

MERJENJE PLOŠČINE GEOGRAFSKIH ENOT Z GEOGEBRO: PRIMER ŠALEŠKIH JEZER

Avtorica¹: Ana Ketiš, Osnovna šola Mihe Pintarja Toleda Velenje

¹ Mentor pri raziskovalni nalogi: Boštjan Ketiš, profesor fizike in matematike.



Geogebra je program dinamične geometrije. Šaleška jezera so jezera, ki so nastala kot posledica kopanja lignita pod njimi, zato so umetno nastala jezera. Namen raziskave je bil ugotoviti, ali je z Geogebro možno izmeriti ploščino Šaleških jezer, in to pridobljeno ploščino primerjati s podatki iz literature. Z raziskavo je dokazano, da je s pomočjo Geogebre možno izračunati ploščino Šaleških jezer. Pri merjenju ploščine Šaleških jezer v Geogebri je prišlo do manjših odstopanj glede na podatke iz literature. Z raziskavo je prikazan en način skupne uporabe matematike, geografije in informacijske tehnologije v praksi.

KLJUČNE BESEDE: Geogebra, Šaleška jezera, merjenje.

Zanimalo me je, ali je možno s pomočjo Geogebre izmeriti geografsko površino. Pobrskala sem po internetu in sem o tem našla nekaj člankov (Soare 2010, Sušec 2012). Ker so Šaleška jezera ena izmed znamenitosti Šaleške doline, sem se odločila, da raziščem, kako se meri ploščina Šaleških jezer s pomočjo Geogebre. Pri raziskavi sta bila cilja:

1. S pomočjo Geogebre izmeriti ploščino Šaleških jezer.
2. Ugotoviti, ali je rezultat ploščine Šaleških jezer, dobljen z Geogebro, primerljiv s podatki iz drugih virov.

Postavljeni hipotezi sta:

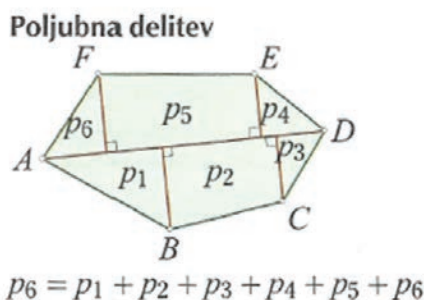
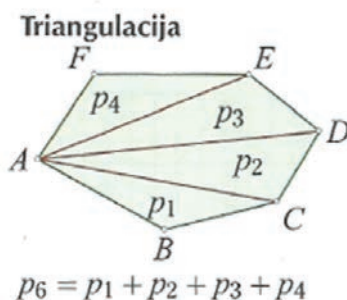
1. S pomočjo Geogebre je možno izmeriti ploščino Šaleških jezer.
2. Meritve Šaleških jezer v Geogebri so primerljive s podatki iz literature.

Ploščina mnogokotnika

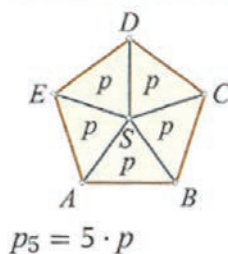
Ploščino poljubnega večkotnika lahko izračunamo na več različnih načinov (Slika 1). V osnovni šoli (Strnad 2013) sem spoznala, da je to mogoče narediti:

- s triangulacijo (delitev večkotnika na trikotnike iz enega oglišča),
- s poljubno delitvijo (delitev na poljubne like, ki jih znamo izračunati: trapez, trikotnik, kvadrat, pravokotnik ...),
- z delitvijo na značilne trikotnike (to lahko uporabimo le pri pravilnih večkotnikih).

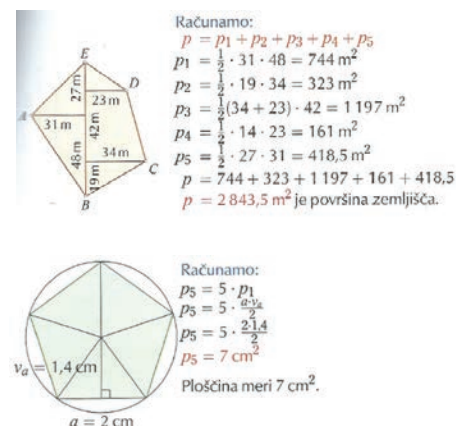
Slika 1: Prikaz primerov triangulacije, poljubne delitve in delitve na značilne trikotnike v petkotniku.



