote zanje. Rešujejo besedilne in problemske naloge v povezavi z geometrijskimi objekti in merjenjem.

Geometrijske oblike so del okolja, zato jih učenci prepoznavajo tudi na drugih področjih ustvarjanja in delovanja (umetnost, arhitektura ...).

Skupina ciljev Prostorska vizualizacija in orientacija izpostavlja pomembnost razvoja prostorskih predstav, ki so temelj za razumevanje geometrijskih pojmov in odnosov. Vizualizacija kot kognitivna zmožnost vključuje mentalno manipulacijo objektov – kot je vrtenje, zrcaljenje, sestavljanje ali razstavljanje teles – ter prepoznavanje njihovega položaja in oblike z različnih zornih kotov. V tej skupini ciljev učenci razvijajo sposobnost povezovanja dvo- in tridimenzionalnih predstav (npr. mreže teles), prepoznavanja geometrijskih objektov v prostoru, njihovo risanje iz različnih perspektiv ter orientacijo v prostoru, kjer si v mislih predstavljajo spremembo kota gledanja ob nespremenjenem objektu. Gre za sistematično razvijanje vizualno-prostorskih zmožnosti, ki jih učenci ne razvijejo ob drugih geometrijskih vsebinah. Vizualne predstave so predpogoj za uspešno razumevanje abstraktnih konceptov, kot so obseg, ploščina, prostornina in geometrijske transformacije.

V skupini ciljev Transformacije učencem omogočamo, da spoznavajo in raziskujejo simetrijo, skladnost, vzporedne premike in slikovna zaporedja geometrijskih elementov (tudi v vsakdanjem življenju).

Znanje povezujemo z drugimi matematičnimi temami.

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

V skupini ciljev Geometrijski elementi in merjenje v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju učence uvedemo v zaznavanje pojmov, ki so neomejeni (npr. premica, poltrak, kot, ravnina) in jih navajamo na abstraktnost. Spoznajo, da model premice, poltraka, kota in ravnine ne more pokazati neomejenosti. Učenci spoznajo nove veličine in razvijajo njihovo razumevanje (ploščina, prostornina in velikost kota). Učenci razširijo znanje o merskih enotah. Znanje uporabljajo ob izvajanju merjenja, ocenitvi in primerjanju velikosti ter računanju z veličinami.



Učenci analizirajo odnose med liki in telesi in raziskujejo mreže geometrijskih teles. Na voljo imajo fizične modele in merilne instrumente. V tem obdobju učenci nadgrajujejo statične vizualne podobe do sposobnosti miselne manipulacije geometrijskih objektov v prostoru. Skupino ciljev tako povežemo s Transformacijami.

Ob smiselni uporabi in podpori digitalne tehnologije učenci usvajajo, povezujejo in izkazujejo znanje iz vsebin geometrije in merjenja.

Znanje, pridobljeno pri Geometriji in merjenju, učenci povezujejo z znanjem drugih matematičnih tem, saj lahko tudi pri obravnavi pojmov, ki sicer niso geometrijski, uporabijo znanje geometrije, npr. prikazovanje ulomkov z liki.

V temi uresničujemo tudi ključne skupne cilje s področij Jezik, državljanstvo, kultura in umetnost, Zdravje in dobrobit ter Digitalna kompetentnost.

Učitelj in učenci uporabljajo strokovne termine:

Skupina ciljev	4. razred	5. razred	6. razred
Geometrijski elementi in merjenje	premica presečišče točka sečnici vzporednici pravokotnici daljica krajšice kot pravi kot krožnica razdalja obseg prostornina	ravnina poltrak izhodišče poltraka krak kota vrh kota središče polmer premer tetiva ploščina	polni kot kot nič ¹ iztegnjeni kot ostri kot topi kot udrti kot izbočeni kot sekanta tangenta mimobežnica pas površina kotna stopinja kotna minuta
Transformacije	simetrala skladna lika	skladni daljici	vzporedni premik
Prostorska vizualizacija in orientacija		mreža geometrijskega telesa	

* Učenci in učitelj lahko enakovredno uporabljajo strokovni termin »ničelni kot«.

Učitelj in učenci uporabljajo dogovorjene simbolne zapise in oznake:

Skupina ciljev	4. razred	5. razred	6. razred
Geometrijski elementi in merjenje	premica: $p, r \dots$ točka: $A, B \dots$ daljica: $AB, BC \dots$ dolžina daljice: a ali $ AB $ obseg: o prostornina: V	poltrak: $h, k \dots$ pravokotnost: $\perp$ vzporednost: $\parallel$ ploščina: S	točka (ne)leži/(ne)pripada premici, daljici, krožnici, kotu, liku: $\in, \notin$ razdalja med točko in premico: $d(T, p)$ razdalja med točkama: $d(A, B)$ razdalja med vzporednicama: $d(p, r)$ kot: $\alpha, \beta, \gamma \dots$ skladnost: $\cong$

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA TEMO

V didaktičnih priporočilih za temo Geometrija in merjenje izpostavljamo pomembne usmeritve za pouk geometrije v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju. V didaktičnih priporočilih za posamezne skupine ciljev so usmeritve dodatno pojasnjene, navedeni so tudi primeri.

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Učenci se zavedajo uporabnosti geometrijskih elementov, merjenja, simetrije, skladnosti, vzporednega premika in geometrijskih vzorcev v vsakdanjem življenju, če svojo okolico opazujejo z namenom prepoznavanja geometrijskih oblik in uporabe merjenja v vsakdanjem življenju. Za uresničevanje cilja učitelj učencem omogoči, da o svojih opazovanjih oblikujejo zapise v različnih besedilnih vrstah **SC** (1.1.1.1) in z različnimi digitalnimi orodji. Spodbujamo njihova močna področja in omogočimo razvijanje kompetentnosti. Učencem omogočimo opazovanje uporabnosti geometrijskih elementov, merjenja, simetrije, skladnosti, vzporednega premika in geometrijskih vzorcev v vsakdanjem življenju glede na njihove interese **SC** (3.1.3.1). Učitelj učencem omogoča izkoriščanje in razvoj njihovih močnih področij ter uresničitev različnih interesov (izbira načina in vrste predstavitve, načina sodelovanja s sošolci, vsebinskega področja) tudi s povezovanjem ciljev iz različnih skupin ciljev v temi Geometrija in merjenje, v povezavi z drugimi temami učnega načrta za matematiko ali z medpredmetnim povezovanjem. Učitelj učencem predstavi možnost ustvarjanja skupnih dokumentov, ki jih uporabijo za predstavitev.

Priporočeni načini doseganja ciljev

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju delamo na konkretnem in nato na slikovnem nivoju. Geometrijski pojmi so primer pojmov s podobo. Vsebujejo vizualno komponento – sliko, ki je neločljivo povezana s pojmovno komponento – definicijo. Zavedanje te neločljive povezanosti otežuje razvijanje pojma, kar poskušamo premagovati s čim bolj raznolikimi primeri (npr. trikotniki so lahko tudi topokotni, raznostranični ... četudi jih morda še ne poimenujemo). V temi Geometrija in merjenje v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju namenimo posebno pozornost temu, da učenec v 4. razredu premico (in v 5. razredu poltrak in ravnino) zaznava kot neomejene pojme in se zaveda, da slika pojma ne more prikazati te lastnosti. Par premic učenci razvrščajo glede na število skupnih točk. Točko spoznajo četrtošolci kot presečišče črt in kot samostojni objekt. Spoznajo različne vloge točke (npr. krajišče, izhodišče, oglišče, središče, vrh ...). Daljico spoznajo četrtošolci kot najkrajšo črto, ki povezuje dve točki, spoznajo tudi njene različne vloge (npr. stranica, rob, tetiva, polmer, premer ...). Učitelj vpelje množice in odnosov med njimi izpelje v temi Aritmetika. V temi Geometrija in merjenje izbira zglede množic iz obeh tem, tako učenci ob raznolikih primerih utrdijo znanje.

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju sta geometrija in merjenje združeni v skupini ciljev Geometrijski elementi in merjenje. Znotraj te skupine ciljev obravnavamo naslednje veličine:

- » dolžina,
- » ploščina,
- » prostornina,
- » masa,
- » čas,
- » velikost kota.

Temeljne ideje merjenja, ki jim sledimo pri poučevanju, so:



- » smiselnost merjenja in ocenjevanja meritve je odvisna od seznanjenosti z mersko enoto, ki jo uporabljamo;
- » ocenjevanje in razvoj mejnikov za večkrat uporabljane merske enote lahko spodbudi razvoj razumevanja merskih enot;
- » merilni instrumenti so naprave, ki nadomestijo potrebo po uporabi dejanskih merskih enot. Nujno je razumevanje delovanja instrumentov.

Ob izvajanju merjenja naj učitelj učencem ponudi dejavnosti, ob katerih bodo razvijali zmožnost ocene merskih veličin (npr. s pomočjo iteracije enote ali ocenjevanja delov količine), velikosti geometrijskih elementov (dolžino daljice, velikost kota, ploščino lika ...) in primerjanje le-teh. Učenci naj uporabijo čim več različnih merilnih instrumentov. Po izvedenem merjenju naj potekata primerjava med ocenjeno in izmerjeno vrednostjo ter razmislek o pomenu natančnosti meritev. Učitelj naj omogoči, da bodo učenci enote za veličine spoznavali z izkušnjami merjenja, kar bo krepilo razvoj predstave velikosti enot. Izbiro velikostno primernejše enote predstavimo kot enega izmed razlogov za pretvorbo enot (razen računanja z enotami). V 4. in 5. razredu učenci pretvarjajo sosednje enote. V 6. razredu spoznavajo odnose med votlimi in kubičnimi merami in enoti za merjenje kotov (kotno stopinjo in kotno minuto). Za naloge pretvarjanja med merskimi enotami izberemo primere iz realnih življenjskih situacij in poudarimo pretvarjanje med sosednjimi enotami.

Merjenje in geometrijo povežemo tudi pri obsegu in ploščini geometrijskih likov in površini in prostornini teles. Pomembno je, da učenci ob dejavnostih spoznajo strategijo za določanje obsega lika. Obseg večkotnika v 4. razredu razumejo kot vsoto dolžin stranic, vendar formule za obseg še ne zapišemo. Obseg likov učenci spoznajo tudi za krivočrtne like, merijo ga s pomočjo vrvice, kasneje se osredotočimo na večkotnike. Formule zapišemo v 6. razredu. V 4. razredu učenci spoznajo prostornino telesa. V 5. razredu nadaljujemo z dejavnostmi, ob katerih učenci spoznajo ploščino in jo ločijo od obsega, v 6. razredu pa površino telesa ločijo od njegove prostornine.

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju pričenjamo s preprostejšimi problemskimi nalogami in nalogami povezovanja veličin. Učenci raziskujejo tudi sestavljene like in telesa. Sestavljanje in razstavljanje geometrijskih likov in geometrijskih teles delamo na konkretnem in nato na slikovnem nivoju.

Izdelavo mreže kocke in kvadra povežemo z obravnavo površine kocke in kvadra. Učitelj omogoči raziskovanje s statičnimi in dinamičnimi ponazoritvami. Eden izmed vidikov vizualizacije je sposobnost ustvariti si podobo ploskve teles (pogled od spredaj, zadaj, levo, desno, zgoraj). Zato naj učenci opazujejo geometrijska telesa ter telesom prirejajo ponazoritve njihovih ploskev in obratno. Ukvarjamo se z različnimi geometrijskimi elementi: telesi, liki, koti, črtami in točkami, in z njihovimi transformacijami: translacija/premik (skladnost), zrcaljenje (simetrija in vrtež).

Vodilna aktivnost osne simetrije je dopolnjevanje oblik na mreži do simetričnih, pri čemer je simetrala v drugem triletju v vodoravni ali navpični legi izven oblike. V 5. razredu nadgradimo s simetralami v poljubnih legah. Simetrijo in skladnost naj učenci prepoznavajo in uporabljajo tudi v umetniškem izražanju.



Uporaba didaktičnih sredstev

Fizični stik s predmeti lahko poglobi razumevanje matematičnih pojmov. Uporaba modelov omogoča učencem, da manipulirajo s predmeti v prostoru.

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju naj bo poudarek na konkretnih pripomočkih, virtualni pripomočki naj bodo manj poudarjeni. Učenci uporabijo digitalno tehnologijo kot orodje za raziskovanje lastnosti geometrijskih elementov in odnosov med njimi, tlakovanja ravnine ter za reševanje problemskih nalog z geometrijsko vsebino. Učitelj ob kotnih merah vključi tudi uporabo računalna.

GEOMETRIJSKI ELEMENTI IN MERJENJE

CILJI

Učenec:

- : spozna in raziskuje uporabnost geometrijskih elementov in merjenja v vsakdanjem življenju;
SC (1.1.1.1)
- : spozna, uporablja in povezuje lastnosti geometrijskih elementov;
- : pri načrtovanju geometrijskih elementov uporablja geometrijsko orodje;
- : raziskuje lastnosti geometrijskih likov in teles;
- !: *raziskuje medsebojne lege dveh krožnic;*
- : razvija razumevanje pojmov obseg, ploščina, površina in prostornina;
- : razvija predstave o velikostnih odnosih med merskimi enotami;
- : rešuje in oblikuje besedilne in problemske naloge v povezavi z geometrijskimi elementi in merjenjem (tudi z uporabo digitalne tehnologije).
SC (3.1.4.2 | 5.2.2.1 | 5.2.2.2)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja	Standardi triletja
4.	opiše geometrijske elemente in odnose med njimi (točka, daljica, premica) načrta, označi in poimenuje daljico in premico načrta in označi pravokotnico in vzporednico	<i>izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti geometrije in merjenja v vsakdanjem življenju</i> reši besedilno in problemsko nalogo z geometrijsko vsebino

	prepozna kote v situacijah iz vsakdanjega življenja in v večkotnikih ter njihovo velikost primerja z velikostjo pravega kota;
	opiše kvadrat in pravokotnik
	primerja in razvrsti geometrijske like po različnih kriterijih
	uporabi in utemelji strategijo ugotavljanja obsega večkotnika
	opiše kocko in kvader
	primerja in razvrsti geometrijska telesa po različnih kriterijih
	uporabi merske enote (m, cm, dm, mm, km, kg, dag, g, mg, t, L, dL, mL, cL, h, min, s)
	pozna odnose med merskimi enotami
	pretvori sosednji merski enoti in računa z veličinami
	izmeri dolžino, maso, čas in prostornino ter meritev zapiše s številsko vrednostjo in ustrezno mersko enoto
5.	opiše geometrijske elemente in odnose med njimi (točka, daljica, premica, poltrak)
	načrta in označi poltrak
	načrta, opiše in označi kot ter primerja kote po velikosti
	načrta in označi pravokotnico in vzporednico skozi dano točko
	opiše, načrta in označi krožnico z danim polmerom
	razlikuje med krogom in krožnico
	razlikuje med polmerom, premerom in tetivo
	opiše in načrta pravokotnik ter označi stranice in oglišča pravokotnika
	opiše odnos med pravokotnikom in kvadratom
	razlikuje med obsegom in ploščino geometrijskega lika
	izmeri ploščino geometrijskega lika s konstantno nestandardno in standardno enoto
	izračuna ploščino pravokotnika in kvadrata z uporabo različnih strategij
	opiše odnos med kocko in kvadrom
	uporabi merske enote (tudi mm^2, cm^2, dm^2, m^2)
	pozna odnose med merskimi enotami
	pretvori sosednji merski enoti in računa z veličinami
	pretvori iz večimenske enote v enoimensko in obratno (tudi z decimalnimi številskimi vrednostmi)
	izmeri dolžino, maso, čas in prostornino ter meritev zapiše s številsko vrednostjo in ustrezno mersko enoto
6.	pozna kot (kot del ravnine)
	poimenuje, izmeri, razvrsti, načrta in označi kot
	opiše geometrijske elemente (tudi kot) in s simboli zapiše odnose med njimi
	opiše in načrta medsebojne lege premice in krožnice ter razlikuje med tangento, sekanto in mimobežnico
	razlikuje med površino in prostornino geometrijskega telesa
	izračuna površino in prostornino kocke in kvadra z uporabo različnih strategij
	uporabi merske enote (tudi hL, km^2, mm^3, cm^3, dm^3, m^3, kotna stopinja, kotna minuta)
	pozna odnose med merskimi enotami (tudi odnos med dm^3 in L)
	pretvori merske enote in računa z veličinami
	izmeri dolžino, maso, čas in prostornino ter meritev zapiše s številsko vrednostjo in ustrezno mersko enoto

TERMINI

- premica ◦ presečišče ◦ točka ◦ ravnina ◦ poltrak ◦ izhodišče poltraka ◦ sečnici
- vzporednici ◦ pravokotnici ◦ daljica ◦ krajišče ◦ kot ◦ pravi kot ◦ krak kota ◦ vrh kota
- polni kot ◦ kot nič ◦ iztegnjeni kot ◦ ostri kot ◦ topi kot ◦ udrti kot ◦ izbočeni kot
- krožnica ◦ središče ◦ polmer ◦ premer ◦ tetiva ◦ sekanta ◦ tangenta ◦ mimobežnica
- razdalja ◦ pas ◦ obseg ◦ ploščina ◦ prostornina ◦ kotna stopinja ◦ kotna minuta
- površina

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Učitelj za uresničevanje te skupine ciljev učence motivira s primeri iz vsakdanjega življenja. Povabi jih, da raziskujejo uporabnost geometrijskih elementov in merjenja. Pri tem jim omogoči, da zbrane informacije, zapise ugotovitev in predstavitev oblikujejo kot skupne dokumente. Predstavi jim različna digitalna orodja za soustvarjanje skupnih dokumentov, načine sodelovanja v oblikovanju vsebine ter njihovem deljenju. Učencem tako omogoči sodelovanje v skupini, prepoznavanje in razvoj sodelovalne in digitalne kompetentnosti.  (4.2.4.1)

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Zapis v standardu znanja »... z uporabo različnih strategij« ne pomeni, da morajo učenci isto nalogo rešiti z več različnimi strategijami, temveč da dopuščamo reševanje z uporabo katerekoli matematično korektne strategije.

Uporaba lastnosti nekega pojma vključuje načrtovanje le-tega. Črte, like in telesa lahko učenci primerjajo in (hierarhično) klasificirajo glede na njihove geometrijske lastnosti (npr. določujoče karakteristike). Učenci opišejo odnose med liki/telesi na osnovi kriterijev razvrščanja (npr. število oglišč, število stranic, vzporednost, pravokotnost, dolžine stranic, velikosti kotov, oblika robov ...). Opisati odnose med geometrijskimi elementi znotraj minimalnega standarda pomeni:

4. razred: »leži«, »ne leži«, »se seka«, »se ne seka«, »sta vzporedni«, »sta pravokotni« (brez simbolnih zapisov);

5. razred: »leži«, »ne leži«, »se seka«, »se ne seka«, »sta vzporedni«, »sta pravokotni« (simbolna zapisa $\perp$ in $\parallel$);

6. razred: »leži«, »ne leži«, »se seka«, »se ne seka«, »sta vzporedni«, »sta pravokotni« ((simbolni zapisi $\in$, $\notin$, $\perp$ in $\parallel$)).

Par premic učenci v 4. razredu razvrščajo glede na število skupnih točk (poseben primer pravokotnici) in vzporednici. Pravokotnice in vzporednice tudi načrtujejo, pri pravokotnicah na sliki označijo pravokotnost. Pri načrtovalnih nalogah učenci pridobivajo spretnosti pri uporabi geometrijskega orodja. V 4. razredu naj učenci pri risanju pravokotnika in kvadrata uporabljajo šablono, pri risanju kroga in krožnice pa najprej vrvico in priročne toge predmete, šele za tem tudi šestilo. Ker gre za prvo uporabo šestila, učencem ponudimo različne aktivnosti za rokovanje s šestilom (tudi povezava z LUM).

V 5. razredu učenci v različnih situacijah prepoznajo pojme: poltrak, polmer in premer krožnice/kroga ter tetiva. Pri načrtovanju krožnice in kroga z danim polmerom ali premerom uporabljajo geometrijsko orodje (šestilo, ravnilo). Poznajo in uporabljajo matematično simboliko za vzporednost in pravokotnost.

V 6. razredu učenci kote tudi poimenujejo. Kot enolično poimenujemo z uporabo izrazov izbočeni oz. udrti kot, označimo notranjost kota ali ga poimenujemo in označimo z grško črko. Za opis odnosov med geometrijskimi elementi uporabijo znanje iz vsebin o množicah.

Tangento učenci načrtajo kot pravokotnico v dotikališču na nosilko polmera krožnice.

Priporočeni načini doseganja ciljev

V 4. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

- » načrtajo daljico z dano dolžino;
- » opazujejo in primerjajo kote, ki nastanejo pri sekanju premic;
- » kote označijo z lokom, ker še ne uporabljajo izrazov izbočeni kot, udrti kot;
- » opazujejo kot med sosednjima stranicama v večkotniku tako, da primerjajo velikost kota z velikostjo pravega kota.

V realnih situacijah četrtošolci opazujejo kote v statični situaciji (na primer položaj križajočih se cest, naklon klanca, kot med naperami kolesa) in v dinamični situaciji (položaj smučk med smučanjem, kot med sekundnim in minutnim kazalcem). Posebej pozorni smo, da kot ni zaznan le kot vrh ali le kot vrh in kraka, ampak da učenci zaznavajo tudi notranjost kota. Tako je omogočena vpeljava kota kot dela ravnine (6. razred). Učenci primerjajo velikosti kotov z velikostjo pravega kota (na primer z uporabo prozornega papirja).

Krožnico vpeljemo dejavnostno (palica, vrvica, in količek), za utemeljevanje opredelitve lahko uporabimo tudi (fizično ali virtualno) geoploščo.

V 5. razredu učenci kote še označujejo z lokom, ker še ne uporabljajo izrazov izbočeni kot, udrti kot. Označijo vrh in kraka kota. Brez merjenja primerjajo kote po velikosti (večji, manjši, skladen). Pozorni smo, da primerjajo kote, ki imajo narisane različno dolge krake.

Nabor likov za opisovanje odnosov med njimi na osnovi kriterijev razvrščanja naj bo čim bolj raznolik. Kot primer navedimo aktivnost »Skrito pravilo«. Oblikujemo podmnožico, ki jo definira »Skrito pravilo« (npr. štirikotniki), vendar v podmnožico ne vključimo vseh oblik. Učenci poiščejo tiste, ki jih nismo vključili.

V 6. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

- » povežejo pojma razdalja med točkama in dolžina daljice;
- » opredelijo, izmerijo in s simboli zapišejo razdaljo med točko in premico ter med dvema premicama;
- » načrtajo točko v določeni razdalji od premice in obratno;



- » dani premici načrtajo vzporednico v določeni razdalji (pas);
- » načrtajo tetivo z dano dolžino;
- » razlikujejo med tetivo in sekanto;
- » načrtajo premico na dani oddaljenosti od središča kroga in jo poimenujejo (sekanta, tangenta, mimobežnica);
- » načrtajo tangento skozi dano točko na krožnici;
- » usvojijo pojme in simboliko: vrh kota, krak kota, notranjost kota, zunanost kota, oznaka kota;
- » razlikujejo vrste kotov: udrti kot, izbočeni kot, polni kot, kot nič, iztegnjeni kot, ostri kot, topi kot,
- » načrtajo kote in opišejo velikost posameznih vrst kotov.

Učenci usvojijo simbolni zapis pripadnosti elementov množici v temi Aritmetika. V temi Geometrija in merjenje učenci simbolni zapis uporabijo za zapis odnosov med množicami, ki vsebujejo tudi geometrijske elemente.

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju tema Geometrija in merjenje vsebuje tudi skupino ciljev Geometrijski elementi in merjenje. Znotraj te skupine ciljev obravnavamo naslednje veličine:

- » dolžina,
- » ploščina,
- » prostornina,
- » masa,
- » čas,
- » velikost kota.

Merjenje in geometrijo povežemo pri obsegu in ploščini geometrijskih likov ter površini in prostornini teles. Pomembno je, da učenci ob dejavnostih spoznajo strategijo za določanje obsega lika. Primer: obseg krivočrtnega lika lahko določijo z uporabo vrvice in merila (obseg kovanca, obseg ribnika). Obseg lika v 4. razredu učenci že razumejo kot vsoto dolžin stranic, vendar formule za obseg še ne zapišemo.

V 4. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

- » usvojijo pojma številska vrednost in merska enota;
- » ocenijo in merijo veličine (dolžino, maso, čas in prostornino) s standardnimi enotami;
- » povežejo pojme: daljica, dolžina daljice, številska vrednost in merska enota;
- » ob praktičnem merjenju izbirajo primerne merilne instrumente in meritve izrazijo z ustrezno mersko enoto;



- » spoznajo standardni dolžinski enoti (mm, km), merske enote za maso (g, mg, t), votli meri (mL, cL) in mersko enoto za čas (s);
- » pretvarjajo (le med dvema sosednjima enotama) večimenske enote v enoimenske;
- » primerjajo in urejajo veličine in računajo z njimi.

Pri pouku matematike se učenci srečujejo z različnimi merskimi enotami in postopki pretvarjanja med njimi. Pomemben del učenja je razumevanje in uporaba večimenskih in enoimenskih (enoimenske) enot.

Zapis z večimensko enoto združuje različne merske enote za izražanje iste veličine. Na primer, dolžino lahko izrazimo kot »2 metra in 35 centimetrov« (2 m 35 cm).

O enoimenskih enotah govorimo, ko veličino predstavljamo z eno samo mersko enoto. Na primer, namesto »2 metra in 35 centimetrov« lahko dolžino izrazimo kot »235 centimetrov«. Pretvorba zapisa z večimensko enoto v zapis z enoimensko enoto zahteva poznavanje pretvorbenih faktorjev med enotami (npr. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$) in sposobnost izvajanja ustreznih računskih operacij.

Poudarek na tem, da učenci:

- » spoznajo standardne merske enote za različne veličine, kot so dolžina, ploščina, prostornina, masa, čas in kot;
- » spoznavajo in utrjujejo odnose med standardnimi enotami, pri čemer izhajamo iz osnovnih razmerij (npr. $1\text{ m} = 10\text{ dm}$, $1\text{ L} = 10\text{ dL}$, $1\text{ kg} = 1000\text{ g}$). Poudarek je na dvosmernem razumevanju odnosa – npr. $2\text{ m} = 20\text{ dm}$, in tudi obratno, $30\text{ dm} = 3\text{ m}$. Tako učenci razvijajo občutek za količino in razumejo, kako je ista veličina izražena z različnimi enotami;
- » pretvarjajo med enotami, pri čemer se osredotočamo na pretvorbo zapisov z večimensko enoto v zapis z enoimensko enoto in obratno. Poudarjeno je pretvarjanje med sosednjimi enotami (npr. pretvorba $3\text{ L } 5\text{ dL} = 35\text{ dL}$ ali obratno), pretvarjanje v okviru nesosednjih enot se prične v 6. razredu in ni poudarjeno (npr. pretvorba $3\text{ hL } 5\text{ dL} = 3005\text{ dL}$ ali obratno);
- » računajo s količinami, pri čemer uporabljajo tako zapise z večimensko enoto kot tudi zapise z enoimensko enoto, odvisno od konteksta naloge. Ponovno poudarimo zapise s sosednjimi enotami (npr. $5\text{ km} + 3\text{ m} = 5003\text{ m}$; $1\text{ kg} - 10\text{ dag} = 90\text{ dag}$; $3 \cdot 45\text{ s} = 135\text{ s} = 2\text{ min } 15\text{ s}$; $2\text{ m}^2 : 5 = 40\text{ dm}^2$; $2 \cdot (3^\circ + 45') = 7^\circ 30'$ (ali $7,5^\circ$); $(2\text{ cm})^3 = 8\text{ cm}^3$).

Pomembno je, da učenci razvijejo zmožnost prepoznavanja, kdaj je bolj smiselno uporabiti zapise z večimensko in kdaj zapise z enoimensko enoto, ter da obvladajo postopke pretvarjanja med njimi.

V 4. in 5. razredu učenci z uporabo vrvice in merila (ali samo merila v primeru lomljenke) merijo tudi dolžino krivih črt. V 5. razredu vpeljemo decimalna števila s pristopom preko merjenja veličin (npr. dolžine) ter ustvarimo povezavo decimalnega števila z desetiškim ulomkom (le dve decimalni mesti). Pri pretvarjanju merskih enot predstavimo tudi decimalni zapis merskega števila in znanje primerjanja in računanja z decimalnimi števili smiselno povežemo z znanjem,

pridobljenim pri temi Aritmetika. V ta namen učenci uporabljajo tudi že znane modele (Aritmetika).

Za naloge pretvarjanja med merskimi enotami izberemo primere iz realnih življenjskih situacij in poudarimo pretvarjanje med sosednjimi enotami. Izbiro velikostno primernejše enote predstavimo kot enega izmed razlogov za pretvorbo enot (razen računanja z enotami). Pretvarjanje enot je ključno pri računskih operacijah z enotami, zato vključujemo primere, kjer je pretvorba nujna za pravilno izvedbo izračuna (na primer $2 \text{ km} + 7000 \text{ m}$). Smiselno je učencem predstaviti predpone (mili, centi, deci, deka, hekto (6. r.) in kilo). Enote, ki jih učenci že poznajo, povežejo z ustrezno predpono.

V 5. razredu nadaljujemo z dejavnostmi, ob katerih učenci spoznajo ploščino in jo ločijo od obsega. Za primerjanje velikosti ploskev lahko ploskve tlakujemo s skladnimi liki (konstantna nestandardna enota). Enota je lahko pravokotnik, trikotnik ali drugi liki, učenci primerjajo število likov, ki jih potrebujejo za tlakovanje ploskve.



Slika: Primer konstantne nestandardne ploščinske enote

Nadaljujemo z dejavnostmi tlakovanja in preštevanja kvadratkov (stranica kvadrata je enotska – standardna enota). Formule za ploščino pravokotnika in kvadrata še ne zapišemo.

Merjenje prostornine teles v 4. razredu pričnemo s preštevanjem kock. Merimo s konstantno nestandardno enoto; s kvadri in drugimi oblikami. Prostorska vizualizacija je pristop, ki je koristen pri povezovanju geometrije (telesa) in merjenja (v tem primeru prostornine telesa).



Slika: Primer nestandardne prostorninske enote

V 5. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

- » spoznavajo standardne ploščinske enote (mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2);
- » pretvarjajo med sosednjimi enotami (brez decimalnega zapisa);
- » spremembe ene veličine znajo povezati s spremembo druge;
- » ob primerih iz vsakdanjega življenja seštevajo in odštevajo veličine v decimalnem zapisu, množijo in delijo veličine brez decimalnega zapisa.

V 6. razredu učenci spoznajo odnos med votlimi in kubičnimi merami. Ob seznanitvi učencev z enotama ar in hektar izpostavimo, da enoti ar in ha nista enoti mednarodnega sistema enot



Sl. Pozorni smo na dovoljene in nedovoljene enote (uporaba starih merskih enot, pogovorni jezik – pedenj, čevelj, klaftera ...).

V 6. razredu učenci spoznajo enoti za merjenje kotov (kotno stopinjo in kotno minuto). Velikosti kotov seštevajo in odštevajo ter jih množijo in delijo z naravnim številom. Ob tem pretvarjajo večimenske kotne enote v enoimenske in obratno.

Formule za obseg in ploščino pravokotnika in kvadrata zapišemo v 6. razredu. Učenci naj odnos med pravokotnikom in kvadratom uporabljajo tudi pri računanju obsega in ploščine.

V 6. razredu učenci ocenijo, primerjajo in merijo prostornino s standardnimi enotami. Prostornino kocke in kvadra izračunajo s premislekom, ob tem utrjujemo uporabo odnosa med kvadrom in kocko.

V 6. razredu izvajamo dejavnosti, s pomočjo katerih učenci uporabijo formulo za ploščino pravokotnika in kvadrata pri računanju površine kvadra in kocke. V 6. razredu nadaljujemo z dejavnostmi, ob katerih učenci spoznajo površino telesa in jo ločijo od prostornine.

Učenci s premislekom izračunajo neznano količino v nalogi z geometrijsko vsebino.

Primer:

Učenci izračunajo neznano dolžino stranice pravokotnika s premislekom, z uporabo različnih strategij in brez uporabe formule.

Npr. Dana sta obseg pravokotnika in dolžina stranice pravokotnika. Učenec izbere strategijo reševanja, pri kateri v prvem koraku izračuna dvakratnik znane dolžine stranice, ali drugo strategijo, pri kateri v prvem koraku izračuna polovico obsega pravokotnika.

V 6. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

- » simbolično zapišejo skladnost kotov in enakost velikosti kotov;
- » ocenijo, narišejo in izmerijo kot do stopinje natančno (kotomer);
- » pretvarjajo večimenske kotne enote v enoimenske in obratno in računajo z njimi (tudi z uporabo računalna in brez kotnih sekund);
- » ob primerih iz vsakdanjega življenja zapisujejo merske veličine z naravnim številom, decimalnim številom in ulomkom (npr. 5 dL, 0,5 L, $\frac{1}{2}$ L);
- » spoznajo ploščinsko enoto km^2 , prostorninske enote (mm^3 , cm^3 , dm^3 , m^3), enoto hL ter znanje o enotah povežejo s primeri merjenja v vsakdanjem življenju;
- » uporabljajo pretvarjanje merskih enot pri reševanju geometrijskih in besedilnih nalog.

Pri reševanju problemov učenci razvijajo sposobnosti modeliranja (na primer: polaganje tlakovcev na teraso). Za razliko od tradicionalnih besedilnih nalog naloge matematičnega modeliranja zahtevajo veliko kognitivne pozornosti (Lipovec in Sabo, 2023).



Pomembna je uporaba pravih zapisov veličin in enot. V pomoč sta lahko letak Merske enote (Urad RS za meroslovje) in preglednica merskih enot (Preglednica 1). Pomembno je poudariti izbiro ustrezne enote (sprva izbiro enote za ustrezno veličino [na primer za ploščino: cm^2 , m^2 ... in ne cm , m ...] in nato izbiro primerne enote med razpoložljivimi [na primer: mm^2 , cm^2 , dm^2 , m^2]).

Preglednica: Usvajanje merskih enot pri pouku matematike v osnovni šoli

	merjenje dolžine	merjenje mase (<i>m</i>)	vote mere (<i>V</i>)	merjenje časa (<i>t</i>)	merjenje ploščine (<i>S</i>)	merjenje prostornine (<i>V</i>)	merjenje velikosti kotov
1.							
2.	m cm	kg	L (tudi l)				
3.	dm	dag	dL (tudi dl)	h min			
4.	mm km	g mg t	mL (tudi ml) cL (tudi cl)	s			
5.					mm ² cm ² dm ² m ²		
6.			hL (tudi hl)		ar (dovoljena le na določenem področju) ha (dovoljena le na določenem področju) km ²	mm ³ cm ³ dm ³ m ³	kotna stopinja: ° kotna minuta: ' kotna sekunda: '' (informativno)

Uporaba didaktičnih sredstev

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju pouka geometrije je ključno, da učenci pri merjenju in spoznavanju lastnosti likov in teles uporabljajo čim več fizičnih pripomočkov. Pri merjenju dolžin, kotov ali mas naj spoznajo in uporabljajo merilne instrumente (tehtnice, kotomer, merilni trak, laserski merilnik razdalj itd.) in hkrati izdelajo tudi svoje merilne instrumente (npr. tehtnico, kotomer), saj tako neposredno izkusijo, kaj pomenijo merske enote in kako deluje postopek merjenja.

Geoplošča učencem omogoča, da z elastikami ustvarjajo različne like (npr. štirikotnike ali simetrične oblike) ter pri tem spoznavajo pojme, kot so stranica, kot in obseg. Pripomočki, kot so Clixo, GeoStix, Zometool ali Polydron, vsebujejo elemente v obliki robov ali mejnih ploskev, ki jih je mogoče poljubno spajati in zvijati, zato učenci skozi sestavljanje likov in mrež raziskujejo kote ter ravninske in prostorske odnose. Pri delu z liki, ki so sestavljeni iz med seboj stičnih kvadratkov (poliomini), učenci razvijajo prostorsko predstavo, se učijo o transformacijah ter pridobivajo izkušnje z merjenjem obsega in ploščine.

Risanje krožnice z vrvico in količkom ali oblikovanje kotov z uporabo razpiranja pahljače še okrepi izkušnjsko dožemanje geometrijskih pojmov, prav tako tudi raznolika zbirka modelov geometrijskih likov (tudi konkavnih in krivočrtnih) ter polnih modelov teles (ne »žičnih«). Učenci lahko telesa in like oblikujejo sami iz gline ali kartona in tako še bolj razumejo njihovo zgradbo.

Vse navedeno učencem daje trdnejšo osnovo za prostorsko predstavljivost in razumevanje obsega, ploščine in prostornine. Čeprav obstajajo tudi virtualne različice teh pripomočkov, je v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju priporočljivo, da njihovo uporabo omejimo, saj učenci v tej fazi najbolj napredujejo prav z otipljivimi in konkretnimi materiali.

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Uporabo različnih matematično korektnih strategij za reševanje nalog lahko razširimo v smislu diferenciacije in individualizacije. Učenci lahko isto nalogo rešijo z uporabo dveh ali več različnih strategij. Število in vrsto strategij lahko opredeli učitelj ali izbiro prepusti učencem in ob tem učencem omogoči uresničevanje njihovih interesov in ozaveščanje in razvijanje njihovih močnih področij.

V 6. razredu učitelj izbirno načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

» *načrtajo krožnici v različnih medsebojnih legah;*

raziščejo krožnici v različnih medsebojnih legah in povežejo lege s središčno razdaljo.



TRANSFORMACIJE

CILJI

Učenec:

O: spoznava in raziskuje uporabnost simetrije, skladnosti, vzporednega premika in slikovnih zaporedij geometrijskih elementov v vsakdanjem življenju;

SC (1.1.1.1)

O: prepozna in uporablja simetrijo, skladnost, vzporedni premik in slikovna zaporedja geometrijskih elementov.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja	Standardi triletja
4.	načrta osno simetrično obliko prepozna in izdela skladne like	<i>izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti simetrije, skladnosti, vzporednega premika in slikovnih zaporedij geometrijskih elementov v vsakdanjem življenju</i>
5.	dani daljici načrta skladno daljico	
6.	razloži skladnost likov danemu pravokotniku načrta skladni pravokotnik prepozna in načrta geometrijski element po vzporednem premiku	

TERMINI

◦ simetrala ◦ skladni daljici ◦ skladna lika ◦ vzporedni premik

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Učenci iz prvega vzgojno-izobraževalnega obdobja že poznajo slikovna zaporedja. V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju se osredotočimo na slikovna zaporedja, ki jih sestavljajo geometrijski elementi. Učenci spoznajo in raziskujejo uporabnost simetrije, skladnosti, vzporednega premika in slikovnih zaporedij geometrijskih elementov v vsakdanjem življenju. Ob tem učitelj omogoči učencem, da vse naštet raziskujejo tudi v umetnosti **SC** (1.3.2.1) in tudi sami oblikujejo podobne izdelke **SC** (1.3.4.1).

Petošolci skladnost daljic razložijo z uporabo ravnila in šestila. Skladno daljico načrtajo z ravnilom in šestilom.

Priporočeni načini doseganja ciljev

Vodilna aktivnost osne simetrije je dopolnjevanje oblik na mreži do simetričnih, pri čemer je simetrala v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju v vodoravni ali navpični legi izven oblike.

Učenci v 4. razredu skladne like tudi izdelujejo (prosojni papir). V 5. razredu poznavanje osne simetrije nadgradimo s simetralami v poljubnih legah.

V 4. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

- » prepoznavajo simetrične oblike;
- » določijo simetrane likom in predmetom;
- » prepoznajo skladne daljice.

V 5. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

- » prepoznavajo in oblikujejo simetrične oblike;
- » *oblikujejo zaporedja s premiki in vrteži.*

V 6. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

- » ocenijo, merijo in s simboli zapišejo skladnost dveh daljic;
- » poznajo in zapišejo skladnost kotov;
- » *oblikujejo zaporedja z zrcaljenjem in s premiki.*

Spodbujamo učenje ob umetnosti in tudi ob kulturni dediščini (na primer idrijska čipka) ter tako uresničujemo skupne cilje.

Uporaba didaktičnih sredstev

Uporaba modelov omogoča učencem, da obračajo in manipulirajo s predmeti v prostoru. Fizični stik s predmeti lahko poglobi razumevanje transformacij.

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Učenci spoznavajo in raziskujejo simetrijo, skladnost, vzporedni premik in slikovna zaporedja geometrijskih elementov v vsakdanjem življenju. Svoje interese in močna področja uresničujejo tako, da učitelj diferencira in individualizira način doseganja tega cilja ter izbirno učencem omogoči, da predstavijo svoja spoznanja in ugotovitve na različne načine (individualno delo, delo v dvojicah, skupinsko delo, različni načini predstavitev).

PRIPOROČENI NAČINI IZKAZOVANJA ZNANJA

Primerno za druge oblike ocenjevanja znanja.



PROSTORSKA VIZUALIZACIJA IN ORIENTACIJA

CILJI

Učenec:

- : razvija prostorske predstave;
- : raziskuje mreže geometrijskih teles;
- : raziskuje odnose med geometrijskimi liki in geometrijskimi telesi;
- ! : raziskuje tlakovanja ravnine.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja	Standardi triletja
4.	prepozna oglato geometrijsko telo z različnih zornih kotov in prehaja med njegovimi predstavitvami	določi število enotskih kock tridimenzionalne oblike iz njene dvodimenzionalne predstavitve
5.	prepozna oglato geometrijsko telo z različnih zornih kotov in prehaja med njegovimi predstavitvami prepozna mrežo oglatega geometrijskega telesa (kocka, kvader, prizma, piramida)	na pravokotni enotski mreži prepozna z različnih zornih kotov narisano obliko, sestavljeno iz enotskih kock izdela tridimenzionalno obliko iz enotskih kock po danih navodilih
6.	izdela mrežo kocke in kvadra z danimi podatki	med dvodimenzionalnimi in tridimenzionalnimi oblikami prepozna identične sestavi in razstavi geometrijski lik in geometrijsko telo

TERMINI

- mreža geometrijskega telesa

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Izraz »oblika« se nanaša na geometrijske oblike, kot so liki in telesa, pa tudi na kompleksnejše oblike (figure, strukture), ki izhajajo iz njih.

Priporočeni načini doseganja ciljev

SESTAVLJANJE IN RAZSTAVLJANJE GEOMETRIJSKIH LIKOV IN GEOMETRIJSKIH TELES

Delamo na konkretnem in nato na slikovnem nivoju.

4. razred: Dejavnosti na tej stopnji vizualizacije bodo učence spodbudile k razmišljanju o oblikah, odnosih med njimi ter o oblikah v različnih legah. Sestavljamo in razstavljamo večkotnike. Pri

sestavljanju naj učenci uporabijo največ 4 like, prav tako naj razstavijo dvodimenzionalno obliko na največ 4 večkotnike.

5. razred: Učenci sestavljajo oblike z danim številom (največ 4) skladnih večkotnikov ter ugotavljajo, koliko različnih oblik je mogoče sestaviti. Iz manjših npr. pravokotnih trikotnikov sestavijo kvadrat; pravokotnik razstavijo na skladne kvadrate oz. druge skladne like. Tako učenci v mislih obračajo like in rešujejo matematične probleme. Izberemo tako konveksne kot tudi konkavne like.

Učenci sestavljajo in razstavljajo like (trikotnik, kvadrat, pravokotnik) ter druge dvodimenzionalne oblike (iz vsakdanjega življenja) iz neskladnih likov. Z igrami, kot je npr. (preprost) tangram ali pentomino, sestavljajo in razstavljajo oblike ter rešujejo matematične probleme.

6. razred: Učenci sestavljajo in razstavljajo večkotnike iz skladnih in neskladnih likov. Z igrami, kot je npr. tangram ali pentomino, sestavljajo in razstavljajo oblike ter rešujejo matematične probleme. Primer dejavnosti je aktivnost, kjer iz enega večkotnika ustvarimo dva tako, da dve točki na robu večkotnika povežemo z daljico. Učenci ugotavljajo, kakšni novi večkotniki nastanejo.

MREŽE GEOMETRIJSKIH TELES

Delamo na konkretnem in nato na slikovnem nivoju.

5. razred: Učenci opazujejo različne mreže pokončnih geometrijskih teles in jih povezujejo z različnimi geometrijskimi telesi, poudarek: kocka, kvader. Ugotavljajo, iz katerih mrež lahko nastane kocka ali kvader, ter spoznajo, da lahko imata kocka in kvader več kot eno mrežo. Učitelj omogoči raziskovanje mreže kocke in kvadra s statičnimi in dinamičnimi ponazoritvami, poseben poudarek je na konkretnih predstavitev.

6. razred: Izdelavo mreže kocke in kvadra povežemo z obravnavo površine kocke in kvadra. Učitelj omogoči raziskovanje s statičnimi in dinamičnimi ponazoritvami.

V 4. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

» opišejo kocko in kvader ter sestavijo njuna modela.

V 5. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

» opredelijo pojem mreža telesa in oblikujejo različne mreže;

» rišejo mrežo kocke in kvadra.

V 6. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

» izdelajo in opišejo mrežo kocke in kvadra;

» skicirajo kocko in kvader.

ODNOSI MED GEOMETRIJSKIMI TELESI IN NJIHOVIMI DVODIMENZIONALNIMI PONAŽORITVAMI



4. razred: Eden izmed vidikov vizualizacije je sposobnost ustvariti si podobo teles z različnih zornih kotov (pogled od spredaj, zadaj, levo, desno, zgoraj). Zato naj učenci opazujejo geometrijska telesa ter prepoznajo njihove ponazoritve z različnih zornih kotov. Tovrstne dejavnosti se izvajajo najprej s konkretnimi modeli geometrijskih teles, nato še s slikovnimi ponazoritvami teles. Na slikovnem nivoju ponazorimo le naslednja ogleta telesa: kocka, kvader in piramida.

