



Dr. Alenka Lipovec,  
Darja Antolin,  
Univerza v Mariboru,  
Pedagoška fakulteta

## Teorija praksi

# Ocenjevanje znanja pri pouku matematike

**Povzetek:** V prispevku predstavimo najbolj zastopane načine ocenjevanja znanja pri pouku matematike. Posebno pozornost posvetimo pisnemu ocenjevanju, pri čemer na primeru predstavimo načela in akcijski postopek nastajanja preizkusa znanja. Pri ustnem ocenjevanju predlagamo štiristopenjsko lestvico ocenjevanja konceptov, procedur in matematičnega sporočanja ter diagnostični intervju kot metodo točkovanja. Postopek ilustriramo na primeru. Bežno se dotaknemo avtentičnih oblik ocenjevanja, natančneje matematičnega dnevnika. **Ključne besede:** pouk matematike, ocenjevanje, diagnostični intervju, tipi znanja, reprezentacije. **Knowledge Assessment at Math Instructions. Abstract:** In the paper we present the most oft-represented ways of knowledge assessment in the instruction of mathematics. We dedicate special attention to written examinations, of which we present principles and the action process of the formation of an exam. For oral assessment we propose a four-point scale for the assessment of concepts, procedures and mathematical communication, and a diagnostic interview as a method of scoring. The process is illustrated on the example. We also vaguely dedicate our attention to the authentic forms of assessment, or more specifically to the mathematical journal. **Keywords:** instruction of mathematics, assessment, diagnostic interview, types of knowledge representations.

## Uvod

Ocenjevanju znanja pri matematiki je bilo v preteklih letih posvečeno mnogo pozornosti, zato je tudi literatura s tega področja bogata. Matematika spada med predmete, katerih znanje se je v preteklosti (in se bo morda tudi v prihodnosti) že na razredni stopnji vrednotilo tudi na nacionalnih preverjanjih znanja. Ta spadajo, poleg mednarodnih primerjalnih raziskav, kot sta TIMSS in PISA, med mehanizme za ugotavljanje kakovosti izobraževanja. Pregled rezultatov ob koncu drugega vzgojno-izobraževalnega obdobja kaže, da osrednjeslovenska regija, gorenjska in goriška regija dosegajo najvišje rezultate, pomurska in koroška regija pa imata najnižji povpreček v državi (Nacionalno preverjanje znanja, 2012). Predmetna komisija ugotavlja, da so rezultati nekoliko nad pričakovanimi, a izpostavi tudi, da učenci pri reševanju nalog najvišje taksnomoske ravni niso pokazali zanesljivega znanja. Naloge so sicer začeli reševati, vendar v nadaljevanju naloge, pri kateri je bilo zahtevano celovitejše znanje, niso bili uspešni. Naloge s področja števil so pozitivno izstopale v

uspešnosti reševanja, na nalogah iz poznavanja in razumevanja geometrijskih elementov pa so rezultati skromnejši. Kot najslabše reševana naloga se je izkazala naloga, ki je zahtevala, da učenci narišejo krožnico  $k(S, 3 \text{ cm})$  in tetivo  $AB$ , dolgo 4 cm ter dopolnijo poved: Najdaljšo tetivo krožnice imenujemo \_\_\_.

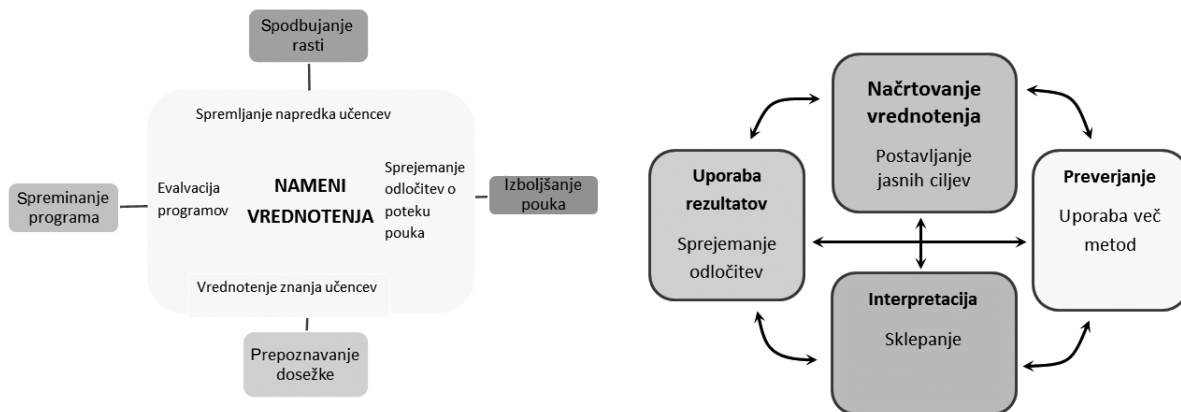
Vrednotenje znanja matematike je ciklični proces (Van de Walle, 2004) (slika 1).