Delitev na značilne trikotnike



Slika 2 prikazuje, kako lahko matematično izračunamo ploščino izmišljenega primera in ploščino pravilnega petkotnika (Strnad 2013).



Slika 2: Primer izračuna površine zemljišča z delitvijo na poljubne like (zgoraj) in ploščina z značilnimi trikotniki (spodaj)

Kaj je Geogebra?

Geogebra je program dinamične geometrije, ki ga je kot magistrsko delo ustvaril Markus Hohenwarter.

S pomočjo le-tega lahko na ravnino postavljamo točke, vektorje, daljice, premice, mnogokotnike ... Omogoča tudi algebrski vnos točk, enačb, daljic (Vir 1). Pozneje je program nadgradil s pomočjo sodelavcev. Trenutno mu pri razvijanju programa pomaga mednarodni tim programerjev. Program je namenjen predvsem podpori učenja in poučevanja geometrije v šoli. Učitelji lahko ta program uporabljajo kot orodje za pripravo e-gra-

div ali učnih delovnih listov. Učenci, dijaki in študenti po ga po drugi strani uporabljajo na raziskovalni ravni. Program je dosegljiv v več kot 50 jezikih, tudi v slovenščini, zato ga uporabljajo uporabniki po celem svetu. Na osebni računalnik si ga lahko prenesemo brezplačno preko spletne strani (Vir 1).

Šaleška jezera

Šaleška jezera (Škalsko, Velenjsko, Družmirsko) so jezera, ki so nastala kot posledica kopanja lignita pod njimi, zato so umetno nastala jezera. Med Slovenci so skoraj neznana, kljub svoji razsežnosti in lastnostim. (Vir 2) So mlada, saj so v povprečju nastala med drugo svetovno vojno, so pa zagotovo najzanimivejši pojav v Šaleški dolini (Štrbenk 2004). S svojo skupno površino več kot 200 ha se uvrščajo med največja jezera Slovenije (Vir 3). Poznamo tri Šaleška jezera: Velenjsko jezero, Škalsko jezero in Šoštanjnsko ali Družmirsko jezero.

Škalsko jezero

Škalsko jezero je nastalo v zgornjem delu spodnjega toka Lepene in je najstarejše ter najmanjše izmed treh jezer (Slika 3). Nastajati je začelo že pred drugo svetovno vojno. Takoj po drugi svetovni vojni je merilo malo več kot 5 ha, danes pa meri skoraj 17 ha. Kotanja je globoka dobrih 20 m, kar je precej plitvejše od ostalih dveh jezer. V Škalsko jezero letno priteče okoli 5,4 milijona l vode (Vir 4). Lignit so pod njim že nehali izkopavati, zato je bolj kot ne dokončno izoblikovano. Na njem je dovoljen ribolov (Štrbenk 1999).



Slika 3: Škalsko jezero

Velenjsko jezero

Je največje jezero v Šaleški dolini in med večjimi v Sloveniji (Slika 4). Nahaja se vzhodno od Škalskega jezera. Globoko je 55 m. Breg je slabo razčlenjen, zato je jezero skoraj pravilne kvadratne oblike. V jezero letno priteče približno 11 milijonov m³ (Vir 2). Na Velenjskem jezeru je možno čolnariti, jadrati in surfati, postavili pa so tudi napihljiva igrala za mlade (Vir 4). Na jugovzhodni strani kotanje Velenjskega jezera je bil manjši pregrajeni del, ki se je imenoval Turistično jezero. Na tem mestu je bilo jezero že pred drugo svetovno vojno, vendar je del Velenjskega jezera postalo šele leta 1975. Bilo je najmanjše jezero v Šaleški dolini. Ker je bilo Velenjsko jezero onesnaženo in neprimerno za kopanje so ju konec osemdesetih ločili z nasipom. Turistično jezero pa je danes izsušeno (Štrbenk 2004).