5. razred: Na slikovnem nivoju ponazorimo okrogla in ogleta telesa (kocka, kvader, valj, stožec, piramida, krogla).

TRANSFORMACIJE OBLIK

Tudi v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju je poudarek na uporabi konkretnih modelov. Uporaba teh modelov učencem omogoča, da obračajo in manipulirajo s predmeti v prostoru. Fizični stik s predmeti lahko poglobi razumevanje transformacij. Uporaba vizualnih pripomočkov, kot so risbe, animacije, lahko učencem omogoči opazovanje postopka transformacij oblik. To jim pomaga razumeti, kako se oblika spreminja in ohranja svoje lastnosti med vrtenjem. Dinamične ponazoritve imajo ključno vlogo pri razvijanju vizualnega, prostorskega in abstraktnega razumevanja transformacij. Uporaba interaktivnih računalniških simulacij omogoča učencem, da aktivno izvajajo transformacije oblik, pri tem opazujejo, kako transformacije vplivajo na obliko in kako se te spremembe odražajo v končni podobi.

Reševanje nalog ali problemov, kjer učenci sami izvajajo transformacije oblik, spodbuja aktivno sodelovanje in kritično mišljenje, kar omogoča, da učenci bolje razumejo koncept in uspešneje prepoznajo identične oblike pri njihovih transformacijah.

V 4. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

» opazujejo oblike, ko jih vrtijo, ter raziskujejo posledice vrtenja. Na podlagi tovrstnih aktivnosti nato primerjajo dve obliki iz danega nabora oblik in prepoznajo identični obliki.

V 5. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

» opazujejo oblike, ko jih vrtijo ali zrcalijo, ter raziskujejo posledice teh transformacij. Na podlagi tovrstnih aktivnosti nato primerjajo dve obliki iz danega nabora in prepoznajo identični obliki, pri čemer ena nastane kot posledica vrtenja ali zrcaljenja druge.

V 6. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

» opazujejo oblike, ko jih vrtijo in nato zrcalijo (ali obratno), ter raziskujejo posledice teh transformacij. Na podlagi tovrstnih aktivnosti nato primerjajo dve obliki iz danega nabora in prepoznajo identični obliki, pri čemer ena nastane kot posledica druge pri transformaciji.

Primeri nalog:

Naloga 1: Učenci iz danega nabora oblik prepoznajo identični obliki:



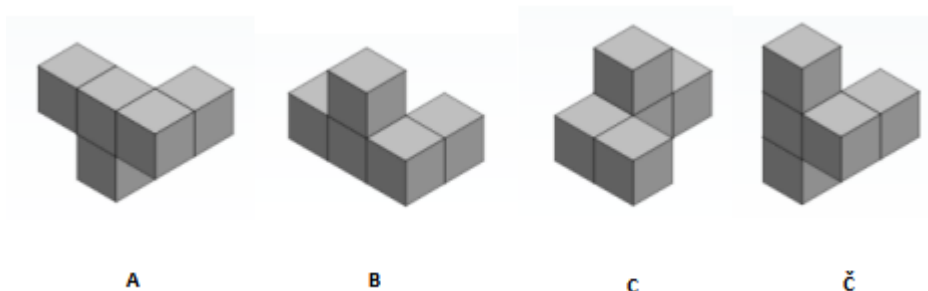


Slika: Izbira identične oblike

Naloga 2: Učenci po opravljenem vrtenju v naboru ponujenih oblik prepoznajo dano obliko:



Slika: Dana oblika



Slika: Nabor oblik po vrtenju

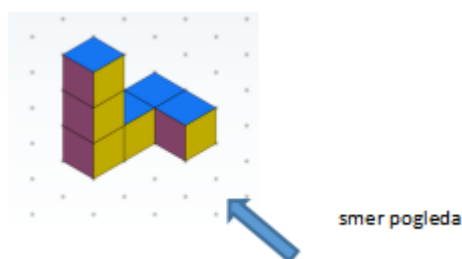
IZDELAVA TRIDIMENZIONALNIH OBLIK IZ ENOTSKIH KOCK PO DANEM NAČRTU

V matematiki razvijamo prostorsko predstavljalnost. Risanje večpogledne pravokotne projekcije in izometrične projekcije ostaja vsebina predmeta tehnika in tehnologija. Učitelj lahko uporablja termine naris, stranski ris in tloris, vendar vedno tudi opisuje dvodimenzionalno predstavitev glede na smer pogleda (v smeri pogleda, levo glede na smer pogleda, zgoraj glede na smer pogleda). Tako učenci pridobijo izkušnje, ki jih bodo nadgradili pri tehniki in tehnologiji. Učenci konstruirajo oblike iz enotskih kock (link kocke, magnetne kocke ipd.)

Učencem lahko navodilo za sestavljanje tridimenzionalne oblike iz enotskih kock podamo v obliki dvodimenzionalne ponazoritve ali kot skico oblike na enotski mreži.



Slika: Dvodimenzionalna predstavitev oblike



Slika: Skica oblike na enotski mreži

Navajamo povezavo do enega izmed orodij za učitelja, kjer lahko načrtuje dejavnosti z enotskimi kockami: <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/b58jhk3>

V 4. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

- » konstruirajo oblike iz enotskih kock na podlagi dane dvodimenzionalne predstavitve. Pred tem preštevajo in ugotavljajo število enotskih kock v strukturi. Dvodimenzionalna predstavitev naj bo preprosta, vidne naj bodo vse enotske kocke.

V 5. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

- » konstruirajo oblike iz enotskih kock na podlagi dane dvodimenzionalne predstavitve, ki vključuje tudi enotske kocke, ki se jih ne vidi. Pred tem preštevajo in ugotavljajo število enotskih kock v strukturi. Dejavnost lahko nadgradimo tako, da učenci rokujejo z obliko iz enotskih kock in na enotsko mrežo narišejo njene ploskve.

V 6. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci tudi:

- » konstruirajo oblike iz enotskih kock na podlagi dane dvodimenzionalne predstavitve. Učenci tudi preštevajo in ugotavljajo število enotskih kock v strukturi. Dvodimenzionalna predstavitev vključuje enotske kocke, ki se jih ne vidi. Učenci nato narišejo preprosto skico konstrukcije v dani enotski mreži.

Primer naloge:

Učenci na podlagi dvodimenzionalne predstavitve konstruirajo obliko iz enotskih kock in na enotski mreži narišejo skico konstrukcije.

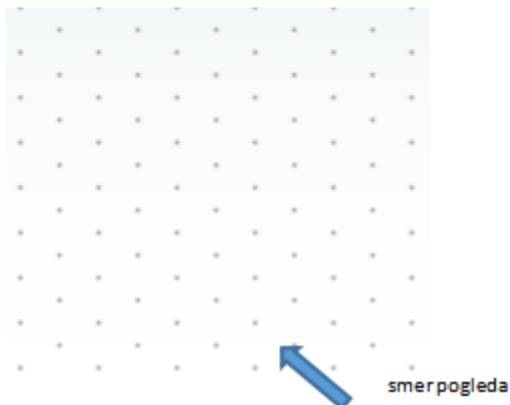
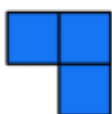
v smeri pogleda – spredaj
(NARIS)



levo glede na smer pogleda
(STRANSKI RIS)



zgoraj glede na smer pogleda
(TLORIS)



Slika: Primer naloge z dvodimenzionalno predstavitvijo oblike in dano enotsko mrežo

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Učenci sestavljajo in razstavljajo tudi tridimenzionalne oblike ter rešujejo matematične probleme. Dejavnost je še posebej primerna za diferenciacijo.

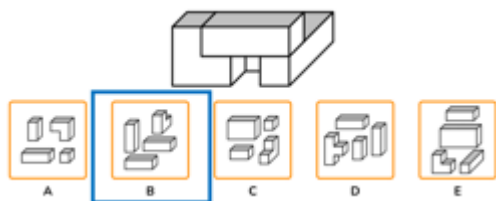
Primeri nalog:

Naloga 1: Učenci prejmejo navodila, s pomočjo katerih sestavijo tridimenzionalno obliko:



Slika: Navodila za sestavljanje oblike

Naloga 2: Učenci ugotovijo, kateri nabor gradnikov je potreben za sestavljanje dane tridimenzionalne oblike:



Slika: Izbira ustreznega nabora gradnikov, potrebnega za sestavo oblike

Izbirno: Tlakovanje ravnine

Učenci z geometrijskimi liki oblikujejo slikovna zaporedja. Prekrivajo ravnino ponavljajoče z uporabo ene ali več oblik – tlakovanje. Pravilno tlakovanje je npr. sestavljeno iz enega pravilnega večkotnika (šahovnica je primer preprostega pravilnega tlakovanja).

PRIPOROČENI NAČINI IZKAZOVANJA ZNANJA

Učitelj naj za izkazovanje znanja izbere druge načine, ki so za to skupino ciljev primernejši kot pisno izkazovanje znanja.

ALGEBRA

OBVEZNO

OPIS TEME

Bistvena značilnost algebre je vpeljava in uporaba s črkovnimi oznakami, s katerimi v matematiki želimo predstaviti splošnejši zapis v primerjavi z aritmetiko, pri kateri imamo opraviti s števili in računskimi operacijami.

Algebra je v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju razdeljena v dve skupini ciljev: Algebrski izrazi ter Enačbe in neenačbe. Pri Enačbah in neenačbah se učenci ukvarjajo z neznankami, pri Algebrskih izrazih pa s spremenljivkami, za vse pa uporabljajo črkovne oznake. Pri reševanju enačb in neenačb učenci poiščejo rešitve v množici števil, ki jih poznajo. Strategije reševanja so prilagojene znanju, ki ga imajo učenci, zato jih rešujejo s premislekom in s preglednico. Bistveni poudarek pri reševanju enačb je razumevanje enakosti: od operacijskega razumevanja enakosti, pri kateri učenec razume znak 'je enako' kot 'da rezultat' oz. 'dobimo', do razumevanja enakosti kot relacije – leva stran enačbe je enaka desni. Učenca pri reševanju enačb navajamo tudi na matematično terminologijo, ki mu pomen enakosti lahko pomaga osmisliti: rešitev enačbe, preizkus enakosti.

Učenci pri skupini ciljev Algebrski izrazi spoznavajo pomen spremenljivke v različnih kontekstih, raziskujejo zaporedja naravnih in racionalnih števil, ki jih postopoma posplošijo na n -ti člen. Najprej pravilo zaporedja ubesedijo (narativna posplošitev), nato posplošijo na nivoju števil (aritmetična posplošitev, ki jim omogoča, da z ustrezno računsko operacijo določijo naslednje člene v zaporedju), nato pa tudi z algebrskim izrazom za n -ti člen oz. algebrsko posplošitvijo.

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

Pri obravnavi teme Algebra v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci uporabljajo naslednje strokovne termine in simbole:

Skupina ciljev	4. razred	5. razred	6. razred
Algebrski izrazi	zaporedje člen zaporedja	spremenljivka	algebrski izraz
Enačbe in neenačbe	enakost neznanka enačba rešitev enačbe preizkus enakosti	osnovna množica* neenačba množica rešitev je manjše ali enako $\leq$ je večje ali enako $\geq$	

* Enakovredno se uporablja termin univerzalna množica

Pri enačbah se vključujejo tudi primeri, kjer je potreben en korak poenostavljanja (npr. za izračun a , b , c). Enačba se nato preoblikuje do oblike, ki je navedena v standardu znanja. To ne velja za minimalni standard znanja.

Pri standardih znanja pri enačbah se vključujejo tudi primeri, kjer sta leva in desna stran enačbe zamenjani, npr. $b = a \pm x$.

Pri učencih naj se razvija zavedanje, da je množica rešitev odvisna od dane osnovne množice.

ALGEBRSKI IZRAZI

CILJI

Učenec:

- : spozna in uporablja pojem spremenljivka v različnih kontekstih;
- : raziskuje zaporedja z naravnimi in racionalnimi števili;
- : razvija zmožnost posploševanja zaporedij;
- : razvija zmožnost sklepanja.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
4.	ugotovi in opiše pravilo za naslednji člen zaporedja sklepa z enote na množino in obratno
5.	napove poljuben člen zaporedja (največ do 10. člena) opiše pravilo za naslednji člen zaporedja sklepa z množine na množino
6.	izračuna vrednost algebrskega izraza za izbrano vrednost spremenljivke oblikuje algebrski izraz za n -ti člen zaporedja z naravnimi števili (z eno računsko operacijo) napove poljuben člen zaporedja (največ do 20. člena) izračuna poljuben člen zaporedja

TERMINI

- spremenljivka ○ algebrski izraz ○ zaporedje ○ člen zaporedja

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

V 4. razredu učenci raziskujejo slikovna in številska zaporedja, pri čemer ubesedijo posplošitev (narativna posplošitev). V 5. razredu učenci pridejo do aritmetične posplošitve, v 6. razredu pa do algebrske posplošitve. Posploševanje na n -ti člen v 6. razredu vključuje le preproste primere z eno operacijo, npr. $2 \cdot n$, $n + 2$.

V 5. razredu se črka uporabi za veličino, npr. dolžina daljice, dolžina stranice, obseg, ploščina.

ENAČBE IN NEENAČBE

CILJI

Učenec:

- razvija razumevanje pojmov enakost, neenakost in neznanka v enačbah in neenačbah;
- rešuje enačbe in neenačbe (s premislekom, s preglednico) in preverja pravilnost rešitve;
- rešuje in oblikuje besedilne in problemske naloge v povezavi z enakostmi, neenakostmi, enačbami in neenačbami.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
4.	razloži pomen neznanke v enačbah reši enačbo oblike $a \pm x = b$; $x \pm a = b$; $x \cdot a = b$; $a \cdot x = b$; $a : x = b$; $x : a = b$, $a \neq 0$ (a in b sta števili do 20 oz. do 100 v $\mathbb{N}_0$) in preveri pravilnost rešitve
5.	reši enačbo oblike $a \pm x = b$; $x \pm a = b$; $x \cdot a = b$; $a \cdot x = b$; $a : x = b$; $x : a = b$, $a \neq 0$, zapiše rešitev in preveri pravilnost rešitve reši enačbe oblike $a \pm x = b$; $x \pm a = b$; $x \cdot a = b$; $a \cdot x = b$; $a : x = b$; $x : a = b$, $a \neq 0$ (a in b sta števili do 100 v $\mathbb{N}_0$) in preveri pravilnost rešitve reši neenačbo oblike $x < a$, $x > a$, $x \leq a$, $x \geq a$ (a je število do 100 v $\mathbb{N}_0$) in zapiše množico rešitev
6.	pri zapisu množice rešitev enačbe in neenačbe upošteva dano osnovno množico reši enačbo oblike $a \pm x = b$; $x \pm a = b$; $x \cdot a = b$; $a \cdot x = b$; $a : x = b$; $x : a = b$, $a \neq 0$ (a, b, x so decimalna števila) in preveri pravilnost rešitve reši enačbo oblike $a \pm b \cdot x = c$ in preveri pravilnost rešitve reši neenačbo oblike $a \cdot x < b$, $a \cdot x > b$, $a \cdot x \leq b$, $a \cdot x \geq b$ (a in b sta števili do 100 v $\mathbb{N}_0$) in zapiše množico rešitev reši neenačbo oblike $x < a$, $x > a$, $x \leq a$, $x \geq a$ (a je število do 100 v $\mathbb{N}_0$) in zapiše množico rešitev

TERMINI

- enakost ○ neznanka ○ enačba ○ rešitev enačbe ○ preizkus enakosti ○ osnovna množica
- neenačba ○ množica rešitev ○ je manjše ali enako $\leq$ ○ je večje ali enako $\geq$

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Reševanje neenačb s pomočjo preglednice pomeni, da učenci v preglednico postopoma vpisujejo števila in sproti preverjajo (v novem stolpcu), ali je izbrano število rešitev neenačbe. Preglednica jim pomaga, da sistematično izbirajo števila in sproti ugotavljajo ustreznost števila za rešitev.

Reševanje enačb v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju ne poteka s preoblikovanjem do ekvivalentne enačbe, ne učimo 'prenašanja' števil in spreminjanja predznakov, ne učimo 'hitrih' postopkov. Učenci rešujejo enačbe z uporabo nasprotnih oz. obratnih operacij in z znanjem računanja. V 6. razredu enačbe rešujejo npr. z dvojnimi premislekom / v dveh korakih, s poskušanjem.

Zapis množice rešitev pomeni, da pred zaviti oklepaj zapišemo črkovno oznako, ki je uporabljena v neenačbi, sledi enačaj, nato pa v zavitem oklepaju zapišemo rešitve neenačbe. Če jih je končno število, zapišemo vse, v primeru neskončnega števila rešitev pa to nakažemo s tremi pikicami v zavitem oklepaju.

Za reševanje neenačb je zelo pomembno, da se učenci orientirajo na številske poltraku.

Pri učencih se razvija razumevanje, da je množica rešitev odvisna od dane osnovne množice.

Priporočeni načini doseganja ciljev

Učenci so že v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju spoznali, da lahko s premislekom poiščejo neznan število, ko je le-to v številskem izrazu označeno z okvirčkom ali kako drugače; ne še s črkovno oznako. Število so poiskali na način, da so uporabili znanje o nasprotnih ali obratnih operacijah. Neenačb učenci v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju še niso obravnavali, poznajo pa znake za relacije in pojem neenakosti oz. znajo primerjati števili po velikosti in to prikazati z ustreznim simbolom.

Pri učencih pred obravnavo enačb oblike $a \pm b \cdot x = c$ (a, b, c so iz izbrane osnovne množice $\mathbb{N}_0$) preverimo tekočnost računanja do 100, v 6. razredu pa preverimo tudi poznavanje vrstnega reda izvajanja računskih operacij v številskih izrazih.

Učence seznanimo s črkovno oznako oz. z enačbo. Lahko ravnamo tako, da predstavimo več situacij s konkretnim materialom. Npr., v neprozorno vrečko damo nekaj kock, števila ne povemo. Nato dodamo v vrečko sedem kock. Stresemo kocke iz vrečke in se vprašamo, koliko kock smo dali v vrečko na začetku. Podobno lahko izpeljemo še podobne situacije in vpeljemo, da število kock, ki ga na začetku ne poznamo, označimo s črko. Predlagamo, da v 4. razredu uporabimo male tiskane črke slovenske abecede, kasneje pa tudi x in y (izključimo le šumnike).

Podobno lahko vpeljemo neenačbe, bistvena razlika v primerjavi z enačbami je v tem, da rešitev neenačbe običajno ni le ena. Če predpostavimo, da imamo v neprozorni škatli manj kot osem kock, potem o možnem številu kock v škatli le razmišljamo, škatle dejansko ne odpremo, da bi to »preverili«. Lahko je kock v škatli tudi 0, če nas zanimajo rešitve neenačbe v množici naravnih števil, vključno s številom 0.

Posebej se pri neenačbah posvetimo tudi pojmom: vsaj (pri odnosu je a večje ali enako določenemu številu), največ (pri odnosu je b manjše ali enako nekemu številu) ipd. Pri osmišljanju neznanega števila v neenačbah si pomagamo s primeri iz vsakdanjega življenja, npr. v dvigalo gre lahko največ osem ljudi, preizkus znanja bom pisala vsaj 3 ... Pri takih primerih je pomembno, da učencem ozavešimo pomen množice števil, v kateri lahko iščemo rešitve.

Predlagamo, da učenci najprej rešujejo enačbe, nato neenačbe oz. da črkovno oznako vpeljemo pri obravnavi enačb in jo nato uporabimo tudi pri obravnavi neenačb.



Uporaba didaktičnih sredstev

Učenci se naučijo urejanje besedila v urejevalniku besedila za enačbe v Wordu, PPT (ulomki).
Uporabijo žepno računalno za preverjanje rešitev enačbe.

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Za učno zmožnejše učence učitelj pripravi naloge, ki se rešujejo z uporabo enačb. Za učno šibkejše učence se prilagodi obseg števil (manjši številski obseg).





STATISTIKA, KOMBINATORIKA IN VERJETNOST

OBVEZNO

OPIS TEME

Tema Statistika, kombinatorika in verjetnost vključuje tri skupine ciljev: Statistika, Kombinatorika in Verjetnost.

Pri Statistiki učenci rešujejo besedilne in problemske naloge, ki zahtevajo zbiranje in urejanje podatkov, pregledno predstavitev le-teh ter interpretacijo, presojo o ustreznosti posameznih prikazov ter izvedejo preprosto statistično raziskavo. Učitelj poudarja pomen kritične interpretacije podatkov, s katerimi so obkroženi v različnih medijih.

Pri Kombinatoriki učenci preštevajo in prikazujejo izbore (osnovni izrek kombinatorike).

Pri Verjetnosti učenci razvijajo razumevanje pomena verjetnosti v kontekstih iz življenja, za izvajanje poskusov in beleženje dogodkov ter za uporabo pojmov: bolj, manj verjetni dogodek ter gotovi, slučajni in nemogoči dogodek.

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

Statistika

Učenci s sistematičnim opazovanjem, merjenjem in štetjem zberejo (primarne) podatke, jih beležijo ter razporedijo v smiselne skupine. Sekundarne podatke poiščejo v različnih virih, tudi spletnih.

Ločijo številske in opisne podatke ter jih (tudi z elektronskimi preglednicami) uredijo po različnih kriterijih, npr. če številske podatke uredijo po velikosti, lahko poiščejo najmanjši in največji podatek ter podatek oziroma podatka na sredini (napeljujemo na pojem mediana). V naboru podatkov poiščejo podatek, ki se največkrat pojavi (napeljujemo na pojem modus). Učencem v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju ni treba poznati izrazov modus in mediana.

Podatke prikažejo v preglednici, s prikazom s stolpci (prikaza z vrsticami več ne obravnavamo posebej, saj je to le ena od različic prikaza s stolpci), z linijskim in krožnim prikazom. Za krožni prikaz učitelj pripravi predlogo, ki jo učenci ustrezno dopolnijo. Ob tem se navežejo na dele celote. Grafične prikaze učenci izdelajo tudi z elektronskimi preglednicami, pri čemer jih učitelj usmerja k izbiri prikaza, ki je ustrezen za dane podatke. Pri uporabi elektronskih preglednic opazujejo, kako se s spreminjanjem podatkov v preglednici spremenijo grafični prikazi.

Učenci interpretirajo podatke, predstavljene v preglednicah in z grafičnimi prikazi, pridobljene iz različnih virov, ter zastavljajo vprašanja, na katera je mogoče odgovoriti z uporabo podatkov, ki jih preberejo iz prikaza. Ključna je interpretacija prikazov in ne njihovo poimenovanje. Kritično berejo in presoja različne prikaze podatkov in njihove interpretacije v različnih kontekstih (prepoznajo primere zavajanja s statistiko).

Glede na različne sposobnosti, znanje in interese se s pomočjo različne baze podatkov, ki jih učenci obdelujejo, izvaja diferenciacija, individualizacija in personalizacija. Primeri (oziroma baze podatkov), ki jih obravnavajo, so medpredmetno zasnovani, saj lahko učenci pri matematiki obdelajo podatke, ki jih pridobijo pri drugih predmetih.

Učenci izvedejo in predstavijo statistično raziskavo.

Kombinatorika

Učenci obravnavajo kombinatorično situacijo na konkretni ravni z uporabo konkretnih materialov, modelov in ponazoril ter jo prikažejo na grafični način s skico, preglednico, puščičnim prikazom in kombinatoričnim drevesom.

Razvoj znanj o kombinatoriki poteka ob različnih dejavnostih: npr. izbira sladoleda (več različnih okusov, prelivov in/ali skodelic), oblačil (različne majice in hlače); sestava sendvičev, pic, šopka ... iz različnih sestavin; razporejanje knjig na knjižni polici, ljudi okoli mize; možnosti plačevanja računa z različnimi kovanci; izdelovanje urnika idr.

Glede na dano življenjsko situacijo so lahko v razporeditev vključeni vsi elementi ali le nekateri, pri nekaterih situacijah je vrstni red razporeditev pomemben, pri drugih pa ne.

Verjetnost

Subjektivno razumevanje verjetnosti (notranji občutek, da se bo nekaj zgodilo, npr. »verjetno bo deževalo«) je izhodišče za zahtevnejše pojmovanje verjetnosti, zato naj učenci za primere iz vsakdanjega življenja uporabljajo izraze gotovo, verjetno, neverjetno, mogoče, nemogoče, verjetneje ... Zavedati pa se morajo razlike med subjektivno verjetnostjo in drugimi pojmovanji verjetnosti (npr. empirična verjetnost).

Prve izkušnje s pojmi poskus, dogodek in verjetnost dogodka naj učenci pridobivajo skozi izvajanje poskusov, kot so met kovanca, met kocke, vrtenje kazalca na vrtavki idr. Z izvajanjem poskusov pridobivajo izkušnje z napovedovanjem dogodkov (nemogoči, slučajni, gotovi dogodek). Verjetnost dogodkov razvrščajo od nemogočih, manj verjetnih do verjetnejših, npr. iz škatle, v kateri je dvajset rdečih in ena modra kroglica, naključno izvlečejo eno kroglico in ugotovijo, da je verjetneje, da bodo izvlekli rdečo kot modro. Nemogoči dogodek je, da izvlečejo kocko oz. zajca, gotovi dogodek pa je, da izvlečejo kroglico.

Preko kombinatoričnega drevesa, v katerem beležijo vse mogoče izide, se verjetnost preplete s kombinatoriko.



STATISTIKA

CILJI

Učenec:

○: spoznava uporabnost statistike v vsakdanjem življenju;

SC (2.2.2.1)

○: rešuje besedilne in problemske naloge, ki zahtevajo zbiranje in urejanje podatkov, pregledno predstavitev le-teh ter interpretacijo, tudi z uporabo digitalne tehnologije;

SC (4.1.1.1 | 4.1.3.1)

○: presoja ustreznost prikaza za dane podatke;

○: načrtuje in izvaja statistično raziskavo in smiselno uporablja digitalno tehnologijo;

SC (2.2.1.1)

I: presoja vpliv izbire vzorca na ugotovitve raziskave.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja	Standardi triletja
4.	prebere podatke predstavljene z grafičnim prikazom (tudi z linijskim in krožnim prikazom)	- loči številske in opisne podatke - interpretira podatke prikazane v preglednicah in z raznovrstnimi grafičnimi prikazi (pridobljenimi iz različnih virov)
5.	predstavi podatke na predlogi krožnega prikaza	- zbere podatke, jih sistematično beleži in razporedi v smiselne skupine ter kriterij razporeditve utemelji
6.	predstavi podatke z grafičnim prikazom (tudi s krožnim prikazom) zbere podatke in jih z elektronsko preglednico uredi po različnih kriterijih ter predstavi z grafičnim prikazom	- podatke prikaže v preglednici in z ustreznim prikazom glede na podatke - prehaja med različnimi predstavitvami podatkov (preglednica, figurni, črtni, linijski in krožni prikaz ter prikaz s stolpci) - izvede in predstavi statistično raziskavo

TERMINI

- elektronska preglednica
- opisni podatki
- številski podatki
- krožni prikaz
- linijski prikaz
- statistična raziskava

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Pomembno je, da učitelj učencem prikaže statistiko kot pomembno orodje, ki nam pomaga bolje razumeti svet okoli sebe. Zato naj učenci zbirajo in prikazujejo podatke iz njihovega življenja.

Poleg tega naj jih uči tudi branja raznolikih prikazov ter kritičnega razmišljanja, da bodo lahko brali in razumeli podatke, ki jih vidijo na spletu, v novicah ali na družabnih omrežjih.

Učitelj in učenci uporabljajo strokovne termine elektronska preglednica, opisni podatki, številski podatki, krožni prikaz, linijski prikaz, statistična raziskava.

Priporočeni načini doseganja ciljev

Predznanje

Učenci preberejo, predstavijo in interpretirajo podatke, podane s črtnim in figurnim prikazom ter preglednico.

Učenci preberejo, predstavijo in interpretirajo podatke, podane s prikazom s stolpci oz. vrsticami, ki vsebujejo legendo.

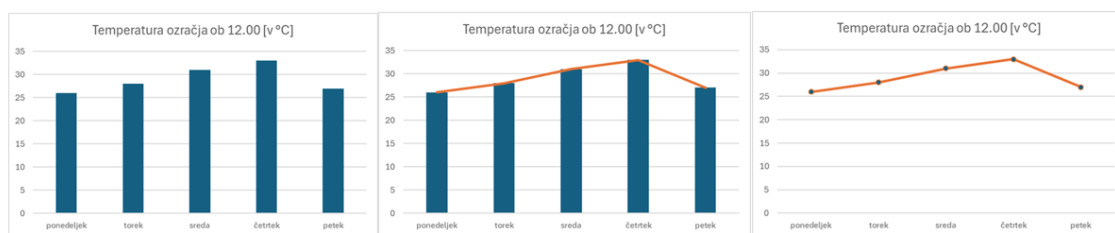
Priporočene didaktične strategije

Učenci naj v 4. razredu zberejo podatke na različne načine: z opazovanjem (npr. barve oči), z merjenjem (npr. dolžina skoka v daljino) ter s štetjem (npr. število avtomobilov, ki peljejo mimo šole). Učitelj naj bo pozoren, da zbirajo učenci tako opisne (izraženi z besedami) kot tudi številske podatke (običajno jih dobimo z merjenjem).

Med zbiranjem naj jih sistematično zapisuje (črtni zapis, preglednica). Zbrane podatke predstavijo s prikazom s stolpci oz. z vrsticami. Preko prikaza s stolpci postopoma po korakih vpeljemo tudi linijski prikaz, npr. pri ponazarjanju temperature, ki jo lahko merimo enkrat na dan (ali pa vsako uro) in nato točke povežemo.

Primer:

DAN V TEDNU	PONEDELJEK	TOREK	SREDA	ČETRTEK	PETEK
Temperatura ozračja ob 12.00 [v °C]	26	28	31	33	27



Slike: Na grafičnih prikazih je ponazorjeno, kako vpeljemo linijski prikaz.

V 5. in v 6. razredu učenci berejo podatke iz raznolikih prikazov. Med njimi naj bodo tudi krožni prikazi. Učenci za ponazoritev podatkov s krožnim prikazom uporabijo predloge, ki jih pripravi učitelj. Sami jih ne rišejo.

Pri branju prikazov stopnjujemo zahtevnost:

- » Opiši, kaj ponazarja prikaz.
- » Odgovori na vprašanja.

» Oblikuj vprašanja.

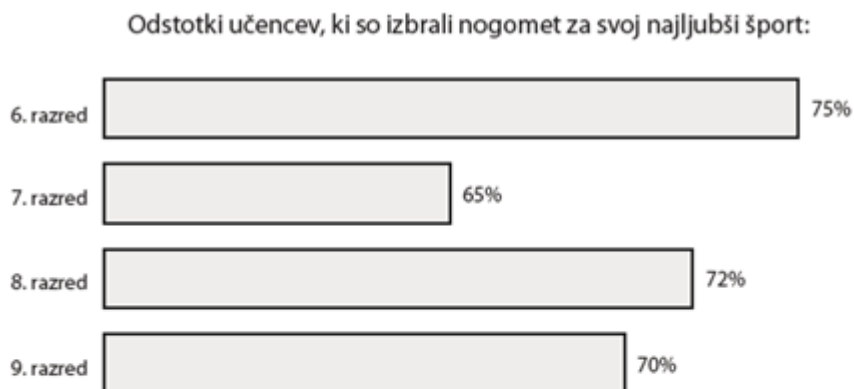
» Interpretiraj prikaz.

(Pečjak in Gradišar, 2015)

Na spletni strani statističnega urada (stat.si) lahko učitelj izbere različne prikaze/infografike.

Učenci naj jih opišejo ali odgovarjajo na zastavljena vprašanja.

Za delo z učenci učitelj izbere tudi primere prikazov, ki so zavajajoči, in s tem pripravlja učence na kritično mišljenje.



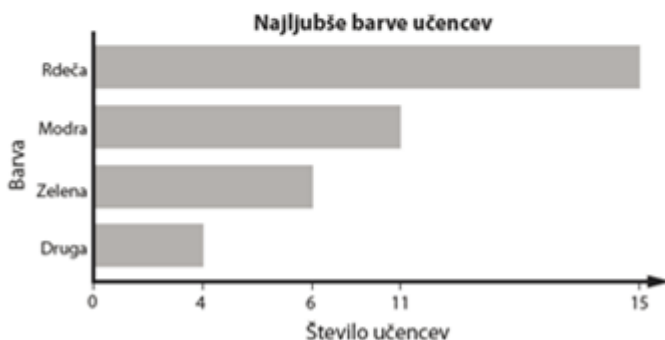
Benova šola je učence od 6. do 9. razreda prosila, da zapišejo svoj najljubši šport. V vsakem razredu je 100 učencev. Prikaz kaže rezultate za učence, ki so izbrali nogomet.

Ben je primerjal rezultate 6. in 7. razreda. Mislil je, da je nogomet izbralo dvakrat toliko učencev 6. razreda kot učencev 7. razreda.

Razloži, kako je prikaz zavedel Bena, da je naredil to napako.

Število učencev	Najljubša barva
15	Rdeča
11	Modra
6	Zelena
4	Druga

Filip je narisal ta prikaz.



Sliki zavajajočih prikazov. Vir: TIMSS.

V 6. razredu pa naj se učenci naučijo obdelati večjo količino podatkov z digitalno tehnologijo. Učenci naj pridobijo podatke, najboljše take, ki imajo zanje pomen, npr. iz športnovzgojnega kartona. Nato naj jih uredijo po spolu, po naraščajoči telesni višini, po najhitrejšem času teka na 100 m ...

V vsakem razredu učenci izpeljejo tudi preprosto statistično raziskavo – tj. raziskavo iz vsakdanjega življenja, kjer pridobljene podatke uredi v preglednici, jih predstavi s prikazi ter interpretira. Učenci izdelajo statistično raziskavo po korakih: najprej naredijo načrt, nato zberejo podatke (s spraševanjem, z anketo, s preštevanjem ali z merjenjem) in jih uredijo (v preglednici). Podatke prikažejo (prikaz s stolpci, figurni prikaz) in jih predstavijo (lahko s pripovedjo, z zapisanim poročilom, s prikazi na plakatu ali pa z uporabo digitalne tehnologije). Pouk naj bo problemsko naravnan.

Uporaba didaktičnih pripomočkov

Uporaba digitalne tehnologije

V 6. razredu učenci uporabljajo elektronske preglednice. Uporaba elektronskih preglednic je razložena na povezavi <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/v0I7yzx>. Učenci znajo vpisati podatke, uporabiti samodejni vnos zaporedne številke, dneva v tednu, posamezne besede, številke ... Uporabljati znajo samodejno urejanje podatkov po velikosti oziroma abecednem redu.

KOMBINATORIKA

CILJI

Učenec:

- raziskuje možne izbore in razporedbe danih elementov.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
4.	kombinatorično situacijo z neodvisnimi izbori predstavi grafično (tudi s kombinatoričnim drevesom) ter prešteje vse možne izide
	reši besedilno in problemsko nalogo iz kombinatorike

TERMINI

- kombinatorično drevo

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Učitelj in učenci uporabljajo strokovne termine prikaz, preglednica, puščični prikaz in kombinatorično drevo.

Učenci naj v nalogah uporabljajo kombinatorična drevesa za prikaz vseh možnih izidov preprostih kombinatoričnih situacij. Na tej ravni je pomembno, da so naloge omejene na situacije s manjšim številom izborov, ki jih lahko odigrajo in nato ponazorijo s konkretnimi pripomočki ali z grafičnim prikazom.

Priporočeni načini doseganja ciljev

Predznanje, kaj naj bi učenci znali:

- » ponazorijo in preštejejo vse možne izide pri preprostih kombinatoričnih situacijah;
- » kombinatorične situacije z neodvisnima izboroma predstavijo grafično s puščičnim prikazom in preglednico.

Priporočene didaktične strategije:

V skladu z didaktičnim modelom razvoja kombinatoričnega mišljenja (Hudovernik, Žakelj in Cotič, 2022) poučevanje temelji na prehajanju med enaktivno, ikonično in simbolno ravni razumevanja, pri čemer se poudarjata spiralni razvoj znanja in vračanje na predhodne ravni, kadar učenec potrebuje dodatno razlago. V prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci spoznavajo kombinatorične pojme na enaktivni ravni, ob koncu prvega in na začetku drugega

vzgojno-izobraževalnega obdobja konkretne dejavnosti shematizirajo, šele v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju preidejo na simbolno raven. Prehod z enaktivne na simbolno raven je dolgoročni cilj, ki traja od začetka pa vse do konca osnovnošolskega oz. srednješolskega učenja kombinatorike.

Preglednica: Učenčeve ravni pri reševanju kombinatoričnih situacij.

Preglednica 2 Učenčeve ravni pri reševanju kombinatoričnih situacij

Enaktivna (konkretna) raven	1. Zastavitev izhodiščne problemske situacije 2. Analiza izhodiščne problemske situacije 3. Izvedba aktivnosti (igranje situacij, predstavitve s predmeti)	Vrtec + prvo vzgojno-izobraževalno obdobje
Ikonična (grafična) raven	4. Shematizacija dejavnosti (risba, skica) 5. Izvedba dejavnosti v različnih drugih situacijah 6. Shematizacija dejavnosti s sistematičnimi prikazi (preglednica, kombinatorično drevo, puščični prikaz)	Prvo vzgojno-izobraževalno obdobje + drugo vzgojno-izobraževalno obdobje
Simbolna raven	7. Prikaz dejavnosti v še splošnejši obliki (nastavitev računa za posamezen primer) 8. Posplošitev problema 9. Uporaba razvitega pojma v novi situaciji (razviti pojem deluje kot instrument)	Drugo vzgojno-izobraževalno obdobje + tretje vzgojno-izobraževalno obdobje + srednja šola

Opombe Prirejeno po Dörfler 1991.

(Hudovernik, Žakelj in Cotič, 2022, str. 11)

Didaktični pristopi naj v tem obdobju vključujejo konkretne izkušnje učencev, ki so vpeti v reševanje problemskih situacij, povezanih z vsakdanjim življenjem (npr. kombiniranje oblačil, sestavljanje menijev, razporejanje knjig, izdelava šopkov ali razporeditev otrok). Ključno je, da se učenci s problemi soočajo neposredno, preko manipulacije s konkretnimi materiali (barvne kocke, papirnata oblačila, žetoni, knjižni listki ipd.), saj takšna dejavnost omogoča razumevanje temeljnih kombinatoričnih konceptov.

Ob konkretnem delu učenci postopno prehajajo v fazo shematizacije, kjer za ponazoritev svojih rešitev uporabijo različne prikaze (preglednica, puščični prikaz in kombinatorično drevo) ter nazadnje povežejo osnovni izrek kombinatorike z množenjem. Poseben poudarek naj bo na razvoju sistematičnega mišljenja – učence je treba voditi, da ugotavljajo, ali so našli vse možnosti in kako lahko to preverijo.

Učence spodbujamo k oblikovanju lastnih strategij in k razmisleku o njihovi učinkovitosti, saj tako razvijajo metakognitivne spretnosti ter postopno usvajajo ključne kombinatorične koncepte. Reševanje kombinatoričnih problemov naj temelji na raziskovanju, eksperimentiranju in utemeljevanju različnih pristopov, pri čemer ima učitelj predvsem spodbujevalno vlogo: pozorno opazuje in posluša učenčeve rešitve, postavlja usmerjevalna vprašanja ter jih spodbuja k

natančnemu opisovanju postopkov. Namesto da bi učence obremenjevali s formalizmi in abstraktnimi pravili, jih vodimo k razumevanju strukture problema in k oblikovanju lastnih, smiselno utemeljenih strategij reševanja.

Delo v dvojicah ali manjših skupinah je zelo priporočljivo, saj omogoča socialno interakcijo, izmenjavo strategij, vzajemno preverjanje in skupno refleksijo. Naloge se lahko prilagodijo glede na sposobnosti učencev – tistim z učnimi težavami ponudimo konkretnejše naloge z manj elementi, medtem ko nadarjeni učenci rešujejo kompleksnejše probleme ter jih tudi posplošujejo.

Didaktično pomembne so tudi naloge, kjer učenci prepoznajo razliko med situacijami, v katerih je vrstni red pomemben (variacije, permutacije), in tistimi, v katerih vrstni red ni pomemben (kombinacije). Ključno je, da do tega ne pridejo z memoriranjem, temveč z raziskovanjem konkretnih primerov, s primerjavo izidov in s pomočjo učiteljevega vodenja.

Učenci naj imajo priložnosti tudi za oblikovanje lastnih problemov, kar spodbuja globlje razumevanje strukture kombinatoričnih nalog in prispeva k višji ravni metakognicije. Uporaba digitalnih orodij (npr. simulacije, vizualizacije) je lahko koristna podpora, če je smiselno vključena v proces odkrivanja.

Takšen pristop gradi na učenčevi aktivni vlogi, kritičnem razmisleku in poglobljenem razumevanju – torej na temeljih, ki omogočajo razvoj kombinatoričnega mišljenja kot pomembnega dela matematične pismenosti.

Povezava med temami v matematiki:

Kombinatorika ponuja priložnosti za razvoj temeljnih matematičnih kompetenc, kot so štetje, urejanje, posploševanje, kritično mišljenje in sistematičnost. Zaradi svoje praktične vrednosti naj se z osnovnimi kombinatoričnimi pojmi učenci srečajo že v predšolskem obdobju in jih nadgrajujejo v celotni osnovni šoli (Hudovernik idr., 2022).

Pri kombinatoriki učenci razvijajo sposobnost sistematičnega beleženja vseh možnosti, na primer s pomočjo kombinatoričnega drevesa, kar lahko nato uporabimo tudi pri obravnavi verjetnosti za prikaz vseh možnih izidov.

Specifike pri vrstnem redu obravnave ali specifike glede na razvojno stopnjo

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju lahko učenci raziščejo preproste probleme – osnovne kombinatorične situacije, kjer gre npr. za izbore dveh elementov iz končne množice, kar je temeljno za razvoj razumevanja pravil preštevanja, ki jih kasneje formaliziramo (kombinacije, variacije, permutacije). Učenci naj kombinatorična pravila osmislijo skozi konkretne primere, saj zgodnje uvajanje formul brez razumevanja vodi v napačne predstave in zmedenost (Kimani, Gibbs in Anderson, 2013; Lockwood, 2014).

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci postopoma nadgradijo enaktivno (konkretno) raven s shematizacijo dejavnosti in kombinatorične situacije prikažejo s preglednico, kombinatoričnim drevesom in puščičnim prikazom. Učitelj naj jih razdeli v manjše skupine (trije oz. štirje učenci v skupini) in jim omogoči, da raziščejo naslednje probleme (Hudovernik, Žakelj in Cotič, 2022).



Na koliko načinov lahko na polico razporedimo:

- » knjigo slovenščine in matematike?
- » knjigo slovenščine, matematike in angleščine?
- » dve enaki knjigi matematike in knjigo slovenščine?
- » dve enaki knjigi slovenščine, knjigo matematike in knjigo naravoslovja?
- » knjigo matematike, slovenščine, angleščine in naravoslovja?

Vsak učenec v skupini oblikuje razporeditev knjig, ki mora biti drugačna od tistih, ki so jih našli sošolci. Če je število razporedb majhno, je zelo verjetno, da bodo poiskali vse. V prvi fazi dela v razredu ne moremo pričakovati, da bodo učenci razporeditve iskali sistematično, ampak je pomembno, da otrok usvoji naslednje cilje (Hudovernik, Žakelj in Cotič, 2022):

- » upošteva dana navodila in ugotavlja, ali nastavljena razporeditev ustreza danemu pravilu;
- » prepozna, ali je nastavljena razporedba nova ali pa je ponovitev katere od predhodnih;
- » poišče čim več razporedb;
- » v najpreprostejših primerih poišče vse razporedbe;
- » se vpraša, kako to, da po določenem številu nastavljenih razporedb ni nobene več.

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju lahko učenci raziščejo preproste probleme variacij s ponavljanjem in brez ponavljanja ter kombinacij s ponavljanjem in brez ponavljanja.

V nadaljevanju so podrobneje predstavljene štiri aktivnosti:

Aktivnost 1: Jana ima v omari hlače in krilo. K vsakemu od teh oblačil lahko obleče eno izmed treh majic: zeleno, rdečo ali rumeno.

a. Na koliko načinov se lahko Jana obleče? Naštej vse možnosti.

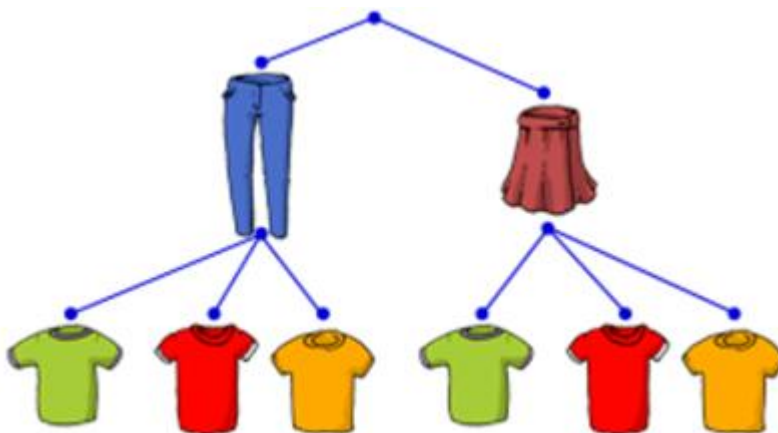
Predstavljena je kombinatorična situacija z neodvisnima izboroma (izbira oblačila za spodnji del telesa ne vpliva na izbiro majice):

- » prvi izbor: hlače ali krilo (2 možnosti);
- » drugi izbor: zelena, rdeča ali rumena majica (3 možnosti).