V prispevku bomo na primerih ilustrirali največkrat uporabljane načine ocenjevanja. Predstavljeni postopki so le predlogi, vsak učitelj s svojim strokovnim znanjem oceni, ali so predlogi zanj uporabni in v kolikšni meri jih želi vključiti v svojo prakso.

## Pisno ocenjevanje znanja

Ocenjevanje znanja matematike s pisnimi preizkusi znanja je tradicionalno najbolj zastopano. Za matematiko velja, da je ocenjevanje objektivno in za učitelja manj zahtevno kot ocenjevanje pri drugih predmetih. Pri matematiki naj bi pisno ocenjevanje sledilo tem načelom: načelu ciljnega

Slika 1: Ciklični proces vrednotenja in njegov namen



načrtovanja, načelu tipov znanja, načelu reprezentacij in načelu standardov. V nadaljevanju bomo na kratko pojasnili vsakega izmed načel. *Načelo ciljnega načrtovanja* je splošno didaktično načelo, ki govori o ciklu načrtovanje – preverjanje – interpretacija – uporaba rezultatov. Učitelji ob preverjanju vrednotijo znanje učencev in svoje delo ter načrtujejo nadaljnje delo na podlagi te povratne informacije.

*Načelo tipov znanja* govori o uravnoteženi zastopnosti nalog različnih tipov znanja. Matematika za razliko od drugih predmetnih področij uporablja namesto Bloomove taksonomije prirejeno Gagnejevo taksonomijo oz. tipe znanja. Ločimo med deklarativnim, proceduralnim, konceptualnim in problemskim tipom znanja. Deklarativni tip znanja sestavlja znanje pojmov in dejstev brez razumevanja, mnogokrat gre za priklic nepovezanih dejstev (npr. poštevanke). Ko ta tip znanja primerjamo s poenostavljenim Bloomovim modelom (priklic, razumevanje, višji miselni procesi), ugotovimo, da gre za prvo stopnjo. Nekoliko višje (na Bloomovi stopnji razumevanja) najdemo dva tipa znanja: proceduralno in konceptualno. Proceduralno znanje sestavlja poznavanje in razumevanje postopkov (npr. računskih algoritmov) ter dogovorjenih terminov/simbolov (npr. zmanjševanec) in ga ločimo na rutinsko in kompleksno. Konceptualno znanje pa je relacijsko znanje, gre za razumevanje (tj. povezovanje) osnovnih konceptov, kot je npr. prepoznavanje pojma (npr. lik kot mejna ploskev telesa), predstave (npr. številske predstave – določiti odnose med števili, geometrijske predstave – kvadrat lahko razdelim na dva trikotnika), razume-

vanje terminologije (npr. *a*, *b* stranici), povezave pojmov (npr. razlika med večkratniki števila 2 in večkratniki števila 3), navajanje primerov (naštet geometrijska telesa, like, sedemkratnike ...). Na najvišji stopnji najdemo problemsko znanje, ki ga označuje pozitiven horizontalni in vertikalni transfer znanja. Učenec znanje, ki ga je pridobil v neki učni situaciji, uspešno uporabi v situaciji, v kateri mu ni znana pot reševanja problema. V preizkusu znanja naj bi nastopali vsi tipi znanja v približnem razmerju deklarativno : proceduralno : konceptualno : problemsko = 1 : 4 : 4 : 1, pri čemer se razmerje nanaša na število točk, ki jim je bil pripisan tip znanja.