Slika 4: Velenjsko jezero

Družmirsko ali Šoštanjnsko jezero

Je najmlajše in najnižje ugreznjeno izmed treh jezer (Slika 5). Nastajati je začelo leta 1975 (Štrbenk 1999, Štrbenk 2004). Ime je dobilo po vasi Družmirje, ki jo je zalilo. Z 69,2 m globine je najgloblje med Šaleškimi jezери in v Sloveniji ter je celo globlje od slovenskega dela Jadranskega morja. Ima dve kotanji. Zahodna je manjša in plitvejša od večje, osrednje kotanje. Bregovi so malo bolj razčlenjeni kot pri Velenjskem jezeru. Leta 2005 je obsegalo več kot 63 ha in vsebovalo skoraj 15,3 milijonov m³ vode.

Družmirsko jezero se bo še povečalo, saj naj bi po rudarskih načrtih leta

2020 obsegalo 170 ha površine. Takrat bo največje po površini in količini vode.



Slika 5: Družmirsko jezero

Prostorski informacijski sistem občin

Prostorski informacijski sistem občin (PISO) je najbolj uveljavljena geoinformacijska storitev za občine v Sloveniji. Zaposlenim na občini, občanom in podjetjem omogoča vpogled v državne in občinske prostorske evidence (Vir 6).

Javni dostop do storitev PISO vsebuje prostorske evidence, ki so dostopne vsem in predstavljajo vir informacij. Občine želijo z dostopom omogočiti lažje delo svojim občinskim službam pri izdajanju potrdil za občane in podjetja.

Osnovna funkcija PISO obsega:

- grafični prikaz vsebin za geografsko območje občine;
- iskanje in prikaz pojavov v prostoru;
- priprava poročil in kartografskih vsebin za izpis s tiskalnikom;
- dodajanje zaznamkov;
- možnost shranjevanja trenutnega pogleda in označene lokacije (pošiljanje po elektronski pošti);
- možnost povezovanja grafičnih pojavov in drugih virov ali evidenc (odlok prostorskega akta, fotografije, spletni registri ...).

MATERIALI IN METODE

Moje delo v sklopu raziskave je potekalo, kot opisujem v nadaljevanju. V Geogebro sem najprej vstavila sliko iz Google maps (Vir 5), nato sem z gumbom vstavila kvadrat (funkci-

ja pravilni večkotnik) z dolžino 0,8 enote, kar predstavlja 200 m v naravi (grafično merilo). Iz tega sledi, da kvadrat predstavlja ploščino 0,64 kvadratne enote, kar pa pomeni, da v naravi kvadrat prikazuje ploščino 40000 m². Potem sem z gumbom mnogokotnik določila točke, ki so se sproti povezale v nepravilni večkotnik in dobila sem ploščino večkotnika.

Ploščino jezera sem izračunala po (1) tako, da sem ploščino večkotnika (p_1), odčitane v Geogebri, delila s ploščino enotskega kvadrata (p_2) odčitane v Geogebri.

$$p = \frac{p_1}{p_2} \cdot p_e \quad (1)$$

Enotski kvadrat (p_e) je v naravi predstavljal stranico 200 m, torej sem razmerje ploščin večkotnikov pomnožila z 200².

To sem ponovila še na drugih dveh jezerih.

Podatke o jezerih sem pridobila tudi s prostorskim informacijskim sistemom občin (PISO). Merjenje sem opravila tako, da sem na spletni strani PISO vstopila v prostorski informacijski sistem mestne občine Velenje in z gumbom meritev (desna stran, zadnja funkcija spodaj) določila točke na robu jezer, ki so se povezale v večkotnik, ploščina pa se je avtomatično izračunala.

V Geogebri sem uporabila zemljevid iz Google maps, v PISO pa sem upo-

rabila zemljevid, ki je že v sklopu z pogledom na osnovno karto.

Podatke sem primerjala s podatki iz članka o Šaleških jezerih, objavljenega v Geografskem obzorniku (Štrbenk, 2004), in mojimi podatki, pridobljenimi z Geogebro.