Možnosti lahko prikažemo na različne načine:

- » s konkretno manipulacijo (npr. izrezani kartončki ali barvne slike);
- » s kombinatoričnim drevesom;





Slika: Možnosti oblačenja. Vir slike: i-učbenik *Matematika 6: Kombinatorične situacije*

» s preglednico.

	hlače	krilo
Zelena majica		
Rdeča majica		
Rumena majica		

Aktivnost 2: Jaka ima vijolične, rumene in črne žetone. Z njimi se igra v igrici:

a. Koliko različnih parov lahko naredi? Učenci poiščejo: VV, VČ, VR, ČČ, ČV, ČR, RR, RV, RČ.

Rešitev: 9.

Gre za izbor z vračanjem (ponavljanje je dovoljeno) in upoštevanjem vrstnega reda. Primer: par VČ in ČV štejeta kot različna → urejen par. To je primer variacij s ponavljanjem.

b. Koliko različnih parov lahko naredi, če je vsak par sestavljen iz dveh različnih barv žetonov?

Učenci poiščejo: VČ, VR, ČV, ČR, RV, RČ. Rešitev: 6.

Ker imamo samo pare različnih barv, gre za izbor brez ponavljanja (samo različni) z upoštevanjem vrstnega reda, saj $VČ \neq ČV$. Gre torej za urejene pare brez ponavljanja. To je primer variacij brez ponavljanja.

Aktivnost 3: V cvetličarni prodajajo vrtnice, sončnice in orhideje. Cvetličarka izdeluje šopke z dvema rožama.

a. Koliko različnih šopkov lahko izdelata? Učenci poiščejo: VV, VS, VO, SS, SO, OO. Rešitev: 6.

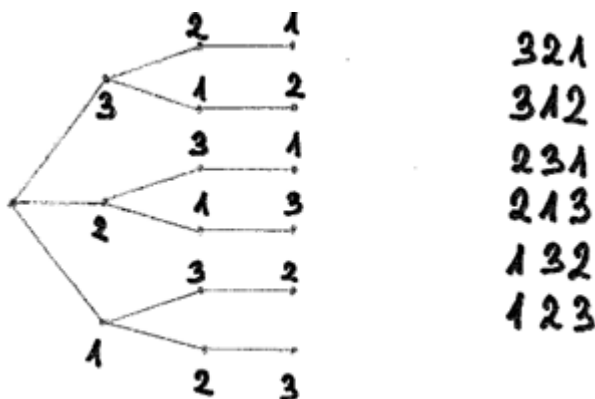
V tem primeru je dovoljen izbor dveh enakih rož (npr. VV), kjer vrstni red ni pomemben (šopek VS je isti kot SV). To je primer kombinacij s ponavljanjem.

b. Koliko različnih šopkov lahko izdelata, če sta roži v šopku različni? Učenci poiščejo: VS, VO, SO. Rešitev: 3.

V tem primeru so dovoljeni le pari različnih rož, prav tako neurejeni (VS = SV). Gre za neurejene pare brez ponavljanja. To je primer kombinacij brez ponavljanja.

Aktivnost 4: Polona uporabi številke 1, 2 in 3.

Koliko trimestnih števil lahko sestavi iz teh treh različnih števk, če lahko vsako številko uporabi natanko enkrat? Učenci poiščejo: 123, 132, 213, 231, 312, 321, skupaj 6 različnih števil.



Slika: Kombinatorično drevo za prikaz trimestnih števil sestavljenih iz treh različnih števk.

Gre za urejeno razporejanje vseh elementov (permutacije brez ponavljanja). Učenci razporejajo vse možnosti z igro (npr. kartice s številkami), nato vse zapise pregledno zapišejo in preštejejo. V tej starostni stopnji ne uvajamo formule, temveč učenci sistematično zapišejo vse možnosti. Učenci razvijajo natančnost, logično razčlenjevanje možnosti in uvide v pomen vrstnega reda.

Aktivnost 5: Polona uporabi številke 1, 2, 3 in 4.

Koliko dvomestnih števil lahko sestavi iz teh štirih različnih števk, če lahko vsako številko uporabi večkrat? Učenci poiščejo: 11, 12, 13, 14, 21 ... 44, skupaj 16 števil (4 možnosti za mesto desetic in 4 za mesto enic, $4 \cdot 4 = 16$).

Gre za urejeno izbiro dveh elementov - variacije s ponavljanjem. Učenci vse možnosti tvorijo s karticami ali v preglednici, kjer vsaka vrstica predstavlja prvo številko, vsak stolpec pa drugo. S tem učenci intuitivno spoznavajo pravilo zmnožka, razvijajo kombinatorično sistematičnost in primerjajo z aktivnostjo, kjer ponavljanje ni dovoljeno.

Predstavljene aktivnosti učencem omogočajo, da prek opazovanja razporeditev oz. izborov predmetov ugotovijo, da je število rešitev odvisno od danega navodila ter da se morajo problema lotiti sistematično, sicer se zelo hitro zgodi, da katero od nastavitve ponovijo ali celo izpustijo. Takšne dejavnosti učencem omogočajo tudi, da postopno sami prepoznajo razlike med kombinatoričnimi situacijami, pri katerih je vrstni red pomemben (permutacije in variacije), in tistimi, kjer vrstni red ni pomemben (kombinacije). Ko imajo učenci dovolj izkušenj z različnimi kombinatoričnimi situacijami, lahko sami predlagajo, katere predmete in tudi simbole bi lahko razporejali: kocke, perle, lončnice, črke, številke, zloge itd. Sami naj sestavijo tudi navodila in naloge rešijo.

Uporaba didaktičnih pripomočkov

Pri poučevanju kombinatorike v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju je priporočljiva uporaba barvnih kock, kovancev, igralnih kart ter preprostih tabel in grafov, da učenci lahko vizualno ponazorijo svoje razporedbe in izide.

Uporaba digitalne tehnologije

Digitalna orodja lahko vključujejo uporabo interaktivnih diagramov in aplikacij, ki omogočajo generiranje razporedb (priporočljivo predvsem za višje razrede), vendar naj bo uporaba omejena na podporo konkretnih dejavnosti.

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Priporočila za delo z učenci, ki zmorejo več

Nadarjenim učencem omogočimo oblikovanje lastnih kombinatoričnih problemov, kar spodbuja razumevanje strukture nalog in poglobljeno učenje (Sriraman in English, 2004).



VERJETNOST

CILJI

Učenec:

- : razvija razumevanje pojma verjetnost v življenjskih situacijah;
- : izvaja poskuse ter opazuje in sistematično beleži izbrane dogodke;
- : razvija razumevanje pojmov: bolj, manj verjetni dogodek, gotovi, slučajni in nemogoči dogodek.

TERMINI

- dogodek ○ manj verjetni dogodek ○ bolj verjetni dogodek ○ slučajni dogodek ○ gotovi dogodek ○ nemogoči dogodek

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Učenci naj v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju izvajajo različne enostavne poskuse (npr. met kovanca, met kocke, žrebanje igralne karte ...) po točno določenih nespremenjenih pogojih. Pri tem naj proučujejo dogodke, ki se pri izvajanju poskusa lahko zgodijo ali pa se ne morejo zgoditi, npr. pri metu igralne kocke lahko pade šestica (6 pik), ne more pa pasti sedmica (7 pik), lahko pade sodo število pik (2, 4 ali 6 pik), lahko pade liho število pik (1, 3 ali 5 pik), lahko pade manj kot 10 pik (npr. 5 pik), ne more pa pasti več kot 10 pik.

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju ni treba navajati (ugibati ali računati) številskih vrednosti verjetnosti izbranega dogodka, učenci naj dogodke le primerjajo med seboj, npr. bolj verjetno je, da pri metanju poštene igralne kocke pade manj kot 5 pik (1, 2, 3 ali 4 pike), kot da pade več kot 5 pik (6 pik); gotovo bo padlo manj od 10 pik; nemogoče je, da pade 7 pik.

S pomočjo izkušenj ali z logičnim sklepanjem dogodke poimenujejo: nemogoči dogodek (se ne zgodi ob nobeni ponovitvi poskusa), gotovi dogodek (se zgodi ob vsaki ponovitvi poskusa), slučajni dogodek (včasih se zgodi, včasih pa ne; vnaprej ne moremo napovedati, ali se bo zgodil ali ne). Bolj verjetni dogodek se pri velikem številu ponovitev poskusa zgodi večkrat kot manj verjetni dogodek.

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju skupine ciljev Verjetnost ne ocenjujemo.

Učitelj in učenci uporabljajo strokovne termine: poskus, dogodek, gotovi dogodek, slučajni dogodek, nemogoči dogodek. Primerjajo bolj ali manj verjetni dogodek.



Terminologijo iz verjetnosti naj uporabljajo v vseh razredih v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju in pri različnih predmetih (npr. Miha bo zagotovo dal gol, saj je nemogoče, da bi vratar Alen gol ubranil). Primeri naj bodo povezani z življenjskimi situacijami (npr. verjetno bo deževalo).

Priporočeni načini doseganja ciljev

Predznanje

Učenci že v prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju razlikujejo med gotovim, mogočim in nemogočim dogodkom, jih prepoznajo in zanje uporabljajo terminologijo iz vsakdanjega življenja (uporablja izraze: gotovo, mogoče, nemogoče).

Primer: Opazovanje vremena (pred našo šolo) v domačem kraju.

Če danes ob 12. uri sije sonce, bo čez 12 ur gotovo tema oz. sonce bo zašlo in ga tedaj ne bomo videli.

Če danes ob 12. uri sije sonce, bo čez 24 ur mogoče (spet) sijalo sonce, mogoče bo pa oblačno in Sonca sploh ne bomo videli.

Če danes ob 12. uri sije sonce, je nemogoče, da nam bo čez eno uro svetila le luna.

Priporočene didaktične strategije

Učenci v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju naj postopoma širijo nabor terminologije verjetnosti (verjetno, manj verjetno, bolj verjetno, enako verjetno; medtem ko termine gotovo, mogoče in nemogoče poznajo in uporabljajo že od prvega vzgojno-izobraževalnega obdobja dalje) ter jo uporabljajo pri sporazumevanju v vsakdanjem življenju (bolj verjetno je, da bo na roditeljski sestanek prišla mama, saj je za očeta manj verjetno, da bo imel čas), pri drugih predmetih (če rastlina oveni, ji verjetno primanjkuje vode) in pri matematiki.

Postopoma naj prehajajo iz subjektivnega/osebnega doživljanja verjetnosti (verjetno bom vprašana pri matematiki, saj me učiteljica čudno gleda; mama je noseča in bo gotovo rodila bratca, saj imam že tri sestre) k empirični verjetnosti, ki je neodvisna od človekovega doživljanja. Za razvijanje pojma verjetnosti naj izvajajo poskuse in opazujejo izbrane dogodke.

Povezava med temami v matematiki

Pri matematični verjetnosti lahko uporabimo kombinatorično drevo za sistematično prikazovanje vseh možnih izidov nekega poskusa, kar sicer najprej raziskujemo pri kombinatoriki.

Pri verjetnosti se na primeru nalog, dejavnosti in z uporabo terminologije povežemo tudi z aritmetiko (če seštejemo dve lihi števili, zagotovo dobimo sodo število) in geometrijo (vsak kvadrat je zagotovo tudi pravokotnik; učenci opazujejo število ploskev, robov in oglišč v pravih poliedrih – igralnih »kockah«).

Specifike pri vrstnem redu obravnave ali specifike glede na razvojno stopnjo

Predlagamo, da učitelji najprej obravnavajo skupino ciljev Kombinatorika, temu naj sledi skupina ciljev Verjetnost.



Uporaba didaktičnih pripomočkov

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju naj imajo učenci na razpolago »igralne poliedre« (igralne kocke in druga platonska telesa s številsko označenimi ploskvami), igralne karte, vrtavke ... za izvajanje različnih poskusov.



Slika: Igralni poliedri s številsko označenimi ploskvami, ki jih uporabljamo podobno kot uveljavljeno igralno kocko za igro človek, ne jezi se.

V neprosojno vrečko ali v škatlo naj položijo različne predmete in nato naključno izvlečejo enega od njih (žrebajo).

Izdelajo naj si kolo sreče (ki je razdeljeno na enako ali različno velike krožne izseke z različnimi barvami ali oznakami) in z njim žrebajo pri matematiki in drugih predmetih (npr. kdo bo brisal tablo; kaj bodo delali na športnem dnevu ...).

Prav tako naj si na podlagi poznanih družabnih iger (npr. človek, ne jezi se; tombola) izdelajo didaktične igre za matematiko, pri katerih uporabljajo igralno kocko ali pa žrebajo številko kartice. Glejte vir: [Ugotavljanje matematičnega znanja – Zavod RS za šolstvo](#), stran 104.

V drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju se osredotočimo na zabavno in praktično izkušnjo, saj bo to povečalo zanimanje in zavedanje o verjetnosti v vsakdanjem življenju.

Uporaba digitalne tehnologije

Možna je uporaba različnih računalniških aplikacij za kolo sreče (žrebanje), met kocke ... a tega v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju ne priporočamo.

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Priporočila za delo z učenci, ki zmorejo več

Medtem ko ostali učenci mečejo eno igralno kocko (en kovanec) in naštevajo možne izide, naj nadarjeni učenec meče dve igralni kocki ali več (dva kovanca ali več kovancev) ter raziskuje možne izide – povezava s kombinatoriko.

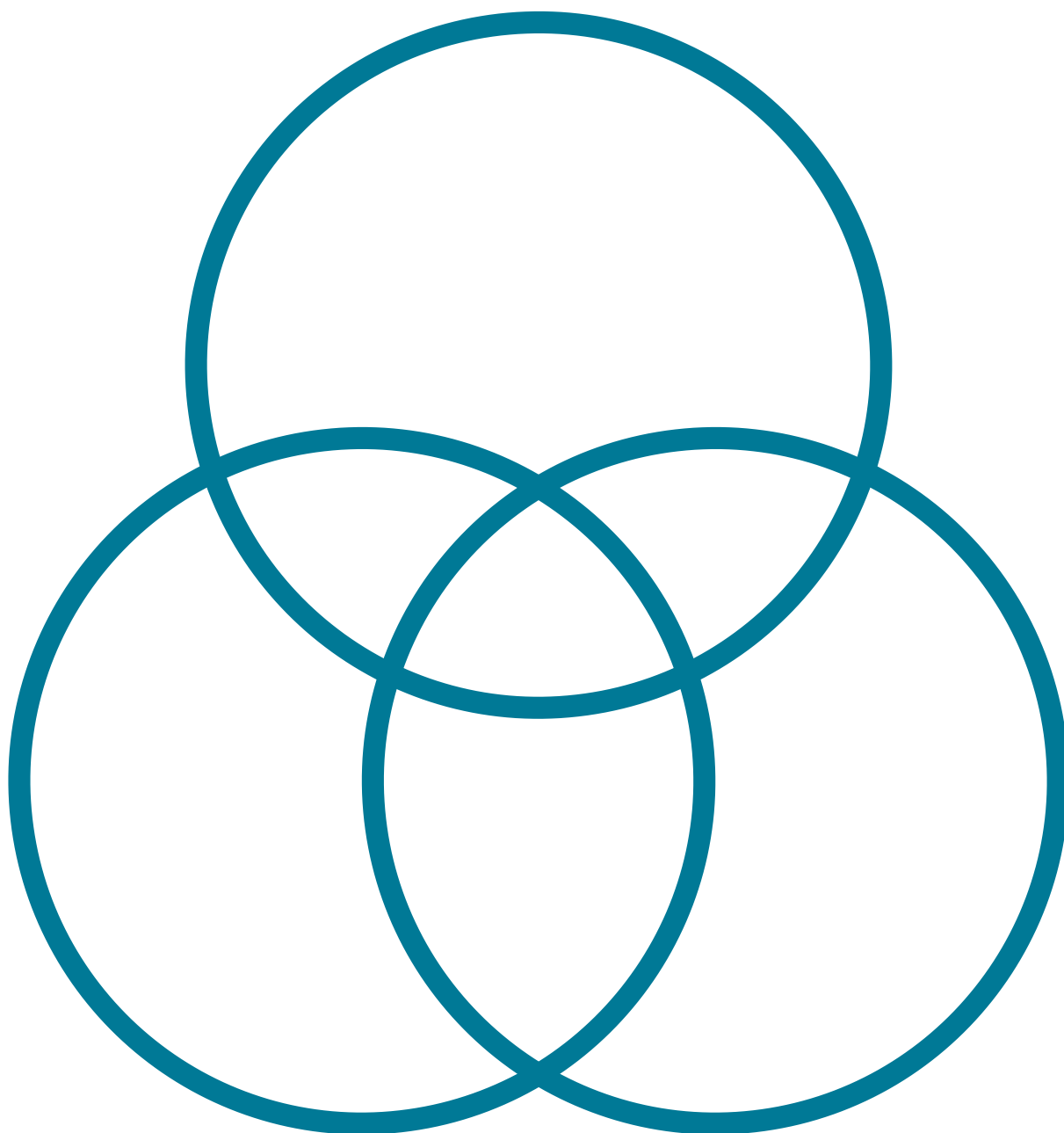
PRIPOROČENI NAČINI IZKAZOVANJA ZNANJA

Verjetnosti v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju ne ocenjujemo.



MATEMATIKA

TRETJE VZGOJNO-IZOBRAŽEVALNO OBDOBJE



TEME, CILJI, STANDARDI ZNANJA



MATEMATIČNA IN FINANČNA PISMENOST TER ODNOS DO MATEMATIKE

OBVEZNO

OPIS TEME

Pri pouku matematike se poleg vsebinskih znanj enakovredno razvijajo tudi procesna znanja, ki so povezana z razvojem mišljenja. Procesna znanja se smiselno vključujejo pri vseh temah in skupinah ciljev ter se med seboj prepletajo in dopolnjujejo. Za potrebe poglobljenega in sistematičnega razvijanja so razdeljena na sedem skupin ciljev.

Matematični jezik vključuje branje in poslušanje matematičnih besedil ter povezovanje z obravnavano vsebino. Pomembna sta uporaba matematične terminologije in simbolov v različnih kontekstih ter predstavljanje matematične vsebine na različne načine.

Miselni procesi pri matematiki, ki jih razvijamo pri učencih, so zmožnost utemeljevanja, posploševanja, induktivnega in deduktivnega sklepanja ter sklepanja po analogiji pa tudi abstraktno, kritično in algoritmično mišljenje.

Skupina ciljev Reševanje problemskih nalog razvija pri učencih zmožnost razvijanja različnih strategij za reševanje problemov, pri matematičnem raziskovanju pa raziskuje raznolike situacije, ugotavlja matematične zakonitosti in odnose med matematičnimi pojmi, oblikuje pravila in posplošitve, tudi s pomočjo digitalne tehnologije.

Pri skupini ciljev Matematično modeliranje učenca vpeljujemo v obravnavo življenjskih kontekstov z matematičnim modeliranjem in mu omogočimo, da razloži in uporabi dani matematični model, pri skupini ciljev Finančna pismenost pa učencu ozaveščamo vlogo matematike pri sprejemanju finančnih odločitev v osebni, domačem in družbenem kontekstu.

Skupina ciljev Učenje učenec, odnos do matematike zajema načrtovanje, organiziranje in spremljanje lastnega učenja in znanja matematike, razvijanje pozitivnega odnosa do učenja matematike ter doživljanje reševanja matematičnih problemov kot izziv in kreativno dejavnost. Pri učenju je pomembno sodelovanje s sošolci, ohranjanje radovednosti, razvijanje ustvarjalnosti in prepoznavanje napak kot učnih priložnosti. Učenca spodbujamo, da je miselno naravnani k rasti.

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

Pri pouku matematike učenci razvijajo tudi znanja, ki so povezana z več oz. vsemi matematičnimi temami in so prenosljiva tudi na druga predmetna področja.

Tako je v temi Matematična in finančna pismenost ter odnos do matematike zajetih sedem skupin ciljev:

- » Matematični jezik,
- » Miselni procesi pri matematiki,
- » Reševanje problemskih nalog,
- » Matematično raziskovanje,
- » Matematično modeliranje,
- » Finančna pismenost,
- » Učenje učenja, odnos do učenja matematike.

MATEMATIČNI JEZIK

CILJI

Učenec:

🟦 bere in posluša različna besedila z matematično vsebino in jih povezuje z obravnavano vsebino pri matematiki;

SC (1.1.4.1)

🟦 uporablja matematično terminologijo in simbole pri sporazumevanju v matematičnem in drugih kontekstih;

SC (1.1.2.1 | 1.1.2.2)

🟦 na različne načine predstavi izbrano matematično vsebino.

SC (1.1.1.1)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

uporabi matematično terminologijo in simbole pri oblikovanju in predstavitvi sporočila z matematično vsebino.



DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Matematični jezik je specifičen, zato je branje in poslušanje matematičnih besedil, povezanih z obravnavano vsebino, ključnega pomena za razvoj bralne pismenosti učencev. V okviru prvega gradnika matematične pismenosti v tej skupini ciljev načrtno razvijamo razumevanje in uporabo matematičnih pojmov ter skrbimo za sporočanje kot osnovo matematične pismenosti.

Cilje te skupine ciljev dosegajo učenci v povezavi z vsemi skupinami ciljev te in drugih tem.

Učitelj je z uporabo korektnih strokovnih terminov pri svojem delu vzor učencem in vir učenja. Učitelj pripravi dejavnosti, pri katerih učenci v različnih kontekstih razvijajo razumevanje sporočil z matematično vsebino, ob tem spoznavajo in uporabljajo strokovno terminologijo in simbole. Učenci matematični jezik uporabljajo tudi pri predstavitvi, utemeljitvi in vrednotenju lastnih miselnih procesov.

Učitelj naj pri vpeljevanju matematičnih terminov upošteva, da matematični diskurz vključuje besede, ki imajo v matematiki enak pomen kot v običajnem diskurzu (npr. ploskev, več, manj), različen pomen, kot v običajnem diskurzu (npr. funkcija, skladen, naravno, telo) in specifične matematične termine (npr. prizma, koordinatni sistem). Ne sme pa pozabiti tudi na osmišljanje terminov za navodila, ki imajo za učenca lahko v matematiki drugačen pomen kot sicer, npr. poenostavi, okrajšaj, razcepi.

Izpostavljamo vertikalno nadgradnjo in razvoj matematičnega jezika. Postopoma se matematični besedni zaklad učencev povečuje in skladno s tem večamo obseg vezanega besedila, ki ga oblikujejo učenci (npr. opis geometrijskega telesa, opis matematičnega postopka, utemeljitev strategije reševanja).

Učitelju so lahko v pomoč tudi primeri tvorjenja pisnih besedil in govornih nastopov, ki so objavljeni v priročniku [*Ugotavljanje matematičnega znanja*](#). V naboru literature navajamo tudi [*prispevek*](#) o uporabi matematičnega besedišča kot orodja za boljše razumevanje matematičnih pojmov.



MISELNI PROCESI PRI MATEMATIKI

CILJI

Učenec:

○: razvija zmožnost utemeljevanja, posploševanja, induktivnega in deduktivnega sklepanja ter sklepanja po analogiji;

○: razvija abstraktno mišljenje;

○: razvija kritično mišljenje;

SC (2.2.2.1)

○: razvija algoritmično mišljenje.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

utemelji trditve, postopke in svoje odločitve.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Razvijanje mišljenja pri matematiki prispeva k boljšemu razumevanju matematičnih pojmov in postopkov in ob tem učencem omogoča transfer usvojenih miselnih procesov na učenje pri drugih predmetih in pri soočanju z izzivi v življenju. Cilje te skupine ciljev dosegajo učenci v povezavi z drugimi skupinami ciljev drugih tem.

Učitelj lahko za razvoj mišljenja uporablja različne strategije, pri katerih poudarja proces in ne samo rezultat. Pri pouku zastavlja odprta vprašanja, ki spodbujajo razmišljanje in diskusijo v razredu. Učence spodbuja, da svoje rešitve utemeljijo z uporabo matematičnih zakonitosti. Pripravi raziskovalne dejavnosti, pri katerih učenci z induktivnim sklepanjem pridejo do odgovora (npr. opazovanje zaporedij, ugotavljanje pravila in oblikovanje algebrskega izraza). Uporablja različne modele, ki učence vodijo od konkretne predstavitve pojma ali postopka do simbolnega zapisa (npr. usvajanje računskih postopkov ob modelih, zapis odvisnosti med veličinami s predpisom). Pri tem učence postopoma vpeljuje v abstraktno mišljenje z uporabo simbolov in formul namesto števil. Učence spodbuja h kritičnemu mišljenju z analizo različnih rešitev (npr. rešijo nalogo na več načinov in primerjajo strategije reševanja). Za razvoj algoritmičnega mišljenja lahko učenci prepoznavajo matematične postopke kot algoritem (npr. sledijo korakom za reševanje enačb ali reševanje sistema linearnih enačb). Kot primer utemeljevanja navajamo utemeljitev specifične formule za prostornino in površino geometrijskega telesa (na primer pravilne štiristrane prizme), ki jo učenec izpelje iz splošne formule za površino in prostornino

prizme. Kot primer sklepanja navajamo izračun dolžine krožnega loka in velikost ploščine krožnega izseka. Primer deduktivnega sklepanja je uporaba splošnega pravila (npr. Pitagorovega izreka) v specifičnem primeru (iz danih dolžin katet v pravokotnem trikotniku se sklepa o dolžini hipotenuze).



REŠEVANJE PROBLEMSKIH NALOG

CILJI

Učenec:

O: spozna, oblikuje in uporablja različne strategije za reševanje problemskih nalog (tudi z uporabo digitalne tehnologije).

SC (3.1.4.2)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

reši problemsko nalogo.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Priporočeni načini doseganja ciljev

Pomen reševanje problemov je vsaj trojen: učenci spoznajo matematiko kot kreativno dejavnost, ugotavljajo določene matematične zakonitosti in pridobivajo generične spretnosti kot so vztrajnost, natančnost, sistematičnost ipd. Problemska naloga je situacija, ki jo reševalec prepozna kot izziv, nima zanjo še izdelane strategije reševanja oz. je ne more priklicati in ima zanj intelektualno in/ali uporabno vrednost.

Značilnost matematičnega mišljenja je namreč v dejavnostih reševanja problemov. V resnici se učenci učijo matematike, ko stopajo po poti razvoja človeškega mišljenja (Cotič, 1998).

Različni matematični koncepti in teorije so se pogosto razvili v situacijah, ko je bilo treba rešiti problem, dotedanja sredstva za reševanje pa niso več zadoščala. Na enak način naj učenci različne pojme in vedenja usvojijo z lastnim razmislekom. Učitelj naj nikoli ne nadomesti učenčevega razmišljanja (angažmaja), sicer izniči formativno plat matematičnega izobraževanja (Žakelj, 2003).

Učitelj naj pri pouku matematike spodbuja učence k razvijanju lastnih strategij reševanja problemskih nalog. Te strategije naj predstavijo sošolcem in se tako učijo drug od drugega. Učenec, ki problema ne zna rešiti, bo tako spoznal eno od strategij, s katero si lahko pomaga pri reševanju podobnih problemov, učenec, ki je problem rešil drugače, pa bo pred izzivom, saj se bo moral vživeti v razmišljanje drugega in rešiti problemsko nalogo še drugače. Tako spoznavajo in se naučijo uporabljati tudi strategije, ki jih uporablja kdo drug, in si širijo nabor uporabnih strategij za reševanje, saj so za reševanje določenega problema nekatere ustrežnejše od drugih. Pomembno je, da ugotovijo, da lahko različne strategije vodijo do enake rešitve problema. Izziv naj jim bo rešiti problemsko nalogo na več načinov, nato primerjati strategije med seboj in

poiskati najoptimalnejšo. Pri tem pa ima pomembno vlogo učitelj, ki učencem ponudi različne heuristike oz. orodja za reševanje problemov. To je lahko zapis podatkov v preglednico, iskanje zakonitosti med podatki, razbiranje posplošitev s slike (npr. slikovno zaporedje skupaj z učenci interpretira na način, da je mogoče izpeljati različne posplošitve), z nazornimi zgledi prikaže načine posploševanja v matematiki ipd.

Poznamo kar nekaj metod za reševanje problemskih nalog:

- » metoda napačne predpostavke (predpostavimo, da je poljubno izbrano število rešitev problema – rezultat izvedene operacije iz naloge na izbranem številu nam pove, kako izbrano število vpliva na rešitev naloge);
- » metoda postopnega približevanja (z več zaporednimi poskusi se postopoma približujemo rešitvi problema);
- » metoda reševanja nazaj (nalogo začnemo reševati pri zadnjem podatku in po sosledju dogodkov od konca proti začetku);
- » grafično-aritmetična metoda (ponazori problem s slikovnim gradivom, pri čemer je način sklepanja podoben kot pri Descartesovi algebrski metodi – z zapisom enačbe);
- » metoda iskanja vzorcev (enostavnejša različica problema nam pomaga poiskati vzorec – način reševanja, s pomočjo katerega problem lažje rešimo).

Metod reševanja oziroma strategij načeloma ne poučujemo, ampak učence spodbujamo k njihovi uporabi, ko je to potrebno. Če učenec ne zna rešiti naloge, ga usmerimo k metodi, ki jo bo lahko sam razvil in izpeljal. Njegovo razmišljanje in dejavnosti spodbujamo z vprašanji in s predlogi:

- » Ali lahko oceniš rezultat?
- » Poskusi s predvidenim rezultatom in sklepaj od konca (nazaj).
- » Poskusi na slepo (z naključno izbranim številom ...).
- » Ali bi znal nalogo rešiti z drugačnimi podatki?
- » Ali bi znal rešiti podobno nalogo?

Tako lahko učenec poglobi razumevanje problema in morda dobi idejo, kako začeti, kar je običajno največja zadrega učencev (Kmetič, 2015).

Z učenci pri reševanju vodimo dialog, pri katerem uporabljamo vprašanja opisovanja, utemeljevanja, razširjanja situacije in spodbujamo učenčevo lastno reprezentiranje idej. Denimo da imamo problemsko nalogo 'lestve', ki je prikazana na spodnji sliki.





Slika: Primer problemske naloge.

Narisani so prvi trije koraki oblikovanja 'lestev', vprašanje, ki si ga zastavimo pa je, koliko paličic bi potrebovali za 4. lestev, 5. lestev, 10. lestev, morda 100. lestev. Najprej lahko opišemo, kaj opazimo, kako se lestve spreminjajo, podaljšujejo. Nato lahko izpeljemo pravilo za podaljševanje lestev (vsakič dodamo tri nove paličice), pri čemer izhajamo iz slike, lahko zapišemo števila paličic za posamezno lestev v preglednico in tako oblikujemo pravilo. Pravilo tudi utemeljimo, nato lahko problemsko nalogo tudi razširimo (kaj se zgodi, če npr. spremenimo obliko lestve, morda naredimo zaporedje drugačnih oblik ipd.). Pri tem pa ves čas spodbujamo učenca, da reprezentira lastne ideje na različne načine in svoja razmišljanja tudi upoveduje, argumentira ter se vživlja v razmišljanja drugih.

Ko se odločimo, da bomo spodbujali reševanje problemskih nalog z različnimi strategijami, naj bodo problemi tako zahtevni, da jih učenci z že znanimi postopki ne znajo rešiti. To pomeni, da morajo učenci v dani situaciji:

- » biti v zadregi, kako sploh začeti;
- » razumeti kontekst problemske situacije;
- » imeti potrebno matematično znanje.

Učitelj naj bi jim po potrebi dal namig za reševanje, ne pa navodil za reševanje.

Primeri vprašanj in nasvetov, ki spodbujajo razmišljanje v procesu reševanja problemske naloge in so vezani na kontekst oz. zahteve problemske naloge:

- » Ali razumeš problem? Poznaš vse pojme, besede?
- » Kaj moraš izračunati?
- » Kaj se moraš vprašati?
- » Opiši problem s svojimi besedami.
- » Nariši sliko, diagram, uredi podatke ...
- » Kateri pripomoček boš uporabil?



- » Poskusi drugače.
- » Ali lahko napoveš rezultat?
- » Kako pa boš to zapisal?
- » Katere podatke imaš? Ali imaš dovolj podatkov? Kaj želiš izvedeti?
- » Poišči »skrite« podatke.

Za tiste učence, ki so obtičali:

- » Kaj si naredil do zdaj?
- » Kaj bi ti lahko pomagalo rešiti problem?
- » Primerjajte svoje delo v skupini.

Posredovanje učitelja med reševanjem:

- » Kaj pa misliš s tem?
- » Zakaj si se odločil, da boš to napravil tako?
- » Razloži, kako si razmišljal. Misliš, da to velja tudi za druga števila, like ...?
- » Misliš, da to velja na splošno?

Po koncu dejavnosti:

- » Kako si prišel do odgovora?
- » Preveri svoje rezultate. Ali si našel vse rešitve?
- » Kako si preveril svoj rezultat?
- » Razloži svoj postopek.
- » Kaj pa je bistveno?
- » Kje pa lahko to uporabimo?
- » Kaj bi drugič naredil drugače?
- » Kaj pa, če bi začel tako? (Kmetič, 2015)

Pri reševanju problemov pridobimo uvid v osmišljanje matematičnih vsebin, reflektiramo matematična znanja, se učimo procesnih znanj. Reševanje problemskih nalog ustvarja tudi podlago za nadaljnje učenje in usvajanje novih znanj, saj reševanje problemskih nalog od učencev zahteva, da se spoprimejo s problemi tako, da razumejo posredovane informacije, prepoznajo bistvene lastnosti in odnose v določeni situaciji, sestavijo ali uporabijo enega ali več lastnih prikazov, odgovarjajo na vprašanja, ki sledijo, in na koncu ovrednotijo in pojasnjujejo rezultate, da bi dodatno osvetlili razumevanje situacije (Žakelj, 2010).



Povezava med temami v matematiki

Navajamo primer dejavnosti, pri kateri učenci analizirajo vpliv spremembe podatkov na obseg in ploščino lika ter površino in prostornino geometrijskega telesa. Učenci lahko naloge rešujejo tudi s pomočjo digitalne tehnologije.



MATEMATIČNO RAZISKOVANJE

CILJI

Učenec:

O: raziskuje raznolike situacije, ugotavlja matematične zakonitosti in odnose med matematičnimi pojmi, oblikuje pravila in posplošitve (tudi z uporabo digitalne tehnologije).

SC (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

izvede matematično raziskavo in predstavi ugotovitve.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Matematično raziskovanje (v nekaterih gradivih se je do sedaj uporabljal termin preiskovanje) je pristop k poučevanju in učenju matematike, ki učencem omogoča, da skozi lastno dejavnost ozaveščajo že usvojeno matematično znanje ali pa izgrajujejo novo matematično znanje. Matematiko se učijo skozi reševanje odprtih problemskih situacij iz matematičnega in življenjskega konteksta, pri katerih nista vnaprej znani pot in strategija reševanja ter je nejasno, kaj morajo ugotoviti. Učenci v aktivni vlogi za dano situacijo, ki je zelo odprta, opredelijo problem, zastavljajo vprašanja, načrtujejo raziskavo, preizkušajo in vrednotijo različne strategije reševanja, iščejo pravila, postavljajo hipoteze, interpretirajo ugotovitve, predstavijo svoje rezultate in o njih razpravljajo. Poudarek je na procesu reševanja (npr. kritična uporaba različnih strategij) in manj na rešitvi (npr. številskem rezultatu, formuli ...), čeprav ta ni nepomembna. Raziskovanje je pomemben pristop za razvijanje procesov matematičnega mišljenja (opazovanje, iskanje pravil in zakonitosti, analiziranje, posploševanje, kritično mišljenje, interpretiranje) in se lahko razvija pri vseh matematičnih temah v učnem načrtu.

Za raziskovalni pristop se lahko učitelj odloči v različnih fazah vzgojno-izobraževalnega procesa in z različnim namenom:

- » pri ugotavljanju in aktivaciji predznanja;
- » pri uvajanju v nov matematični pojem ali vsebino;
- » pri utrjevanju in ponavljanju že naučenih vsebin;
- » pri poglobljanju in širjenju že obravnavanih vsebin;
- » pri ugotavljanju in vrednotenju znanja;



- » pri povezovanju različnih vsebin znotraj matematike;
- » pri povezovanju matematičnih vsebin in vsebin drugih predmetnih področij (npr. interdisciplinarna obravnava problema).

Matematično raziskovanje se pri pouku matematike lahko pojavi v obliki krajših ali daljših dejavnosti. Lahko se razlikuje v stopnji vodenja procesa (odprto, voden, strukturirano raziskovanje) in je lahko učinkovito podprto z digitalno tehnologijo. Dokaz učenja z matematičnim raziskovanjem je lahko izdelana in predstavljena matematična raziskava.



MATEMATIČNO MODELIRANJE

CILJI

Učenec:

O: obravnava življenjske kontekste z matematičnim modeliranjem (tudi z uporabo digitalne tehnologije).

SC (4.5.4.1 | 2.2.3.1 | 2.3.3.1)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

razloži in uporabi dani matematični model.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

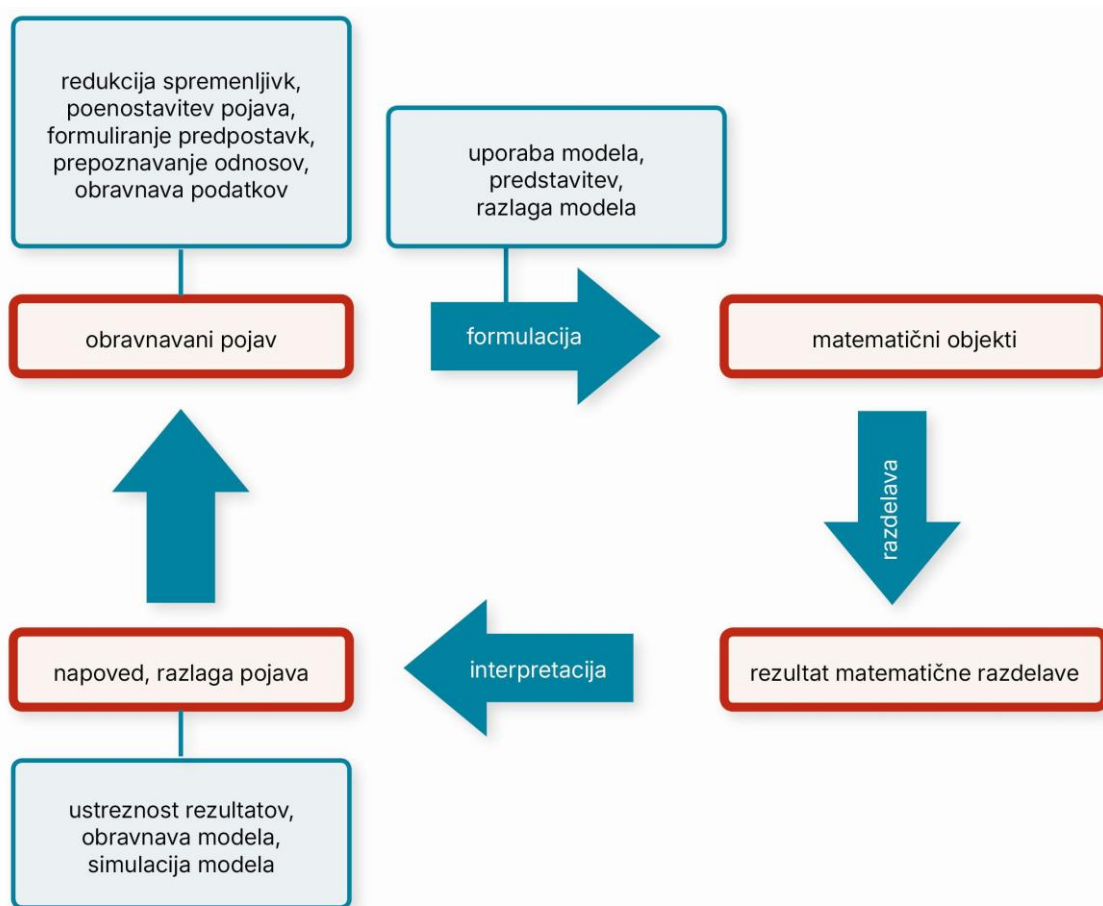
Modeliranje pri pouku matematike je povezano s pristopi poučevanja matematike, ki spodbujajo povezovanje realnega sveta z abstraktnim svetom matematike. Matematično modeliranje lahko opišemo kot vključevanje kontekstualiziranih problemov s kompleksnimi podatki v pouk.

Kot primer navajamo uporabo znanja geometrije za reševanje problemskih nalog v povezavi z geometrijskimi elementi in merjenjem, kjer učenci uporabijo matematično modeliranje.

»Matematični modeli niso zgolj opisi pojavov v svetu. Pri modeliranju želimo pojave v svetu preučiti oz. obravnavati tako, da preučujemo matematične modele, torej matematične objekte, ki se v nekem pogledu obnašajo podobno kot obravnavani pojavi. Izdelati matematični model za dano situacijo ali pojav pomeni izbrati neki matematični objekt in vzpostaviti povezavo med tem objektom in situacijo oziroma pojavom« (Magajna, 2022).

Matematično modeliranje je ciklični proces, ki sestoji iz več korakov:

1. obravnava izhodišč (preučitev obravnavane situacije oz. pojava);
2. formulacija (s teoretičnim modelom, empiričnim pristopom ali simulacijsko metodo);
3. razdelava (uporaba matematičnega znanja na matematični nalogi, ki je nastala v prejšnjem koraku, pri formulaciji);
4. interpretacija (rezultat matematične razdelave prenesemo v kontekst);
5. kritična analiza modela (razmislek, ali izračuni v modelu ustrezajo dejanski situaciji – če ne, se vrnemo k 1. točki in izboljšamo model).



Slika: Shema procesa matematičnega modeliranja. Vir: *Razvijamo matematično pismenost*, str. 17.

Matematično modeliranje je v gradnikih matematične pismenosti projekta NA-MA POTI opisano kot oblika reševanja življenjskega problema z raziskovanjem, ki vključuje poglobljeno razumevanje konteksta in izpeljavo predpostavk, ki so nam za iskanje rešitve pomembne in vodijo do posplošenih konceptualnih rešitev oziroma modela. Pri tem problem vsebuje veliko podatkov, ki so pogosto nedorečeni in jih je treba urediti ter se odločiti, katere od njih bomo upoštevali.

Učenci v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju z matematičnim modeliranjem obravnavajo življenjske kontekste. Najprej prenesejo situacijo v matematični kontekst, pri čemer:

- » prepoznajo, da bodo dano situacijo lahko matematično modelirali;
- » opišejo življenjski problem v matematičnem jeziku;
- » prepoznajo količine, matematične pojme in odnose v obravnavani situaciji in odločajo o njihovi relevantnosti;
- » poenostavijo situacijo, da omogoča matematično obravnavo;
- » predstavijo situacijo z matematičnimi sredstvi in oblikujejo problemska vprašanja v matematičnem kontekstu.

Oblikujejo matematične modele za dano situacijo, tako da:

- » pri načrtovanju modela opredelijo spremenljivke, formulirajo predpostavke in navedejo omejitve modela;
- » izberejo zvrst modela glede na dano situacijo;
- » prepoznajo in zapišejo odnose med izbranimi spremenljivkami; oziroma predlagajo matematično strukturo za dano situacijo;
- » pri izdelavi modela uporabljajo ustrezna matematična in tehnološka orodja.

Uporabljajo matematične modele, tako da:

- » opišejo dane in lastne modele z različnimi matematičnimi reprezentacijami;
- » uporabljajo dane in lastne modele;
- » razložijo model (iz njega preberejo spremenljivke, funkcijske zveze, rezultat) in upoštevajo značilnost konteksta;
- » pri uporabi modela uporabljajo tehnološka orodja;
- » poznajo in uporabljajo tehnike za simuliranje modela;
- » interpretirajo matematične modele v kontekstu.

Matematične modele vrednotijo, tako da:

- » obravnavajo ustreznost modela v različnih okoliščinah;
- » preverjajo uporabnost modela na novih podatkih, primerih in situacijah;
- » izdelajo ustrežnejši model na osnovi ugotovljenih pomanjkljivosti danega modela;
- » primerjajo različne modele.

(Vir: 2. gradnik matematične pismenosti, 2022).



FINANČNA PISMENOST

CILJI

Učenec:

O: ozavešča vlogo matematike pri sprejemanju finančnih odločitev,

SC (5.2.5.1 | 5.2.5.2 | 5.2.5.3)

O: prepoznava in rešuje probleme s finančnega področja (iz osebnega, domačega, družbenega konteksta), ki omogočajo matematično obravnavo.

SC (5.2.5.1 | 5.2.5.2 | 5.2.5.3 | 2.3.1.2)

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Finančna pismenost je v projektu NA-MA POTI opredeljena kot zmožnost posameznika, da na osnovi finančnega znanja:

- » uporablja finančne pojme in postopke v različnih življenjskih situacijah;
- » analizira, utemeljuje, vrednoti in učinkovito sporoča svoje zamisli in rezultate pri oblikovanju, reševanju in interpretaciji finančnih problemov v različnih življenjskih situacijah;
- » sprejema odgovorne/utemeljene odločitve s prepoznavanjem razlik med željami, zmožnostmi in dejanskimi potrebami,
- » pridobi zavedanje o vlogi finančnih veščin in pomenu ustreznega izobraževanja na tem področju za kakovostno vsakdanje in poklicno življenje.

Učenci v različnih življenjskih situacijah prepoznajo in rešujejo finančne izzive iz osebnega, domačega in družbenega konteksta ter pri tem ozaveščajo vlogo matematike pri sprejemanju finančnih odločitev. Na podlagi matematičnih izračunov sprejemajo odgovorne finančne odločitve za doseganje blaginje (osebne in za skupnost) in presojujejo dejanja, potrebna za doseganje želene trajnostne prihodnosti.