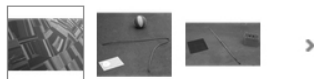
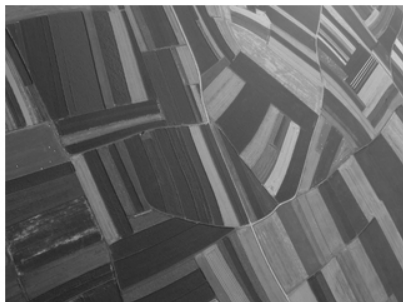
*Načelo reprezentacij* se osredini na pomembnost različnih predstavitev pojmov. Uporabljamo Brunerjeve reprezentacije, ki jih v grobem opisujemo kot konkretni, slikovni in simbolni nivo. Bruner je predlagal karakterizacijo različnih reprezentacij/predstavitev (npr. s sliko, simbolom, govorom, dejavnostjo, grafičnim prikazom) na enaktivne, ikonične in simbolne reprezentacije (Bruner, 1967). O enaktivni reprezentaciji govori, ko opazujemo reprezentacijo preteklega dogodka z namišljenimi ali dejanskimi motoričnimi odzivi. Reprezentacija lahko torej vsebuje dejanske motorične odzive (npr. delo s konkretnim materialom) ali pa le namišljene odzive na dogodek (npr. v življenjski kontekst vpete besedilne naloge). Ikonična reprezentacija omogoča povzemanje dogodkov s selektivno organizacijo in naknadno transformacijo dražljajev/podob. Pri selektivni organizaciji izluščimo iz prej omenjenega dogodka samo za matematiko pomembne značilnosti, ki jih nato



Slika 2: Enaktivna, ikonična in simbolna reprezentacija geometrijskih oblik (Vir: <http://eucbeniki.sio.si/test/iucbeniki/mat4/559/index.html>)

### TELO, LIK, ČRTA ALI TOČKA

Učenci so pripravili razredno razstavo fotografij. Nekatere med njimi je učiteljica po koncu razstave želela obdržati. Rekla je, da bi jih zelo rada uporabila za pouk matematike. Povedala je tudi, da na njih lahko prepoznamo različne geometrijske oblike. Učenci so se z njo strinjali, saj so že sami opazili, da je svet okoli nas zelo "matematičen".



Iz učilnice se sliši kriče,  
zdi se, da TELESA skačejo na LIKE.  
ČRTA glasno se krohoče,  
TOČKA ji uiti hoče.

Ko v učilnico pokuka Roza,  
od zmešnjave jo je groza.  
Zdaj še ti za zvezek sedi,  
v tej zmešnjavi red naredi.

### PONOVITEV

Postavi napis na barvo, s katero so narisane posamezne oblike.

Geometrijski liki		Geometrijska telesa
Točke		Črte

Geometrijske oblike že poznamo. V nadaljevanju bomo ponovili in dopolnili svoje znanje. Spomnili se bomo geometrijskih teles in likov, ponovili z nana dejstva o črtah in točkah.

običajno skozi sliko ponovno podamo. Z matematičnega stališča je npr. pri kupu jabolk običajno pomembno le, koliko jih je. Pri mlajših učencih seveda obstaja velika razlika med (realistično) fotografijo kupa jabolk in narisanimi krožci, ki ponazarjajo ta jabolka. Še posebno če jabolka (povsem nerealistično) razporedimo v vrstice po deset zaradi razvijanja mestnovrednostnega koncepta. Ikonična reprezentacija je torej smiselna šele, ko učenci že poznajo in razumejo enaktivno. Simbolna reprezentacija se nanaša na reprezentacijo (izpeljanih pojmov) v (umetnem) simbolnem svetu in bi npr. pri prej omenjenih jabolkih pomenila zapis s številko.

Slika 2, ki je povzeta po i-učbeniku za četrty razred, prikazuje enaktivno reprezentacijo pojmov telo, lik, črta in točka. Na seriji realističnih fotografij te pojme učenec opazuje in reflektira na konkretno dejavnost z njimi. Na desni strani vidimo ikonično reprezentacijo. Pri tej moramo opozoriti, da so dvodimenzionalni prikazi tridimenzionalnih geometrijskih teles v prvem VIO neprimerni, v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju pa učenci že prepoznajo sliko piramide, kvadra in krogle v tridimenzionalni različici.