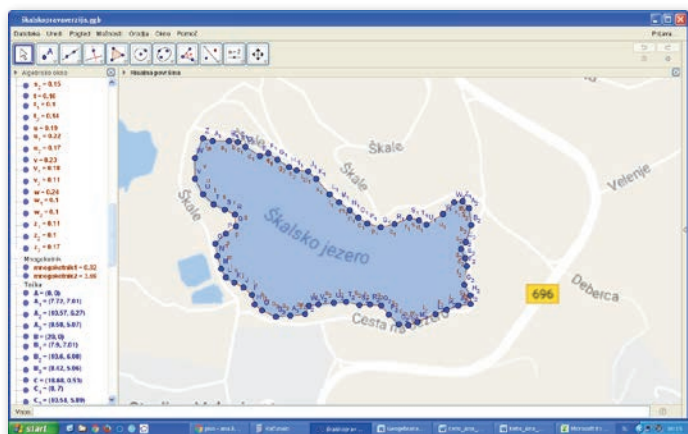
REZULTATI

Škalsko jezero

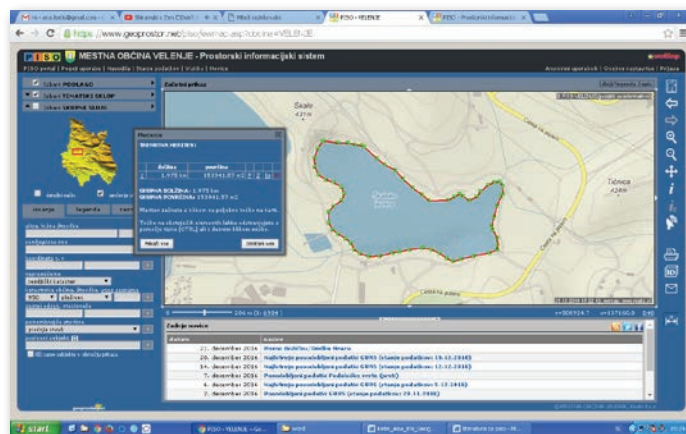
Pri merjenju ploščine Škalskega jezera (p_s) s pomočjo Geogebre sem dobila rezultat 160434 m². V (1) sem vstavila podatke in dobila (2).

$$p_s = \frac{p_1}{p_2} \cdot p_e = \frac{3,69}{0,92} \cdot 40000 = 160434 \text{ m}^2 \quad (2)$$

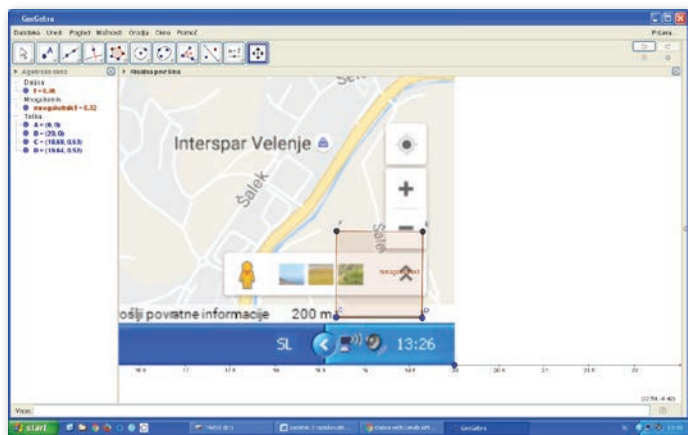
To sem dobila tako, da sem 3,69 (Slika 6) delila z 0,92 (Slika 7) in dobila 4,01. To število sem pomnožila s kva-



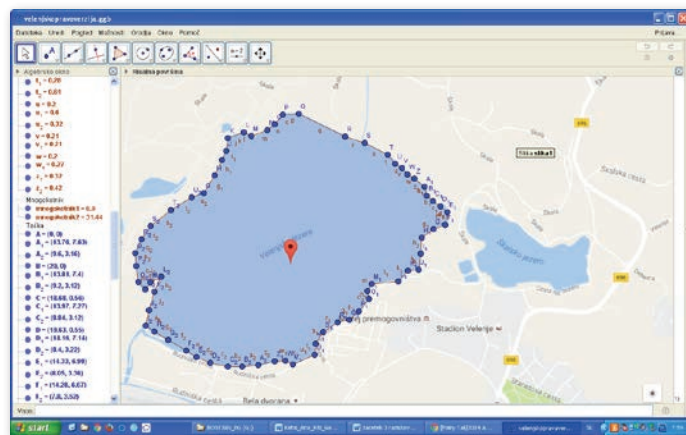
Slika 6: Posnetek zaslona, na katerem je večkotnik, ki obrobja Škalsko jezero v Geogebri.