Učenci v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju razumejo sporočila s finančno vsebino, pri tem:

- » sprejemajo oziroma razumejo enostavna, strukturirana in tudi kompleksna sporočila s finančno vsebino;
- » uporabljajo ustrezne bralne učne strategije pri branju z razumevanjem finančnih besedil in pri reševanju nalog;
- » povzemajo sporočilo s finančno vsebino, izluščijo bistvo in potrebne podatke ter tvorijo novo sporočilo;

» samostojno pridobijo podatke iz verodostojnih virov.

Poznajo in uporabljajo finančno terminologijo in simboliko, kar izkazujejo s tem, da:

- » poznajo, razumejo in uporabljajo nekatere finančne termine, simbole, kratice oz. okrajšave;
- » ubesedeno finančno sporočilo zapišejo s simboli in obratno: preberejo/ubesedijo zapis s simboli;
- » smiselno uporabljajo finančni jezik tudi v drugih kontekstih.

Predstavijo, utemeljijo in vrednotijo lastne miselne procese, tako da sodelujejo v razpravi s finančno vsebino, nekateri pa zmorejo tudi po zastavljenih kriterijih presojudati o lastnem delu.

Poznajo in v različnih okoliščinah uporabljajo ustrezne postopke in orodja, kar izkazujejo tako, da:

- » poznajo in uporabljajo matematične postopke in orodja pri reševanju problemov s finančno vsebino;
- » poznajo praktične finančne postopke (npr. izbira bančnega računa, dvig in polog denarja, namensko varčevanje).

Napovedujejo in presojajo rešitve, utemeljujejo trditve in odločitve, tako da:

- » na podlagi podatkov, izkušenj in finančnega znanja predlagajo rešitve;
- » presojajo o željah in njihovo uresničitev prilagajajo finančnim zmožnostim;
- » razumejo razlike med željami, potrebami in finančnimi zmožnostmi v življenjskih situacijah;
- » sprejemajo in vrednotijo svoje finančne odločitve in presojajo o finančnih posledicah.

Pri reševanju problemov s finančnega področja uporabljajo različne strategije, kar izkažejo tako, da:

- » pri reševanju problemov uporabljajo različne matematične strategije;
- » na osnovi danih situacij ali problemov oblikujejo različna vprašanja in podobne probleme;
- » presojajo o ustreznosti izbire strategij za reševanje;
- » nekateri učenci pa tudi reševanje problemov doživljajo kot izziv in kreativno dejavnost.

(Vir: Opisniki v Sirnik idr., 2022).



UČENJE UČENJA, ODNOS DO UČENJA MATEMATIKE

CILJI

Učenec:

○: načrtuje, organizira, spremlja in kritično presoja lastne miselne procese, lastno učenje in znanje matematike;

SC (3.1.2.1 | 3.1.2.2 | 3.1.3.2)

○: razvija pozitiven odnos do učenja matematike;

SC (2.4.3.1)

○: reševanje matematičnih problemov doživlja kot izziv in kreativno dejavnost;

SC (3.1.4.2)

○: ohranja in krepi radovednost, razvija ustvarjalnost in je miselno naravnan k rasti;

SC (3.1.4.1)

○: prepozna napako kot učno priložnost;

SC (3.1.2.3)

○: digitalno tehnologijo uporablja za soustvarjanje in deljenje matematičnega znanja s sovrstniki.

SC (4.2.4.1 | 3.3.2.1 | 3.3.3.1)

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Za uresničitev cilja o uporabi digitalne tehnologije za soustvarjanje in deljenje znanja z vrstniki učitelj učencem predstavi možnost ustvarjanja skupne vsebine SC (4.2.4.1) in jih seznani z dodatnimi digitalnimi orodji za delitev podatkov in informacij. Učencem nudi podporo ob oblikovanju kriterijev za izbiro najustrežnejšega digitalnega orodja za ustvarjanje skupnih dokumentov v primeru posamezne predstavitve. Dejavnost lahko učitelj načrtuje pri različnih ciljih v posameznih temah. Kot primer ustvarjanja skupne vsebine navajamo primer raziskovanja uporabnosti matematike v vsakdanjem življenju (na primer v temi Geometrija in merjenje v skupinah ciljev Geometrijski elementi in merjenje ter Transformacije ipd.).

Priporočeni načini doseganja ciljev za učenje učenja in odnosa do učenja matematike

V naši družbi bolj cenimo dosežke, pridobljene brez napora, kot tiste, za katere je bilo vloženega veliko truda (Gladwell, 2002, v Dweck, 2016). Ne želimo ali pa ne upamo priznati, da nečesa ne vemo, da je težko, da nam v prvem poskusu ni uspelo in da smo delali napake. Še posebej najstniki se radi pohvalijo, da so dobili dobro oceno, čeprav se sploh niso učili, saj menijo, da bodo ob takih izjavah izpadli pametni in da bodo vzbudili zavidenje pri sošolcih, ki so se dosti učili, a kljub temu dobili slabšo oceno. Ob tem radi zamolčijo, da so se zelo trudili in da jim je pri

tem marsikdo pomagal, da so se sproti učili in da so v fazi dolgotrajnega učenja naredili mnogo napak. Kot da bi bilo učenje sramotno (Rajh, 2024).

Učence je treba naučiti, kako naj se učijo matematiko. Naj načrtujejo, organizirajo, spremljajo in kritično presojujejo lastne miselne procese, lastno učenje in znanje matematike. Svoje učne procese naj redno reflektirajo, si postavljajo vprašanja o svojem napredku in prepoznavajo področja, na katerih potrebujejo izboljšave. Svoje misli, občutke in napredek pri učenju matematike lahko zapisujejo tudi v poseben učni dnevnik. Naj si zastavljajo tako kratkoročne kot dolgoročne cilje in se naučijo načrtovati korake za doseg teh ciljev. Pomembno je, da verjamejo, da zmorejo doseči učni cilj, saj se potem zavzeto lotijo dela in vztrajajo ob morebitnih ovirah in začasni neuspehih. Naučimo jih uporabljati učinkovite učne strategije, ki naj jih prilagajajo posebnostim posameznih učnih ciljev.

Pomembno je, da učenec razvije pozitiven odnos do učenja nasploh in do učenja matematike. Učitelj naj jim približa uporabnost, zanimivost in lepoto matematike ter jo prikaže kot pomembno in koristno. Matematiko je treba povezati z vsakdanjim življenjem, zato naj učitelj prikazuje praktične primere uporabe matematike v vsakdanjem življenju, da učenci vidijo njeno vrednost in uporabnost. Učitelj naj izbira zanimive matematične izzive in naloge, ki spodbujajo radovednost in raziskovanje. Naj jim daje redno povratno informacijo, ki poudarja napredek in trud učencev.

Reševanje matematičnih problemov naj učencem predstavlja izziv in kreativno dejavnost. Učitelj naj ne pretirava z rutinskimi nalogami. Vključuje naj tudi odprte naloge, ki omogočajo več možnih rešitev in spodbujajo divergentno razmišljanje. Spodbuja naj sodelovanje med učenci, predvsem pri reševanju kompleksnih problemov, kar krepi kreativnost in timsko delo. Za soustvarjanje in deljenje znanja s sovrstniki naj uporabijo tudi digitalno tehnologijo. Učenci naj se učijo preko matematične igre in aktivnosti, ki vključujejo reševanje problemov na zabaven način.

Otroci so po naravi radovedni in ustvarjalni, zato je treba v šoli ohranяти in krepiti radovednost učencev ter njihovo ustvarjalnost. Učitelji naj vključujejo problemske naloge, ki zahtevajo inovativne rešitve in spodbujajo ustvarjalno mišljenje.

Pri učenju se ljudje razlikujemo po svoji miselnosti:

- » Posamezniki, ki imajo togo miselnost oziroma miselno naravnost določenosti (angl. *fixed mindset*), verjamejo, da uspeh temelji na prirojenih sposobnostih, ki jih imajo ali pa nimajo. Njihove lastnosti so »vklesane v kamen«, zato sploh nima smisla, da se trudijo. Zelo hitro obupajo in bežijo pred težavami. Neuspeh dojemajo kot dokaz, da ne morejo uspeti, saj za to nimajo sposobnosti.
- » Posamezniki s prožno miselnostjo oziroma z razvojno miselno naravnostjo ali miselno naravnostjo k rasti (angl. *growth mindset*) pa menijo, da je inteligentnost mogoče razvijati z učenjem. Poudarjajo pomen truda, trdega dela in vztrajnosti. Menijo, da se z marljivostjo in izkušnjami vsak lahko spremeni in »zraste«, saj so možgani podobni mišici, ki se spreminja in postaja močnejša, ko jo uporabljamo. Neuspeh si razlagajo kot začasno oviro, ki jih spodbudi k spremembi načina razmišljanja ali povečanju truda (povzeto po Dweck, 2016).



Učitelj naj učencem razloži koncept miselne naravnosti k rasti in jih spodbuja, da verjamejo v svoje sposobnosti za izboljšanje s trdom in vztrajnostjo.

Učimo se tako, da delamo napake, da vadimo in se izboljšujemo. Delanje napak med učenjem je pri športu ali učenju glasbila nekaj popolnoma samoumevnega. Učitelj naj učencem razloži, da so napake del učnega procesa, in naj jih spodbuja, da vidijo napake, ki jih delajo pri matematiki, kot priložnost za učenje matematike. Učenje matematike je proces, ki ne bo uspel v prvem poskusu, potrebne je ogromno vaje in za to je potreben čas. Učence je treba naučiti, kako naj analizirajo svoje napake in ugotovijo, kaj so se iz njih naučili. Za to pa je treba ustvariti varno in spodbudno učno okolje, kjer se učenci počutijo varne in sprejete pri izražanju svojih napak in vprašanj. Tako učno okolje ne le spodbuja učenje, ampak zmanjšuje tudi strah in tesnobo, ki se prepogosto pojavljata pri naših učencih v zvezi z matematiko.

Čezmeren strah pred matematiko (matematična anksioznost), ki lahko ovira učenje in akademsko napredovanje, se pojavlja zaradi slabih izkušenj pri izobraževanju, zaradi neobčutljivosti učiteljev, učenčevih neustreznih prepričanj in pričakovanj ter družbenih pritiskov in stereotipov o matematiki. Matematična anksioznost vpliva na veliko stvari, ki so zelo pomembne v procesu učenja: na pozornost, hitrost obdelave informacij, načrtovanje in odločanje pa tudi na mentalno procesiranje pri reševanju matematičnih nalog, saj matematična anksioznost ovira delovanje delovnega spomina, zato težje dostopamo do tega, kar sicer vemo in znamo. Vsiljive in destruktivne misli ter skrbi (npr. »Samo 17 minut še imam. Ne bo mi uspelo rešiti naloge. Tega ne zmorem. Saj sem vedel/vedela, da sem v matematiki slab/slaba.«) zavzamejo del pozornosti, ki jo posameznik potrebuje za reševanje matematične naloge. Tako mora matematično anksiozni posameznik v istem času poleg primarne (matematične) naloge rešiti še sekundarno nalogo, ki jo zahtevajo vsiljive destruktivne misli in skrbi, saj odvrčajo pozornost od reševanja naloge. Te vsiljive misli so povezane z lastnim negativnim odnosom do matematike, z nizkim samozaupanjem ter z neprestanim preračunavanjem, koliko časa je še na razpolago, v primeru časovne omejitve za reševanje naloge. Ker je delovni spomin preobremenjen s trenutnim strahom, to izčrpa kognitivne vire. Zato se matematično anksiozni posameznik muči z najosnovnejšimi matematičnimi veščinami, ki jih sicer obvlada (Rajh, 2024).

Učitelj naj bo pozoren na matematično anksiozne učence, naj jih spodbuja, da razvijejo pozitiven odnos do matematike in verjamejo v svoj uspeh. Nauči naj jih tehnik sproščanja in obvladovanja stresa.

Čustva so zelo pomembna pri učenju, zato je treba učence naučiti, kako prepoznati in upravljati svoja čustva, da bodo lahko učinkovitejši usmerjeni na učne naloge.



ARITMETIKA

OBVEZNO

OPIS TEME

Aritmetika je v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju obsežna tema, katere cilji se povezujejo z vsemi drugimi temami, prav tako pa predstavlja nadgradnjo aritmetike, ki so jo usvojili učenci v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju. Tema Aritmetika vključuje štiri skupine ciljev: Naravna števila in število 0 ter računske operacije, Cela števila in računske operacije, Racionalna števila in računske operacije ter Realna števila in računske operacije. Učenci v skupini ciljev Naravna števila in število 0 ter računske operacije spoznavajo in uporabljajo lastnosti naravnih števil v povezavi z delitelji in večkratniki naravnih števil, v skupini ciljev Cela števila in računske operacije razvijajo razumevanje pomena razširitve množice naravnih števil na množico celih števil in spoznavajo odnos med številskima množicama, predstavljajo cela števila in računajo v množici celih števil. Množico racionalnih števil pri učencih poglobimo glede na drugo vzgojno-izobraževalno obdobje tako, da obravnavo pojma ulomek nadgradimo do razumevanja ulomka kot količnika dveh naravnih števil in kot racionalnega števila. Ob koncu devetletne osnovne šole učenci poznajo tudi množico realnih števil in vsebovanost drugih številskih množic, ki jih poznajo, v tej množici. Učenci primerjajo in urejajo števila posameznih številskih množic po velikosti, usvojijo že poznane računske operacije na simbolni ravni, razvijajo lastne strategije računanja, spretno uporabljajo računalno ter rešujejo besedilne in problemske naloge.

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

O UPORABI MODELOV PRI TEMI ARITMETIKA

Doseganje ciljev in standardov znanja o računanju z odstotki temelji tudi na sklepanju ob modelu (običajno ponazorjen z grafično reprezentacijo). Pri sklepanju ob modelu se lahko uporabi preglednica ali model, ki ga v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci uporabljajo za ponazarjanje nenegativnih racionalnih števil (ploskovni ali dolžinski model). Ob modelu pri učencih preverjamo razumevanje odstotnega računa ter utemeljevanje strategije računanja z odstotki. Od učencev pričakujemo, da bodo znali uporabiti sklepni račun ob vsakodnevnih situacijah, v katerih se srečujejo z odstotki.

O RAČUNANJU PRI TEMI ARITMETIKA

Standardi znanja o izvajanju računskih operacij (npr. učenec sešteva, odšteva, množi, deli ...) vključujejo naloge z eno računsko operacijo in dvema številoma, ki ju seštejemo, odštejemo, množimo oz. delimo. V okviru standarda znanja »učenec sešteva, odšteva, množi in deli ulomke, mešana in naravna števila« je predvideno, da sta v nalogah vključena dva ulomka ali dve mešani števili ali ulomek in mešano število ali ulomek in naravno število ali mešano in naravno število.

Minimalni standardi znanja o računanju vrednosti številskih izrazov vključujejo naloge s številskimi izrazi z največ tremi (enakimi ali različnimi) računskimi operacijami. Naloge s številskimi izrazi z več računskimi operacijami so vključene v isti standard znanja, ki ga v tem primeru ne štejemo kot minimalni standard znanja.

O BESEDILNIH NALOGAH PRI TEMI ARITMETIKA

V okviru standardov znanja o reševanju besedilnih nalog, ki so označeni kot minimalni standard znanja, minimalni standard znanja vključuje le reševanje tistih besedilnih nalog, za katere je znanje, potrebno za uspešno reševanje naloge, opredeljeno kot minimalni standard. V primerih, ko je za uspešno reševanje besedilne naloge potrebno znanje, ki ni opredeljeno kot minimalni standard znanja, je besedilna naloga vključena v isti standard znanja, ki ga v tem primeru ne štejemo kot minimalni standard znanja.

Standard znanja o reševanju besedilnih in problemskih nalog vključuje tudi naloge s povečanjem in z zmanjšanjem veličine za dani delež, izražen z odstotki (7. razred), in naloge, pri katerih učenci izkažejo znanje o računanju z odstotki pri besedilnih nalogah o premem sorazmerju (8. razred). V slednjih dveh primerih standarda znanja o besedilnih nalogah ne štejemo kot minimalni standard znanja.

O UPORABI STROKOVNIH TERMINOV PRI TEMI ARITMETIKA

V skupini ciljev Racionalna števila in računske operacije se vsi standardi znanja za 7. razred nanašajo na nenegativna racionalna števila.

Strokovni termin »končno decimalno število« je v zapisu standardov znanja za 7. razred uporabljen za nenegativno racionalno število v končnem decimalnem zapisu in strokovni termin »periodično decimalno število« za nenegativno racionalno število v periodičnem decimalnem zapisu. Decimalni zapis je ena od oblik zapisa števila, ki ima decimalno vejico.

V zapisih standardov znanja smo uporabili strokovni termin »mešano število«, s katerim smo zaradi preglednejšega zapisa nadomestili strokovni termin »celi del in ulomek, manjši od ena«. Učitelj pri pouku uporablja oba termina tako, da je razvidna njuna povezanost oz. enak pomen. Pri tem poudarja, da ne gre za novo množico števil, gre za poimenovanje števila, podanega v taki obliki.

V preglednici so strokovni termini, ki jih uporabljajo učenci pri posamezni skupini ciljev. Termini so zapisani v razredu, v katerem jih učenci začnejo uporabljati.

Skupina ciljev	7. razred	8. razred	9. razred
Naravna števila in število 0 ter računske operacije	sestavljeno število praštevilo tuji si števili največji skupni delitelj najmanjši skupni večkratnik		
Cela števila in računske operacije	množica celih števil absolutna vrednost števila		
Racionalna števila in računske operacije	razširjanje ulomka krajšanje ulomka okrajšani ulomek nedesetiški ulomek končno decimalno število	racionalno število množica racionalnih števil	razmerje

	periodično decimalno število obratna vrednost števila	
Realna števila in računske operacije		kvadratni koren števila iracionalno število realno število decimalni zapis realnega števila množica iracionalnih števil množica realnih števil

O UPORABI SIMBOLOV PRI TEMI ARITMETIKA

V preglednici so simboli, ki jih uporabljajo učenci pri posamezni skupini ciljev. Simboli so zapisani v razredu, v katerem jih učenci začnejo uporabljati.

Skupina ciljev	7. razred	8. razred	9. razred
Naravna števila in število 0 ter računske operacije	najmanjši skupni večkratnik števil a in b ($a, b \in \mathbb{N}$): $v(a, b)$ največji skupni delitelj števil a in b ($a, b \in \mathbb{N}$): $D(a, b)$		
Cela števila in računske operacije	množica celih števil: $\mathbb{Z}$		
Racionalna števila in računske operacije		množica racionalnih števil: $\mathbb{Q}$	razmerje števil a in b ($a, b \in \mathbb{N}$): $a : b$
Realna števila in računske operacije		kvadratni koren števila a ($a \in \mathbb{Q}$): $\sqrt{a}$ množica realnih števil: $\mathbb{R}$	

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA TEMO

Cilje o spoznavanju in raziskovanju uporabnosti števil v vsakdanjem življenju učitelj uresničuje tako, da v pouk vključuje situacije iz vsakdanjega življenja ter da učenci raziskujejo uporabnost števil v vsakdanjem življenju.

Učitelj učencem omogoča ozaveščanje njihovih močnih področij in uresničitev različnih interesov (izbira načina in vrste predstavitve, načina sodelovanja s sošolci, vsebinskega področja) tudi s povezovanjem ciljev iz različnih skupin ciljev v temi Aritmetika, v povezavi s preostalimi temami učnega načrta za matematiko ali z medpredmetnim povezovanjem. **SC** (3.1.3.1)

Učenci ob raziskovanju pripravijo plakat, referat, matematični časopis ... **SC** (1.1.1.1) Pri raziskovanju lahko soustvarjajo skupno vsebino tudi z uporabo digitalne tehnologije. Učitelj lahko za namen uresničevanja tega cilja načrtuje tudi matematični sprehod.

NARAVNA ŠTEVILA IN ŠTEVILO 0 TER RAČUNSKE OPERACIJE

CILJI

Učenec:

- : spozna in uporablja lastnosti naravnih števil v povezavi z delitelji in večkratniki naravnih števil;
- : rešuje in oblikuje besedilne in problemske naloge v povezavi z večkratniki in delitelji naravnih števil (tudi z uporabo računalna oz. digitalne tehnologije).
- SC (3.1.4.2 | 5.2.2.1 | 5.2.2.2)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
7.	razlikuje sestavljeno število in praštevilo ter zapiše sestavljeno število kot zmnožek praštevil
	določi največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik danih naravnih števil
	z uporabo znanja o skupnih deliteljih in skupnih večkratnikih naravnih števil reši besedilno oz. problemsko nalogo
	izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti naravnih števil v vsakdanjem življenju

TERMINI

- sestavljeno število
- praštevilo
- tuji si števili
- največji skupni delitelj
- najmanjši skupni večkratnik

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Priporočeni načini doseganja ciljev

V tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci spoznajo razširitev množice naravnih števil s spoznavanjem drugih številskih množic in odnosov med njimi. V 7. razredu učenci spoznajo le še nekatere lastnosti naravnih števil (praštevilo, sestavljeno število) ter razširijo znanje o večkratnikih in deliteljih naravnih števil z znanjem o določanju največjega skupnega delitelja in najmanjšega skupnega večkratnika danih števil. Pri tem izbiramo taka števila, da določanje poteka na pamet s premislekom. Poznavanja simbolnih zapisov za (največji) skupni delitelj in (najmanjši) skupni večkratnik ne ocenjujemo, k uporabi spodbujamo predvsem učno zmožnejše učence. Znanje o skupnih večkratnih in skupnih deliteljih števil učenci uporabljajo tudi pri reševanju besedilnih in problemskih nalog. Nov pojem, s katerim se učenci spoznajo v 7. razredu, je tudi »tuji si števili«, a njegovega poznavanja ne ocenjujemo.

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Vsebino za učno zmožnejše učence lahko obogatimo s spoznavanjem postopka določanja največjega skupnega delitelja ali najmanjšega skupnega večkratnika večjih naravnih števil (z zapisom sestavljenih števil kot zmnožek praštevil) oz. s spodbujanjem razvoja lastnih strategij določanja skupnih večkratnikov/deliteljev, vendar te vsebine ne ocenjujemo. Učno zmožnejše učence lahko usmerimo tudi v reševanje zahtevnejših problemskih nalog.



CELA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE

CILJI

Učenec:

- spoznava in raziskuje uporabnost celih števil v vsakdanjem življenju;
SC (1.1.1.1)
- razvija razumevanje pomena razširitve množice naravnih števil na množico celih števil in spoznava odnos med številskima množicama;
- razvija zmožnost predstavitve celih števil na številski premici;
- spoznava in uporablja lastnosti celih števil in velikostne odnose med celimi števili;
- razvija strategije za računanje v $\mathbb{Z}$ (tudi z uporabo računalna oz. digitalne tehnologije);
- uporablja potence pri računanju vrednosti številskih izrazov v $\mathbb{Z}$;
- rešuje in oblikuje besedilne in problemske naloge v povezavi s celimi števili (tudi z uporabo računalna oz. digitalne tehnologije).
SC (3.1.4.2 | 5.2.2.1 | 5.2.2.2)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
7.	opiše množico celih števil in jo predstavi s simbolnim zapisom predstavi odnos med $\mathbb{N}$ in $\mathbb{Z}$ (tudi s simbolnim zapisom) predstavi celo število na številski premici celo število, predstavljeno na številski premici, zapiše s številko primerja in uredi cela števila po velikosti določi nasprotno vrednost celega števila sešteva, odšteva, množi in deli v $\mathbb{Z}$ izračuna vrednost potence a^n ($a \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$) izračuna vrednost številskega izraza v $\mathbb{Z}$ (tudi s potencami) z uporabo znanja o celih številih reši besedilno oz. problemsko nalogo <i>izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti celih števil v vsakdanjem življenju</i>

TERMINI

- množica celih števil
- absolutna vrednost števila

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Priporočeni načini doseganja ciljev

CELA ŠTEVILA

Pri predstavitvi celih števil postopno preidemo od uporabe modelov, uporabljenih v 6. razredu (nevtralizacijski/količinski model, linearni model), na simbolno predstavitev celih števil v 7. razredu. Množico celih števil vpeljemo s formalnim pristopom (konstrukcija množice celih števil s preslikavo in simbolni zapis). Učenci opišejo tudi odnos med množicama naravnih in celih števil.

RAČUNSKE OPERACIJE S CELIMI ŠTEVILI

Z uporabo modelov smo usmerjeni na doseganje razumevanja seštevanja in odštevanja celih števil, kasneje (v 7. razredu) pa preidemo na usvojenost algoritmov vseh štirih računskih operacij brez uporabe modelov. V 7. razredu učenci spoznajo novi računski operaciji v množici celih števil, to sta množenje in deljenje, ki ju tudi vpeljemo z razumevanjem ali/in raziskovanjem (ob npr. uporabi modelov, pristopu preko zaporedij, uporabe računalja). Učitelju lahko uporaba termina absolutna vrednost števila pomaga pri razlagi postopkov računanja v množici celih števil, ko preide učenec na rutinsko proceduralno znanje (na primer, ko sešteje dve negativni števili, negativno in pozitivno število). Termin se obravnava pri realizaciji učnega cilja o lastnostih celih števil, kot standard znanja se ne vključi, kar pomeni, da ne ocenjujemo razumevanja pojma absolutne vrednosti števila.

Znanje o množenju celih števil uporabimo tudi pri obravnavi potenc, kjer je osnova celo število. Vse štiri računske operacije povežemo pri računanju številskih izrazov ter znanje povežemo z znanjem o številih v drugih obravnavanih množicah števil.

Učenci naj rešujejo besedilne in problemske naloge, ki prikazujejo uporabnost celih števil in računanja z njimi v vsakdanjem življenju.

Uporaba didaktičnih sredstev

Učenci naj se naučijo vnesti v računalno negativno število ter računanja s celimi števili. Pri usvajanju znanj o celih številih še vedno lahko uporabljajo različne aplikacije, ki ponazarjajo računanje s celimi števili na virtualnih modelih.

Priporočila za diferenciacijo

Učenci, ki še niso razvili ustreznih predstav o celih številih, lahko dalj časa uporabljajo modele za ponazoritev celih števil. Pomembno je, da usvojijo model številske premice, zato naj bo ta pogostejše vključen v naloge. Računajo naj dalj časa v manjšem obsegu števil, npr. med -10 in 10 .

Učno zmožnejše učence lahko usmerimo tudi v reševanje zahtevnejših problemskih nalog.



RACIONALNA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE

CILJI

Učenec:

- : spoznava in raziskuje uporabnost racionalnih števil v vsakdanjem življenju;
- SC (1.1.1.1)
- : razvija razumevanje pomena razširitve množice celih števil na množico racionalnih števil in spoznava odnose med številiškimi množicami;
- : razvija razumevanje pojma ulomek;
- : razvija zmožnost različnih predstavitev racionalnih števil in prehajanja med njimi;
- : spoznava in uporablja lastnosti racionalnih števil in velikostne odnose med racionalnimi števili;
- : razvija zmožnost ocenjevanja rezultata pri računskih operacijah v $\mathbb{Q}$;
- : razvija strategije za računanje v $\mathbb{Q}$ (tudi z uporabo računalna oz. digitalne tehnologije);
- : ozavešča pomen uporabe odstotkov v vsakdanjem življenju in pri računanju z odstotki uporablja sklepanje;
- : uporablja potence za zapis zelo velikih in zelo majhnih števil z večkratniki potenc števila 10 ter pri računanju vrednosti številiških izrazov v $\mathbb{Q}$;
- I: *spoznava in uporablja potenciranje potenc;*
- : rešuje in oblikuje besedilne in problemske naloge v povezavi z racionalnimi števili (tudi z uporabo računalna oz. digitalne tehnologije) ter sprejema in utemeljuje finančne odločitve.
- SC (3.1.4.2 | 5.2.2.1 | 5.2.2.2 | 5.2.5.2)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
7.	predstavi ulomek in mešano število na številiškem poltraku število, predstavljeno na številiškem poltraku, zapiše z ulomkom oz. mešanim številom razširi in (o)krajša ulomek razlikuje desetiški ulomek in nedesetiški ulomek desetiški ulomek zapiše s končnim decimalnim številom in obratno nedesetiški ulomek zapiše s periodičnim decimalnim številom prehaja med različnimi zapisi nenegativnega racionalnega števila (desetiški ulomek, končno decimalno število, odstotki) in utemelji enakovrednost števil, zapisanih z različnimi zapisi primerja in uredi nenegativna racionalna števila po velikosti določi obratno vrednost ulomka, mešanega in naravnega števila sešteva, odšteva, množi in deli ulomke, mešana in naravna števila izračuna vrednost številiškega izraza v $\mathbb{Q}^+$

	določi 10 %, 20 %, 25 %, 50 %, 75 % in 100 % dane vrednosti
	pri računanju z odstotki določi neznani podatek: delež, celoto, delež izražen v odstotkih (tudi s sklepanjem ob modelu) in utemelji strategijo reševanja
	z uporabo znanja o nenegativnih racionalnih številih reši besedilno oz. problemsko nalogo
	<i>izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti nenegativnih racionalnih števil v vsakdanjem življenju</i>
8.	opiše množico racionalnih števil in jo predstavi s simbolnim zapisom
	predstavi odnose med $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ in $\mathbb{Q}$ (tudi s simbolnim zapisom)
	predstavi racionalno število na številski premici
	racionalno število, predstavljeno na številski premici, zapiše s številko
	primerja in uredi racionalna števila po velikosti
	določi nasprotno in obratno vrednost racionalnega števila
	uporabi lastnosti nasprotne in obratne vrednosti racionalnega števila
	sešteva, odšteva, množi in deli v $\mathbb{Q}$
	izračuna vrednost potence a^n ($(a \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}) \vee (a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}, n \in \{0, -1\})$)
	množi in deli potence z enakimi osnovami ter potencira zmnožek in količnik racionalnih števil
	izračuna vrednost številskega izraza v $\mathbb{Z}$ in v $\mathbb{Q}_0^+$ oz. v $\mathbb{Q}$ (tudi s potencami)
	z uporabo znanja o racionalnih številih reši besedilno oz. problemsko nalogo
	<i>izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti racionalnih števil v vsakdanjem življenju</i>
9.	opiše razmerje dveh števil v kontekstu
	iz konteksta razbere, zapiše in poenostavi razmerje števil
	deli celoto v danem razmerju (tudi z uporabo modelov) in izrazi delež celote z ulomkom
	z uporabo znanja o razmerjih reši besedilno oz. problemsko nalogo

¹ V zapisih standardov znanja smo uporabili strokovni termin »mešano število«, s katerim smo zaradi preglednejšega zapisa nadomestili strokovni termin »celi del in ulomek, manjši od ena«. Učitelj pri pouku uporablja oba termina tako, da je razvidna njuna povezanost oz. enak pomen.

TERMINI

◦ razširjanje ulomka ◦ krajšanje ulomka ◦ okrajšani ulomek ◦ nedesetiški ulomek ◦ končno decimalno število ◦ periodično decimalno število ◦ obratna vrednost števila ◦ racionalno število ◦ množica racionalnih števil ◦ razmerje

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Standard znanja »učenec sešteva, odšteva, množi in deli ulomke, mešana in naravna števila« razumemo tako, da npr. učenec sešteje, odšteje, množi in deli dva ulomka ali dve mešani števili ali ulomek in mešano število ali ulomek in naravno število ali mešano in naravno število.

Priporočeni načini doseganja ciljev

RACIONALNA ŠTEVILA

V 8. razredu spoznajo učenci množico racionalnih števil in množico realnih števil ter vzpostavijo odnos med njima. Množico realnih števil vpeljemo z razširitvijo množice racionalnih števil, tako da učenci spoznajo množico iracionalnih števil. Učencem predstavimo iracionalna števila kot števila, ki jih ni mogoče zapisati kot količnik dveh celih števil (imenovalec različen od 0). Pomembno je, da učencem navedemo več primerov iracionalnih števil.

Poudarimo tudi razliko med ulomkom kot obliko zapisa realnega števila (npr. tudi realno število lahko ima zapis v obliki ulomka: $\frac{\sqrt{3}}{2}$) in ulomkom kot racionalnim številom. Učenci morajo v 8. razredu usvojiti prehajanje med različnimi zapisi nenegativnega racionalnega števila (ulomek, desetiški ulomek, decimalno število, odstotek) ter utemeljiti njihovo enakovrednost. Prav tako je pomembno, da razumejo velikostne odnose med nenegativnimi racionalnimi števili (jih primerjajo in urejajo po velikosti).

Ulomki

Različni pomeni ulomkov se gradijo postopno skozi drugo vzgojno-izobraževalno obdobje ter zaključijo v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju z umestitvijo ulomkov v množico racionalnih števil.

V tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci razširijo pomen ulomka postopno. V 7. razredu vpeljemo razumevanje ulomka kot količnika dveh naravnih števil, pri tem obravnavamo tudi vlogo števila 0 v imenovalcu. Predlagamo vpeljavo preko življenjskih situacij (npr. 3 čokolade razdelimo med 2, 4, 8 ljudi; koliko dobi vsak?). Ulomek kot količnik dveh naravnih števil uporabljamo tudi pri prehajanju med dvema oblikama zapisa ulomkov večjih od 1 (v obliki ulomka in v obliki mešanega števila) in pri deljenju dveh naravnih števil, kjer dobimo ostanek (izrazimo ostanek pri deljenju z ulomkom). Razumevanje ulomka kot količnika dveh naravnih števil povežemo tudi z obravnavo zapisa nedesetiškega ulomka s periodičnim decimalnim zapisom števila. Nov termin za učence je tudi obratna vrednost ulomka, ki jo vpeljemo pred računskimi operacijami z ulomki. V 8. razredu učenci ulomek umestijo v množico racionalnih števil. V 9. razredu morajo učenci znati zapisati razmerje dveh istovrstnih veličin in opisati odnos med veličinama, zapisanima v danem razmerju. Pri tem razlikujemo med situacijama del proti celota in del proti del. V primeru del proti celota zapis razmerja $a : b$ predstavlja delež od celote, delež pa lahko zapišemo z ulomkom $\frac{a}{b}$. V primeru del proti del pa zapis $a : b$ lahko zapišemo v obliki ulomka $\frac{a}{b}$, če je treba razmerje poenostaviti. Zapis razmerja v obliki ulomka namreč lahko učencem pomaga pri nalogah poenostavljanja razmerja in pri nalogah s sorazmerji. Primer zapisa razmerja del proti del povežemo z del proti celota tako, da učenci določijo, iz koliko delov je sestavljena celota, in nato posamezen delež zapišejo z ulomkom.

Decimalna števila

Učenci v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju usvojijo razumevanje decimalnih števil, ki imajo končno število decimalnih mest. V 7. razredu to znanje nadgradijo, tako da spoznajo nedesetiške ulomke in periodična decimalna števila. V 8. razredu učenci znanje o decimalnih številih povežejo z znanjem o potencah tudi pri zapisu zelo velikih in zelo majhnih števil. Vsebinsko je uporabna pri spretnem množenju in deljenju števil, učenci pa naj jo spoznavajo v povezavi z realnimi primeri uporabe (npr. pri fiziki – astronomija, kemiji) ter pri reševanju besedilnih in problemskih nalog.

RAČUNSKE OPERACIJE Z NENEGATIVNIMI RACIONALNIMI ŠTEVILI

Tako kot pri vpeljavi predstavitve nenegativnih racionalnih števil, je tudi pri računskih operacijah z njimi potrebna postopnost vpeljave (najprej z uporabo modelov ter navezana na življenjske situacije). Učenec uporablja računske operacije z nenegativnimi racionalnimi števili tudi pri



reševanju matematičnih problemov v različnih kontekstih (osebni, družbeni, strokovni ali življenjski).

Računske operacije z ulomki

V 7. razredu učenec nadgradi znanje o ulomkih, tako da razvija razumevanje računskih operacij z ulomki (ponazoritve z modeli) ter postopno usvoji postopke računanja, tako da ulomke razširi in (o)krajša, jih sešteva, odšteva, deli in množi na simbolni ravni (tudi z naravnimi in mešanimi števili). Postopek razširjanja/krajšanja ulomkov uporabimo pri vpeljavi enakovrednih ulomkov, katere učenec intuitivno spoznava že v nižjih razredih (primerjanje ulomkov po velikosti), sam pojem pa formalno vpeljemo v 7. razredu. Učitelj uporablja izraz enakovredna ulomka, učence pa seznanja tudi z izrazom ekvivalentna ulomka (tudi v povezavi s poimenovanjem ekvivalentno preoblikovanje enačb). Pri ocenjevanju računskih operacij z ulomki naj učenec izkaže tako razumevanje postopkov (ob modelih razloži delovanje računske operacije) kot spretnost izvajanja postopkov računanja. V 8. razredu naj učenec znanje o računanju z ulomki uporabi tudi pri računanju vrednosti številskih izrazov v množici racionalnih števil. Pri računanju z ulomki učence spodbujamo tudi k ocenjevanju rezultata.

Računske operacije z odstotki

V 7. razredu učenci nadgradijo znanje o odstotkih predvsem tako, da razvijejo razumevanje računanja z njimi. Pri računskih operacijah z odstotki razlikujemo tri tipe nalog (delež je neznan, delež izražen v odstotkih je neznan, celota je neznana). Predlagamo, da ne razvijamo ločenih postopkov za posamične tipe nalog. Pri poučevanju odstotkov je namreč pomembno, da več pozornosti namenimo učenčevemu poglobljenemu razumevanju odstotkov ter računanju z njimi v različnih kontekstih, kot pa samim spretnostim računanja z odstotki. Spodbujamo tudi računanje s premislekom (učenec določi 10 %, 20 %, ... 100 % dane vrednosti) ter razvijamo razumevanje računanja z odstotki z uporabo grafičnih prikazov in preglednice (sklepanje ob modelu).

Uporaba didaktičnih sredstev

Učenci naj razvijajo razumevanje računskih operacij z ulomki z uporabo modelov za ponazarjanje ulomkov. Pri tem smiselno izbiramo model glede na računsko operacijo, ki jo želimo ponazoriti (npr. dolžinski model pri seštevanju, odštevanju; ploskovni model pri množenju ulomkov).

Učenci naj se naučijo vnosa ulomka v žepno računalno ter razvijajo spretnost računanja z ulomki tudi z uporabo žepnega računalca (npr. za preverjanje izračunov).

Priporočila za diferenciacijo

Vsebinsko za učno zmožnejše učence lahko obogatimo z ocenjevanjem kvadratnih korenov iracionalnih števil $\sqrt{n}$ ($n \in \mathbb{N} \wedge 1 < n < 400$), z računanjem vrednosti potence a^n ($(a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}, n \in \mathbb{Z}) \vee (a = 0, n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\})$), s potenciranjem potenc, ipd. Učno zmožnejše učence lahko usmerimo tudi v reševanje zahtevnejših problemskih nalog.



REALNA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE

CILJI

Učenec:

○: spozna in raziskuje uporabnost realnih števil v vsakdanjem življenju;

SC (1.1.1.1)

○: razvija razumevanje pomena razširitve množice racionalnih števil na množico realnih števil in spozna odnose med številiškimi množicami;

I: *razvija zmožnost različnih predstavitev realnih števil in prehajanja med njimi;*

○: spozna in uporablja velikostne odnose med realnimi števili;

○: razvija zmožnost ocenjevanja rezultata pri računskih operacijah v $\mathbb{R}$;

○: razvija strategije za računanje v $\mathbb{R}$ (tudi z uporabo računalnika oz. digitalne tehnologije);

I: *spozna in uporablja delno korenjenje;*

○: uporablja potence pri računanju vrednosti številskih izrazov v $\mathbb{R}$;

○: rešuje in oblikuje besedilne in problemske naloge v povezavi z realnimi števili (tudi z uporabo računalnika oz. digitalne tehnologije).

SC (3.1.4.2 | 5.2.2.1 | 5.2.2.2)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
8.	opiše množico realnih števil in jo predstavi s simbolnim zapisom pozna razloge za razširitev množice naravnih števil na množice celih, racionalnih in realnih števil predstavi odnose med $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ in $\mathbb{R}$ (tudi s simbolnim zapisom) pozna odnos med kvadratnim korenem in kvadratom števila pozna kvadrate naravnih števil do 20 in določi kvadratne korene popolnih kvadratov naravnih števil do 20 določi, med katerima zaporednima naravnima številoma do 20 se nahaja iracionalno število množi in deli kvadratne korene racionalnih števil koreni zmnožek in količnik racionalnih števil izračuna vrednost številskega izraza v $\mathbb{R}$ (tudi s potencami) z uporabo znanja o realnih številih reši besedilno oz. problemsko nalogo <i>izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti realnih števil v vsakdanjem življenju</i>

TERMINI

○ kvadratni koren števila ○ iracionalno število ○ realno število ○ decimalni zapis realnega števila ○ množica iracionalnih števil ○ množica realnih števil

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Priporočeni načini doseganja ciljev

V 8. razredu množico racionalnih števil razširimo na množico realnih števil in smo pri tem pozorni, da učenci razlikujejo racionalno število od iracionalnega števila. Učenci predstavijo odnose med številiškimi množicami (z Vennovim prikazom in s simbolnim zapisom) in določijo, kateri množici pripada dano število.

Učenci usvojijo pojem kvadratni koren: kvadriranje in korenjenje razumejo in uporabljajo kot obratni računski operaciji (primera nalog: dan je kvadrat s ploščino 9 E, kolikšna je dolžina njegove stranice; $\sqrt{49} = \underline{\hspace{1cm}}$, ker je $\underline{\hspace{1cm}}$).

Znanje o realnih številih učenci uporabijo pri reševanju besedilnih in problemskih nalog, ki so povezane z vsakdanjim življenjem, z vsebinami iz geometrije (kot je npr. uporaba Pitagorovega izreka) ipd.

Ves čas obravnave vsebin, povezanih z realnimi števili (tudi pri obravnavi teme Geometrija in merjenje), učenci s prikazovanjem različnih situacij iz vsakdanjega življenja spoznavajo uporabnost realnih števil. Glede na interes učencev lahko posamezni učenci raziščejo uporabo realnih števil v vsakdanjem življenju in le-to predstavijo kot ustno predstavitev, matematični časopis ipd.

Uporaba didaktičnih sredstev

Digitalno tehnologijo vključujemo pri tej skupini ciljev v različne namene: za razvijanje razumevanja pojma kvadratni koren (npr. izračun vrednosti kvadratnega korena naravnega števila brez uporabe tipke za kvadratni koren), za raziskovanje (npr. raziskovanje števila končnih ničel pri korenjenju naravnega števila, števila decimalk pri korenjenju decimalnega števila ...), za izračun kvadratnega korena nenegativnega racionalnega števila ali vrednosti številskega izraza z racionalnimi števili, pri reševanju besedilnih in problemskih nalog v povezavi z realnimi števili ipd.

Priporočila za diferenciacijo

Vsebino za učno zmožnejše učence lahko obogatimo z ocenjevanjem kvadratnih korenov nepopolnih kvadratov z različnimi strategijami, s prikazom $\sqrt{2}$ in $\sqrt{3}$ na številski premici z načrtovanjem, z delnim korenjenjem, z racionalizacijo imenovalca ulomka (v imenovalcu je le kvadratni koren naravnega števila), ipd. Učno zmožnejše učence lahko usmerimo tudi v reševanje zahtevnejših problemskih nalog.





GEOMETRIJA IN MERJENJE

OBVEZNO

OPIS TEME

Geometrija in merjenje je eno od temeljnih področij matematike.

V skupini ciljev Geometrijski elementi in merjenje učenci spoznavaajo in raziskujejo uporabnost geometrijskih elementov in merjenja v vsakdanjem življenju, lastnosti likov in teles, jih načrtujejo, razvijajo in uporabljajo strategije za računanje obsega, ploščine, površine in prostornine. Področje merjenja razširimo z razvijanjem strategije in izpeljave formul za računanje ploščine geometrijskih likov. Pri računanju površine in prostornine geometrijskih teles izhajamo iz splošnih formul za računanje površin in prostornin. S tem želimo poudariti, da učencem ni treba poznati specifičnih formul za posamezna geometrijska telesa. Izpeljava formul temelji na vizualnih predstavitev in konzervaciji dolžine, ploščine in prostornine. V tem vzgojno-izobraževalnem obdobju z obravnavo večkotnikov in kroga ter njegovih delov zaključujemo obravnavo geometrijskih pojmov v ravnini. Učenci rešujejo besedilne in problemske naloge v povezavi z geometrijskimi objekti in merjenjem.

V skupini ciljev Prostorska vizualizacija in orientacija nadgrajujemo razvoj prostorskih predstav učencev, ki jih usmerjamo k razumevanju odnosov med geometrijskimi elementi v ravnini in prostoru. Učenci sistematično razvijajo sposobnost vizualizacije s pomočjo raziskovanja mrež geometrijskih teles, analiziranja značilnosti tridimenzionalnih objektov ter reševanja problemskih nalog, ki zahtevajo mentalno manipulacijo objektov (npr. rotacije, preseke, spremembo zornega kota). Pri tem uporabljajo konkretne modele in digitalna orodja za prostorsko predstavitev, vendar je poudarek na miselni aktivnosti učenca, ne zgolj na prikazu. Uporaba digitalne tehnologije je podpora, ne nadomestilo za samostojno razvijanje prostorskih sposobnosti.

V skupini ciljev Transformacije učencem omogočamo, da spoznavaajo in raziskujejo lastnosti transformacij.

Za prikaz nekaterih odnosov med geometrijskimi elementi učenci uporabljajo tudi simbolni zapis.

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

V skupini ciljev Geometrijski elementi in merjenje v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci raziskujejo lastnosti točk, črt, likov in teles ter jih na osnovi lastnosti tudi razvrščajo. Učenci spretno in natančno uporabljajo geometrijsko orodje. Namesto dveh trikotnikov in ravnila lahko učenci uporabljajo geotrikotnik. Učenci uporabijo fizične ali virtualne modele, dejavnosti potekajo tudi ob podpori digitalne tehnologije.