Simbolna reprezentacija geometrijskih pojmov na razredni stopnji seveda ne vsebuje algebrskih opisov teles (npr. za kroglo  $x^2 + y^2 + z^2 \leq r^2$ ), temveč se zadovoljimo z besednim opisom telesa z eno krivo mejno ploskvijo, brez robov in oglišč, na katerem so vse točke enako oddaljene od središča. Bruner za razliko od Piageta meni, da lahko s primerno reprezentacijo, ki ne sme biti ne prelahka in ne pretežka, matematiko učimo na pošten način že zelo mlade učence. Poudarja pa, da resnično razumevanje dosežemo šele takrat, ko učenec učinkovito prehaja med reprezentacijami. *Načelo standardov* se nanaša na minimalne standarde, predpisane z učnim načrtom. V učnem načrtu za matematiko so opredeljeni standardi znanja po vzgojno-izobraževalnih obdobjih in minimalni standardi znanja po razredih. Minimalni standardi znanja opredeljujejo znanja, ki so potrebna za napredovanje v višji razred. Učenec, ki jih doseže, je ocenjen pozitivno. Minimalni standardi znanja prvega in drugega vzgojno-izobraževalnega obdobja so zapisani v stolpcih, ki niso ločeni s črto. To nakazuje, da je razred doseganja teh ciljev le okvirjen. V okviru ocenjevanja se posebej poudarja, da učenec, ki dosega minimalne

standarde, na (številčno) ocenjevanem preizkusu znanja prejme (najnižjo) pozitivno oceno. Standarde znanja, ki jih prav tako opredeljuje učni načrt, učenci dosegajo na različnih taksonomskih ravneh, kar pomeni, da učitelj avtonomno oceni »zahtevnejšo« in »temeljno« raven standardov. Priporočeno razmerje med minimalnimi, »temelnimi« in »zahtevnejšimi« standardi je 5 : 4 : 1. Števila se znova nanašajo na število točk, ki jim je pripisan določeni standard.

V nadaljevanju predstavljamo del preizkusa znanja za tretji razred, ki je bil pripravljen namensko za ta prispevek in v praksi še ni bil evalviran, ter na njem ilustriramo preizkus ustreznosti. Predstavljen je le del preizkusa. Glede na razporeditev snovi bi v realnih razmerah dodali še druge vsebine (npr. telesa in liki, obdelava podatkov, poštevanke), postopek pa bi bil enak. Pri dodajanju geometrijskih vsebin lažje dosežemo priporočilo o vsebnosti ikonične (slikovne) reprezentacije, podobno velja za obdelavo podatkov.

### 1. Zapišemo cilje

Ko izberemo sklop, zapišemo cilje in jim orientacijsko dopišemo tip znanja, reprezentacijo in standard. Pri predstavljenem preizkusu dosegamo cilje iz učnega načrta, in sicer:

- seštevajo in odštevajo v množici naravnih števil do 100 (tip znanja: proceduralni; reprezentacija: simbolna; standard: minimalni),
- poiščejo manjkajoči člen:  $a + \_ = b$ ,  $\_ + a = b$  v množici naravnih števil do 100 (tip znanja: konceptualni; reprezentacija: simbolna; standard: temeljni),
- uporabljajo računske operacije pri reševanju problemov (tip znanja: problemski; reprezentacija: enaktivna; standard: zahtevnejši).

Po pregledu opazimo, da nista zajeta deklarativni tip znanja in ikonična reprezentacija, ter se odločimo, da ju dodamo k prvemu in drugemu cilju. Seveda je nesmiselno trditi, da ob zapisovanju ciljev učitelj nima v mislih vsaj tipa naloge. Ko smo se odločili dodati deklarativni tip znanja k prvemu cilju, smo že razmišljali o nalogi 5, pri ikonični reprezentaciji drugega cilja pa o nalogi 2 (slika 3).