Slika 8: Na posnetku zaslona je večkotnik, ki obrobja Škalsko jezero na PISO.



Slika 7: Na posnetku zaslona je slika, ki predstavlja enotski kvadrat za Škalsko jezero.



Slika 9: Na posnetku zaslona je prikazan večkotnik, ki obrobja Velenjsko jezero v Geogebri.

dratom števila 200 m, kar predstavlja 40000 m² v naravi.

Pri merjenju Škalskega jezera v programu PISO sem dobila 153941,57 m² (Slika 8).

Velenjsko jezero

S pomočjo Geogebra sem izračunala tudi ploščino Velenjskega jezera (p_v). Dobila sem 1397333 m². V (1) sem vstavila podatke in dobila (3).

$$p_v = \frac{p_1}{p_2} \cdot p_e = \frac{31,44}{0,9} \cdot 40000 = 1397333 \text{ m}^2 \quad (3)$$

To sem izračunala tako, da sem 31,44 (Slika 9) delila z 0,9 (Slika 10). Rezultat sem pomnožila s številom 40000.

Pri merjenju Velenjskega jezera sem dobila 1350000 m² (Slika 11).

Družmirsko jezero

Ploščina Družmirskega jezera (p_d) je 605127 m². To sem izračunala po (1) in dobila (4).

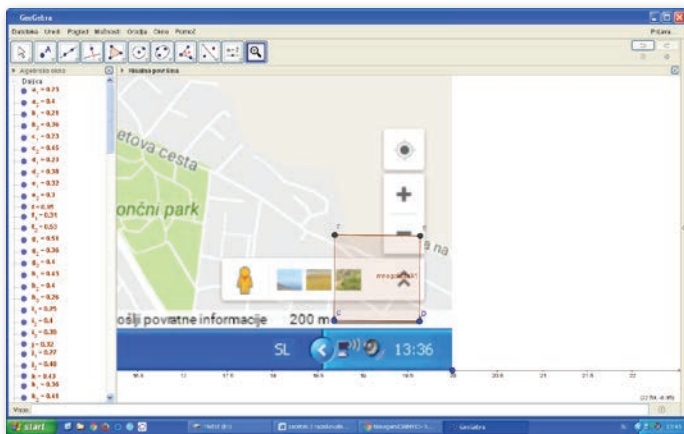
$$p_d = \frac{p_1}{p_2} \cdot p_e = \frac{13,89}{0,92} \cdot 40000 = 605127 \text{ m}^2 \quad (4)$$

Kot prikazuje zgornja enačba, sem ploščino Družmirskega jezera izračunala tako, da sem 13,89 (Slika 12) delila z 0,92 (Slika 13). Rezultat sem množila z 200² in dobila 605127 m².

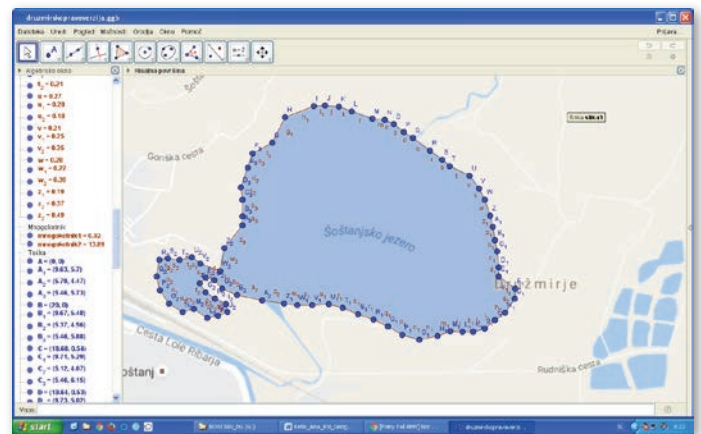
Pri merjenju ploščine Družmirskega jezera sem dobila ploščino 465157 m².

Tabela 1: Primerjava ploščin Šaleških jezer s programom Geogebra, PISO in literaturo.