Učenci razvijejo strategijo računanja obsegov in ploščin geometrijskih likov, površin in prostornin geometrijskih teles. Znanje uporabijo pri reševanju geometrijskih problemov. Za reševanje problemskih nalog z geometrijsko vsebino lahko učenci uporabljajo digitalno tehnologijo (npr. orodja dinamične geometrije, različne aplikacije za vizualizacijo geometrijskih elementov, računalno).

Prostorske predstave v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju vključujejo prostorsko vizualizacijo, skupaj s prostorsko orientacijo, in druge miselne manipulacije (npr. rotacija) geometrijskih objektov. V tem obdobju učenci nadgradijo statične vizualne podobe do sposobnosti miselne manipulacije geometrijskih objektov v prostoru, kar učenci uporabijo pri analizi geometrijskih teles.

V skupini ciljev Transformacije učenci raziskujejo in uporabljajo lastnosti geometrijskih transformacij.

Z raziskovalnimi aktivnostmi pri pouku geometrije izkoristimo možnosti posploševanja in s tem povezovanja z algebro (število diagonal v večkotniku, velikost kota v pravilnem večkotniku ...).

V temi uresničujemo tudi skupne cilje s področij Jezik, državljanstvo, kultura in umetnost, Zdravje in dobrobit ter Digitalna kompetentnost.

Učitelj in učenci uporabljajo strokovne termine:

Skupina ciljev	7. razred	8. razred	9. razred
Geometrijski elementi in merjenje	trikotniška neenakost notranji/zunanji kot večkotnika višina težiščnica trikotnika kateta hipotenuza trikotniku včrtana/očrtana krožnica paralelogram romb trapez enakokraki trapez osnovnica krak srednjica deltoid diagonala raznostranični trikotnik enakostranični trikotnik enakokraki trikotnik pravokotni trikotnik ostrokotni trikotnik topokotni trikotnik sokota sovršna kota izmenična kota	število π krožni lok krožni izsek krožni odsek središčni kot pravilni večkotnik	Pitagorov izrek istoležni stranici istoležna kota podobna lika pokončno geometrijsko telo pravilno geometrijsko telo enakorobo geometrijsko telo poševno geometrijsko telo prizma višina geometrijskega telesa
Transformacije	orientacija lika zrcaljenje vrtež osna simetrija središčna simetrija		



DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA TEMO

V didaktičnih priporočilih za temo Geometrija in merjenje izpostavljamo pomembne usmeritve za pouk geometrije v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju. V didaktičnih priporočilih za posamezne skupine ciljev so usmeritve dodatno pojasnjene, navedeni so tudi primeri.

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Uporaba lastnosti nekega geometrijskega pojma vključuje načrtovanje le-tega, v primerih, ko je to mogoče. Učenci se zavedajo lastnosti in odnosov med geometrijskimi elementi ter uporabnosti transformacij v vsakdanjem življenju, če svojo okolico opazujejo z namenom prepoznavanja le-teh v vsakdanjem življenju. Za uresničevanje cilja učencem omogočimo, da o svojih opazovanjih oblikujejo zapise v različnih besedilnih vrstah ^{SC} (1.1.1.1) in z različnimi digitalnimi orodji. Spodbujamo njihova močna področja in omogočimo razvijanje kompetentnosti. Učencem omogočimo opazovanje lastnosti in odnosov med geometrijskimi elementi ter uporabnosti transformacij v vsakdanjem življenju glede na njihove interese ^{SC} (3.1.3.1). Učitelj učencem omogoča izkoriščanje in razvoj njihovih močnih področij ter uresničitev različnih interesov (izbira načina in vrste predstavitve, načina sodelovanja s sošolci, vsebinskega področja) tudi s povezovanjem ciljev iz različnih skupin ciljev v temi Geometrija in merjenje, v povezavi s preostalimi temami učnega načrta za matematiko ali z medpredmetnim povezovanjem. Učitelj učencem predstavi možnost ustvarjanja skupne vsebine, ki jih uporabijo za predstavitev. ^{SC} (4.2.4.1)

Priporočeni načini doseganja ciljev

Geometrijski pojmi so primer pojmov s podobo. Vsebujejo vizualno komponento - sliko, ki je neločljivo povezana s pojmovno komponento - definicijo. Zavedanje te neločljive povezanosti otežuje razvijanje pojma, kar poskušamo premagovati z različnimi klasifikacijskimi in načrtovalnimi aktivnostmi in vključevanjem učencev v oblikovanje opredelitev s pomočjo opredelitvenih seznamov.

Izvajamo dejavnosti, s katerimi učenci klasificirajo večkotnike glede na njihove lastnosti. Pri razvrščanju opazujemo množice likov in teles ter odnose med njimi (podmnožica, unija in presek). Pri načrtovanju pravih večkotnikov je treba smiselno izbrati število oglišč, dejavnost izkoristimo za diferenciacijo.

Ob pretvarjanju merskih enot predstavimo ugodnost zapisa merskega števila z večkratnikom potence števila 10 (z znanstvenim zapisom) in poudarimo pomen desetiških predpon.

S preoblikovanjem v plosčinsko enake like učenci razvijajo strategijo za računanje plosčin. Dolžino loka in ploščino krožnega izseka učenci računajo z uporabo premega sorazmerja (povezava s funkcijami - premo sorazmerje).

Učenci izdelujejo mreže pokončnih geometrijskih teles in prepoznavajo tudi različne mreže prizem in piramid. Prav tako izdelajo skeletno strukturo oglatih teles. Pri tem so pozorni na število robov, njihovo dolžino, vzporedne oz. pravokotne robove itn.

Učitelj pripravi dejavnosti, pri katerih bodo učenci znanje o površini in prostornini kvadra nadgradili do površine in prostornine prizme. Učenci naj ob reševanju nalog uporabljajo modele geometrijskih teles. Učenci razumejo površino telesa kot vsoto plosčin mejnih ploskev telesa ter prostornino prizme kot zmnožek med velikostjo osnovne ploskve in višine prizme.

Uporaba didaktičnih sredstev

Učenci za izvajanje računskih operacij pri računanju ploščine, površine in prostornine v življenjskih situacijah in pri reševanju matematičnih problemov uporabljajo tudi digitalno tehnologijo. V okviru reševanja geometrijskih problemov naj učitelj pripravi dejavnosti, pri katerih bodo učenci analizirali vpliv spremembe podatkov na obseg in ploščino lika ter površino in prostornino geometrijskega telesa (tudi z uporabo digitalne tehnologije).

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Za uresničevanje izbirnih ciljev učitelj omogoči opazovanje in raziskovanje geometrijskih elementov s pomočjo programov dinamične geometrije. Pri platonskih telesih lahko vključimo tudi zgodovinski kontekst in tako uresničujemo skupne cilje.

GEOMETRIJSKI ELEMENTI IN MERJENJE

CILJI

Učenec:

○: spoznava in raziskuje uporabnost lastnosti in odnosov med geometrijskimi elementi ter merjenja v vsakdanjem življenju;

SC (1.1.1.1)

○: raziskuje lastnosti geometrijskih likov;

○: načrtuje geometrijske like in opisuje postopke načrtovanja;

I: raziskuje znamenite točke trikotnika;

○: raziskuje lastnosti geometrijskih teles;

○: razvija in uporablja strategije za računanje obsega, ploščine, površine in prostornine;

○: rešuje in oblikuje besedilne in problemske naloge v povezavi z geometrijskimi elementi in merjenjem (tudi z uporabo digitalne tehnologije);

SC (3.1.4.2 | 5.2.2.1 | 5.2.2.2)

I: rešuje problemske naloge z uporabo Pitagorovega izreka v telesih in na presekih teles (tudi z uporabo digitalne tehnologije).

SC (3.1.4.2 | 5.2.2.1 | 5.2.2.2)

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja	Standardi triletja
7.	prepozna pare kotov in opiše njihove lastnosti označi in poimenuje zunanje in notranje kote trikotnika in štirikotnika uporabi vsoto velikosti notranjih in zunanjih kotov trikotnika in štirikotnika opiše, razvrsti in poimenuje trikotnike in štirikotnike glede na njihove lastnosti utemelji odnose med štirikotniki načrta trikotnik oziroma štirikotnik z uporabo njihovih lastnosti trikotniku včrta in očrta krožnico, načrta višino in težiščnico včrta višino štirikotniku s parom vzporednih stranic	<i>izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti lastnosti in odnosov med geometrijskimi elementi ter merjenja v vsakdanjem življenju</i> reši besedilno in problemsko nalogo z geometrijsko vsebino
8.	uporabi lastnosti večkotnikov (vsota velikosti notranjih in zunanjih kotov, velikost središčnega kota v pravilnem večkotniku) načrta pravilni 5- in 6-kotnik poimenuje in opiše krog in dele kroga izračuna obseg in ploščino trikotnika, paralelograma, romba, trapeza, deltoida in kroga utemelji in uporabi strategijo računanja obsega in ploščine sestavljenih likov;	
9.	prepozna podobne like razdeli daljico na enake dele in v danem razmerju uporabi lastnosti podobnih likov opiše, primerja in razvrsti geometrijska telesa po različnih lastnostih prizme razvršča po različnih kriterijih in izbiri utemelji uporabi Pitagorov izrek v pravokotnem trikotniku, v drugih likih, koordinatnem sistemu in na ploskvah teles izračuna prostornino pokončnih geometrijskih teles (prizme, valja, stožca in piramide) in utemelji strategijo reševanja izračuna površino pokončnih geometrijskih teles (prizme, valja in piramide) in utemelji strategijo reševanja	

TERMINI

- trikotniška neenakost
- notranji kot trikotnika
- zunanji kot trikotnika
- višina
- težiščnica
- trikotnika
- kateta
- hipotenuza
- trikotniku včrtana krožnica
- trikotniku očrtana krožnica
- paralelogram
- romb
- trapez
- enakokraki trapez
- osnovnica
- krak
- srednjica
- deltoid
- diagonala
- raznostranični trikotnik
- enakokraki trikotnik
- enakostranični trikotnik
- pravokotni trikotnik
- ostrokotni trikotnik
- topokotni trikotnik
- sovršna kota
- izmenična

kota • sokota • število π • krožni lok • krožni izsek • krožni odsek • središčni kot
 • pravilni večkotnik • Pitagorov izrek • istoležni stranici • istoležna kota • podobna lika

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Zapis v standardu znanja »... z uporabo različnih strategij« ne pomeni, da morajo učenci isto nalogo rešiti z več različnimi strategijami, temveč da dopuščamo reševanje z uporabo katerekoli matematično korektne strategije.

Učenci klasificirajo večkotnike glede na njihove lastnosti (število diagonal, vsota velikosti notranjih oziroma zunanjih kotov, središčni kot, konveksnost/konkavnost večkotnikov). Dejavnosti so lahko tudi konstrukcijske. Učenci z uporabo materialov izdelajo diagonale in samostojno odkrivajo lastnosti diagonal pri različnih likih. Zastavimo vprašanja: »V katerih primerih lahko oblikujemo paralelogram/pravokotnik/romb/deltoid / raznostranični trapez?«

Slika: Konstrukcija večkotnikov. (Vir: Van de Walle, J. A., Karp, K. S., in Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and middle school mathematics. Teaching Developmentally*, str. 520. Pearson.)

Pri razvrščanju likov so učenci pozorni na medsebojno lego in dolžino stranic, velikost kotov, medsebojno lego diagonal, osno in središčno simetrijo ... Pri razvrščanju opazujemo množice likov in odnose med njimi (podmnožica, unija in presek).

Učenci lahko samostojno oblikujejo t. i. »seznam lastnosti«. Učenci delajo v skupini, vsaka skupina s svojo skupino oblik (na primer: 1. skupina ima kvadrate, 2. skupina paralelograme, 3. skupina rombe in 4. skupina pravokotnike). Samostojno oblikujejo seznam lastnosti v tabeli (npr. stranice, koti, diagonale, simetrale). Sezname primerjajo. Spodbujamo uporabo besede »vsaj« (npr. pravokotniki imajo »vsaj dve simetrali«). V nadaljevanju poskušamo sezname z dodajanjem/izpuščanjem lastnosti oblikovati tako, da bodo učenci za dano skupino oblik oblikovali definicijo.

Pri opisovanju in načrtovanju geometrijskih likov učenci izdelajo skico. Razvijanje veščine risanja skic poteka tako pri računskih nalogah kot tudi pri načrtovalnih nalogah. Učenci na skici označijo oglišča in podatke.

Učenci za minimalni standard znanja načrtujejo trikotnike z danimi podatki kot v izrekih o skladnosti trikotnikov. Minimalni standard znanja ne vključuje načrtovanja trikotnika z dano višino. V namen diferenciacije učitelj ponudi tudi zahtevnejše naloge načrtovanja trikotnika (na primer z dano višino in težiščnico).



Učenci načrtujejo štirikotnike z danimi podatki: osnovnica, višina, diagonalna, kot. Učitelj lahko izbere tudi naloge, pri katerih učenci danemu štirikotniku včrtajo/očrtajo krožnico, pri tem učitelj upošteva zmožnosti učencev.

Pri načrtovanju pravih večkotnikov je treba smiselno izbrati število oglišč, dejavnost izkoristimo za diferenciacijo. Upoštevajmo, da so učenci pravilni trikotnik in štirikotnik že načrtovali.

Priporočeni načini doseganja ciljev

V 7. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci:

- » prepoznajo pare kotov (izmenična kota, sovršna kota, sokota), ugotovijo odnos med njunima velikostma in lastnosti uporabijo pri reševanju nalog;
- » prepoznajo trikotnike in štirikotnike, jih opredelijo in uporabljajo strokovno terminologijo (osnovnica, krak, kateta, hipotenuza, višina, srednjica ...);
- » poznajo in uporabljajo vsoto velikosti notranjih oziroma zunanjih kotov trikotnika in štirikotnika pri računskih nalogah;
- » poznajo lastnosti trikotnika in štirikotnika ter ga načrtajo glede na izbrane podatke;
- » prepoznajo in načrtajo osno simetrične trikotnike in štirikotnike ter središčno simetrične štirikotnike in opišejo njihove lastnosti;
- » poznajo pojem višine trikotnika;
- » poznajo pojem višina in diagonalna paralelograma oziroma trapeza.

Učenci raziskujejo lastnosti trikotnikov ter opišejo in utemeljijo trikotniško neenakost in tako utemeljijo pogoj za obstoj trikotnika pri danih dolžinah stranic.

Pozornost namenjamo tudi uporabi geometrijskega orodja, učenci lahko uporabljajo tudi geotrikotnik.

Osredotočajmo se na lastnosti oblik in ne le na njihovo prepoznavanje. Učenci naj lastnosti preizkušajo na izbrani podmnožici oblik.

Primer:

- »Ali lahko narišeš trikotnik, ki ima dva prava kota? Utemelji.«
- »Ima vsak štirikotnik s pravokotnima diagonalama skladni sosednji stranici?«

Pri odnosih med trikotniki izpostavimo odnose med stranicami (enakostranični, enakokraki, raznostranični) in odnose med koti (ostrokotni, topokotni, pravokotni).

V 8. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci:

- » pri preoblikovanju likov uporabljajo pojem ploščinska enakost likov;
- » računajo obseg in ploščino likov z uporabo formul in to povežejo s pretvarjanjem merskih enot;



- » pri sestavljenih likih uporabijo različne strategije za določanje obsega in ploščine;
- » poznajo vsoto notranjih in zunanjih kotov večkotnika;
- » usvojijo pojem pravilni večkotnik;
- » poznajo in uporabljajo različne strategije (npr.: dana je dolžina stranice in velikost notranjega kota; dan je polmer očrtane/včrtane krožnice ...) načrtovanja pravilnih večkotnikov;
- » poznajo pomen števila π ;
- » poznajo in načrtajo krožni izsek, krožni lok in središčni kot;
- » razumejo in uporabljajo dolžino krožnega loka kot del dolžine krožnice ter ploščino krožnega izseka kot del ploščine kroga, dolžino krožnega loka in ploščino krožnega izseka izračunajo s sklepanjem (brez uporabe formul);
- » rešujejo besedilne in problemske naloge v povezavi z obsegi in ploščinami (z računalom in brez njega).

V 8. razredu pri pretvarjanju merskih enot predstavimo ugodnost zapisa merskega števila z večkratnikom potence števila 10 (z znanstvenim zapisom).

Pomembna je uporaba pravilnih zapisov veličin in enot. V pomoč je lahko [*letak Merske enote*](#) (Urad RS za meroslovje).

Učenci v 6. razredu že uporabljajo formuli za obseg in ploščino pravokotnika oziroma kvadrata. V 8. razredu izvajamo dejavnosti, s katerimi učenci s preoblikovanjem v ploščinsko enake like oblikujejo strategije za računanje ploščine trikotnikov in štirikotnikov.

Učitelj izvede dejavnosti, s katerimi učenci v 8. razredu raziskujejo odnos med dolžino premera kroga in njegovim obsegom ter dolžino polmera kroga in njegovo ploščino (tudi z uporabo digitalne tehnologije).

V 9. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci:

- » uporabljajo Pitagorov izrek pri računanju neznane dolžine stranice pravokotnega trikotnika;
- » uporabljajo Pitagorov izrek pri računanju višine enakostraničnega in enakokrakega trikotnika in izpeljejo ter uporabljajo formulo za ploščino enakostraničnega trikotnika;
- » rešujejo besedilne in problemske naloge z uporabo Pitagorovega izreka v likih in na ploskvah teles (z računalom in brez njega);
- » opredelijo in uporabljajo razmerje dolžin daljic pri računanju neznane dolžine;
- » razdelijo daljico v danem razmerju;
- » prepoznajo podobne trikotnike in s tem povezane pojme: istoležne stranice, istoležni koti;
- » opredelijo in uporabljajo pojem podobna trikotnika;
- » izračunajo neznano dolžino stranice podobnega lika;



- » lastnosti podobnih likov uporabljajo pri reševanju nalog, povezanih z obsegi in ploščinami likov;
- » poznajo osnovne pojme pri prizmi, valju, piramidi in stožcu;
- » izračunajo ploščino plašča, površino in prostornino prizme, valja, piramide in stožca (direktne in indirektne naloge);
- » *rešijo naloge, povezane s površino in prostornino krogle.*

Lastnosti podobnih likov učenci uporabijo pri načrtovalnih nalogah, iskanju neznanih veličin (na primer dolžin stranic), besedilnih in problemskih nalogah.

Učitelj pripravi dejavnosti, pri katerih bodo učenci znanje o površini in prostornini kvadra nadgradili do površine in prostornine prizme. Površino telesa razumejo kot vsoto ploščin mejnih ploskev telesa ter prostornino prizme kot zmnožek med velikostjo osnovne ploskve in višino prizme (prizme so 3-, 4- in 6-strane).

Učitelj naj pripravi dejavnosti, pri katerih bodo učenci primerjali prostornine geometrijskih teles in ugotovili odnos med prostornino prizme in piramide, ki imata enako osnovno ploskev in višino (poudarek: 4-strana piramida).

V okviru reševanja geometrijskih problemov naj učitelj pripravi dejavnosti, pri katerih bodo učenci analizirali vpliv spremembe podatkov na obseg in ploščino lika ter površino in prostornino geometrijskega telesa (tudi z uporabo digitalne tehnologije). Pri reševanju geometrijskih problemov učenci razvijajo tudi sposobnosti modeliranja (na primer: polnjenje posode).

Cilje te skupine dosegajo učenci v povezavi z drugimi skupinami ciljev te teme in tudi s skupinami ciljev drugih tem (npr. velikost središčnega kota povežemo s krožnim prikazom pri skupini ciljev Statistika).

Uporaba didaktičnih pripomočkov

Učenci pri pouku geometrije uporabljajo modele geometrijskih teles. Priporočljiva je uporaba raznovrstnih modelov, ki naj bodo dostopni vsakemu učencu. Izbiramo med papirnatimi modeli, žičnimi in plastičnimi modeli ter modeli iz gline. Nekatere tipe modelov geometrijskih teles si lahko učenci izdelajo sami.

Učitelj za uresničevanje te skupine ciljev učence motivira s primeri iz vsakdanjega življenja. Povabi jih, da raziskujejo lastnosti in odnose med geometrijskimi elementi (na primer raziskovanje lastnosti geometrijskih likov in teles ter *raziskovanje znamenitih točk trikotnika*). Pri tem jim omogoči, da zbrane informacije, zapise ugotovitev in predstavitev oblikujejo kot skupne dokumente. Učenci iz drugega vzgojno-izobraževalnega obdobja že poznajo različna digitalna orodja za soustvarjanje skupnih dokumentov, načine sodelovanja pri oblikovanju vsebine ter njihovem deljenju. Učitelj učence seznani z novimi digitalnimi orodji in jim omogoči, da izberejo vrsto digitalnega orodja za sodelovanje v skupini, ki je za njihov način dela najprimernejše.

Modele pri učenju geometrije lahko učenci fizično primejo, zavrtijo ali v virtualnem okolju poljubno spreminjajo, s čimer razvijajo prostorsko predstavo in opazujejo posledice različnih transformacij (npr. premikov, rotacij in zrcaljenj). Programi dinamične geometrije, kot je



Geogebra, omogočajo interaktivno raziskovanje lastnosti geometrijskih likov ter takojšnjo vizualno povratno informacijo ob spreminjanju parametrov (na primer dolžin stranic ali velikosti kotov).

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Uporabo različnih matematično korektnih strategij za reševanje nalog lahko razširimo v smislu diferenciacije in individualizacije. Učenci lahko isto nalogo rešijo z uporabo dveh ali več različnih strategij. Število in vrsto strategij lahko opredeli učitelj ali izbiro prepusti učencem in ob tem učencem omogoči uresničevanje njihovih interesov in ozaveščanje ter razvijanje njihovih močnih področij.

Pri realizaciji izbirnih ciljev naj učitelj smiselno vključuje uporabo programov dinamične geometrije:

- » *raziskovanje znamenitih točk trikotnika;*
- » *obsegi in ploščine pravih večkotnikov (razen 3-, 4- in 6-kotnika) ter sestavljenih likov;*
- » *površine in prostornine sestavljenih teles ter uporaba Pitagorovega izreka v telesih in na presekih teles pri reševanju geometrijskih problemov.*



TRANSFORMACIJE

CILJI

Učenec:

- : spoznava in raziskuje uporabnost transformacij v vsakdanjem življenju;
- SC (1.1.1.1)
- : raziskuje in uporablja lastnosti transformacij.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja	Standardi triletja
7.	zrcali točko, daljico, trikotnik ter druge geometrijske elemente čez točko in premico načrta simetralo daljice in simetralo kota uporabi lastnosti simetrale kota, simetrale daljice in lastnosti transformacij načrta kot s šestilom in ravnilom poimenuje transformacije geometrijskih elementov (vzporedni premik, zrcaljenje in vrtež) in pozna njihove lastnosti	<i>izvede in predstavi raziskavo o uporabnosti transformacij v vsakdanjem življenju</i>

TERMINI

- orientacija lika
- vrtež
- osna simetrija
- središčna simetrija
- zrcaljenje

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Učenci spoznavajo in raziskujejo uporabnost simetrije, skladnosti, vzporednega premika in geometrijskih vzorcev v vsakdanjem življenju. Ob tem učitelj omogoči učencem, da raziskujejo in spoznavajo skladnost, simetrije in vzorce v umetnosti SC (1.3.2.1), ter pripravi dejavnosti, v katerih učenci uživajo v ustvarjalnosti ob oblikovanju lastnih izdelkov z uporabo skladnosti, simetrij in vzorcev SC (1.3.4.1).

Učitelj lahko uporablja sopomenke za termine simetrala, osna in središčna simetrija (somernica, osna in središčna somernost) in lahko predstavi simbolne zapise za geometrijske transformacije.

Učenci opisujejo in uporabljajo lastnosti zrcaljenja (orientacija lika) in usvojijo pojem simetrale daljice in simetrale kota ter rešujejo načrtovalne naloge. Lastnosti simetral učenci uporabijo v nalogah, kjer z načrtovanjem določijo množico točk z zahtevanimi lastnostmi in pri načrtovanju kotov velikosti 60° , 30° , 90° in 45° s šestilom in ravnilom.



Priporočeni načini doseganja ciljev

V 7. razredu učitelj načrtuje dejavnosti tako, da učenci:

- » poznajo transformacije (zrcaljenje, premik, vrtež) in njihove lastnosti;
- » zrcalijo točko, premico, daljico, kot, lik čez izbrano premico oziroma čez točko;
- » opišejo lastnosti zrcaljenja;
- » usvojijo pojem simetrale daljice in simetrale kota ter rešijo konstrukcijske naloge;
- » uporabljajo različne strategije načrtovanja kotov s šestilom in ravnilom;
- » oblikujejo zaporedja z vrteži in z zrcaljenjem.

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Učenci spoznavajo in raziskujejo uporabnost transformacij v vsakdanjem življenju. Svoje interese in močna področja uresničujejo tako, da učitelj diferencira in individualizira način doseganja tega cilja ter izbirno učencem omogoči, da predstavijo svoja spoznanja in ugotovitve na različne načine (individualno delo, delo v dvojicah, skupinsko delo, različni načini predstavitev).

PRIPOROČENI NAČINI IZKAZOVANJA ZNANJA

Primerno za druge oblike ocenjevanja znanja.



PROSTORSKA VIZUALIZACIJA IN ORIENTACIJA

CILJI

Učenec:

- : razvija predstave o odnosih med geometrijskimi elementi v ravnini in prostoru;
- : raziskuje mreže pokončnih geometrijskih teles;
- : analizira geometrijska telesa;

I: rešuje problemske naloge, ki zahtevajo prostorsko vizualizacijo (rotacije, preseki, vizualizacija teles na osnovi mrež ipd.) s pomočjo konkretnih modelov in digitalne tehnologije.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
9.	opiše odnose med geometrijskimi elementi v ravnini z uporabo geometrijskih modelov opiše odnose med geometrijskimi elementi v prostoru poimenuje geometrijsko telo, ki ga predstavlja dana mreža ter izdela mrežo pokončnega geometrijskega telesa

TERMINI

- pokončno geometrijsko telo ○ pravilno geometrijsko telo ○ enakorobo geometrijsko telo
- poševno geometrijsko telo ○ prizma ○ višina geometrijskega telesa

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Učenci so v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju že razvijali začetne sposobnosti prostorske predstave z dejavnostmi, kot so sestavljanje in razstavljanje likov in teles, prepoznavanje mrež in osnovno opisovanje položaja predmetov v prostoru. V tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju se to znanje nadgradi.

Prostorska vizualizacija tako ni vezana zgolj na obravnavo formul ali na učence 9. razreda, temveč je ključna podpora pri razumevanju številnih pojmov že v 7. in 8. razredu – npr. pri vizualizaciji sestavljenih likov, mrež prizem in piramid, razumevanju odnosov med telesi in njihovimi tlorisi, pri risanju izometričnih slik ter pri uporabi konkretnih modelov in digitalnih orodij.

Razvoj prostorskih sposobnosti je proces, ki se ne zaključi v enem razredu, temveč zahteva postopno in sistematično nadgradnjo skozi celoten osnovnošolski pouk matematike. Prav zato prostorska vizualizacija kot samostojna skupina ciljev omogoča načrtno in razvojno ustrezno podporo tem zmožnostim na vseh stopnjah izobraževanja.

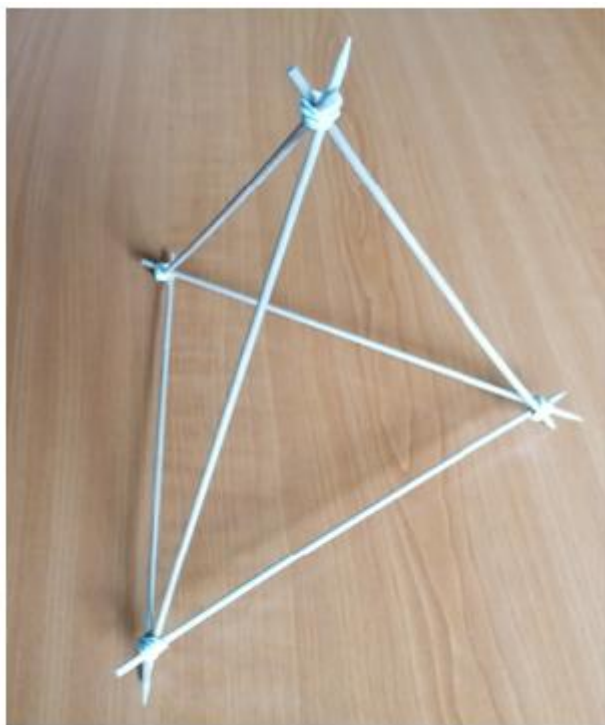
Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Termina kolinearno in komplanarno učitelj uporablja, učenec ju lahko razloži s svojimi besedami. Za doseganje minimalnega standarda znanja je dovolj opisovanje odnosov ob modelu. Učitelj predstavi tudi simbolni opis odnosov med geometrijskimi elementi v prostoru.

Priporočeni načini doseganja ciljev

Učenci izdelajo mreže pokončnih geometrijskih teles (prizma, piramida, stožec, valj). Poševna geometrijska telesa opazujejo in opišejo njihove ploskve, robove in telesno višino.

Učenci izdelajo žične modele oglatih teles. Pri tem so pozorni na število robov, njihovo dolžino, vzporedne oz. pravokotne robove itn. Učitelj lahko predstavi, da se trikotniki uporabljajo pri gradnji mostov, streh in drugih objektov, ter se med konstrukcijo modela in opazovanjem le-te z učenci pogovori, zakaj je tako (medpredmetno povezovanje s fiziko ter tehniko in tehnologijo).



Slika: Primer žičnega modela oglatega telesa.

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Izbirno:

V 9. razredu učitelj izbirno načrtuje dejavnosti tako, da učenci:

- » opišejo kroglo;
- » spoznajo valj, stožec in kroglo kot vrtenine;
- » raziskujejo obliko prečnega preseka;
- » opisujejo platonska telesa.

Učenci opazujejo in raziskujejo vrtenine s pomočjo računalniških programov. Os vrtenja leži v ravnini lika. Učitelj lahko z diferenciacijo ponudi tudi druge vrtenine.

Učenci namišljeno prerežejo telesa z ravnino in raziskujejo obliko prečnega preseka.

Učenci iščejo in opisujejo platonska telesa. Učenci lahko raziskujejo platonska telesa tako, da jih konstruirajo s pomočjo različnih konstrukcijskih materialov. Pri konstruiranju najprej uporabijo enakostranične trikotnike in upoštevajo lastnost, da se v vsakem oglišču stika enako število robov. Postopek konstrukcije lahko začnejo s preverjanjem, ali lahko ustvarijo polieder, pri čemer se stikajo trije robovi v enem oglišču, in nato nadaljujejo s štirimi robovi ter tako naprej. Enako raziskujejo tudi konstrukcijo poliedrov, ki imajo ploskev v obliki kvadrata in enakostraničnega 5-kotnika. Pri opisu lastnosti platonskih teles se osredotočijo na štetje robov, ploskev in oglišč ter hkrati raziskujejo mreže teh teles. Dodatno lahko učenci z raziskovanjem kotov pri vsakem oglišču poskušajo razumeti, zakaj ne obstajajo pravilni poliedri, katerih ploskev je n -kotnik, kjer je $n > 5$. Vključimo lahko tudi zgodovinski kontekst.

PRIPOROČENI NAČINI IZKAZOVANJA ZNANJA

Učitelj naj za izkazovanje znanja izbere druge načine, ki so za to skupino ciljev primernejši kot pisno izkazovanje znanja.



ALGEBRA

OBVEZNO

OPIS TEME

Prehod iz konkretnega računanja v simbolni jezik algebre pri učencih razvija abstraktno mišljenje, ki je ključno za matematiko in druge znanosti.

Algebra vključuje dve skupini ciljev: Enačbe in neenačbe ter Algebrski izrazi. Pri enačbah in neenačbah se učenci ukvarjajo z neznankami, pri algebrskih izrazih pa s spremenljivkami, za vse pa uporabljajo simbolne zapise. Pri reševanju enačb in neenačb učenci poiščejo rešitve v množici števil, ki jih poznajo, strategije reševanja pa postopoma stopnjujejo: od reševanja s premislekom do preoblikovanja enačb v ekvivalentne enačbe. Učence pri reševanju enačb navajamo tudi na matematično terminologijo, ki jim pomen enakosti lahko pomaga osmisлити: rešitev enačbe, preverjanje pravilnosti rešitve. Osnova za računanje z algebrskimi izrazi je znanje aritmetike in uporaba računskih zakonov, npr. znanje seštevanja števil pri seštevanju enočlenikov, zakon o razčlenjevanju pri množenju enočlenika z dvočlenikom ipd. Učenci v tej skupini ciljev spoznavajo tudi pomen matematičnih formul in izražajo neznanko iz formul v različnih kontekstih.

Učenci pri algeabri raziskujejo zaporedja, kjer ugotovijo in zapišejo n -ti člen.

Algebrski izrazi so povezani tudi s temo Funkcije v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju, pri kateri spremenljivke ločimo na odvisne in neodvisne ter zapišemo splošni zapis odvisnosti dveh spremenljivk.

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

Pri obravnavi teme Algebra v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci uporabljajo naslednje strokovne termine

Skupina ciljev	7. razred	8. razred	9. razred
Algebrski izrazi	člen faktor podobni člen enočlenik dvočlenik veččlenik koeficient	skupni faktor	kvadrat dvočlenika razlika kvadratov
Enačbe in neenačbe	ekvivalentna enačba enačba brez rešitve identična enačba		sorazmerje ekvivalentna neenačba

Pri enačbah se vključujejo tudi primeri, kjer je potreben en korak poenostavljanja (npr. za izračun a , b , c , d) in se preoblikujejo do oblike, ki je zapisana v minimalnem standardu znanja.

V standardih znanja, kjer je v zapisu $q \leq x \leq r$ uporabljen znak $\leq$, se smiselno uporabljajo tudi znaki $\geq$, $<$, $>$.

ALGEBRSKI IZRAZI

CILJI

Učenec:

- : računa z algebrskimi izrazi;
- : spozna pomen matematičnih formul in izraža neznanko iz formule v različnih kontekstih;
- : raziskuje zaporedja s celimi in racionalnimi števili;
- : posplošuje pravila v zaporedjih s celimi in racionalnimi števili;
- : računa s potencami v algebrskih izrazih.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja	Standardi triletja
7.	prepozna podobne enočlenike ter razlikuje med enočleniki in veččleniki poenostavi algebrski izraz do izraza s čim manj členi s seštevanjem in odštevanjem podobnih enočlenikov izračuna vrednost algebrskega izraza za izbrane vrednosti spremenljivk oblikuje algebrski izraz za n-ti člen zaporedja	opiše, nadaljuje in oblikuje zaporedja s celimi in racionalnimi števili ugotovi pravilo zaporedja in ga zapiše z algebrskim izrazom
8.	množi enočlenik z enočlenikom in enočlenik z dvočlenikom ter dvočlenik z dvočlenikom izpostavi skupni faktor (enočlenik) izrazi neznanko iz formule v kontekstu s preoblikovanjem v ekvivalentno formulo poenostavi algebrski izraz (tudi s potencami)	
9.	izračuna zmnožek vsote in razlike dveh danih členov ter kvadrat dvočlenika z množenjem ali po formulah množi dvočlenik z dvočlenikom in poenostavi izraz do izraza s čim manj členi izpostavi skupni faktor (enočlenik) na faktorje razstavi razliko kvadratov in tričlenik, ki je kvadrat dvočlenika	

TERMINI

○ člen ○ faktor ○ podobni člen ○ enočlenik ○ dvočlenik ○ veččlenik ○ koeficient ○ skupni faktor ○ kvadrat dvočlenika ○ razlika kvadratov

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

V 7. razredu učenci postopoma zapišejo vsoto enakih enočlenikov v obliki zmnožka, npr. $a + a + a = 3 \cdot a$.

V 7. razredu učenci poenostavijo izraz s seštevanjem in odštevanjem, npr. $5 \cdot a - 2 \cdot a + 3 \cdot b - b = 3 \cdot a + 2 \cdot b$ (štiričlenik, poenostavljen v dvočlenik).

V 7. razredu potrebno znanje za računanje z algebrskimi izrazi ustreza doseženemu znanju pri računanju s številskimi izrazi. Pri tem naj učenci uporabijo tudi žepno računalno, ki naj bo v funkciji preverjanja rezultatov.

Posploševanje na n -ti korak v 7. razredu vključuje le preproste primere, npr. $2n$, $n + 2$.

Pri računanju z algebrskimi izrazi se posebej izpostavi postopno opuščanje znaka za množenje.

V 8. razredu se izražanje neznanke iz formule v kontekstu obravnava takrat, ko je smiselna vsebina (npr. geometrija, fizika, kemija ...).



ENAČBE IN NEENAČBE

CILJI

Učenec:

- rešuje linearne enačbe in neenačbe s preoblikovanjem v ekvivalentne enačbe in neenačbe ter preverja pravilnost rešitve;
- rešuje sisteme dveh linearnih enačb;
- s pomočjo enačb, neenačb in sistemov dveh linearnih enačb rešuje besedilne in problemske naloge;
- razvija zmožnost proporcionalnega razmišljanja.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
7.	reši linearno enačbo oblike $a \pm bx = c \pm dx$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$) s preoblikovanjem v ekvivalentno enačbo ter preveri pravilnost rešitve ugotovi, za katere vrednosti neznanke x velja $q \leq x \leq r$ ($x \in \mathbb{N}_0, q, r \in \mathbb{Q}_0^+$) določi množico rešitev enačbe in neenačbe glede na osnovno množico razlikuje med enačbami (neenačbami) z različnim številom rešitev
8.	reši linearno enačbo, ki vključuje tudi oklepaje in ima racionalne koeficiente, ter preveri pravilnost rešitve reši linearno enačbo oblike $a \pm bx = c \pm dx$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$) s preoblikovanjem v ekvivalentno enačbo ter preveri pravilnost rešitve ugotovi, za katere vrednosti neznanke x velja $q \leq x \leq r$ ($x \in \mathbb{Z}, q, r \in \mathbb{Q}$ oz. $q, r \in \mathbb{R}$)
9.	opredeli in zapiše sorazmerje izračuna neznan član sorazmerja reši linearno enačbo, ki vključuje tudi oklepaje in ima cele oz. realne koeficiente, ter preveri pravilnost rešitve reši besedilno nalogo z uporabo linearne enačbe reši sistem dveh linearnih enačb grafično in računsko rešitve neenačbe prikaže na realni osi reši linearno neenačbo oblike $a \pm bx \leq c \pm dx$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Z}$) s preoblikovanjem do ekvivalentne neenačbe reši linearno enačbo oblike $a \pm bx = c \pm dx$ ($a, b, c, d \in \mathbb{Q}$) s preoblikovanjem v ekvivalentno enačbo in preveri pravilnost rešitve reši problemsko nalogo z uporabo enačbe, neenačbe ali sistema dveh linearnih enačb

TERMINI

- ekvivalentna enačba
- nerešljiva enačba
- množica rešitev enačbe
- ekvivalentna neenačba
- izenačevalni način
- način nasprotnih koeficientov
- sorazmerje

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV**Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja**

Pri besedilnih nalogah z uporabo enačbe se rešujejo naloge s starostjo, geometrijo, števili, življenjskimi primeri.

Pri reševanju sistema dveh enačb se učenci naučijo tudi izenačevalnega načina.

Pri reševanju nalog, pri katerih se ugotavljajo vrednosti neznanke x , za katere velja $q \leq x \leq r$, se vključijo tudi primeri $q < x < r$.





FUNKCIJE

OBVEZNO

OPIS TEME

Funkcija je eden od temeljnih matematičnih pojmov, ki se postopno izgrajuje celotno osnovno šolo in sicer kot zaporedja, formule za računanje veličin, algebrski izrazi ipd., sistematično pa se kot samostojna tema razvija pri učencih v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju. Pričnemo s pojmom predpis, s katerim pri učencih ozavešimo pomen medsebojnega odnosa dveh spremenljivk in postopoma izgrajujemo razumevanje funkcijskega predpisa. Pri tem uporabljamo različne reprezentacije raznolikih funkcij, vzeti iz matematičnega in življenjskega konteksta, ki učencem pomagajo razumeti njihovo uporabnost in pomen. Poudarek je na obravnavi raznolikih funkcij, ki učencem omogočajo, da bolje razumejo svet okoli sebe, ga opišejo z matematičnim jezikom in orodji ter rešujejo besedilne in problemske naloge. Pojem funkcija predstavlja temelj za nadaljnje matematično izobraževanje, saj se funkcije pojavljajo na številnih matematičnih (geometriji, statistiki idr.) in drugih področjih človekovega delovanja (fizika idr.). Funkcije so v osnovni šoli povezane tudi z drugimi matematičnimi pojmi, kot so koordinatni sistem, premo in obratno sorazmerje, linearna enačba, in ob tem osmislijo ter podprejo njihovo obravnavo. Učenci s pomočjo digitalne tehnologije raziskujejo raznolike funkcije, odkrivajo njihove lastnosti, opazujejo grafe funkcije in prehajajo med reprezentacijami (npr. preglednica, graf, simbolni zapis, puščični prikaz).

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

Pri obravnavi teme Funkcije učenci uporabljajo naslednje strokovne termine:

Skupina ciljev	7. razred	8. razred	9. razred
Funkcije	koordinatni sistem izhodišče enota abscisna os* ordinatna os* urejen par neodvisna spremenljivka odvisna spremenljivka funkcija graf funkcije	ničla funkcije začetna vrednost funkcije premo sorazmerje obratno sorazmerje	linearna funkcija presečišče grafov funkcij

* Enakovredno se uporabljata termina os x in os y.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA TEMO



Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Osnovni namen teme o funkcijah je, da se učenci seznani s pojmom funkcije in njenimi reprezentacijami ter da znajo brati in interpretirati raznolike reprezentacije funkcij. Razumevanje pojma funkcije se kot odvisnost med veličinami izgrajuje po celotni vertikali. Poudarek v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju je na tem, da učenci za upodabljanje odvisnosti uporabljajo predpis, besedni opis, pušični prikaz, preglednico in graf ter da prehajajo med temi reprezentacijami. V 7. razredu na primerih iz vsakdanjega življenja, vsebin pri matematiki in drugih predmetih pokažemo, da so veličine med seboj odvisne, in ponazorimo to odvisnost s preglednicami, grafi, besednimi opisi, funkcijskim predpisom. Učenci ločijo med tem, kaj je funkcija in kaj ni. Pri prikazovanju odvisnosti med diskretnimi spremenljivkami uporabljajo točkovni prikaz (kar povežemo z zaporedji pri algebri). Za razlikovanje med diskretnimi in zveznimi spremenljivkami se izbirajo realni primeri. Poudari se pomen oblike grafa glede na definicijsko območje (naravna števila, cela števila, realna števila), kar pomeni, da učenci vedo, kdaj lahko točke na grafu povežejo in kdaj ne. Poudari se razlika med y in $f(x)$.

Učenci ne spoznajo pojmov diskretna in zvezna spremenljivka. Prav tako se ne vpeljujeta pojma definicijsko območje in zaloga vrednosti.

Pri branju grafa funkcije so vključeni branje neodvisne in odvisne spremenljivke, vrednost funkcije pri dani vrednosti neodvisne spremenljivke, vrednost neodvisne spremenljivke pri dani vrednosti funkcije.

Učitelj izbira raznolike prikaze funkcij (iz vsebin pri matematiki, iz vsakdanjega življenja, fizike, geografije, biologije ...). Izbor kontekstov za uporabo funkcij je za učence relevanten, njim znan in raznolik. Od 7. do 9. razreda naj se kompleksnost prikazov in raznolikost funkcij postopoma stopnjuje. Posameznih funkcij ne definiramo in poudarek ni na njihovem poimenovanju. Med različnimi funkcijami učenci srečajo tudi linearno funkcijo, vendar obravnava linearne funkcije ne gre v podrobnosti (npr. pomen koeficientov k in n , zapis enačbe premice, če sta znana koeficient in točka ali koeficienta k , n). Učenci raziskujejo njene lastnosti tudi z digitalno tehnologijo. Pomembno je poudarjati povezavo z realnimi situacijami in uporabo ter osmišljanje prikazov.

Pri računanju presečišč grafov linearnih funkcij je učence treba opozoriti na posebna primera, ko premici sovpadata ali sta vzporedni.

Priporočeni načini doseganja ciljev

Priporočena didaktična strategija za ugotavljanje lastnosti funkcij je raziskovanje. Učenci lahko raziskujejo ničle, začetne vrednosti, najmanjšo in največjo vrednost funkcije, naraščanje, padanje. Največjo in najmanjšo vrednost funkcije raziskujejo v življenjskih situacijah, kjer se iz konteksta smiselno razbere interval vrednosti za neodvisno spremenljivko. Vključujejo se tudi naloge, v katerih učenci poimenujejo graf glede na odvisno in neodvisno spremenljivko, tudi v življenjskih kontekstih.

Uporaba didaktičnih sredstev

Učenci raziskujejo tudi z uporabo digitalne tehnologije. Pri tem uporabljajo računalniške programe za delo s funkcijami.



FUNKCIJE

CILJI

Učenec:

- : spoznava in uporablja koordinatni sistem;
- : spoznava in razvija razumevanje pojma funkcije;
- : razlikuje odnos med odvisno in neodvisno spremenljivko pri premem in obratnem sorazmerju;
- !: oblikuje matematične modele za situacije premega in obratnega sorazmerja;
- : bere in interpretira grafe funkcij ter jih riše brez uporabe in z uporabo digitalne tehnologije;
- : raziskuje lastnosti funkcij (tudi z uporabo digitalne tehnologije).