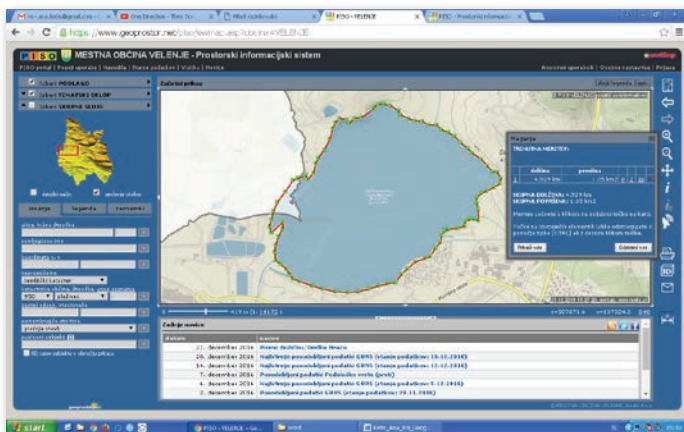
Jezero	Geogebra	PISO	2015
Škalsko	16 ha	15 ha	17 ha
Velenjsko	139 ha	135 ha	135 ha
Družmirsko	60 ha	46 ha	70 ha



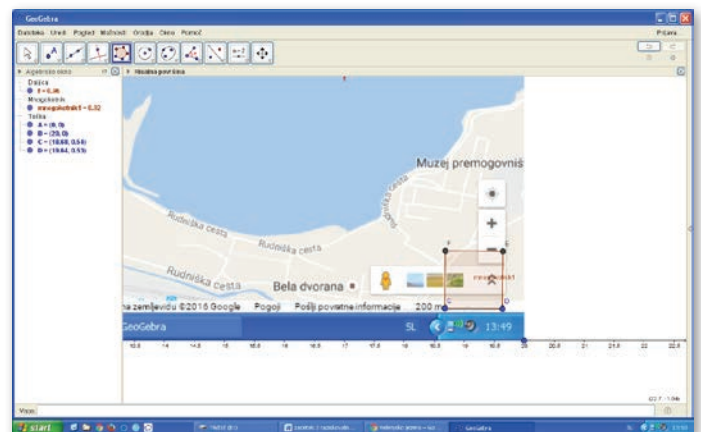
Slika 10: Na posnetku zaslona je slika enotskega kvadrata za Velenjsko jezero.



Slika 12: Na posnetku zaslona je večkotnik, ki obroblja Družmirsko jezero v Geogebra.



Slika 11: Na posnetku zaslona je slika večkotnika, ki obroblja Velenjsko jezero na PISO.



Slika 13: Na posnetku zaslona je slika enotskega kvadrata za Družmirsko jezero.

RAZPRAVA

V svoji raziskavi sem ugotovila, da s pomočjo Geogebre izmerjena ploščina Šaleških jezer pomembno ne odstopa od podatkov iz literature (Remec Rekar 2016).

Meritve, ki sem jih izmerila v Geogebri pri Škalskem jezeru so od podatkov iz literature odstopale za 1 ha, pri PISO pa za 2 ha (Tabela 1).

Pri merjenju Velenjskega jezera v programu PISO meritve niso odstopale, vendar so odstopale pri merjenju v programu Geogebra, kjer so meritve odstopale za 4 ha (Tabela 1).

Največja odstopanja pa so se pojavila pri merjenju Družmirskega jezera, saj so meritve v Geogebri v primerjavi z literaturo odstopale za 10 ha. V programu PISO pa se je pojavilo največje odstopanje v primerjavi z literaturo (Remec Rekar 2016), saj so meritve odstopale za 24 ha (Tabela 1).

Menim, da je odstopanj prišlo, ker nisem bila natančna pri postavljanju točk na sliko Škalskega jezera v programih. Morda je do odstopanj prišlo tudi zato, ker sem uporabila dva različna zemljevida, saj sem v Geogebri uporabila zemljevid iz Google maps, PISO pa je imel svoje zemljevide.

Z nalogo sem dosegla vse cilje in potrdila vse hipoteze. Prvo hipotezo lahko potrdim, ker z Geogebro je možno izmeriti ploščino Šaleških jezer, saj sem vzela sliko iz Google maps in na njej narisala večkotnik v obliki jezera in na podlagi razmerja ploščine večkotnika in enotskega kvadrata sem izračunala ploščino jezera v naravi. Drugo hipotezo lahko prav tako potrdim, saj so moje meritve primerljive z meritvami iz literature (Remec Rekar 2016). Zanimivo je, da je pri merjenju Družmirskega jezera v programu PISO prišlo do velikega odstopanja, čeprav sem meri-

tev opravila dvakrat, po drugi strani pa pri merjenju Velenjskega jezera ni prišlo do odstopanj (Tabela 1).

Slabost moje raziskave pa je, da je meritev lahko nenatančna, saj lahko pri postavljanju točk večkotnika na obale Šaleških jezer prihaja do napak. Slabost je tudi ta, da zemljevidov, ki jih uporablja Google, ne posodablajo redno, zato je možno, da sem uporabila starejši zemljevid. Lahko bi uporabila tudi zemljevid Agencije Republike Slovenije za okolje – Atlas okolja (Vir 7), s pomočjo katerega je prav tako možno določiti ploščino naravnih površin, saj program sam izračuna ploščino (podobno, kot program PISO). A odločila sem se za Google maps, saj le-ta ne nudi avtomatskega izračuna ploščine.

ZAKLJUČEK

Z Geogebro sem uspela izmeriti ploščino Šaleških jezer. Ko sem podatke primerjala s podatki iz literature, sem ugotovila, da so ploščine primerljive. S svojo raziskovalno nalogo sem prikazala en način skupne uporabe matematike, geografije in informacijske tehnologije (IT).

LITERATURA

Potočnik, Drago, Rošar, Janez, Lamot, Aleš, Vulić, Milivoj (2014) Tehnično opazovanje velikih objektov – geodetski monitoring velikih objektov in jezer v Pridobivalnem prostoru Premogovnika Velenje. *Gradbeni vestnik*, let. 63: str. 240–45.

Remec Rekar, Špela (2016) *Ocena stanja jezer v Sloveniji v letu 2015*. Ljubljana: Ministrstvo za okolje in prostor, Agencija Republike Slovenije za okolje, Urad za hidrologijo in stanje okolja, Sektor za kakovost voda.

Soare, Ionica, Antohe, Carmen (2010) Modeling the Geographical Studies with Geogebra-Software. *Annals Com-*

puter Science Series, št. 8: str. 173–180.

Strnad, Milena (2013) *Stičišče 8 – Matematični učbenik za 8. razred osnovne šole*. Ljubljana: Založba Jutro.

Sušec, Linda (2012) *Sanacija območja ugreznin na pregradi med Velenjskim in Šaleškim jezerom*. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Biotehniška fakulteta, Oddelek za krajinsko arhitekturo – diplomsko delo.

Šterbenk, Emil (1999) *Šaleška jezera*. Velenje: Erico, Pozoj.

Šterbenk, Emil, Ževart, Marija, Ramšak, Rudi (2004) Jezera, o katerih bomo še slišali. *Geografski obzornik*, let. 51 (št. 1): str. 4–11.

Vir 1: <https://www.geogebra.org/sl/Priro%C4%8Dnik> (Dostopno 5. 9. 2016).

Vir 2: <http://ciklon.si/stran/?p=14499> (Dostopno 10. 9. 2016).

Vir 3: http://www.slovenia.info/?naravne_znamenitosti_jame=7761&lng=1 (Dostopno 7. 9. 2016).

Vir 4: <http://www.velenje.si/za-obi-skovalce/naravna-in-kulturna-dediscina/jezera> (Dostopno 11. 9. 2016).

Vir 5: https://www.google.si/#q=dru%C5%BEmirsko+jezero&rflfq=1&rlha=0&tbs=lc&tbs=lf:1,lf_ui:1,lf_pqs:EAE (Dostopno 26. 12. 2016).

Vir 6: PISO spletni pregledovalnik. Uporabniška navodila, maj 2014. Ljubljana. Dostopno na http://www.geoprostor.net/PisoPortal/Data/Sites/1/_doc/navodila_pregledovalnik_2014_web.pdf, 27. 12. 2016.

Vir 7: <http://gis.arso.gov.si/atlasokolja/> (Dostopno 6. 4. 2017).