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
7.	predstavi točko s celoštevilskima koordinatama v koordinatnem sistemu in celoštevilski koordinati dane točke v koordinatnem sistemu zapiše kot urejeni par števil razlikuje in uporabi pojma neodvisna, odvisna spremenljivka odvisne spremenljivke ponazori s preglednico, puščičnim prikazom in točkovnim prikazom pozna pojem funkcije kot funkcijski predpis (besedni in simbolni v obliki algebrskega izraza) bere in interpretira graf odvisnih spremenljivk pri dani vrednosti neodvisne spremenljivke prebere vrednost odvisne spremenljivke z grafa in preglednice pri dani vrednosti odvisne spremenljivke prebere vrednost neodvisne spremenljivke z grafa in preglednice
8.	prepozna situacije premega in obratnega sorazmerja ter razlikuje med njima nariše graf premega in obratnega sorazmerja reši besedilne naloge v povezavi s premim in obratnim sorazmerjem prikaže odvisnosti med spremenljivkami z različnimi reprezentacijami: graf (tudi točkovni prikaz), preglednica, predpis (npr. $f(x)$, $o(a)$), besedni opis, puščični prikaz interpretira različne funkcije v matematičnih in življenjskih kontekstih ter prehaja med njihovimi reprezentacijami z grafa funkcije prebere neodvisno in odvisno spremenljivko, vrednost funkcije pri dani vrednosti neodvisne spremenljivke in obratno
9.	računsko utemelji pripadnost točke grafu funkcije, podane s predpisom z grafa različnih funkcij prebere ničlo in začetno vrednost funkcije izračuna začetno vrednost posamezne funkcije prepozna linearno funkcijo med različnimi funkcijami, danimi s funkcijskimi predpisi ali grafi nariše graf linearne funkcije s predpisom $f(x)=kx+n$ z grafom dveh funkcij prebere presečišča in jih zapiše kot urejene pare števil izračuna presečišče grafom dveh linearnih funkcij prikaže in interpretira različne funkcije v matematičnih in življenjskih kontekstih ter prehaja med njihovimi reprezentacijami (graf, preglednica, algebrski zapis, puščični prikaz)

TERMINI

- koordinatni sistem
- izhodišče
- enota
- abscisna os
- ordinatna os
- urejeni par
- neodvisna spremenljivka
- odvisna spremenljivka
- funkcija
- graf funkcije
- ničla funkcije
- začetna vrednost funkcije
- premo sorazmerje
- obratno sorazmerje
- linearna funkcija
- presečišče grafov funkcij





STATISTIKA, KOMBINATORIKA IN VERJETNOST

OBVEZNO

OPIS TEME

Tema Statistika, kombinatorika in verjetnost vključuje tri skupine ciljev: Statistika, Kombinatorika in Verjetnost.

Pri Statistiki učenci rešujejo besedilne in problemske naloge, ki zahtevajo zbiranje in urejanje podatkov, pregledno predstavitev le-teh ter interpretacijo, spoznavajo in primerjajo srednje vrednosti ter jih uporabljajo v različnih kontekstih, z digitalno tehnologijo zbirajo in obdelujejo podatke ter načrtujejo in izvedejo statistično raziskavo. Učitelj poudarja zavedanje pomena kritične interpretacije podatkov, s katerimi smo obkroženi v različnih medijih.

Pri Kombinatoriki učenci preštevajo ter prikazujejo izbore in razporedbe (osnovni izrek kombinatorike in preproste permutacije).

Pri Verjetnosti učenci razvijajo razumevanje pomena verjetnosti v kontekstih iz življenja, ob konkretnih primerih prepoznajo empirično verjetnost, matematično verjetnost dogodka povežejo z empirično verjetnostjo ter računajo matematično verjetnost dogodka.

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

Statistika

Učenci zberejo podatke (primarni podatki) ali uporabijo (sekundarne) podatke, ki so jih zbrali drugi (statistični bilteni in podatkovne baze). Podatke zberejo tudi z anketo in jih uporabijo v statistični raziskavi, pri kateri smiselno vključijo srednje vrednosti ter opazujejo razpršenost podatkov. Pozorni so na verodostojnost podatkov.

Poznajo in uporabljajo srednje vrednosti ter kritično presodijo, katerim podatkom (opisnim, številskim) lahko določijo aritmetično sredino, modus in mediano.

S pomočjo digitalne tehnologije podatke prikažejo v preglednici, s prikazom s stolpci, krožnim in linijskim prikazom ter drugimi prikazi, katerih poimenovanj ni treba poznati.

Interpretirajo preglednice in grafične prikaze (pridobljene iz različnih virov) ter zastavljajo vprašanja, na katera je mogoče odgovoriti s pomočjo podatkov iz prikaza. Osredotočajo se na prepoznavanje pravilnosti vzorcev, ugotavljanje dejstev ter na učenje kritičnosti pri posploševanju. Ob branju kritično presojujejo različne prikaze podatkov in njihove interpretacije v različnih kontekstih (prepoznajo primere zavajanja s statistiko).

Glede na različne sposobnosti, znanje in interese se s pomočjo različnih baz podatkov, ki jih učenci obdelujejo, izvaja diferenciacija, individualizacija in personalizacija. Primeri (oziroma baze podatkov) so medpredmetno zasnovani, saj lahko učenci pri matematiki obdelajo podatke, ki jih pridobijo pri drugih predmetih.

Učenci izvedejo in predstavijo statistično raziskavo.

Kombinatorika

Učenci obravnavajo kombinatorični problem na konkretni ravni (z uporabo konkretnih materialov, modelov in ponazoril), ga prikažejo na grafični način (s skico, preglednico, kombinatoričnim drevesom), ga rešijo na simbolni ravni (s številskim izrazom).

V osnovni šoli rešujejo preproste primere permutacij brez ponavljanja, permutacij s ponavljanjem, variacij brez ponavljanja, variacij s ponavljanjem, kombinacij brez ponavljanja in kombinacij s ponavljanjem. Toda učencem ni treba poznati teh pojmov in jim ni treba vedeti, v katerem primeru gre za permutacije, variacije in kombinacije. Primere rešujejo kot problemske situacije, ki jih po možnosti uprizorijo, skicirajo vse možnosti, sistematično zapišejo seznam ali zberejo vse možnosti v preglednici. Na koncu kritično presodijo, ali so zapisali vse možnosti, če se morda katera ponavlja, in vse možnosti še preštejejo.

V osnovni šoli izbiramo primere, ki imajo obvladljivo število možnosti, da jih lahko učenci sistematično zapišejo. Ko primer obvladajo, lahko npr. večajo število elementov in posplošujejo ter računajo število možnosti za večja števila. Npr. najprej sistematično narišejo vse možnosti za razporedbo treh kroglic, nato računajo še za 4 (5 ...) kroglic.

Verjetnost

Učenci naj izvajajo različne poskuse, npr. iz kupa 52 igralnih kart izvlečejo karto; zavrtijo »kolo sreče« / vrtavko s pobarvanimi enako velikimi in tudi z različno velikimi krožnimi izseki; mečejo dva kovanca hkrati; mečejo dve igralni kocki hkrati; iz neprosojne vreče, v kateri so kroglice (rokavice, nogavice ...) različnih barv, izvlečejo kroglico (rokavico, nogavico ...). Ob izvajanju poskusov si učenci pridobivajo izkušnje z napovedovanjem dogodkov in njihovo verjetnostjo.

Učenci se v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju odmaknejo od subjektivnega pojmovanja verjetnosti (kjer imajo občutek, da je manj verjetno, da z igralno kocko vržejo 6 kot 5) in pri empiričnem pojmovanju verjetnosti spoznavaajo, da je verjetnost nekaj objektivnega, neodvisnega od človekovega doživljanja. Izberejo dogodek nekega poskusa in štejejo ponovitve poskusa, ko se izbrani dogodek zgodi.

Relativno frekvenco dogodka izračunajo kot količnik med številom ponovitev poskusa, v katerih se je izbrani dogodek zgodil, in številom vseh ponovitev tega poskusa. Nato spoznajo empirično (statistično) verjetnost kot vrednost, pri kateri se z naraščanjem števila ponovitev poskusa ustali relativna frekvenca dogodka.

Če so posamezni izidi enakovredni glede možnosti, da se zgodijo, izračunajo matematično (klasično) verjetnost izbranega dogodka kot količnik med številom ugodnih izidov za izbrani dogodek in številom vseh izidov.

Na koncu povežejo oba pojma: empirična verjetnost in matematična verjetnost.



STATISTIKA

CILJI

Učenec:

- : kritično presoja pomen statistike v vsakdanjem življenju;
 SC (2.2.2.1)
- : spoznava in primerja srednje vrednosti ter jih uporablja v različnih kontekstih;
- I: opisuje porazdeljenost podatkov v prikazih iz življenjskih kontekstov;
- : z uporabo digitalne tehnologije zbira in obdeluje podatke;
 SC (2.2.2.1 | 2.3.3.1 | 2.2.1.1)
- : načrtuje in izvaja statistično raziskavo (tudi z uporabo digitalne tehnologije) ter jo predstavi;
 SC (4.1.1.1 | 4.1.3.1 | 2.3.3.1)
- : presoja vpliv velikosti vzorca na ugotovitve raziskave;
- : na podlagi prikazanih in analiziranih podatkov sprejema odgovorne finančne in druge odločitve zase in za skupnost;
 SC (5.2.5.2 | 2.3.1.2)
- I: razlikuje odstotke in odstotne točke v življenjskih kontekstih.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
7.	v nalogah v različnih kontekstih (matematičnih, življenjskih) določi podatkom aritmetično sredino, modus, mediano ter jih kritično primerja in interpretira
9.	interpretira podatke, prikazane v preglednicah in z raznolikimi grafičnimi prikazi (ne da bi jih posebej poimenoval), odgovarja na kompleksna vprašanja v povezavi s podatki uporabi digitalno tehnologijo za urejanje, povzemanje in prikazovanje podatkov sestavi anketo za dano raziskovalno vprašanje, rezultate prikaže in interpretira tudi srednje vrednosti izvede in predstavi statistično raziskavo z uporabo digitalne tehnologije

TERMINI

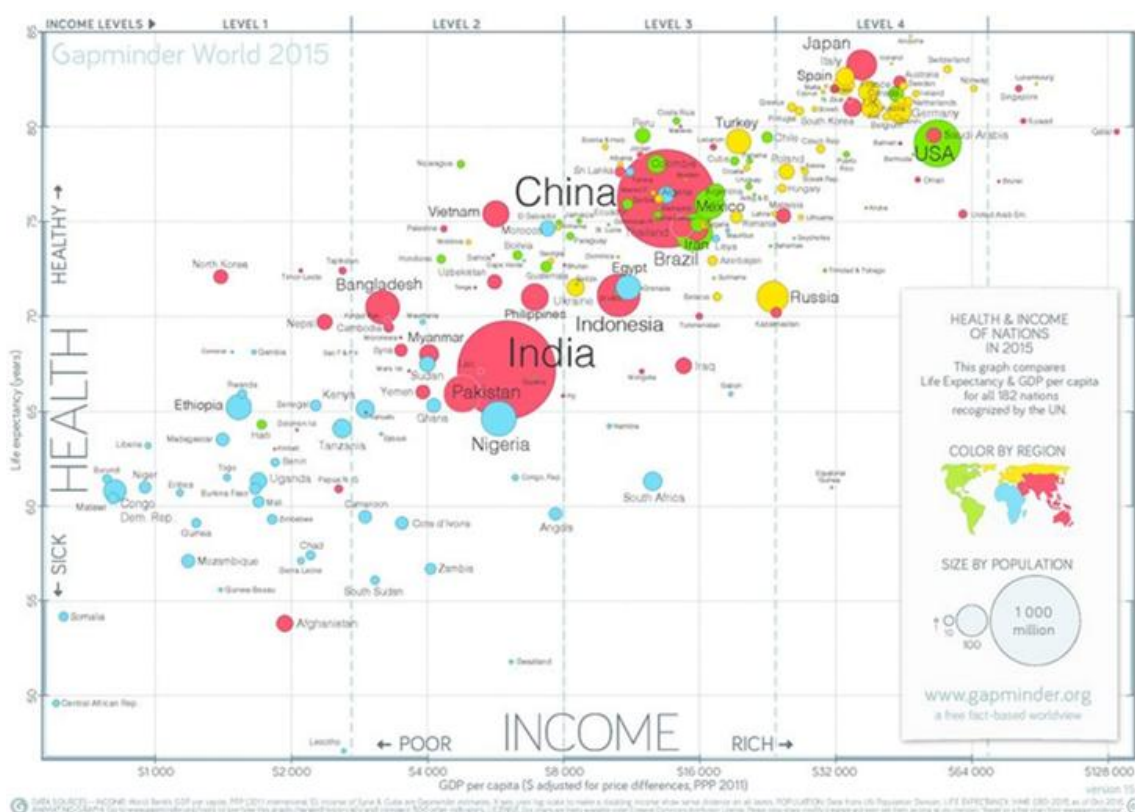
- anketa
- aritmetična sredina
- modus
- mediana
- odstotna točka

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Pojasnilo za standard znanja: »interpretira podatke, prikazane v preglednicah in z raznovrstnimi grafičnimi prikazi (ne da bi jih posebej poimenoval), odgovarja na kompleksna vprašanja v povezavi s podatki«

Učenci naj interpretirajo podatke, prikazane v raznovrstnih grafičnih prikazih, npr. tudi v razsevnem prikazu, piktogramu, histogramu, infografiki, a prikazov ne poimenujejo. V tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju postopoma prehajamo na grafične prikaze z dvema spremenljivkama (razsevni prikaz) ali več spremenljivkami. Učenci interpretirajo tudi dinamične grafične prikaze v raznih spletnih aplikacijah.



Slika: Dinamični grafični prikaz z več spremenljivkami. Vir: Gapminder-World-2015.pdf.

Na povezavi je nabor grafičnih prikazov, ki jih ne poimenujemo, a jih pri pouku matematike interpretiramo.

Pojasnilo za standard znanja: »uporabi digitalno tehnologijo za urejanje, povzemanje in prikazovanje podatkov«

Glede na to, da z uporabo digitalne tehnologije hitro izrišemo poljuben grafični prikaz, naj bo poudarek na:

» branju, primerjanju in interpretaciji različnih grafičnih prikazov za podobno situacijo;

- » kritičnem utemeljevanju, kateri grafični prikaz je v dani situaciji najustreznejši in kateri je lahko zavajajoč;
- » manipuliranju z ljudmi, ki premalo poznajo statistiko.

Primer: Glede na dane podatke učenci smiselno uporabijo npr.: razvrstilni prikaz s stolpci (za primerjanje vrednosti več kategorij hkrati) ali naloženi prikaz s stolpci (z absolutnimi vrednostmi ali deleži, za primerjavo ene kategorije) ter utemeljijo izbiro prikaza.

Učitelj in učenci uporabljajo strokovne termine: anketa, aritmetična sredina, modus, mediana, odstotna točka.

Lahko uporabljajo tudi termin gostiščnica za modus in termin središčnica za mediano.

Priporočeni načini doseganja ciljev

Predznanje

Učenci zberejo podatke (preštejejo avtomobile), jih sistematično zapišejo (črtni zapis), razporejajo v smiselne skupine ter utemeljijo kriterije razporeditve (npr. barva avtomobilov). Podatke prikažejo v preglednici in z izbranimi prikazi ter interpretirajo podatke, prikazane v preglednicah in z raznolikimi grafičnimi prikazi (pridobljenimi iz različnih virov). Učenci naj ločijo med opisnimi podatki (izraženi z besedami) in številiškimi podatki (izraženi s številkami).

Učenci izvedejo in predstavijo preprosto statistično raziskavo. Pri tem je pričakovano znanje uporabe elektronskih preglednic. Učenci znajo vpisati podatke, uporabijo samodejni vnos zaporedne številke, dneva v tednu, posamezne besede, številke ... ter znajo uporabljati samodejno urejanje podatkov po velikosti ali abecednem redu.

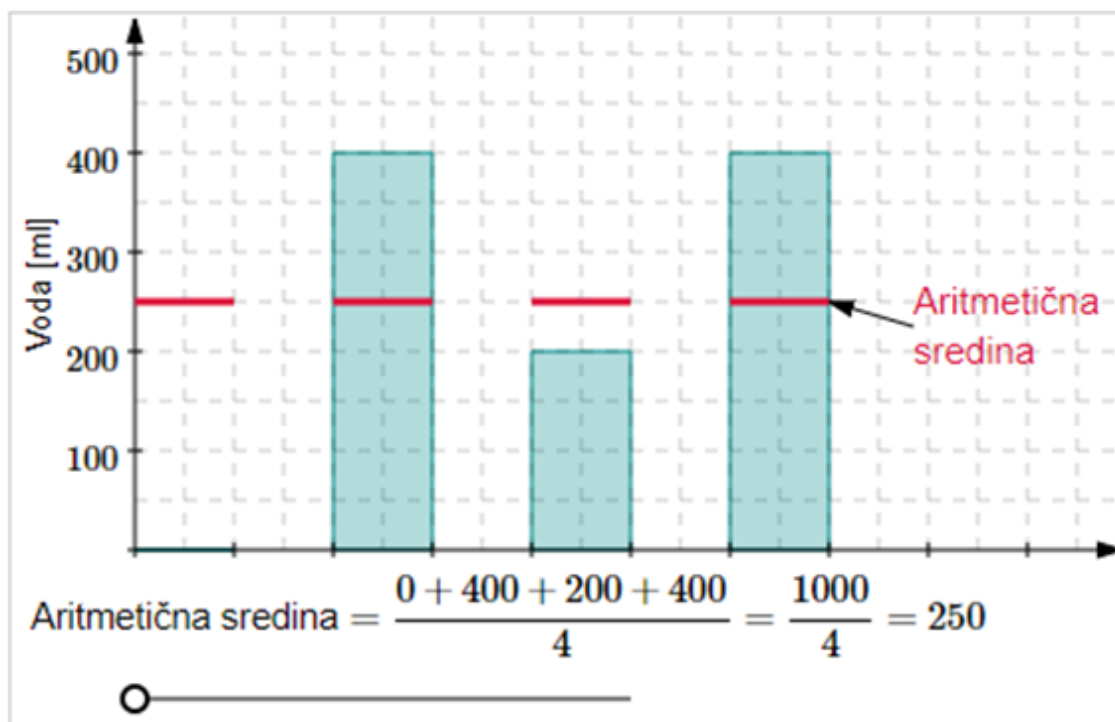
Priporočene didaktične strategije

V 7. razredu učenci spoznajo srednje vrednosti (aritmetična sredina, modus in mediana).

Učenci izračunajo aritmetično sredino najprej brez uporabe tehnologije, nato z računalom in na koncu z elektronskimi preglednicami na dva načina. Najprej z elektronskimi preglednicami posnemajo računanje brez tehnologije, tako da seštejejo podatke, jih preštejejo in nato delijo vsoto podatkov s številom podatkov, da izračunajo aritmetično sredino. Nato dobljeno aritmetično sredino primerjajo še z vrednostjo, ki jo poišče vgrajena funkcija AVERAGE. Tudi modus in mediano z elektronskimi preglednicami poiščejo najprej tako, da podatke uredijo, in šele nato uporabijo vgrajeni funkciji. Z elektronskimi preglednicami naj urejajo in povzemajo večjo količino podatkov (več kot jih lahko hkrati vidijo na zaslonu).

Učenci ne smejo enačiti aritmetične sredine z računskim postopkom, saj to ni kot računska operacija, podobna seštevanju. Aritmetična sredina, prikazana v prikazu s stolpci (glejte sliko), pripomore k boljšemu razumevanju pojma aritmetična sredina.





Slika: Ponazoritev aritmetične sredine. Vir slike: [I-učbenik](#).

Prepoznati učinek razpršitve podatkov in izstopajočih vrednosti

Učenci rešujejo naloge, kjer kritično presodijo, kaj nam sporočajo srednje vrednosti. Aritmetična sredina je zelo občutljiva na podatke, katerih vrednost je veliko večja ali veliko manjša od vrednosti drugih podatkov. Mediana je v primerjavi z aritmetično sredino manj občutljiva za te podatke.

Predlagamo, da učitelj skupaj z učenci izdelava vzorčni primer statistične raziskave.

Statistično raziskavo izdelajo po naslednjih korakih:

1. Razmislek o problemskem vprašanju in postavitve vprašanj. (Zastavi si nekaj vprašanj, na katera želiš odgovor.)
2. Načrtovanje in zbiranje podatkov. (Premisli, kako boš zbral podatke. Lahko jih zbereš z opazovanjem, s štetjem, z merjenjem ali pa s spraševanjem [anketa, intervju].)
3. Obdelava podatkov. (Zbrane podatke najprej uredi v preglednici, nato jih predstavi z ustreznimi prikazi.)
4. Ugotovitve in njihova interpretacija. (Zbrane podatke in prikaze interpretiraj glede na zastavljeno vprašanje.)

Predlogi vprašanj za statistične raziskave: Kako prosti čas preživljajo tvoji sošolci? Katere knjige berejo sošolci? Katere hišne ljubljence imajo sošolci? Katere družabne igre radi igrajo sošolci? Kako sošolci prihajajo/odhajajo v šolo? Kaj zajtrkujejo sošolci? Kdaj prihajajo sošolci v šolo?

Katere trajnostne ukrepe sošolci spoštujejo? Koliko časa uporabljajo zaslone? Kaj jim pomeni umetna inteligenca?

Podatke pa lahko pridobijo tudi na spletu, kjer se lahko lotijo reševanja konkretnega problema. Na spletni strani www.ekosola.si je veliko že izdelanih primerov, ki jih učitelj lahko uporabi.

V 9. razredu naj učenci zberejo podatke z anketo. Ob tem jim učitelj predstavi, kako naj učenci sestavijo anketo in pri tem upoštevajo načelo vljudnosti, anonimnosti, prostovoljnosti in informiranosti.

Za izdelavo in prikaz statistične raziskave uporabijo digitalno tehnologijo (spletna anketa, urejevalnik besedila in elektronska preglednica).

Pri branju raznolikih prikazov (tudi dinamičnih) naj učenci v skupinah ali dvojicah razpravljajo, kaj opazijo in kaj jih zanima. Učitelj naj jim na enem primeru pokaže, na kaj vse naj bodo pozorni, ko berejo prikaze (naslov, oznake osi, legenda, pomen najvišje/najnižje vrednosti ...). Oblikujejo naj vprašanja, na katera je mogoče odgovoriti z informacijami iz teh prikazov. Učenci naj interpretirajo preglednice in raznolike grafične prikaze iz različnih virov (stat.si, arso.si in tujega youcubed.org), vendar ni treba, da jih posebej poimenujejo.

Uporabnost v vsakdanjem življenju, v stroki

Aritmetično sredino učenci poiščejo pri mesečnih ali letnih temperaturah (in preverijo, ali se temperature res dvigujejo), izračunajo svojo povprečno porabo denarja na mesec, določijo povprečno število korakov na dan ali število ur spanca. Za športne navdušence bo zagotovo zanimiva primerjava aritmetične sredine števila točk ali doseženih golov izbrane športne ekipe.

Branje prikazov je zagotovo pomembna veščina, saj na vsakem koraku srečamo raznolike prikaze.

Preko statistične raziskave se učenci učijo, kako se lotiti iskanja odgovora na problem ali izziv v vsakdanjem življenju.

Povezava med temami v matematiki

Prikazi in preglednice se pojavljajo pri različnih nalogah v okviru različnih tem. Podatki so lahko števila, liki, telesa ...

Pri obravnavi odstotkov lahko uporabimo krožni prikaz ali tako imenovani »100% stacked bar chart«, ki je prikazan na spodnji sliki. Pri obeh je treba ponazoriti celoto.



Slika: Prikaz, ki je uporaben pri obravnavi odstotkov.

Linijske prikaze bi lahko povezali s funkcijami.

Medpredmetne povezave

Primeri uvodne dejavnosti ali domače naloge za nadaljnje usvajanje znanja:

ŠPO: Učenci naj zberejo podatke (podatki so dostopni na aplikaciji Slofit) za vse učence v razredu za telesno višino in čas teka na 60 m. Nato zberejo še število dotikov plošče z roko (taping z roko) ter število dvigov trupa. Učenci podatke zberejo v elektronski preglednici in jih povzamejo s srednjimi vrednostmi: aritmetična sredina, modus in mediana. Učenci naj spreminjajo podatke in opazujejo, kaj se dogaja s srednjimi vrednostmi.

GEO: Pri urah geografije učenci berejo prikaze (npr. klimogram) in interpretirajo podatke. Zato naj se pri matematiki naučijo brati prikaze in preglednice.



Slika: Klimogram.

SLJ: Učenci se pri uri slovenščine naučijo, kako pravilno oblikovati anketo in napisati poročilo o statistični raziskavi z urejevalnikom besedila.

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

Priporočila za delo z učenci, ki zmorejo več

Učenci, ki zmorejo več, lahko pripravijo zahtevnejšo statistično raziskavo, npr. avtentični problemi iz vsakdanjega življenja z več vprašanji, s postavljenimi hipotezami ... Rešujejo naj problemske naloge v povezavi s srednjimi vrednostmi. Izdelajo lahko svojo infografiko za dane podatke (naj jih sami določijo). Pri branju raznolikih prikazov lahko samostojno pripravijo interpretacijo danega prikaza.

Priporočila za delo z učenci z učnimi težavami

Učenec z učnimi težavami reši naloge z aritmetično sredino na konkretnih primerih. Modus in mediano določa le na naboru manjšega števila podatkov na konkretnem nivoju (nabor kovancev). Pri branju raznolikih prikazov naj mu bodo v pomoč vprašanja, na katera išče odgovore (primeri).

Veliko raznolikih prikazov, ki jih učitelj lahko uporabi pri pouku, je na spletni strani stat.si

<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/hbsdnkj>

<https://www.eles.si/prevzem-in-proizvodnja>

Priprava in izvedba ankete: I-učbenik <https://eucbeniki.sio.si/mat9/898/index.html>

Statistični izobraževalni portal STEDy (statistični urad) <https://www.stat.si/stedy/>

PRIPOROČENI NAČINI IZKAZOVANJA ZNANJA

Pisno, ustno, raziskovanje. (Ocenjujeta se izdelava in predstavitev statistične raziskave.)



KOMBINATORIKA

CILJI

Učenec:

- raziskuje kombinatorični problem.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
8.	prikaže kombinatorično situacijo in z različnimi strategijami določi število vseh možnih razporedb in izborov reši kombinatorični problem in prikaže rešitev

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila

- » Učitelj in učenci uporabljajo strokovne termine preglednica, puščični prikaz in kombinatorično drevo, izbor ali razporeditev.
- » Po izkušnjah z reševanjem kombinatoričnih problemov na konkretni in grafični ravni z uporabo konkretnih materialov, modelov in ponazoril učenci tretjega vzgojno-izobraževalnega obdobja raziskujejo kombinatorične situacije (uvodoma izbiramo primere nalog, ki jih lahko tudi odigrajo), rešitev kombinatoričnega problema pa ponazorijo s sliko, skico, preglednico ali kombinatoričnim drevesom. Kombinatorični problem v nadaljevanju rešijo na simbolni ravni (nastavitev številskega izraza). Izkušnje in znanje kombinatorike uporabijo pri napovedovanju verjetnosti slučajnih dogodkov.

Priporočeni načini doseganja ciljev

Predznanje, kaj naj bi učenci znali

- » Kombinatorično situacijo z neodvisnimi izbori predstavijo grafično (tudi s kombinatoričnim drevesom) ter preštejejo vse možne izide.
- » Rešijo besedilno in problemsko nalogo iz kombinatorike.

Priporočene didaktične strategije

- » V tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci pri pouku matematike nadgradijo razumevanje kombinatorike z vključevanjem vseh treh predstavitevni ravni: enaktivne (konkretna), ikonične (grafične) in simbolne. Kot opozarjajo Hudovernik, Žakelj in Cotič (2022), mora biti prehod s konkretne na simbolno raven postopen in hkrati temeljiti na bogatih učnih

izkušnjah z raznolikimi kombinatoričnimi problemi. Učenci naj ob raziskovanju problemov razvijajo sposobnost prepoznavanja struktur, oblikovanja strategij in postopkov reševanja, ki jih znajo utemeljiti in posplošiti.

Preglednica: Učenčeve ravni pri reševanju kombinatoričnih situacijah. (Vir: Hudovernik, Žakelj in Cotič, 2022, str. 11)

Enaktivna (konkretna) raven	1. Zastavitev izhodiščne problemske situacije 2. Analiza izhodiščne problemske situacije 3. Izvedba aktivnosti (igranje situacij, predstavitve s predmeti)	Vrtec + prvo vzgojno-izobraževalno obdobje
Ikonična (grafična) raven	4. Shematizacija dejavnosti (risba, skica) 5. Izvedba dejavnosti v različnih drugih situacijah 6. Shematizacija dejavnosti s sistematičnimi prikazi (preglednica, kombinatorično drevo, puščični prikaz)	Prvo vzgojno-izobraževalno obdobje + drugo vzgojno-izobraževalno obdobje
Simbolna raven	7. Prikaz dejavnosti v še splošnejši obliki (nastavitev računa za posamezen primer) 8. Posplošitev problema 9. Uporaba razvitega pojma v novi situaciji (razviti pojem deluje kot instrument)	Drugo vzgojno-izobraževalno obdobje + tretje vzgojno-izobraževalno obdobje + srednja šola

Opombe Prirejeno po Dörfler 1991.

Širša umeščenost - uporabnost v vsakdanjem življenju, povezava med temami v matematiki

Kombinatorika ponuja priložnosti za razvoj temeljnih matematičnih kompetenc, kot so štetje, urejanje, posploševanje, kritično mišljenje in sistematičnost. Zaradi svoje praktične vrednosti naj se z osnovnimi kombinatoričnimi pojmi učenci srečajo že v predšolskem obdobju in jih nadgrajujejo v celotni osnovni šoli (Hudovernik idr., 2022).

Izkušnje in znanje kombinatorike uporabijo pri napovedovanju verjetnosti slučajnih dogodkov.

Specifike pri vrstnem redu obravnave ali specifike glede na razvojno stopnjo

V tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju učenci preidejo od konkretnega reševanja kombinatoričnih problemov h grafičnemu in simbolnemu zapisu rešitev. Poudarek je na postopnem prehodu skozi enaktivno, ikonično in simbolno raven razumevanja (Hudovernik, Žakelj in Cotič, 2022), kar pomeni, da učenci izhajajo iz konkretnih dejavnosti (manipulirajo z materiali, »odigrajo« kombinatorično situacijo), jih nato shematizirajo (risbe, skice, preglednice, kombinatorična drevesa), šele nato pa uvajajo formalne zapise (nastavijo številski izraz).

Ključno je, da učenci sami oblikujejo strategije reševanja, sistematično pregledujejo možnosti in se naučijo argumentirati, da so poiskali vse razporedbe. V ta namen jih usmerjamo k uporabi različnih reprezentacij: preglednic, puščičnih prikazov in kombinatoričnih dreves. Pomembno je tudi, da učenci sami ugotovijo, pri katerih kombinatoričnih problemih je vrstni red pomemben (permutacije in variacije) oz. ni pomemben (kombinacije).

Učitelj naj učencem omogoči delo v manjših skupinah, kjer se spodbujajo diskusija o rešitvah, izmenjava strategij, ponazoritve z igro vlog ali s konkretnimi materiali in ustno pojasnjevanje postopkov. Učenci naj imajo tudi priložnost sami oblikovati naloge, kar krepi razumevanje in povezanost z realnimi problemi.

Na tej ravni je pomembno, da so naloge omejene na situacije s preprostim številom izborov, ki jih lahko tudi odigrajo (simulirajo) in nato ponazorijo s konkretnimi pripomočki ali grafičnim prikazom.

V nadaljevanju podrobneje predstavljamo dve aktivnosti, ki prikazujeta, kako lahko nadgrajujemo kombinatorične naloge od prvega do tretjega vzgojno-izobraževalnega obdobja.

Aktivnost 1: Jana ima v omari hlače in krilo. K vsakemu od teh oblačil lahko obleče eno izmed treh majic: zeleno, rdečo ali rumeno. Na koliko načinov se Jana lahko obleče? Naštejte vse možnosti. (Hudovernik, Žakelj in Cotič, 2022).

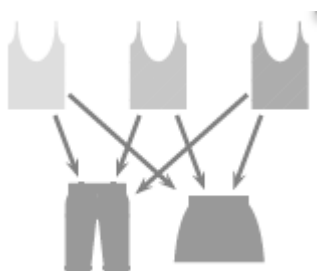
V prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju prevladuje enaktivna (konkretna) raven, ki pa jo ob koncu vzgojno-izobraževalnega obdobja nadgradimo s shematizacijo dejavnosti (risba, skica). Učenci izvedejo aktivnosti z igranjem situacij in situacije predstavijo s predmeti. To aktivnost lahko izvajajo učenci na samem začetku šolanja oz. v vrtcu. Delo naj poteka v dvojicah ali v manjših skupinah. Uporabimo lahko papirnato lutko za oblačenje in papirnata oblačila za lutko. Učenci lahko papirnato lutko tudi sami izrežejo in pobarvajo njena oblačila. Na konkretni ravni najprej oblečejo lutko na vse možne načine. Nato kombinacije oblačil grafično prikažejo.



Vir: Hudovernik, Žakelj in Cotič,

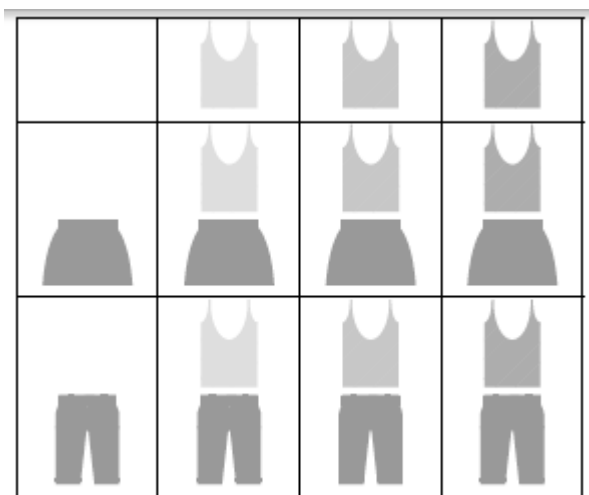
2022, str. 258.

Skupaj z učenci ugotovimo, da je takšen prikaz lahko nepregleden, saj se nam posebej pri večjem številu elementov obeh množic zgodi, da kakšen par izpustimo ali se kakšen par ponovi. Zato uporabimo najprej puščični prikaz,



Vir: Hudovernik, Žakelj in Cotič, 2022, str. 259.

nato pa razpredelnico.



Vir: Hudovernik, Žakelj in Cotič, 2022, str.

259.

Šele pri uporabi razpredelnice učenci opazijo, da dobimo število vseh možnih načinov oblačenja z množenjem števila majic različnih barv s številom oblačil za spodnji del telesa: $3 \cdot 2 = 6$.

Pri tej aktivnosti učenci navadno pridejo do posplošitve, torej do osnovnega izreka kombinatorike (pravilo zmnožka): Če je sestavljen izbor tak, da izbiramo najprej med m možnostmi, nato pa neodvisno od prvega izbora med n možnostmi, je vseh možnosti $m \cdot n$.

Pri opisani aktivnosti dosegamo različne cilje po vertikali:

- » učenci nastavijo in preštejejo vse možne izide pri najpreprostejših kombinatoričnih situacijah;
- » učenci predstavijo kombinatorične situacije grafično, s preglednico in kombinatoričnim drevesom;
- » učenci rešijo kombinatorični problem na simbolni ravni (nastavitev številskega izraza).

Aktivnost 2: Koliko je trimestnih števil iz števk 1, 2, 3, če se števke ne ponavljajo? (Hudovernik, Žakelj in Cotič, 2022).

Po izkušnjah z reševanjem kombinatoričnih problemov na konkretni in grafični ravni z uporabo konkretnih materialov, modelov in ponazoril učenci tretjega vzgojno-izobraževalnega obdobja raziskujejo kombinatorične situacije, rešitev kombinatoričnega problema pa ponazorijo s sliko, skico, preglednico, kombinatoričnim drevesom. Kombinatorični problem rešijo na simbolni ravni (nastavitev številskega izraza). Izkušnje in znanje kombinatorike uporabijo pri napovedovanju verjetnosti slučajnih dogodkov.

Pri reševanju aktivnosti 2 se ob primeru naslonimo na osnovni izrek kombinatorike, ki ga v osnovni šoli na formalni ravni ne obravnavamo. V danem primeru trimestnih števil proces odločanja poteka v treh fazah, in sicer:

- » v prvi fazi izbiramo med vsemi tremi števki: 1, 2 in 3;
- » v drugi fazi izbiramo med preostalima števki, neodvisno od tega, kaj smo izbrali v prvi fazi;



» v tretji fazi je le še ena možnost, neodvisno od tega, kaj smo izbrali v prvi oz. drugi fazi.

Shematizacijo dejavnosti prikažemo s kombinatoričnim drevesom. Učenci pridejo do ugotovitev: Če je sestavljen izbor tak, da izbiramo najprej med tremi števkami, nato neodvisno od prvega izbora še med dvema števkama in na koncu neodvisno od tega, kaj smo izbrali v prvi oz. drugi fazi, med eno števkjo, je število vseh trimestnih števil enako $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$. Izide tudi izpišemo (Hudovernik, Žakelj in Cotič, 2022, str. 261).

Problem lahko nadgradimo: Koliko je trimestnih števil iz števk 1, 2, 3, če se številke lahko ponavljajo? V tem primeru je proces odločanja z uporabo osnovnega izreka kombinatorike v treh fazah naslednji:

» v prvi fazi izbiramo med vsemi tremi števkami: 1, 2 in 3;

» glede na to, da se številke lahko ponavljajo, tudi v drugi fazi izbiramo med vsemi tremi števkami: 1, 2 in 3;

» v tretji fazi prav tako izbiramo med vsemi tremi števkami.

Učenci pridejo do ugotovitev: Če je sestavljen izbor tak, da izbiramo najprej med tremi števkami, nato neodvisno od prvega izbora zopet med tremi števkami in na koncu neodvisno od tega, kaj smo izbrali v prvi oz. drugi fazi, izbiramo med tremi števkami, je število vseh trimestnih števil s ponavljanjem $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$. Izide tudi izpišemo. Šele v srednji šoli pridejo do tega, da razvijejo formalno pravilo (Hudovernik, Žakelj in Cotič, 2022, str. 262).

Navajamo več primerov kombinatoričnih problemov, ki jih je mogoče tudi prikazati skozi igro vlog (odigrati):

a. Imamo 5 sadik dreves, od tega 3 iglavce Δ in 2 listavca Y. Na koliko načinov jih lahko posadimo v drevored?

Učenci odigrajo situacijo in nato narišejo vseh 10 načinov posaditve dreves v vrsto: YY $\Delta\Delta\Delta$, Y Δ Y $\Delta\Delta$, Y $\Delta\Delta$ Y Δ , Y $\Delta\Delta\Delta$ Y, Δ Y Δ Y Δ , Δ Y Δ Y Δ , Δ Y $\Delta\Delta$ Y, $\Delta\Delta$ Y Δ Y, $\Delta\Delta$ Y Δ Y, $\Delta\Delta\Delta$ YY.

b. Na koliko načinov lahko posedemo dva učenca (A in B) na tri stole?

Učenci problem rešijo z igranjem vlog, kjer se npr. Ana in Bine na različne načine posedeta na tri v vrsto pripravljene stole, učenci si narišejo možne izide, možnosti lahko sistematično zapisujejo v preglednico in jih na koncu preštejejo. Rešitev: Dva otroka lahko na 6 načinov posedemo na tri stole.



A	B	
B	A	
	A	B
	B	A
A		B
B		A

c. Oče in mama imata tri sinove, Aljaža, Blaža in Cene. Na koliko načinov jih lahko vsak s svojim avtomobilom peljeta na obšolske dejavnosti?

Učenci lahko problem rešijo z igranjem vlog, možnosti lahko sistematično zapisujejo v preglednico in jih na koncu preštejejo.

Mamin avtomobil	Očetov avtomobil
Aljaž, Blaž, Cene	
Aljaž, Blaž	Cene
Aljaž, Cene	Blaž
Blaž, Cene	Aljaž
Aljaž	Blaž, Cene
Blaž	Aljaž, Cene
Cene	Aljaž, Blaž
	Aljaž, Blaž, Cene

Učenci iz preglednice ugotovijo, da se lahko trije otroci na 8 načinov razporedijo v dva avtomobila.

č. Na koliko načinov si lahko dva učenca izbereta en dan v delovnem delu tedna (pon-pet), ko bosta opravila zadolžitev v okviru razširjenega programa.

ponedeljek	torek	sreda	četrtek	petek
Žan, Špela				
Žan	Špela			
Žan		Špela		
Žan			Špela	
Žan				Špela
	Žan, Špela			
Špela	Žan			
	Žan	Špela		
	Žan		Špela	
	Žan			Špela
		Žan, Špela		
Špela		Žan		
	Špela	Žan		
		Žan	Špela	
		Žan		Špela
			Žan, Špela	
Špela			Žan	
	Špela		Žan	
		Špela	Žan	
			Žan	Špela

			Žan, Špela
Špela			Žan
	Špela		Žan
		Špela	Žan
		Špela	Žan

V OŠ izbiramo primere, ki imajo obvladljivo število rešitev. Teh naj bo največ 25 (kot jih je v zgornjem primeru), da jih učenci lahko ponazorijo.



VERJETNOST

CILJI

Učenec:

- razvija razumevanje pojma verjetnost;
- izvaja poskuse (napoveduje, beleži, uredi ter analizira dogodke in izide poskusa) in ob konkretnih primerih prepozna empirično verjetnost;
- matematično verjetnost dogodka poveže z empirično verjetnostjo;
- računa matematično verjetnost dogodka.

STANDARDI ZNANJA

Učenec:

Razred	Standardi znanja
8.	razlikuje pojme poskus, izid in dogodek v življenjskih kontekstih razlikuje med gotovim, slučajnim in nemogočim dogodkom ter pozna verjetnost gotovega in nemogočega dogodka ugotovi in navede empirično verjetnost dogodka v izvedenem poskusu izračuna matematično verjetnost dogodka

TERMINI

- matematična (klasična) verjetnost
- empirična (statistična) verjetnost
- poskus
- izid

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Dodatna pojasnila za posamezne cilje in standarde znanja

Učitelj in učenci uporabljajo strokovne termine:

poskus, izid, dogodek, gotovi dogodek, slučajni dogodek, nemogoči dogodek, verjetnost dogodka.

Priporočeni načini doseganja ciljev

Predznanje

Učenci naj bi iz drugega v tretje vzgojno-izobraževalno obdobje prinesli izkušnje o poskusih, ki jih izvajajo v vedno enakih pogojih, in o dogodkih, ki se ob izvajanju poskusa lahko zgodijo ali pa ne.

Za razliko od izvajanja poskusov v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju, kjer dogodke razvrstimo med gotove, slučajne in nemogoče dogodke, pa je izvajanje poskusov v tretjem

vzgojno-izobraževalnem obdobju namenjeno pridobivanju številsko izražene verjetnosti dogodka.

Priporočene didaktične strategije

Podobno kot v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju naj učenci tudi v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju izvajajo poskuse, ki pa naj bodo zahtevnejši kot v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju.

Ob tem uporabijo frekvenco dogodka (število ponovitev poskusa, v katerih se je izbrani dogodek zgodil), a učencem v OŠ strokovnega termina »frekvenca« ni treba poznati. Izračunajo naj relativno frekvenco dogodka, a učencem spet ni treba poimenovati in poznati pojma »relativna frekvenca«, naj se pogovarjajo o »količniku med številom ponovitev poskusa, v katerih se je zgodil izbrani dogodek, in številom vseh ponovitev poskusa«.

Učenci naj primerjajo in analizirajo relativne frekvence nekega dogodka pri 10, 20, 50, 100, 150 ... ponovitvah istega poskusa. Smiselno je, da vsak učenec izvede nekaj ponovitev poskusa in nato vsi učenci skupaj zberejo rezultate in analizirajo relativne frekvence izbranega dogodka pri poskusu, ki ga ob enakih pogojih izvaja več posameznikov.

Šele ob večji količini sistematično zbranih in urejenih empiričnih podatkov lahko preko relativne frekvence tega dogodka učenci sklepajo o njegovi empirični (statistični) verjetnosti. Empirično verjetnost dogodka si lahko učenci predstavljajo kot relativno frekvenco pri »neskončno mnogo« ponovitvah poskusa.

Ker je število ponovitev poskusa, pri katerih se zgodi nemogoči dogodek, enako 0, je tudi relativna frekvenca tega dogodka enaka 0 in s tem je tudi verjetnost nemogočega dogodka enaka 0. Število ponovitev poskusa, v katerih se zgodi gotovi dogodek, je enako številu vseh izvedenih ponovitev poskusa, zato je njun količnik (relativna frekvenca dogodka) enak 1 in s tem je verjetnost gotovega dogodka enaka 1. Verjetnost vseh drugih dogodkov (slučajnih dogodkov) pa je večja od 0 in manjša od 1. Torej je verjetnost število, ki je večje ali enako 0 in manjše ali enako 1.

Učenec v tretjem vzgojno-izobraževalnem obdobju spozna tudi matematično (klasično) verjetnost. To naredi z matematičnim premislekom. Npr.: Kocka ima 6 ploskev, oštevilčenih s števili od 1 do 6. Nobenega razloga ni, da bi po metu kocka padla večkrat na eno ploskev kot na drugo. Če je v poskusu 6 enakovrednih izidov, je verjetnost vsakega od njih enaka $\frac{1}{6}$.

To ugotovitev posploši: če je v poskusu možnih n enakovrednih izidov in je za preučevani dogodek ugodnih m od teh izidov, je matematična verjetnost tega dogodka enaka $\frac{m}{n}$.

Povezava med temami v matematiki

Pri matematični verjetnosti lahko uporabimo kombinatorično drevo za sistematično prikazovanje vseh možnih izidov nekega poskusa, kar sicer najprej raziskujemo pri kombinatoriki.

Pri verjetnosti se na primeru nalog, dejavnosti in z uporabo terminologije povezujemo tudi z aritmetiko (če seštejemo dve lihi števili, zagotovo dobimo sodo število) in geometrijo (vsak kvadrat je zagotovo tudi pravokotnik; učenci opazujejo število ploskev, robov in oglišč v pravih poliedrih – igralnih »kockah«).



Pri izdelavi »kolesa sreče« se povežejo z vsebinami iz geometrije, saj krog razdelijo na (različno ali enako velike) krožne izseke.

Specifike pri vrstnem redu obravnave ali specifike glede na razvojno stopnjo

Predlagamo, da učitelji najprej obravnavajo skupino ciljev Kombinatorika, temu naj sledi skupina ciljev Verjetnost.

Uporaba didaktičnih pripomočkov

Učenci naj imajo na razpolago »igralne poliedre« (igralne kocke in druga platonska telesa s številsko označenimi ploskvami), igralne karte, vrtavke ... za izvajanje različnih poskusov.

Izdelajo si krožne plošče (»kolo sreče«) z enako velikimi ali različno velikimi krožnimi izseki, ki jih pobarvajo z različnimi barvami ali jih označijo kako drugače (s števkami ali črkami). Nato nanje pritrdijo vrtljive kazalce, s pomočjo katerih žrebajo, na katerem polju se bodo ustavili. Namen tega poskusa je računanje verjetnosti, da se bo kazalec ustavil na določenem polju.

Uporaba digitalne tehnologije

Učenci lahko naključno izbirajo (žrebajo) tudi s pomočjo različnih spletnih aplikacij, npr. »kolo sreče« (žrebanje), simulacija meta kocke ...

Priporočila za diferenciacijo, individualizacijo in personalizacijo

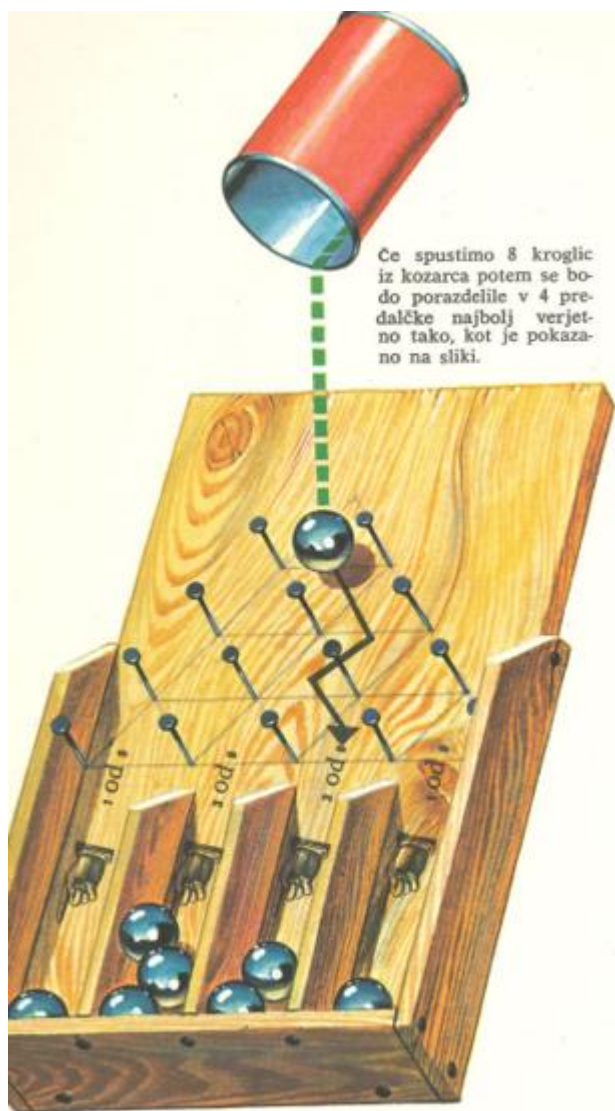
Priporočila za delo z učenci, ki zmorejo več

Primer 1: Učenec, ki zmore več, naj raziskuje verjetnost izidov pri metu enega, dveh, treh, štirih, petih ... enakih kovancev hkrati, kar ga s pomočjo znanja o kombinatoriki in statistiki vodi npr. do Pascalovega trikotnika.

Učenec naj sistematično beleži možne izide poskusov v preglednici ali s kombinatoričnim drevesom. Verjetnost, da se pri metu kovancev zgodi nek izid, zapiše z ulomkom.

Primer 2: Pascalov trikotnik se lahko uporabi pri kotaljenju kroglic v predalčke pri igri »pačinko« oziroma »fliper«. Kroglica ima pri vsakem žebličku dve možni poti: zakotali se lahko levo ali desno od žeblička. Učenec raziskuje in sistematično zapiše možne poti, ki jo opravi kroglica mimo dveh, treh, štirih ... žebličkov. Predlagamo, da učenec tudi izdelava in preizkusi takšen »pačinko« oziroma »fliper«.





Slika: Potovanje ene od osmih kroglic v »fliperju«. Vir slike: Adler idr., 1973.

Če bi imeli večji »pačinko« in bi lahko po njem spustili npr. 1000 kroglic, bi se razporedile v obliko zvona (normalna porazdelitev oziroma Gaussova porazdelitev).

Primer 3: Podobno kot v primeru 1 naj učenec meče hkrati dve ali več igralnih kock ... in raziskuje verjetnost dogodka, da na vseh kockah skupaj pade izbrano število pik.

VIRI IN LITERATURA PO POGLAVJIH

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA

Bone, J., Debenjak, K., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Jenko, Š., Kerin, T., Kmetič, S., Lipnik, R., Novoselec, M., Peršolja, M., Rajh, S., Sambolić Beganović, A., Sirnik, M., Suban, M., Škafar, K., Šturm, J., in Verbinc, A. (2018). *Formativno spremljanje pri matematiki*. Zavod RS za šolstvo.

Ahačič, K., Banjac, M., Baškarad, S., Belasić, I., Bergoč, Š., Bešter, J., Borota, B., Bratina, K., Brečko, B. N., Breznik, I., Brodnik, A., Čop, J., Gorenc, J., Gradišek, P., Grušovnik, T., Holcar, A., Jerko, A., Jurak, G., Klančnik, B. ... Zupan, B. (2024). *Skupni cilji in njihovo umeščanje v učne načrte in kataloge znanj*. Zavod RS za šolstvo. https://www.zrss.si/pdf/skupni_cilji.pdf

MATEMATIČNA IN FINANČNA PISMENOST TER ODNOS DO MATEMATIKE

MATEMATIČNI JEZIK

Canzutti, A. (2024). Matematično besedišče kot orodje za boljše razumevanje matematičnih konceptov. V *KUPM 2024*. Zavod RS za šolstvo. [PPT-za-predavatelje-Ana-Canzutti_V2.pdf](#)

Canzutti, A. (2024). Pomen načrtno rabe matematičnih terminov pri pouku matematike. *Matematika v šoli*, 30(2), 30–38.

Sirnik, M., Vršič, V., Žakelj, A., Klančar, A., Magajna, Z., Markežič, D., Zadel, V., Angelov Troha, K., Jeromen, V., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Vreš, S., Horvat, N., Ternar Horvat, V., Miklavc, S., Vrabič, N., Pustavrh, S., Kretič Mamič, A., Klavs Voštič, A., Miklavčič Jenič, A., in Stopar, N. (2022). *Matematična pismenost: opredelitev in gradniki*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/bwlf8xl>

Suban, M., Bone, J., Herbaj, V., Jerko, A., Sirnik, M., Rajh, S., Pulko, L., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Rihtaršič, U., Canzutti, A., Škafar, K., Novoselec, M., Plut, M., Verbinc, A., Oder Grabner, A., Udovč, K., Lipnik, R., Jug, L., ... Kramar, A. (2020). *Ugotavljanje matematičnega znanja: priročnik za učitelje*. Zavod RS za šolstvo.

ZRSS. (2023). Gradniki matematične pismenosti. *Matematika v šoli*, 29(2), 31–34.

MISELNI PROCESI PRI MATEMATIKI

Drobnič Vidic, A. (2022). Algoritmčno mišljenje pri zaporedjih v vsakdanjem življenju. *Matematika v šoli*, 28(2), 11–17.

Ferme, J., Arcet, B., Lipovec, A. (2024). Razvijanje algoritmčnega mišljenja preko pisnega deljenja. *Matematika v šoli*, 30(2), 2–7.

Klančar, A. (2024). Algoritmčno mišljenje pri matematiki v osnovni šoli. *KUPM 2024*.
<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/ttbsy9x>

Rupnik Vec, T., Suban, M., Stopar, N., Krajšek, S., Nanut Planinšek, Z., Starčič, T., Ovčar, A., Mrkela, V., in Jamšek, J. (2022). *Miselni procesi in veščine kritičnega mišljenja*. Zavod RS za šolstvo. [Kriticno_misljenje_NAMA_gradniki.pdf](#)

Rupnik Vec, T., Suban, M., Stopar, N., Krajšek, S., Nanut Planinšek, Z., Turše, T., Starčič, T., Kolbl, J., Ovčar, A., Zafošnik, S., Zupet Jeglič, A., Kranjc, A., Leskovec Sever, T., Matišič, M., Colnarič, M., Jurgec, A., Bone, J., Jagarinec, T., Trojner, N. ... Kretič Mamič, A. (2022). *Kritično mišljenje pri naravoslovju in matematiki: priročnik za strokovne delavce v vrtcih in šolah*. Zavod RS za šolstvo. [Kriticno_misljenje_prirocnik.pdf](#)

Suban, M., Krajšek, S., Rupnik Vec, T., in Bačnik, A. (2022). *Razvijanje prečnih veščin na STEM-področju s formativnim spremljanjem in digitalno tehnologijo: priročnik za učitelje*. Zavod RS za šolstvo. [Razvijanje_precnih_vescin_STEM_formativno_spremljanje.pdf](#)

REŠEVANJE PROBLEMSKIH NALOG

Bašić, M. (2020). *AHA! Putovanje u središte problema*. Matkina biblioteka. Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb.

Bone, J., in Sirnik, M. (2023). Pogled učiteljev matematike na razvijanje matematične pismenosti. *Matematika v šoli*, 29(2), 2–13.

Čekada, D. (2013). Družinski izlet. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Flisar, M. (2013). Pustna povorka. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Flisar, M. (2013). Rože za okenska korita. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Kmetec, K. (2013). Igra s slamicami. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Kmetec, K. (2013). Kvadrati na geoplošči. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Kmetec, K. (2013). Vsota zaporednih naravnih števil. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

- Kmetec, K. (2013). Zanimiva trimestna števila. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.
- Kmetič, S. (2015). Metode reševanja besedilnih in problemskih nalog. *Matematika v šoli*, 21(1/2), 5–13.
- Kodelja, A. (2013). Vsota zaporednih naravnih števil. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.
- Kurnik, Z. (2010). *Posebne metode reševanja matematičnih problema*. Element, Zagreb
- Magdič, M. (2013). Koza. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.
- Magdič, M. (2013). Zanimiva trimestna števila. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.
- Perkovič, A. (2013). Človek, ne jezi se. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.
- Perkovič, A. (2013). V trgovini z igračami. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.
- Polya, G. (1985). *Kako rešujemo matematične probleme*. DMFA.
- Pustavrh, S. (2020). Problemska naloga v fazi poglobljanja in povezovanja matematičnih znanj. *Matematika v šoli*, 26(2), 28–34.
- Rajh, S. (2015). Grafično aritmetična metoda. *Matematika v šoli*, 21(1/2), 42–49.
- Rajh, S. (2015). Metoda reševanja nazaj. *Matematika v šoli*, 21(1/2), 31–41.
- Repolusk, S. (2020). Razvijanje matematičnih znanj z reševanjem problemov. *Matematika v šoli*, 27(1), 2–8.
- Sambolić Beganović, A. (2015). Metoda iskanja vzorcev. *Matematika v šoli*, 21(1/2), 50–55.
- Sirnik, M. (2013). Razvijanje problemskih znanj v različnih fazah pouka. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika* (str. 114–118). Zavod RS za šolstvo.
- Sirnik, M. (2015). Metoda napačne predpostavke. *Matematika v šoli*, 21(1/2), 14–23.
- Suban, M. (2015). Metoda postopnega približevanja. *Matematika v šoli*, 21(1/2), 24–30.
- Žakelj, A. (2003). *Kako poučevati matematiko. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
- Žakelj, A. (2010). Raznovrstnost pristopov k učenju in poučevanju matematike. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika* (str. 15–77). Zavod RS za šolstvo.



Žakelj, A. (2013). Problemske naloge. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika* (str. 85–113). Zavod RS za šolstvo.

MATEMATIČNO RAZISKOVANJE

Artigue, M., Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45, 797–810.

Bačnik, A. (2017). Izobraževalni lističi Scientix NA-MA 2, dostopni na <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/I7v9oxi>

Beroš, D., Čulav Markičević, M., Lobor, Z., in Martinič, I. (2023). Od primerov do modelov. *Matematika v šoli*, 29(1), 51–58.

Cafuta, K., in Praprotnik, S. (2023). Preiskovanje v matematiki za vse: učne ure za učitelje in učence. *Matematika v šoli*, 29(1), 20–26.

Eyrich Jessen, B., Bašić, M., Bos, R., Hellsten Østergaard, C., Milin Šipuš, Ž., Winslōw, C. (2022). TIMELess, A short introduction to Lesson Study – TIMEless ideas for professional development. Dostopno na <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/q21jlsn>

Hebar, L. (2020). Preiskovalna naloga o množenju z decimalnimi števili v 6. razredu. *Matematika v šoli*, 26(1), 21–25.

Hebar, L., Kerin, T., in Kramar, A. (2024). Različne poti do uspešnosti pri matematiki. *Matematika v šoli*, 30(1), 28–36.

Herremans, A (2021). Prepogibanje papirja in učenje s preiskovanjem. *Matematika v šoli*, 27(1), 23–31.

Herremans, A. (2012). Calculating Areas by Counting Nails. V *KUPM 2012*. [Zavod RS za šolstvo](https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/rwmg5lb#/632/). <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/rwmg5lb#/632/>

Horvat, N., in Štrkl, Š. (2023). Uredimo podstrešno sobico. *Matematika v šoli*, 29(1), 46–50.

Horvat, N., Rauter Repija, I., Škrlec, M., in Štrkl, Š. (2024). Preiskovalna aktivnost z aplikacijo Zajci. *Matematika v šoli*, 30(1), 42–47.

Jessen, B., Doorman, M., Bos (2017). *Priročnik MERIA za poučevanje matematike s preiskovanjem*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/ir5u6ph>

Kindt, M. (2018). Figured algebra. V M. Suban in A. Jerko (ur.), *4. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2018: zbornik razširjenih povzetkov*. Zavod RS za šolstvo.

Kmetič, S., Miholič, T., in Zobec, V. (2014). Do višine trikotnika po več poteh. V *KUPM 2014* (str. 303). [Zavod RS za šolstvo](https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/zhd3o0e). <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/zhd3o0e>

Kolbl, J. (2023). Preiskovanje obsegov in ploščin drevesnih listov. *Matematika v šoli*, 29(2), 41–43.

Lerman, S. (2014). *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer Dordrecht, Heidelberg.

Lerman, S. (ur.) (2020). *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer Cham.

Mathematics B day <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/yog74g0> MERIA Newsletter 1
<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/biq6ubd>

Primeri nalog za matematično modeliranje od 6. razreda osnovne šole naprej (2023). *Matematika v šoli*, 29(1), 54–57.

Primeri nalog za matematično modeliranje v srednji šoli (2023). *Matematika v šoli*, 29(2), 58–59.

Pustavrh, S. (2012). Problemske naloge in opisno ocenjevanje. V *KUPM 2012*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/rwmq5lb#/256/>

Rajh, S. (2016). Od Pascalovega do Leibnizovega trikotnika = From pascal's triangle to leibniz triangle, *KUPM 2016: zbornik razširjenih povzetkov* (str. 235–236). Zavod RS za šolstvo.

Rajh, S. (2017). Leibnizev harmonični trikotnik, *Matematika v šoli*, 23(2), 48–56.

Rajh, S. (2017). Pascalov aritmetični trikotnik, *Matematika v šoli*, 23(2), 36–47.

Rajh, S. (2017). Preiskovanje v Leibnizevem trikotniku. *Izobraževalni lističi Scientix*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/kpw3b8j>

Rajh, S. (2017). Preiskovanje v Pascalovem trikotniku. *Izobraževalni lističi Scientix*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/977n1mr>

Rajh, S. (2018). Od številskih vzorcev do algebre. *KUPM 2018: zbornik razširjenih povzetkov* (str. 191–193). Zavod RS za šolstvo.

Rajh, S. (2018). Z žepnim računalom usvajamo nove vsebine pri pouku matematike v osnovni šoli, *Matematika v šoli*, 24(1), 17–38.

Rajh, S. (2019). Uporaba žepnega računalnika pri preiskovanju številskih vzorcev. *Matematika v šoli*, 25(1), 36–46.

Rajh, S. (2021). Razlika kvadratov. *Matematika v šoli*, 27(2), 18–26.

Rauter Repija, I., in Škrlec, M. (2023). Uvod v lastnosti funkcij: Marelična marmelada. *Matematika v šoli*, 29(1), 37–45.

Repolusk, S. (2020). Razvijanje matematičnih znanj z reševanjem problemov. *Matematika v šoli*, 26(1), 2–8.

Rihtaršič, U. (2020). Preiskovalna naloga v podporo razvoju procesnih znanj v 2. letniku gimnazijskega programa. *Matematika v šoli*, 26(1), 26–27.

Senekovič, J. (2024). Od matematične preiskave pri pouku do raziskovalne naloge na tekmovanju mladih raziskovalcev. *Matematika v šoli*, 30(1), 54–58.

Sirnik, M. (2023). Naloge za razvijanje pojma obseg in ploščina. *Matematika v šoli*, 29(2), 45–46.



Skvarč, M., Bačnik, A. (2011). Raziskovalno eksperimentalno učenje kot imperativ sodobnega pouka naravoslovnih predmetov. *Vzgoja in izobraževanje*, 42(6); 43(1), 12–18.

Suban, M. (2017). Učenje in poučevanje matematike s preiskovanjem. *Vzgoja in izobraževanje*, 48(4), 20–26.

Suban, M. (2018). Učenje in poučevanje matematike s preiskovanjem v luči sodobnih izzivov. V *KUPM 2018: zbornik razširjenih povzetkov* (str. 26–28). Zavod RS za šolstvo.

Suban, M. (2020). Preiskovalne naloge pri matematiki. *Matematika v šoli*, 26(2), 10–15.

Suban, M. (2023). Preiskovanje širjenja govoric. *Matematika v šoli*, 29(1), 27–36.

Suban, M., Kmetič, S., Žakelj, A., Lipovec, A., Magajna, A., Sirnik, M., Vršič, V., Legvart, P., Perkovič, A., Čekada, D., Flisar, M., Magdič, M., Kmetec, K., Kodelja, A., Bone, J., Rajh, S., Repovž, B., in Senekovič, J. (2013). *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi: matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Suban, M., Bone, J., Herbaj, V., Jerko, A., Sirnik, M., Rajh, S., Pulko, L., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Rihtaršič, U., Canzutti, A., Škafar, K., Novoselec, M., Plut, M., Verbinc, A., Oder Grabner, A., Udovč, K., Lipnik, L., Jug, L. ... Kramar, A. (2020). *Ugotavljanje matematičnega znanja: priročnik za učitelje*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/24ra8ab>

The PRIMAS project (2011). Promoting inquiry-based learning (IBL) in mathematics and science education across Europe: PRIMAS guide for professional development providers. www.primas-project.eu

MATEMATIČNO MODELIRANJE

Bone, J. (2022). Ugotavljanje modela za višino človeka glede na velikost čevljev. *Matematika v šoli*, 28(2).

Hodnik, T., Manfreda Kolar, V. (2022). *Možnosti vpeljevanja Fermijevih problemov v poučevanje pri razvijanju matematične pismenosti. V: T. Devjak (ur.). Inovativno učenje in poučevanje za kakovostne kariere diplomantov in odlično visoko šolstvo*. Sodobni didaktični pristopi v visokem šolstvu. Založba UL Pedagoške fakultete. Str. 33–68.

Lipovec, A. in Sabo, M. (2023). Tipi in nekaj primerov nalog matematičnega modeliranja za razredno stopnjo = Mathematical modelling task types at primary level. *Vzgoja in izobraževanje*, 54(4, 5), 15–21. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/vgg6ggd>

Sirnik, M., Vršič, V., Žakelj, A., Klančar, A., Magajna, Z., Markežič, D., Zadel, V., Angelov Troha, K., Jeromen, V., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Vreš, S., Horvat, N., Ternar Horvat, V., Miklavc, S., Vrabič, N., Pustavrh, S., Kretič Mamič, A., Klavs Voštič, A., Miklavčič Jenič, A., in Stopar, N. (2022). *Matematična pismenost: opredelitev in gradniki*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/bwlf8xl>

Sirnik, M., Vršič, V., Žakelj, A., Klančar, A., Magajna, Z., Markežič, D., Zadel, V., Angelov Troha, K., Jeromen, V., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Vreš, S., Horvat, N., Ternar Horvat, V., Miklavc, S., Vrabič, N., Pustavrh, S., Kretič Mamič, A., Klavs Voštič, A., Miklavčič Jenič, A., in Stopar, N.

(2022). *Razvijamo matematično pismenost: opredelitev matematične pismenosti s primeri dejavnosti*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/hp8fz5i>

FINANČNA PISMENOST

EntreComp: okvir podjetnostne kompetence (Spletna izd.). (2019). Zavod RS za šolstvo. <http://www.zrss.si/pdf/entrecomp.pdf>

Sirnik, M., Vršič, V., Simčič, I., Fras Berro, F., Lovšin Kozina, F., Stopar, N., Pustavrh, S., Vreš, S., Kretič Mamič, A., Ternar, V., Angelov Troha, K., Petric, D., Kokalj, T., in Brezovnik, S. (2022). *Finančna pismenost: opredelitev in gradniki*. Zbirka NA-MA POTI. Zavod RS za šolstvo. [Financna_pismenost_gradniki.pdf \(zrss.si\)](Financna_pismenost_gradniki.pdf (zrss.si))

Sirnik, M., Vršič, V., Simčič, I., Lovšin Kozina, F., Štrubelj, P., Angelov Troha, K., Kokalj, T., Petric, D., Vreš, S., in Pustavrh, S. (2022). *Razvijamo finančno pismenost: opredelitev finančne pismenosti s primeri dejavnosti*. Zbirka NA-MA POTI. Zavod RS za šolstvo. [Razvijamo_finančno_pismenost.pdf \(zrss.si\)](Razvijamo_finančno_pismenost.pdf (zrss.si))

Simčič, I. (2023). Finančna pismenost, finančna usposobljenost in finančno izobraževanje. *Matematika v šoli*, 29(2), 14–21.

Šterman Ivančič, K. (ur.) (2013). *Izhodišča merjenja finančne pismenosti v raziskavi PISA 2012 s primeri nalog*. Pedagoški inštitut.

UČENJE UČENJA, ODNOS DO UČENJA MATEMATIKE

Bizjak, C., Bačnik, A., Buzeti, M., Capl, M., Mozetič Černe, V., Hajdinjak, M., Hrastnik, J., Majer Kovačič, J., Nedeljko, N., Pirc, M., Predovnik, S., Rajh, S., Rajšp, M., Rotovnik, D., Stanič, T., Usar, K. (2021). *Gradniki učne motivacije – odnos do učenja naravoslovja in matematike*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/q3g17pq>

Bizjak, C., Rajh, S., Bačnik, A., Hajdinjak, M., Majer Kovačič, J., Vrabič, N. (2022). *Spodbujanje motiviranosti za globinsko učenje – Odnos do učenja naravoslovja in matematike*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/tppkwbc>

Dumont, H., Istance, D., Benavides, F. (2013). *O naravi učenja*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo <http://www.zrss.si/pdf/o-naraviucenja.pdf>

Dweck, C. S. (2016). *Moč miselnosti: kako uresničiti svoje zmožnosti*. Učila International.

Mastnak, A. (2021). Učenčevo (samo)preverjanje pravilnosti reševanja nalog pri matematiki. *Matematika v šoli*, 27(1), 2–6.

Mavrič, M., Bone, J. (2024). Matematična anksioznost v projektu Spremljanje in izboljšanje individualnih obravnav učencev v covid in post-covid razmerah. *Matematika v šoli*, 30(1), 8–14.

Rajh, S. (2022). Strah pred matematiko ali matematična anksioznost. *Matematika v šoli*, 28(2), 2–10.

Rajh, S. (2024). Obvladovanje matematične anksioznosti. *Matematika v šoli*, 30(1), 7–16.

Rutar Ilc, Z. (2017). *Vodenje razreda za dobro klimo in vključenost*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

ARITMETIKA

Vršč, V., Gorše Pihler, M. (2024). Aritmetika v osnovni šoli. *KUPM* 2024. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/yzoo8hk>

NARAVNA ŠTEVILA IN ŠTEVILO 0 TER RAČUNSKE OPERACIJE

Javornik, I., Podgoršek Mesarec, M., Lipovec, A. (2019). Alternativni algoritmi pisnega množenja. *Matematika v šoli*, 25(1), 2–8.

Kavkler, M., Košak Babuder, M. (2015). *Težave pri učenju matematike: strategije za izboljšanje razumevanja in učnih dosežkov učencev*. Bravo, društvo za pomoč otrokom in mladostnikom s specifičnimi učnimi težavami.

Lara Schwarzbartl A., Manfreda Kolar V. (2021). Preverjanje znanja matematičnih vsebin s številskim maratonom. *Matematika v šoli*, 27(1), 15–22.

CELA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE

Sari, P., Nur Hajizah, M., Purwanto, S. (2020). The neutralization on an empty number line model for integer additions and subtractions: is it helpful? *Journal on Mathematics Education*. 11(1), 1–16.

RACIONALNA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE

Hebar, L. (2020). Preiskovalna naloga o množenju z decimalnimi števili v 6. razredu. *Matematika v šoli*, 26(2), 21–25.

Lamon, S. J. (2020). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers*. Routledge.

Manfreda Kolar, V., Mastnak, A. (2024). Poučevanje racionalnih števil z razumevanjem. *KUPM* 2024. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/qin4j9k>

Mastnak, A., Hebar, L., Gorše Pihler, M. (2024). Racionalno do racionalnih števil (delavnica). *KUPM* 2024. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/dseoay3>

Siegler, R., Carpenter, T., Fennell, F., Geary, D., Lewis, J., Okamoto, Y., Thompson, L., Wray, J. (2010). *Developing effective fractions instruction for kindergarten through 8th grade: A practice guide*. Institute of Education Sciences (IES). <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/8mqgsdy>

Vršč, V., Zidar, N. (2024). Uvajanje racionalnih števil od 1. do 5. razreda (delavnica). *KUPM* 2024. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/phohgtg>



GEOMETRIJA IN MERJENJE

GEOMETRIJSKI ELEMENTI IN MERJENJE

Lipovec, A., Sabo, M. (2023). Tipi in nekaj primerov nalog matematičnega modeliranja za razredno stopnjo = Mathematical modelling task types at primary level. *Vzgoja in izobraževanje*, 54(4,5), 15–21. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/vgg6ggd>

TRANSFORMACIJE

Cencelj, M., Gabrovšek, B. (2023). *Matematika v umetnosti*. Založba UL Pedagoške fakultete.

Escher, M. C. (2016). *The Graphic Work*. TASCHEN GMBH & CO.KG.

Kandinsky, V. (1979). *Point and Line to Plane*. Dover Publications.

Moraová, H., Novotná, J. (b. d.). *Ornaments in Teaching Symmetry*.
<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/Oew02kw>

STATISTIKA, KOMBINATORIKA IN VERJETNOST

STATISTIKA

Cotič, M. (1998). *Uvajanje vsebin iz statistike in verjetnosti ter razširitev pojma matematičnega problema pri razrednem pouku matematike*. [Doktorska disertacija]. Univerza v Ljubljani, Filozofska fakulteta.

Cotič, M. (1999). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 1–5. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Zavod RS za šolstvo.

Doz, D., Cotič, M. (2022). Učenje in poučevanje statistike v osnovni in srednji šoli. *KUPM 2022*. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/dusc3k1>

Drobnič Vidic, A. (2021). Težave pri obdelavi podatkov in statističnem preiskovanju. *Matematika v šoli*, 27(2). <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/zxd5ox6>

Ellenberg, J. (2014). *How Not to be Wrong. The Hidden Maths of Everyday Life*. Penguin Random House, UK.

Huff, D. (1954). *How to Lie with Statistics*. Penguin Random House, UK.

Jerič, S. (2023). *Statistika za začetnike*. Cankarjeva založba.

Klančar, A., Rajh, S., Verbinc, A. (2024). Uporaba osnovnošolske statistike v vsakdanjem življenju. *KUPM 2024*. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/jb9fs1e>

Magajna, Z., Žakelj, A. (2000). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 6–9*. Zavod RS za šolstvo.

Okorn, J. (2022). Različni primeri dejavnosti pri pouku matematike. *Matematika v šoli*, 28(2).

Pečjak, S., Gradišar, A. (2015). *Bralne učne strategije*. ZRSŠ.

- Pi, H. (2019). *A Comedy of Maths Errors*. Penguin Random House, UK.
- Rauter Repija, I., Godec, M. (2021). Evropske statistične igre. *Matematika v šoli*, 27(2), 45.
- Rosling, H. (2019). *Faktografija*. Učila International.
- Sirnik, M. (2021). Do kvartilov in diagrama kvartilov s prepogibanjem papirja. *Matematika v šoli*, 27(2), 27–28.
- Spačal, G. (2022). Analiza števila točk Luke Dončiča. *Matematika v šoli*, 28(2), 37.
- Statistični izobraževalni portal STEDy (statistični urad). <https://www.stat.si/stedy/>
- Škrjanec, T. (2022). Napovejmo vreme. *Matematika v šoli*, 28(2), 40–42.
- Toman, A. (2022). Raziskovalna naloga na Evropskih statističnih igrah: Nasveti za pripravo nalog. *Matematika v šoli*, 28(2), 26–36.
- Vatovec, M. (2022) Rezultati Tine Maze in merila za razpršenost podatkov. *Matematika v šoli*, 28(2), 38–39.

KOMBINATORIKA

- Cotič, M. (1999). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 1–5. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Zavod RS za šolstvo.
- Hudovernik, S., Žakelj, A., Cotič, M. (2022). Didaktični model izgradnje kombinatoričnih pojmov: prehod z razredne na predmetno stopnjo. V S. Rutar, D. Felda, M. Rodela, N. Krmac, M. Marovič, K. Drljić (ur.), *Prehodi v različnih socialnih in izobraževalnih okoljih* (str. 241–266). Založba Univerze na Primorskem. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/geu0asm>
- Kimani, P. M., Gibbs, R. T., Anderson, S. M. (2013). Restoring Order to Permutations & Combinations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 18 (7), 430–438.
- Lockwood, E. (2014). A Set-Oriented Perspective on Solving Counting Problems. *For the Learning of Mathematics*, 34 (2), 31–37.
- Magajna, Z., Žakelj, A. (2000). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 6–9*. Zavod RS za šolstvo.

VERJETNOST

- Cencelj, A. (2020). Od načrtovanja do poučevanja verjetnosti v 9. razredu. *Matematika v šoli*, 26(2), 35–46.
- Cotič, M. (1998). *Uvajanje vsebin iz statistike in verjetnosti ter razširitev pojma matematičnega problema pri razrednem pouku matematike*. [Doktorska disertacija]. Univerza v Ljubljani, Filozofska fakulteta.
- Cotič, M. (1999). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 1–5. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Zavod RS za šolstvo.



Doz, D., Felda, D., Cotič, M. (2022). Poučevanje in učenje verjetnosti v osnovni in srednji šoli. V S. Rutar, D. Felda, M. Rodela, N. Krmac, M. Marovič, K. Drljić (ur.), *Prehodi v različnih socialnih in izobraževalnih okoljih*. Založba Univerze na Primorskem. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/099e7kr>

Magajna, Z., Žakelj, A. (2000). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 6–9*. Zavod RS za šolstvo.

MATEMATIČNA IN FINANČNA PISMENOST TER ODNOS DO MATEMATIKE

MATEMATIČNI JEZIK

Canzutti, A. (2024). Matematično besedišče kot orodje za boljše razumevanje matematičnih konceptov. V *KUPM 2024*. Zavod RS za šolstvo. [PPT-za-predavatelje-Ana-Canzutti_V2.pdf](#)

Canzutti, A. (2024). Pomen načrtne rabe matematičnih terminov pri pouku matematike. *Matematika v šoli*, 30(2), 30–38.

Sirnik, M., Vršič, V., Žakelj, A., Klančar, A., Magajna, Z., Markežič, D., Zadel, V., Angelov Troha, K., Jeromen, V., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Vreš, S., Horvat, N., Ternar Horvat, V., Miklavc, S., Vrabič, N., Pustavrh, S., Kretič Mamič, A., Klavs Voštić, A., Miklavčič Jenič, A., in Stopar, N. (2022). *Matematična pismenost: opredelitev in gradniki*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/bwlf8xl>

Suban, M., Bone, J., Herbaj, V., Jerko, A., Sirnik, M., Rajh, S., Pulko, L., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Rihtaršič, U., Canzutti, A., Škafar, K., Novoselec, M., Plut, M., Verbinc, A., Oder Grabner, A., Udovč, K., Lipnik, R., Jug, L., ... Kramar, A. (2020). *Ugotavljanje matematičnega znanja: priročnik za učitelje*. Zavod RS za šolstvo.

ZRSŠ. (2023). Gradniki matematične pismenosti. *Matematika v šoli*, 29(2), 31–34.

MISELNI PROCESI PRI MATEMATIKI

Drobnič Vidic, A. (2022). Algoritmčno mišljenje pri zaporedjih v vsakdanjem življenju. *Matematika v šoli*, 28(2), 11–17.

Ferme, J., Arcet, B., Lipovec, A. (2024). Razvijanje algoritmčnega mišljenja preko pisnega deljenja. *Matematika v šoli*, 30(2), 2–7.

Klančar, A. (2024). Algoritmčno mišljenje pri matematiki v osnovni šoli. *KUPM 2024*. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/ttbsy9x>

Rupnik Vec, T., Suban, M., Stopar, N., Krajšek, S., Nanut Planinšek, Z., Turše, T., Starčič, T., Kolbl, J., Ovčar, A., Zafošnik, S., Zupet Jeglič, A., Kranjc, A., Leskovec Sever, T., Matišič, M., Colnarič, M., Jurgec, A., Bone, J., Jagarinec, T., Trojner, N. ... Kretič Mamič, A. (2022). *Kritično mišljenje pri naravoslovju in matematiki: priročnik za strokovne delavce v vrtcih in šolah*. Zavod RS za šolstvo. [Kriticno_misljenje_prirocnik.pdf](#)

Rupnik Vec, T., Suban, M., Stopar, N., Krajšek, S., Nanut Planinšek, Z., Starčič, T., Ovčar, A., Mrkela, V., in Jamšek, J. (2022). *Miselni procesi in veščine kritičnega mišljenja*. Zavod RS za šolstvo. [Kriticno_misljenje_NAMA_gradniki.pdf](#)

Suban, M., Krajšek, S., Rupnik Vec, T., in Bačnik, A. (2022). *Razvijanje prečnih veščin na STEM-področju s formativnim spremljanjem in digitalno tehnologijo: priročnik za učitelje*. Zavod RS za šolstvo. [Razvijanje_precnih_vescin_STEM_formativno_spremljanje.pdf](#)

REŠEVANJE PROBLEMSKIH NALOG

Bašić, M. (2020). *AHA! Putovanje u središte problema*. Matkina biblioteka. Hrvatsko matematičko društvo, Zagreb.

Bone, J., in Sirnik, M. (2023). Pogled učiteljev matematike na razvijanje matematične pismenosti. *Matematika v šoli*, 29(2), 2–13.

Čekada, D. (2013). Družinski izlet. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Flisar, M. (2013). Pustna povorka. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Flisar, M. (2013). Rože za okenska korita. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Kmetec, K. (2013). Kvadrati na geoplošči. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Kmetec, K. (2013). Igra s slamicami. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Kmetec, K. (2013). Vsota zaporednih naravnih števil. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Kmetec, K. (2013). Zanimiva trimestna števila. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Kmetič, S. (2015). Metode reševanja besedilnih in problemskih nalog. *Matematika v šoli*, 21(1/2), 5–13.

Kodelja, A. (2013). Vsota zaporednih naravnih števil. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Kurnik, Z. (2010). *Posebne metode reševanja matematičnih problema*. Element, Zagreb

Magdič, M. (2013). Koza. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Magdič, M. (2013). Zanimiva trimestna števila. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.



- Perkovič, A. (2013). Človek, ne jezi se. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.
- Perkovič, A. (2013). V trgovini z igračami. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.
- Polya, G. (1985). *Kako rešujemo matematične probleme*. DMFA.
- Pustavrh, S. (2020). Problemska naloga v fazi poglobljanja in povezovanja matematičnih znanj. *Matematika v šoli*, 26(2), 28–34.
- Rajh, S. (2015). Grafično aritmetična metoda. *Matematika v šoli*, 21(1/2), 42–49.
- Rajh, S. (2015). Metoda reševanja nazaj. *Matematika v šoli*, 21(1/2), 31–41.
- Repolusk, S. (2020). Razvijanje matematičnih znanj z reševanjem problemov. *Matematika v šoli*, 27(1), 2–8.
- Sambolić Beganović, A. (2015). Metoda iskanja vzorcev. *Matematika v šoli*, 21(1/2), 50–55.
- Sirnik, M. (2013). Razvijanje problemskih znanj v različnih fazah pouka. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika* (str. 114–118). Zavod RS za šolstvo.
- Sirnik, M. (2015). Metoda napačne predpostavke. *Matematika v šoli*, 21(1/2), 14–23.
- Suban, M. (2015). Metoda postopnega približevanja. *Matematika v šoli*, 21(1/2), 24–30.
- Žakelj, A. (2003). *Kako poučevati matematiko. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
- Žakelj, A. (2010). Raznovrstnost pristopov k učenju in poučevanju matematike. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika* (str. 15–77). Zavod RS za šolstvo.
- Žakelj, A. (2013). Problemske naloge. V S. Kmetič in M. Sirnik (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika* (str. 85–113). Zavod RS za šolstvo.

MATEMATIČNO RAZISKOVANJE

- Artigue, M., Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, 45, 797–810.
- Bačnik, A. (2017). Izobraževalni lističi Scientix NA-MA 2, dostopni na <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/17v9oxi>
- Beroš, D., Čulav Markičević, M., Lobar, Z., in Martinič, I. (2023). Od primerov do modelov. *Matematika v šoli*, 29(1), 51–58.
- Cafuta, K., in Praprotnik, S. (2023). Preiskovanje v matematiki za vse: učne ure za učitelje in učence. *Matematika v šoli*, 29(1), 20–26.



Eyrich Jessen, B., Bašić, M., Bos, R., Hellsten Østergaard, C., Milin Šipuš, Ž., Winslōw, C. (2022). TIMELess, A short introduction to Lesson Study – TIMEless ideas for professional development. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/q21jlsn>

Hebar, L. (2020). Preiskovalna naloga o množenju z decimalnimi števili v 6. razredu. *Matematika v šoli*, 26(1), 21–25.

Hebar, L., Kerin, T., in Kramar, A. (2024). Različne poti do uspešnosti pri matematiki. *Matematika v šoli*, 30(1), 28–36.

Herremans, A. (2012). Calculating Areas by Counting Nails. V *KUPM 2012*. [Zavod RS za šolstvo. https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/rwmg5lb#/632/](https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/rwmg5lb#/632/)

Herremans, A (2021). Prepogibanje papirja in učenje s preiskovanjem. *Matematika v šoli*, 27(1), 23–31.

Horvat, N., Rauter Repija, I., Škrlec, M., in Štraki, Š. (2024). Preiskovalna aktivnost z aplikacijo Zajci. *Matematika v šoli*, 30(1), 42–47.

Horvat, N., in Štraki, Š. (2023). Uredimo podstrešno sobico. *Matematika v šoli*, 29(1), 46–50.

Kindt, M. (2018). Figured algebra. V M. Suban in A. Jerko (ur.), *4. mednarodna konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2018: zbornik razširjenih povzetkov*. Zavod RS za šolstvo.

Kmetič, S., Miholič, T., in Zobec, V. (2014). Do višine trikotnika po več poteh. V *KUPM 2014* (str. 303). [Zavod RS za šolstvo. https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/zhd3o0e](https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/zhd3o0e)

Kolbl, J. (2023). Preiskovanje obsegov in ploščin drevesnih listov. *Matematika v šoli*, 29(2), 41–43.

Lerman, S. (2014). *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer Dordrecht, Heidelberg.

Lerman, S. (ur.) (2020). *Encyclopedia of Mathematics Education*. Springer Cham.

Mathematics B day <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/yog74g0>

Primeri nalog za matematično modeliranje od 6. razreda osnovne šole naprej (2023). *Matematika v šoli*, 29(1), 54–57.

Primeri nalog za matematično modeliranje v srednji šoli (2023). *Matematika v šoli*, 29(2), 58–59.

Pustavrh, S. (2012). Problemske naloge in opisno ocenjevanje. V *KUPM 2012*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/rwmg5lb#/256/>

Rajh, S. (2016). Od Pascalovega do Leibnizovega trikotnika = From pascal's triangle to leibniz triangle, *KUPM 2016: zbornik razširjenih povzetkov* (str. 235–236). Zavod RS za šolstvo.

Rajh, S. (2017). Leibnizev harmonični trikotnik, *Matematika v šoli*, 23(2), 48–56.

Rajh, S. (2017). Pascalov aritmetični trikotnik, *Matematika v šoli*, 23(2), 36–47.



- Rajh, S. (2017). Preiskovanje v Leibnizevem trikotniku. *Izobraževalni lističi Scientix*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/kpw3b8j>
- Rajh, S. (2017). Preiskovanje v Pascalovem trikotniku. *Izobraževalni lističi Scientix*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/977n1mr>
- Rajh, S. (2018). Od številskih vzorcev do algebre = From number patterns to algebra. *KUPM 2018: zbornik razširjenih povzetkov* (str. 191–193). Zavod RS za šolstvo.
- Rajh, S. (2018). Z žepnim računalom usvajamo nove vsebine pri pouku matematike v osnovni šoli, *Matematika v šoli*, 24(1), 17–38.
- Rajh, S. (2019). Uporaba žepnega računalnika pri preiskovanju številskih vzorcev. *Matematika v šoli*, 25(1), 36–46.
- Rajh, S. (2021). Razlika kvadratov. *Matematika v šoli*, 27(2), 18–26.
- Rauter Repija, I., in Škrlec, M. (2023). Uvod v lastnosti funkcij: Marelična marmelada. *Matematika v šoli*, 29(1), 37–45.
- Repolusk, S. (2020). Razvijanje matematičnih znanj z reševanjem problemov. *Matematika v šoli*, 26(1), 2–8.
- Rihtaršič, U. (2020). Preiskovalna naloga v podporo razvoju procesnih znanj v 2. letniku gimnazijskega programa. *Matematika v šoli*, 26(1), 26–27.
- Senekovič, J. (2024). Od matematične preiskave pri pouku do raziskovalne naloge na tekmovanju mladih raziskovalcev. *Matematika v šoli*, 30(1), 54–58.
- Sirnik, M. (2023). Naloge za razvijanje pojma obseg in ploščina. *Matematika v šoli*, 29(2), 45–46.
- Skvarč, M., Bačnik, A. (2011). Raziskovalno eksperimentalno učenje kot imperativ sodobnega pouka naravoslovnih predmetov. *Vzgoja in izobraževanje*, 42(6); 43(1), 12–18.
- Suban, M. (2017). Učenje in poučevanje matematike s preiskovanjem. *Vzgoja in izobraževanje*, 48(4), 20–26.
- Suban, M. (2018). Učenje in poučevanje matematike s preiskovanjem v luči sodobnih izzivov. V *KUPM 2018: zbornik razširjenih povzetkov* (str. 26–28). Zavod RS za šolstvo.
- Suban, M. (2020). Preiskovalne naloge pri matematiki. *Matematika v šoli*, 26(2), 10–15.
- Suban, M. (2023). Preiskovanje širjenja govoric. *Matematika v šoli*, 29(1), 27–36.
- Suban, M., Bone, J., Herbaj, V., Jerko, A., Sirnik, M., Rajh, S., Pulko, L., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Rihtaršič, U., Canzutti, A., Škafar, K., Novoselec, M., Plut, M., Verbinc, A., Oder Grabner, A., Udovč, K., Lipnik, L., Jug, L. ... Kramar, A. (2020). *Ugotavljanje matematičnega znanja: priročnik za učitelje*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/24ra8ab>
- Suban, M., Kmetič, S., Žakelj, A., Lipovec, A., Magajna, A., Sirnik, M., Vršič, V., Legvart, P., Perkovič, A., Čekada, D., Flisar, M., Magdič, M., Kmetec, K., Kodelja, A., Bone, J., Rajh, S.,



Repovž, B., in Senekovič, J. (2013). *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi: matematika*. Zavod RS za šolstvo.

The PRIMAS project (2011). Promoting inquiry-based learning (IBL) in mathematics and science education across Europe: PRIMAS guide for professional development providers. www.primas-project.eu

MATEMATIČNO MODELIRANJE

Bohak Farič, R. (2010). Plačilo porabe plina. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Bon Klanjšček, M. (2010). Gorenje sveče. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Bone, J. (2022). Ugotavljanje modela za višino človeka glede na velikost čevljev. *Matematika v šoli, 28*(2), 57–63.

Grahor, A. (2010). Naravno čiščenje jezera. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Jerman, M. (2010). Vhodno-izhodni matematični model ekonomije. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Kmetec, K. (2013). Površina človeškega telesa. V M. Suban, S. Kmetič (ur.), *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Kmetec, K. (2013). Število čistilk. V M. Suban, S. Kmetič (ur.), *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Kmetič, S. (2010). Razvoj in spremljanje procesa modeliranja. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Kos, J. (2010). Analiza rezultatov mature iz matematike. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Kos, J. (2010). Upadanje svetlobnega toka. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Kos, J. (2010). Vreme. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Lipovec, A. in Sabo, M. (2023). Tipi in nekaj primerov nalog matematičnega modeliranja za razredno stopnjo = Mathematical modelling task types at primary level. *Vzgoja in izobraževanje, 54*(4, 5), 15–21. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/vgg6ggd>

Magajna, Z. (2013). Matematično modeliranje v osnovni šoli. V M. Suban, S. Kmetič (ur.), *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi – Matematika* (str. 293–304). Zavod RS za šolstvo.

Magajna, Z. (2024). Matematično modeliranje kot del matematične pismenosti in matematičnega znanja. V: Sirnik, M., Vršič, V., Žakelj, A., Klančar, A., Magajna, Z., Markežič, D., Zadel, V.,



Angelov Troha, K., Jeromen, V., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Vreš, S., Horvat, N., Ternar Horvat, V., Miklavc, S., Vrabič, N., Pustavrh, S., Kretič Mamič, A., Klavs Voštic, A., Miklavčič Jenič, A. in Stopar, N. (2022). *Razvijamo matematično pismenost: opredelitev matematične pismenosti s primeri dejavnosti*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/hp8fz5i>

Mihelič Erbežnik, N. (2010). Gojitev fižola v izbranih pogojih. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Novak, K. (2010). Poševni stolp v Pisi. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Parkelj, V. (2023). Uporaba matematičnega modela za izdelavo rastlinjaka. *Matematika v šoli*, 29(2), 49–54. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/3lg16lo>

Pustavrh, S., Hvastja, D. (2010). Primeri naravnih rasti. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Pustavrh, S. (2010). Temperatura zraka v Novem mestu. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Rauter Repija, I. (2010). Pleskanje stene. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Rauter Repija, I. (2010). Uta psa Lorda. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Rauter Repija, I., Sirnik, M. (2010). Goreči šotor. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Repolusk, S. (2010). Primeri različnih pristopov pri matematičnem modeliranju. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Repovž, B. (2013). Tloris sobe. V M. Suban, S. Kmetič (ur.), *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Repovž, B. (2013). Zbiranje papirja. V M. Suban, S. Kmetič (ur.), *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Senekovič, B. (2013). Najuspešnejša država na olimpijskih igrah. V M. Suban, S. Kmetič (ur.), *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Sirnik, M. (2010). Teorija v praksi: Spreminjanje dolžine dneva. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Sirnik, M., Vršič, V., Žakelj, A., Klančar, A., Magajna, Z., Markežič, D., Zadel, V., Angelov Troha, K., Jeromen, V., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Vreš, S., Horvat, N., Ternar Horvat, V., Miklavc, S., Vrabič, N., Pustavrh, S., Kretič Mamič, A., Klavs Voštic, A., Miklavčič Jenič, A., in Stopar, N.



(2022). *Matematična pismenost: opredelitev in gradniki*. Zavod RS za šolstvo.

<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/bwlf8xl>

Sirnik, M., Vršič, V., Žakelj, A., Klančar, A., Magajna, Z., Markežič, D., Zadel, V., Angelov Troha, K., Jeromen, V., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Vreš, S., Horvat, N., Ternar Horvat, V., Miklavc, S., Vrabič, N., Pustavrh, S., Kretič Mamič, A., Klavs Voštic, A., Miklavčič Jenič, A., in Stopar, N. (2022). *Razvijamo matematično pismenost: opredelitev matematične pismenosti s primeri dejavnosti*. Zavod RS za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/hp8fz5j>

Stopar, N. (2023). Primer uporabe matematičnih modelov: Človekova poraba energije. *Matematika v šoli*, 29(2), 47–48. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/81gvovv>

Suban, M. (2013). Matematično modeliranje v geometriji. V M. Suban, S. Kmetič (ur.), *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi – Matematika*. Zavod RS za šolstvo.

Suban, M. (2023). Preiskovanje širjenja govoric. *Matematika v šoli*, 29(1), 27–36. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/gjcn3w9>

Vreš, S. (2010). Markove priprave na maraton. Poraba goriva. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika*, 1. izd. Zavod RS za šolstvo.

FINANČNA PISMENOST

EntreComp: okvir podjetnostne kompetence (Spletna izd.). (2019). Zavod RS za šolstvo. <http://www.zrss.si/pdf/entrecomp.pdf>

Simčič, I. (2023). Finančna pismenost, finančna usposobljenost in finančno izobraževanje. *Matematika v šoli*, 29(2), 14–21.

Sirnik, M., Vršič, V., Simčič, I., Fras Berro, F., Lovšin Kozina, F., Stopar, N., Pustavrh, S., Vreš, S., Kretič Mamič, A., Ternar, V., Angelov Troha, K., Petric, D., Kokalj, T., in Brezovnik, S. (2022). *Finančna pismenost: opredelitev in gradniki*. Zbirka NA-MA POTI. Zavod RS za šolstvo. [Financna_pismenost_gradniki.pdf \(zrss.si\)](https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/financna_pismenost_gradniki.pdf)

Sirnik, M., Vršič, V., Simčič, I., Lovšin Kozina, F., Štrubelj, P., Angelov Troha, K., Kokalj, T., Petric, D., Vreš, S., in Pustavrh, S. (2022). *Razvijamo finančno pismenost: opredelitev finančne pismenosti s primeri dejavnosti*. Zbirka NA-MA POTI. Zavod RS za šolstvo. [Razvijamo_financno_pismenost.pdf \(zrss.si\)](https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/razvijamo_financno_pismenost.pdf)

Šterman Ivančič, K. (ur.) (2013). *Izhodišča merjenja finančne pismenosti v raziskavi PISA 2012 s primeri nalog*. Pedagoški inštitut.

UČENJE UČENJA, ODNOS DO UČENJA MATEMATIKE

Bizjak, C., Bačnik, A., Buzeti, M., Čapl, M., Mozetič Černe, V., Hajdinjak, M., Hrastnik, J., Majer Kovačič, J., Nedeljko, N., Pirc, M., Predovnik, S., Rajh, S., Rajšp, M., Rotovnik, D., Stanič, T., Usar, K. (2021). *Gradniki učne motivacije – odnos do učenja naravoslovja in matematike*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/g3g17pq>

Bizjak, C., Rajh, S., Bačnik, A., Hajdinjak, M., Majer Kovačič, J., Vrabič, N. (2022). *Spodbujanje motiviranosti za globinsko učenje – Odnos do učenja naravoslovja in matematike*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/tppkwbc>

Dumont, H., Istance, D., Benavides, F. (2013). *O naravi učenja*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo <http://www.zrss.si/pdf/o-naraviucenja.pdf>

Dweck, C. S. (2016). *Moč miselnosti: kako uresničiti svoje zmožnosti*. Učila International.

Mastnak, A. (2021). Učenčevo (samo)preverjanje pravilnosti reševanja nalog pri matematiki. *Matematika v šoli*, 27(1), 2–6.

Mavrič, M., Bone, J. (2024). Matematična anksioznost v projektu Spremljanje in izboljšanje individualnih obravnav učencev v covid in post-covid razmerah. *Matematika v šoli*, 30(1), 8–14.

Rajh, S. (2022). Strah pred matematiko ali matematična anksioznost. *Matematika v šoli*, 28(2), 2–10.

Rajh, S. (2024). Obvladovanje matematične anksioznosti. *Matematika v šoli*, 30(1), 7–16.

Rutar Ilc, Z. (2017). *Vodenje razreda za dobro klimo in vključenost*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

ARITMETIKA

Vršič, V., Gorše Pihler, M. (2024). Aritmetika v osnovni šoli. *KUPM* 2024. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/yzoo8hk>

CELA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE

Sari, P., Nur Hajizah, M., Purwanto, S. (2020). The neutralization on an empty number line model for integer additions and subtractions: is it helpful? *Journal on Mathematics Education*. 11(1), 1–16.

RACIONALNA ŠTEVILA IN RAČUNSKE OPERACIJE

Lamon, S. J. (2020). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers*. Routledge.

Magajna, Z. (2016). Ali je $\frac{1}{\pi}$ ulomek? *Matematika v šoli*, 22(3–4), 74–79.

Manfreda Kolar, V., Mastnak, A. (2024). Poučevanje racionalnih števil z razumevanjem. *KUPM* 2024. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/qin4j9k>

Mastnak, A., Hebar, L., Gorše Pihler, M. (2024). Racionalno do racionalnih števil (delavnica). *KUPM* 2024. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/dseoay3>

Siegler, R., Carpenter, T., Fennell, F., Geary, D., Lewis, J., Okamoto, Y., Thompson, L., Wray, J. (2010). *Developing effective fractions instruction for kindergarten through 8th grade: A practice guide*. Institute of Education Sciences (IES). <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/8mqgsdy>



GEOMETRIJA IN MERJENJE

Dolinar, M., Poberžnik, A., Jerše, L. (2023). Vodenje in podpora učencem pri pridobivanju digitalnih kompetenc. Zavod RS za šolstvo

GEOMETRIJSKI ELEMENTI IN MERJENJE

Dolinar, M., Poberžnik, A., Jerše, L. (2023). *Vodenje in podpora učencem pri pridobivanju digitalnih kompetenc*. Zavod RS za šolstvo

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and middle school mathematics. Teaching Developmentally*. Pearson.

TRANSFORMACIJE

Cencelj, M., Gabrovšek, B. (2023). *Matematika v umetnosti*. Založba UL Pedagoške fakultete.

Escher, M. C. (2016). *The Graphic Work*. TASCHEN GMBH & CO.KG.

Kandinsky, V. (1979). *Point and Line to Plane*. Dover Publications.

Moraová, H., Novotná, J. (b. d.). *Ornaments in Teaching Symmetry*.

<https://aplikacijaun.zrssi.si/api/link/0ew02kw>

ALGEBRA

Suban, M. (2024). S preiskovanjem do razumevanja algebre. *Konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2024*. <https://aplikacijaun.zrssi.si/api/link/me1ksq2>

ALGEBRSKI IZRAZI

Suban, M. (2024). S preiskovanjem do razumevanja algebre. *Konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2024*. <https://aplikacijaun.zrssi.si/api/link/me1ksq2>

FUNKCIJE

Hodnik, T. (2024). Novi izzivi in novosti pri poučevanju funkcij v novem učnem načrtu. *Konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2024*.

<https://aplikacijaun.zrssi.si/api/link/zq426bn>

Podjavoršek, N., Mlinar Biček, P., Kramar, A. (2024). Poučevanje funkcij po prenovljenem učnem načrtu za matematiko. *Konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2024*.

<https://aplikacijaun.zrssi.si/api/link/pv6muwx>

FUNKCIJE

Hodnik, T. (2024). Novi izzivi in novosti pri poučevanju funkcij v novem učnem načrtu. *Konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2024*.

<https://aplikacijaun.zrssi.si/api/link/zq426bn>

Podjavoršek, N., Mlinar Biček, P., Kramar, A. (2024). Poučevanje funkcij po prenovljenem učnem načrtu za matematiko. *Konferenca o učenju in poučevanju matematike KUPM 2024*.

<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/pv6muwx>

STATISTIKA, KOMBINATORIKA IN VERJETNOST

Magajna, Z., Žakelj, A. (2000). Obdelava podatkov pri pouku matematike 6-9. Zavod RS za šolstvo.

STATISTIKA

Bohak Farič, R. (2010). Analiza ustreznosti polnjenja embalaže za mazila. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Bohak Farič, R. (2010). Izbira zdravila. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

Cotič, M. (1998). *Uvajanje vsebin iz statistike in verjetnosti ter razširitev pojma matematičnega problema pri razrednem pouku matematike*. [Doktorska disertacija]. Univerza v Ljubljani, Filozofska fakulteta.

Cotič, M. (1999). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 1-5. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Zavod RS za šolstvo.

Doz, D., Cotič, M. (2022). Učenje in poučevanje statistike v osnovni in srednji šoli. *KUPM 2022*. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/dusc3k1>

Drobnič Vidic, A. (2021). Težave pri obdelavi podatkov in statističnem preiskovanju. *Matematika v šoli, 27*(2). <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/zxd5ox6>

Ellenberg, J. (2014). *How Not to be Wrong. The Hidden Maths of Everyday Life*. Penguin Random House, UK.

Huff, D. (1954). *How to Lie with Statistics*. Penguin Random House, UK.

Jerič, S. (2023). *Statistika za začetnike*. Cankarjeva založba.

Klančar, A., Rajh, S., Verbinc, A. (2024). Uporaba osnovnošolske statistike v vsakdanjem življenju. *KUPM 2024*. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/jb9fs1e>

Magajna, Z., Žakelj, A. (2000). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 6-9*. Zavod RS za šolstvo.

Okorn, J. (2022). Različni primeri dejavnosti pri pouku matematike. *Matematika v šoli, 28*(2), 47-52.

Pecjak, S., Gradišar, A. (2015). *Bralne učne strategije*. ZRSŠ.

Pi, H. (2019). *A Comedy of Maths Errors*. Penguin Random House, UK.

- Pustavrh, S. (2010). Kvartili in škatla z brki. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.
- Pustavrh, S. (2010). Odnos in povezanost spremenljivk. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.
- Pustavrh, S. (2010). Osnovni pojmi statistike. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.
- Pustavrh, S. (2010). Razpršenost podatkov. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.
- Pustavrh, S. (2010). Srednja vrednosti. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.
- Pustavrh, S. (2010). Urejanje in prikazovanje podatkov. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.
- Pustavrh, S. (2010). Primer statistične naloge. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.
- Rauter Repija, I., Godec, M. (2021). Evropske statistične igre. *Matematika v šoli, 27(2)*, 45.
- Rosling, H. (2019). *Faktografija*. Učila International.
- Sirnik, M. (2021). Do kvartilov in diagrama kvartilov s prepogibanjem papirja. *Matematika v šoli, 27(2)*, 27–28.
- Spačal, G. (2022). Analiza števila točk Luke Dončiča. *Matematika v šoli, 28(2)*, 37.
- Statistični izobraževalni portal STEDy (statistični urad). <https://www.stat.si/stedy/>
- Škrjanec, T. (2022). Napovejmo vreme. *Matematika v šoli, 28(2)*, 40–42.
- Toman, A. (2022). Raziskovalna naloga na Evropskih statističnih igrah: Nasveti za pripravo nalog. *Matematika v šoli, 28(2)*, 26–36.
- Vatovec, M. (2022) Rezultati Tine Maze in merila za razpršenost podatkov. *Matematika v šoli, 28(2)*, 38–39.
- Žakelj, A. (2010). Od obdelave podatkov v osnovni šoli do statistike v srednji šoli. V S. Kmetič, M. Sirnik, A. Žakelj (ur.), *Posodobitve pouka v gimnazijski praksi – Matematika, 1. izd.* Zavod RS za šolstvo.

KOMBINATORIKA

- Cotič, M. (1999). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 1–5. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Zavod RS za šolstvo.
- Hudovernik, S., Žakelj, A., Cotič, M. (2022). Didaktični model izgradnje kombinatoričnih pojmov: prehod z razredne na predmetno stopnjo. V S. Rutar, D. Felda, M. Rodela, N. Krmac, M. Marovič,



K. Drljić (ur.), *Prehodi v različnih socialnih in izobraževalnih okoljih* (str. 241–266). Založba Univerze na Primorskem. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/geu0asm>

Kimani, P. M., Gibbs, R. T., Anderson, S. M. (2013). Restoring Order to Permutations & Combinations. *Mathematics Teaching in the Middle School*. 18(7), 430–438.

Lockwood, E. (2014). A Set-Oriented Perspective on Solving Counting Problems. *For the Learning of Mathematics*, 34(2), 31–37.

Magajna, Z., Žakelj, A. (2000). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 6–9*. Zavod RS za šolstvo.

VERJETNOST

Adler, I., Hess, L. Garbajs, J. (1973). *Matematika, od zlatega reza do teorije množic*. DZS.

Akiyama, J, Ruiz, M. (2008). *Dogodivščine v deželi matematičnih čudes*. DMFA.

Cencelj, A. (2020). Od načrtovanja do poučevanja verjetnosti v 9. razredu. *Matematika v šoli*, 26(2), 35–46.

Cotič, M. (1999). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 1–5. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava*. Zavod RS za šolstvo.

Čibej, J. A. (1994). *Matematika 4. Kombinatorika, verjetnostni račun, statistika*. DZS.

Čibej, J. A. (1999). *Priročnik za učitelje. Kombinatorika, verjetnostni račun, statistika*. DZS.

Čibej, J. A. (2005). *Matematika 4. Zaporedje, kombinatorika, statistika, verjetnostni račun*. DZS.

Doz, D., Felda, D., Cotič, M. (2022). Poučevanje in učenje verjetnosti v osnovni in srednji šoli. V S. Rutar, D. Felda, M. Rodela, N. Krmac, M. Marovič, K. Drljić (ur.), *Prehodi v različnih socialnih in izobraževalnih okoljih*. Založba Univerze na Primorskem. <https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/099e7kr>

Felda, D. (2013). Neverjetna verjetnost. *Obzornik za matematiko in fiziko*, 60(2), 59–70.

Hogben, L. (1976). *Matematika v nastajanju*. Mladinska knjiga.

Jamnik, R. (1987). *Verjetnostni račun*. DMFA.

Križanič, F. (1983). *Matematika, 3. berilo*. DZS

Magajna, Z., Žakelj, A. (2000). *Obdelava podatkov pri pouku matematike 6–9*. Zavod RS za šolstvo.

Strnad, M. (2000). *Presečišče. Obdelava podatkov. Uvod v verjetnost*. DZS.

Strnad, M. (2005). *Vodnik po Presečišču 9*. DZS.

Štalec, I., Štalec, M., Strnad, M., Čibej, J. A. (2000). *Matematika 4, za 4. letnik tehniških šol in gimnazij*. DZS.



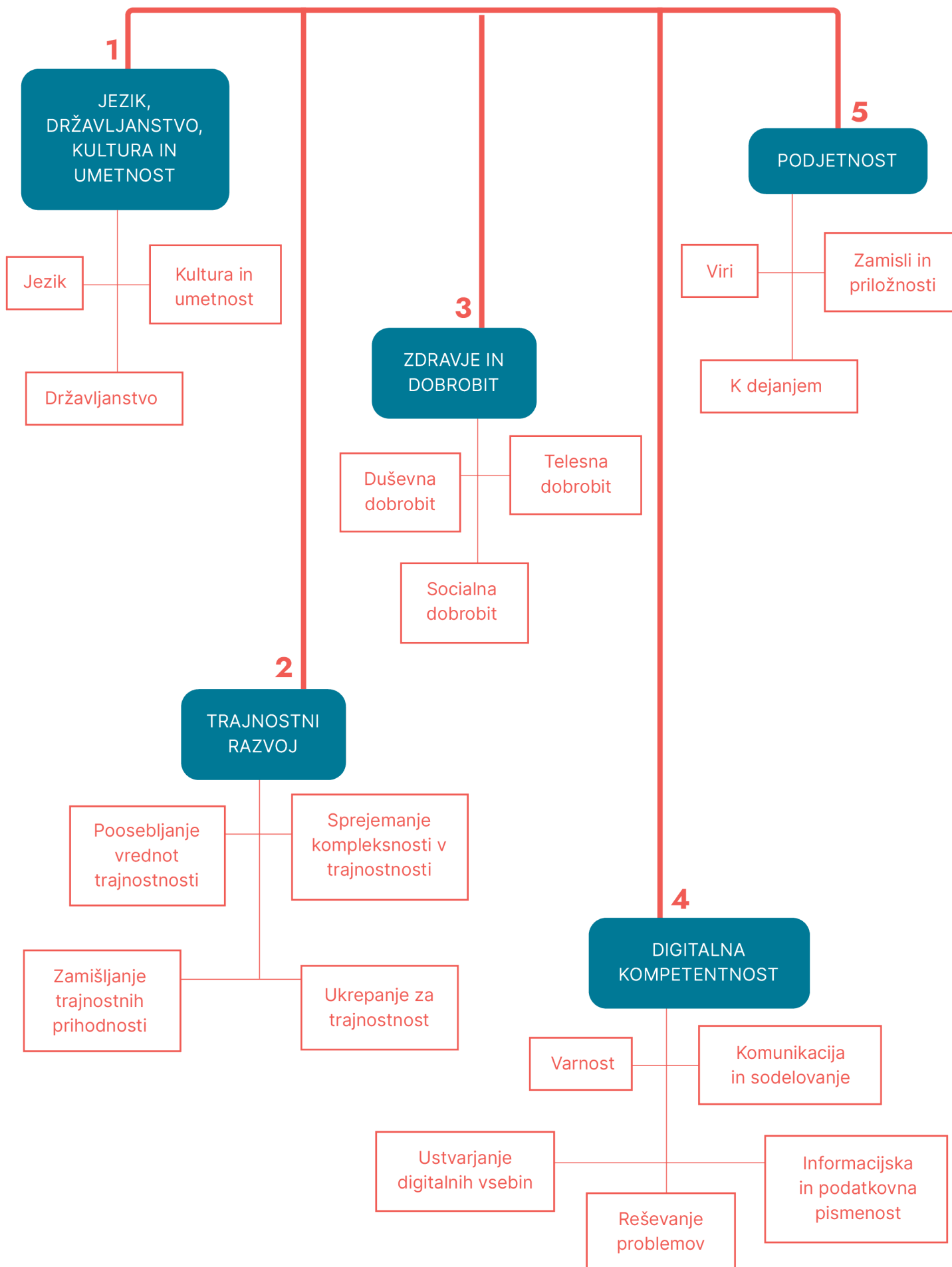
Vadnal, A. (1972). *Elementarni uvod v verjetnostni račun*. DZS.



PRILOGE



KLJUČNI CILJI PO PODROČJIH SKUPNIH CILJEV



1 /// JEZIK, DRŽAVLJANSTVO, KULTURA IN UMETNOST



SKUPNI CILJI IN NJIHOVO UMEŠČANJE V UČNE NAČRTE TER KATALOGE ZNANJ

POVZETO PO PUBLIKACIJI WWW.ZRSS.SI/PDF/SKUPNI_CILJI.PDF

1.1 JEZIK

1.1.1 Strokovna besedila	1.1.1.1 Pri posameznih predmetih razvija zmožnost izražanja v različnih besedilnih vrstah (referat, plakat, povzetek, opis, pogovor itd.).
1.1.2 Strokovni jezik	1.1.2.1 Se zaveda, da je učenje vsebine posameznega predmeta hkrati tudi spoznavanje njegove strokovne terminologije; torej učenje jezika na ravni poimenovanj za posamezne pojme in na ravni logičnih povezav. 1.1.2.2 Se izraža z ustrezno terminologijo predmeta in skrbi za ustrezno govorno ter pisno raven svojega strokovnega jezika.
1.1.3 Univerzalni opis jezika kot sistema	(pri vseh predmetih:) 1.1.3.1 Se zaveda podobnosti ter razlik med jeziki in je na to pozoren tudi pri uporabi gradiv v tujih jezikih, pri uporabi prevajalnikov, velikih jezikovnih modelov, avtomatsko prevedenih spletnih strani itd. (pri vseh jezikovnih predmetih:) 1.1.3.2 Se zaveda, da različne jezike lahko opisujemo na podoben način; pri pouku tujih jezikov zato uporablja znanje, pridobljeno pri pouku učnega jezika, in obratno: zna primerjati jezike, ki se jih uči, in razpozna podobnosti ter razlike med njimi.
1.1.4 Razumevanje pomena branja	1.1.4.1 Pri vseh predmetih redno bere, izbira raznolika bralna gradiva, jih razume, poglobljeno analizira in kritično vrednoti.
1.1.5 Jezik in nenasilna komunikacija	1.1.5.1 Razvija lastne sporazumevalne zmožnosti skozi nenasilno komunikacijo.

1.2 DRŽAVLJANSTVO

1.2.1 Poznavanje in privzemanje človekovih pravic ter dolžnosti kot temeljnih vrednot in osnov državljanske etike	1.2.1.1 Pozna, razume in sprejema človekove pravice kot skupni evropski in ustavno določeni okvir skupnih vrednot ter etike. 1.2.1.2 Razume, da so človekove pravice univerzalne in nepogojene, da uveljavljajo vrednote svobode in enakosti. 1.2.1.3 Razume in sprejema, da je obstoj pravic pogojen s spoštovanjem individualne dolžnosti do enake pravice drugega. 1.2.1.4 Razume in sprejema, da je dolžnost do enake pravice drugega dolžnost zaradi dolžnosti (ne le pravica zaradi individualnega interesa). 1.2.1.5 Razume in sprejema človekove pravice in dolžnosti kot osnovno, vsem državljanom skupno etiko (moralo), ki uveljavlja vrednote spoštovanja človekovega dostojanstva, pravičnosti, resnice, zakona, lastnine, nediskriminacije in strpnosti.
1.2.2 Etična refleksija	1.2.2.1 Spozna, da obstajajo moralna vprašanja, pri katerih ni vnaprej danih od vseh sprejetih odgovorov. 1.2.2.2 Razvija občutljivost za moralna vprašanja ter sposobnost, da o njih razmišlja skupaj z drugimi.
1.2.3 Sodelovanje z drugimi v skupnosti in za skupnost	1.2.3.1 Z namenom uresničevanja skupnega dobrega sodeluje z drugimi ter podaja in uresničuje predloge, ki kakovostno spreminjajo skupnosti. 1.2.3.2 Prek lastnega delovanja ozavešča pomen skrbi za demokratično skupnost ter krepi zavedanje o pomenu pripadnosti skupnosti za lastnodobrobit in dobrobit drugih.
1.2.4 Aktivno državljanstvo in politična angažiranost	1.2.4.1 Ob zavedanju pozitivnega pomena politike kot skupnega reševanja izzivov in skrbi za dobrobit vseh, pa tudi iskanja kompromisov in preseganja konfliktov, pozna raznolike oblike demokratičnega političnega angažiranja in se vključuje v politične procese, ki vplivajo na življenja ljudi.
1.2.5 Znanje za kritično mišljenje, za aktivno državljansko držo	1.2.5.1 Uporabi znanja vsakega predmetnega področja za kritično in aktivno državljansko držo.

1.3 KULTURA IN UMETNOST

1.3.1 Sprejemanje, doživljanje in vrednotenje kulture in umetnosti	1.3.1.1 Intuitivno ali zavestno (individualno in v skupini) vzpostavlja odnos do kulture, umetnosti, umetniške izkušnje in procesov ustvarjanja ter ob tem prepozna lastna doživetja in se vživlja v izkušnjo drugega. itd.).
1.3.2 Raziskovanje in spoznavanje kulture ter umetnosti	1.3.2.1 Raziskuje in spozna kulturo, umetnost, umetniške zvrsti ter njihova izrazna sredstva v zgodovinskem in kulturnem kontekstu.
1.3.3 Izražanje v umetnosti in z umetnostjo	1.3.3.1 Je radoveden in raziskuje materiale in umetniške jezike, se z njimi izraža, razvija domišljijo ter pogloblja in širi znanje tudi na neumetniških področjih.
1.3.4 Uživanje v ustvarjalnem procesu ter dosežkih kulture in umetnosti	1.3.4.1 Uživa v ustvarjalnosti, se veseli lastnih dosežkov in dosežkov drugih. 1.3.4.2 V varnem, odprtem in spodbudnem učnem okolju svobodno izraža želje in udejanja ustvarjalne ideje.
1.3.5 Živi kulturo in umetnost	1.3.5.1 Živi kulturo in umetnost kot vrednoto v domačem in šolskem okolju ter prispeva k razvoju šole kot kulturnega središča in njenemu povezovanju s kulturnim in z družbenim okoljem.

2 /// TRAJNOSTNI RAZVOJ



SKUPNI CILJI IN NJIHOVO UMEŠČANJE V UČNE NAČRTE TER KATALOGE ZNANJ

POVZETO PO PUBLIKACIJI WWW.ZRSS.SI/PDF/SKUPNI_CILJI.PDF

2.1 POOSEBLJANJE VREDNOT TRAJNOSTNOSTI

2.1.1 Vrednotenje trajnostnosti	2.1.1.1 Kritično oceni povezanost lastnih vrednot in vrednot družbe s trajnostnostjo glede na svoje trenutne zmožnosti ter družben položaj.
2.1.2 Podpiranje pravičnosti	2.1.2.1 Pri svojem delovanju upošteva etična načela pravičnosti, enakopravnosti ter sočutja.
2.1.3 Promoviranje narave	2.1.3.1 Odgovoren odnos do naravnih sistemov gradi na razumevanju njihove kompleksnosti in razmerij med naravnimi ter družbenimi sistemi.

2.2 SPREJEMANJE KOMPLEKSNOSTI V TRAJNOSTNOSTI

2.2.1 Sistemsko mišljenje	2.2.1.1 K izbranemu problemu pristopa celostno, pri čemer upošteva povezanost okoljskega, gospodarskega in družbenega vidika. 2.2.1.2 Presoja kratkoročne in dolgoročne vplive delovanja posameznika in družbenih skupin v družbi, družbe na lokalni, regionalni, nacionalni ter globalni ravni.
2.2.2 Kritično mišljenje	2.2.2.1 Kritično presoja informacije, poglede in potrebe o trajnostnem razvoju z vidika naravnega okolja, živih bitij in družbe, pri čemer upošteva različne poglede, pogoje z osebnim, socialnim in kulturnim ozadjem.
2.2.3 Formuliranje problema	2.2.3.1 Pri opredelitvi problema upošteva značilnosti problema – (ne)jasnost, (ne)opredeljenost, (ne)določljivost problema – in lastnosti reševanja – (ne)definirane, (ne)sistemske rešitve – ter vpletenost deležnikov.

2.3 ZAMIŠLJANJE TRAJNOSTNIH PRIHODNOSTI

2.3.1 Pismenost za prihodnost	2.3.1.1 Na podlagi znanja, znanstvenih dognanj in vrednot trajnostnosti razume ter vrednoti možne, verjetne in želene trajnostne prihodnosti (scenarije). 2.3.1.2 Presoja dejanja, ki so potrebna za doseganje želene trajnostne prihodnosti.
2.3.2 Prilagodljivost	2.3.2.1 V prizadevanju za trajnostno prihodnost tvega in se kljub negotovostim prilagaja ter sprejema trajnostne odločitve za svoja dejanja.
2.3.3 Raziskovalno mišljenje	2.3.3.1 Pri načrtovanju in reševanju kompleksnih problemov/-atik trajnostnosti uporablja in povezuje znanja in metode različnih znanstvenih disciplin ter predlaga ustvarjalne in inovativne ideje in rešitve.

2.4 UKREPANJE ZA TRAJNOSTNOST

2.4.1 Politična angažiranost	2.4.1.1 Ob upoštevanju demokratičnih načel kritično vrednoti politike z vidika trajnostnosti ter sodeluje pri oblikovanju trajnostnih politik in prakse na lokalni, regionalni, nacionalni ter globalni ravni.
2.4.2 Kolektivno ukrepanje	2.4.2.1 Pri prizadevanju in ukrepanju za trajnostnost upošteva demokratična načela in aktivno ter angažirano (konstruktivno) sodeluje z drugimi.
2.4.3 Individualna iniciativa	2.4.3.1 Se zaveda lastnega potenciala in odgovornosti za trajnostno delovanje in ukrepanje na individualni, kolektivni ter politični ravni.



3.1 DUŠEVNA DOBROBIT

3.1.1 Samozavedanje	3.1.1.1 Zaznava in prepoznavna lastno doživljanje (telesne občutke, čustva, misli, vrednote, potrebe, želje) ter lastno vedenje. 3.1.1.2 Skozi izkušnje razume povezanost različnih vidikov lastnega doživljanja (telesni občutki, čustva, misli, vrednote, potrebe, želje) v specifičnih situacijah (npr. ob doživljanju uspeha in neuspeha v učnih in socialnih situacijah).
3.1.2 Samouravnavanje	3.1.2.1 Uravnava lastno doživljanje in vedenje (npr. v stresnih učnih in socialnih situacijah). 3.1.2.2 Razvija samozaupanje in samospoštovanje. 3.1.2.3 Se učinkovito spoprijema z negotovostjo in kompleksnostjo. 3.1.2.4 Učinkovito upravlja, organizira čas učenja in prosti čas.
3.1.3 Postavljanje ciljev	3.1.3.1 Prepoznavna lastne interese, lastnosti, močna in šibka področja ter v skladu z njimi načrtuje kratkoročne in dolgoročne cilje (vezane na duševno, telesno, socialno in učno področje). 3.1.3.2 Spremlja doseganje in spreminjanje načrtovanih ciljev. 3.1.3.3 Razvija zavzetost in vztrajnost ter krepi zmožnosti odložitve nagrade.
3.1.4 Prožen način razmišljanja	3.1.4.1 Razvija osebno prožnost, razvojno miselno naravnost, radovednost, optimizem in ustvarjalnost. 3.1.4.2 Učinkovito se spoprijema s problemskimi situacijami, ki zahtevajo proaktivno miselno naravnost.
3.1.5 Odgovornost in avtonomija	3.1.5.1 Krepi odgovornost, avtonomijo in skrbi za osebno integriteto.

3.2 TELESNA DOBROBIT

3.2.1 Gibanje in sedenje	3.2.1.1 Razume pomen vsakodnevnega gibanja za zdravje in dobro počutje. 3.2.1.2 Razvija pozitiven odnos do gibanja. 3.2.1.3 Vključuje se v različne gibalne dejavnosti, tudi tiste, ki razbremenijo naporen vsakdan. 3.2.1.4 Razume škodljivosti dolgotrajnega sedenja, razvija navade za prekinitev in zmanjšanje sedenja.
3.2.2 Prehrana in prehranjevanje	3.2.2.1 Razume pomen uravnotežene prehrane. 3.2.2.2 Razvija navade zdravega prehranjevanja. 3.2.2.3 Oblikuje pozitiven odnos do hrane in prehranjevanja.
3.2.3 Sprostitev in počitek	3.2.3.1 Razume pomen počitka in sprostitve po miselnem ali telesnem naporu. 3.2.3.2 Spozna različne tehnike sproščanja in uporablja tiste, ki mu najbolj koristijo. 3.2.3.3 Razume pomen dobrih spalnih navad za učinkovito telesno in miselno delovanje ter ravnanje.
3.2.4 Varnost	3.2.4.1 Spozna različne zaščitne ukrepe za ohranjanje zdravja. 3.2.4.2 Ravna varno in odgovorno, pri čemer skrbi za ohranjanje zdravja sebe in drugih.
3.2.5 Preventiva pred različnimi oblikami zasvojenosti	3.2.5.1 Usvaja znanje o oblikah in stopnjah zasvojenosti ter o strategijah, kako se jim izogniti oz. jih preprečiti z zdravim življenjskim slogom.

3.3 SOCIALNA DOBROBIT

3.3.1 Socialno zavedanje in zavedanje raznolikosti	3.3.1.1 Ozavešča lastno doživljanje in vedenje v odnosih z drugimi. 3.3.1.2 Zaveda se in prepoznavna raznolikosti v ožjem (oddelek, vrstniki, družina) in širšem okolju (šola, lokalna skupnost, družba).
3.3.2 Komunikacijske spretnosti	3.3.2.1 Razvija spretnosti aktivnega poslušanja, asertivne komunikacije, izražanja interesa in skrbi za druge.
3.3.3 Sodelovanje in reševanje konfliktov	3.3.3.1 Konstruktivno sodeluje v različnih vrstah odnosov na različnih področjih. 3.3.3.2 Krepi sodelovalne veščine, spretnosti vzpostavljanja in vzdrževanja kakovostnih odnosov v oddelku, družini, šoli, širši skupnosti, temelječih na spoštljivem in asertivnem komuniciranju ter enakopravnosti.
3.3.4 Empatija	3.3.4.1 Krepi zmožnosti razumevanja in prevzemanja perspektive drugega. 3.3.4.2 Prepoznavna meje med doživljanjem sebe in drugega. 3.3.4.3 Uravnava lastno vedenje v odnosih, upoštevajoč več perspektiv hkrati.
3.3.5 Prosocialno vedenje	3.3.5.1 Krepi prepoznavanje in zavedanje potrebe po nudenju pomoči drugim. 3.3.5.2 Prepoznavna lastne potrebe po pomoči in strategije iskanja pomoči. 3.3.5.3 Krepi družbeno odgovornost.

4 /// DIGITALNA KOMPETENTNOST



SKUPNI CILJI IN NJIHOVO UMEŠČANJE V UČNE NAČRTE TER KATALOGE ZNANJ

POVZETO PO PUBLIKACIJI WWW.ZRSS.SI/PDF/SKUPNI_CILJI.PDF

4.1 INFORMACIJSKA IN PODATKOVNA PISMENOST

4.1.1 Brskanje, iskanje in filtriranje podatkov, informacij ter digitalnih vsebin	4.1.1.1 Izraža informacijske potrebe, išče podatke, informacije in vsebine v digitalnih okoljih ter izboljšuje osebne strategije iskanja.
4.1.2 Vrednotenje podatkov, informacij in digitalnih vsebin	4.1.2.1 Analizira, primerja in kritično vrednoti verodostojnost in zanesljivost podatkov, informacij in digitalnih vsebin.
4.1.3 Upravljanje podatkov, informacij in digitalnih vsebin	4.1.3.1 Podatke zbira, obdeluje, prikazuje in shranjuje na najustreznejša mesta (trdi disk, oblak, USB itd.) tako, da jih zna kasneje tudi najti.

4.2 KOMUNIKACIJA IN SODELOVANJE

4.2.1 Interakcija z uporabo digitalnih tehnologij	4.2.1.1 Sporazumeva se z uporabo različnih digitalnih tehnologij in razume ustrezna sredstva komunikacije v danih okoliščinah.
4.2.2 Deljenje z uporabo digitalnih tehnologij	4.2.2.1 Deli podatke, informacije in digitalne vsebine z drugimi z uporabo ustreznih digitalnih tehnologij. Deluje v vlogi posrednika in je seznanjen s praksami navajanja virov ter avtorstva.
4.2.3 Državljsko udejstvovanje z uporabo digitalnih tehnologij	4.2.3.1 Išče in uporablja portale za udejstvovanje v družbi. Poišče skupine, ki zastopajo njegove interese, s pomočjo katerih lahko aktivno daje predloge za spremembe.
4.2.4 Sodelovanje z uporabo digitalnih tehnologij	4.2.4.1 Z digitalnimi orodji soustvarja skupno vsebino in se zavzema za krepitev sodelovanja med člani.
4.2.5 Spletni bonton	4.2.5.1 Pri uporabi digitalnih tehnologij in omrežij prilagaja svoje vedenje pričakovanjem ter pravilom, ki veljajo v določeni skupini.
4.2.6 Upravljanje digitalne identitete	4.2.6.1 Ustvari eno ali več digitalnih identitet in z njimi upravlja, skrbi za varovanje lastnega ugleda ter za ravnanje s podatki, ki nastanejo z uporabo številnih digitalnih orodij in storitev v različnih digitalnih okoljih.

4.3 USTVARJANJE DIGITALNIH VSEBIN

4.3.1 Razvoj digitalnih vsebin	4.3.1.1 Ustvarja in ureja digitalne vsebine v različnih formatih.
4.3.2 Umeščanje in poustvarjanje digitalnih vsebin	4.3.2.1 Digitalne vsebine obogati z dodajanjem slik, glasbe, videoposnetkov, vizualnih efektov idr.
4.3.3 Avtorske pravice in licence	4.3.3.1 Pozna licence in avtorske pravice. Spoštuje pravice avtorjev in jih ustrezno citira.
4.3.4 Programiranje	4.3.4.1 Zna ustvariti algoritem za rešitev enostavnega problema. Zna odpraviti preproste napake v programu.

4.4 VARNOST

4.4.1 Varovanje naprav	4.4.1.1 Deluje samozaščitno; svoje naprave zaščiti z ustreznimi gesli, programsko opremo in varnim ravnanjem, jih ne pušča brez nadzora v javnih prostorih idr.
4.4.2 Varovanje osebnih podatkov in zasebnosti	4.4.2.1 Varuje osebne podatke in podatke drugih ter prepozna zaupanja vredne ponudnike digitalnih storitev.
4.4.3 Varovanje zdravja in dobrobiti	4.4.3.1 Digitalno tehnologijo uporablja uravnoteženo, skrbi za dobro telesno in duševno dobrobit ter se izogiba negativnim vplivom digitalnih medijev.
4.4.4 Varovanje okolja	4.4.4.1 Zaveda se vplivov digitalnih tehnologij in njihove uporabe na okolje.

4.5 REŠEVANJE PROBLEMOV

4.5.1 Reševanje tehničnih težav	4.5.1.1 Prepozna tehnične težave pri delu z napravami ali digitalnimi okolji ter jih rešuje.
4.5.2 Prepoznavanje potreb in opredelitev tehnoloških odzivov	4.5.2.1 Prepozna in ocenjuje potrebe, izbira ter uporablja digitalna orodja in jih prilagaja lastnim potrebam.
4.5.3 Ustvarjalna uporaba digitalne tehnologije	4.5.3.1 S pomočjo digitalne tehnologije ustvarja rešitve in novosti v postopkih ter izdelkih.
4.5.4 Prepoznavanje vrzeli v digitalnih kompetencah	4.5.4.1 Prepozna vrzeli v svojih digitalnih kompetencah, jih po potrebi izboljšuje in dopolnjuje ter pri tem podpira tudi druge.

**5.1 ZAMISLI IN PRILOŽNOSTI**

5.1.1 Odkrivanje priložnosti	5.1.1.1 Prepoznavava avtentične izzive kot priložnosti za ustvarjanje vrednost zase in za druge.
5.1.2 Ustvarjalnost in inovativnost	5.1.2.1 Pri reševanju izzivov na ustvarjalen način uporablja znanje in izkušnje za ustvarjanju boljših rešitev. 5.1.2.2 Pripravi nabor možnih rešitev izziva, pri čemer stremi k oblikovanju vrednosti za druge.
5.1.3 Vizija	5.1.3.1 Oblikuje vizijo prihodnosti, ki vključuje odgovore na vprašanja, kaj namerava početi v prihodnosti, kakšen želi postati in kakšno skupnost želi sooblikovati.
5.1.4 Vrednotenje zamisli	5.1.4.1 Vrednoti rešitve ob upoštevanju kriterijev po načelu ustvarjanja dobrobiti za druge in izbere ustrezno rešitev.
5.1.5 Etično in trajnostno razmišljanje	5.1.5.1 Prepozna in ovrednoti vpliv svojih odločitev ter ravnanj na skupnost in okolje.

5.2 VIRI

5.2.1 Samozavedanje in samoučinkovitost	5.2.1.1 Prepozna svoje želje, močna in šibka področja ter zaupa, da lahko pozitivno vpliva na ljudi in situacije.
5.2.2 Motiviranost in vztrajnost	5.2.2.1 Je pozitivno naravnani, samozavesten in osredotočen na proces reševanja izziva. 5.2.2.2 Vztraja pri opravljanju kompleksnejših nalog.
5.2.3 Vključevanje virov	5.2.3.1 Pridobi podatke in sredstva (materialna, nematerialna in digitalna), potrebne za prehod od zamisli k dejanjem, s katerimi odgovorno in učinkovito upravlja, pri čemer upošteva učinkovito izrabo lastnega časa in finančnih sredstev.
5.2.4 Vključevanje človeških virov	5.2.4.1 Spodbuja in motivira druge pri reševanju skupnih nalog. 5.2.4.2 Poišče ustrezno pomoč posameznika (npr. vrstnika, učitelja, strokovnjak itd.) ali strokovne skupnosti. 5.2.4.3 Razvije spretnosti za učinkovito komunikacijo, pogajanje, vodenje, ki so potrebne za doseganje rezultatov.
5.2.5 Finančna pismenost	5.2.5.1 V različnih življenjskih situacijah prepozna in rešuje finančne izzive (viri finančnih sredstev, skrb za denar, poslovanje npr. z banko, zavarovalnico ter drugimi finančnimi institucijami, ocena potrebnih sredstev, tveganj in odločitev o zadolževanju ter naložbi, varčevanju). 5.2.5.2 Sprejema odgovorne finančne odločitve za doseganje blaginje (osebne in za skupnost). 5.2.5.3 Pridobiva ustrezno znanje na področju finančne pismenosti za kakovostno vsakdanje in poklicno življenje.

5.3 K DEJANJEM

5.3.1 Prevzemanje pobude	5.3.1.1 Spodbuja in sodeluje pri reševanju izzivov, pri čemer prevzema individualno in skupinsko odgovornost.
5.3.2 Načrtovanje in upravljanje	5.3.2.1 V procesu reševanja problemov si zastavlja kratkoročne, srednjeročne in dolgoročne cilje, opredeli prednostne naloge in pripravi načrt. 5.3.2.2 Prilagaja se nepredvidnim spremembam.
5.3.3 Obvladovanje negotovosti, dvoumnosti in tveganja	5.3.3.1 Na nepredvidene situacije se odziva s pozitivno naravnanoostjo in ciljem, da jih uspešno razreši. 5.3.3.2 Pri odločitvah primerja in analizira različne informacije, da zmanjša negotovost, dvoumnost in tveganja.
5.3.4 Sodelovanje	5.3.4.1 Sodeluje z različnimi posamezniki ali skupinami. 5.3.4.2 Morebitne spore rešuje na konstruktiven način in po potrebi sklepa kompromise.
5.3.5 Izkusveno učenje	5.3.5.1 Z reševanjem izzivov pridobiva nove izkušnje in jih upošteva pri sprejemanju nadaljnjih odločitev. 5.3.5.2 Presoja uspešnost doseganja zastavljenih ciljev in pri tem prepozna priložnosti za nadaljnje učenje. 5.3.5.3 Prepozna priložnosti za aktivno uporabo pridobljenega znanja v novih situacijah. 5.3.5.4 Povratne informacije uporabi za nadaljnji razvoj podjetnostne kompetence.