### 2. Izberemo naloge, ki jih kasneje dopolnjujemo in popravljamo

Naloge nastajajo skozi usklajevanje s cilji, tipi znanja, reprezentacijami in točkovanjem. Podajamo le tiste, ki so nato vstopile v preizkus s šolsko prakso. Naloge so predstavljene le orisno.

[1] Izračunaj.

$$24 + 48 = \square, 93 - 59 = \square, 67 + 23 = \square,$$

$$100 - 36 = \square, \square + 54 = 72, 63 - \square = 29,$$

$$\square - 3 = 9.$$

[2] Opiši sliko z enakostjo. Ugotovi, koliko je jabolok v košari, ki je označena z vprašajem. Slika, podobna sliki pri nalogi 2 (slika 3). Prikazuje tehniko, na desni slika košare z zapisom 17 in košara, na kateri je simbol ?, na levi košara in zapis 36.

[3] Matej je nabral 17, Andrej 28 in Tine 34 jabolok. Marko je nabral 17 jabolok manj kot Tine. Koliko jabolok so nabrali skupaj?

[4] V nedeljo smo kupili 53 jabolok, kar je 27 jabolok manj kot v ponedeljek. Koliko smo jih kupili v ponedeljek?

[5] Poimenuj števila v enakostih  $45 + 37 = 82$  in  $92 - 36 = 56$ .

[6] Zapiši besedilno nalogo z računom  $17 + 36 = 53$ .

### 3. Preverimo časovni okvir

Poprosimo kolegico iz drugega VIO, da reši naloge in pri tem spremlja svoj čas reševanja. Njen čas reševanja pomnožimo s štiri, če gre za prvi razred, ter s tri, če gre za ostale razrede na razredni stopnji. Preverimo, ali dobimo manj kot 40 minut, da se gibljemo v okvirih šolske ure in upoštevamo sposobnosti koncentracije učencev. V prvem razredu preizkus znanja naj ne bi trajal več kot 20 minut. Ocenili smo, da bi predstavljene naloge, ki so le del preizkusa znanja v tretjem razredu, učenci verjetno rešili v 20 minutah.

### 4. Izdelujemo mrežni diagram: naloge točkujemo, sproti preverjamo ustreznost in jih dopolnjujemo

Običajno se odločimo, da pomeni en račun (npr.  $38 + 59 = \square$  eno točko). V našem primeru nastopajo tudi enakosti z neznanim členom, ki so »težje« in bi jim zato radi dali več kot eno, vendar manj kot dve točki. Ker želimo ohraniti točkovanje z naravnimi števili, preprosto sklenemo, da je en račun vreden dve točki in ena



enakost z neznanim členom dve točki. K točkam pripisujemo, za kateri tip znanja gre in ali gre za točke na minimalnem standardu znanja. Minimalna standarda za ta sklop sta: sešteva in odšteva v množici naravnih števil do 100 ter poišče manjkajoči člen pri računih seštevanja in odštevanja v množici naravnih števil do 20. Predstavljeni način točkovanja prejšnjih nalog je le eden izmed mogočih, ni niti najboljši niti najslabši. Mogočih pa je seveda še mnogo več popolnoma regularnih načinov.

- [1] Računi: 8 točk (tip znanja: proceduralni, standard: minimalni). Enakosti z neznanim členom: 9 točk (tip znanja: konceptualni, standard: 6 temeljni, 3 minimalni). Skupaj: 17 točk.
- [2] Nastaviti enakost z neznanim členom: 1 točka (tip znanja: konceptualni, standard: temeljni). Poišče neznano število: 1 točka (tip znanja: konceptualni, standard: temeljni). Poda odgovor: 1 točka (tip znanja: konceptualni, standard: minimalni). Skupaj: 3 točke.
- [3] Nastavi račun(e): 2 točki (tip znanja: konceptualni, standard: zahtevnejši). Izračuna račun(e): 8 točk (proceduralne, minimalni). Poda odgovor: 1 točka (tip znanja: konceptualni, standard: minimalni). Skupaj: 11 točk.
- [4] Nastavi račun: 1 točka (tip znanja: problemski, standard: zahtevnejši). Izračuna račun: 1 točka (tip znanja: proceduralni, standard: minimalni). Poda odgovor: 1 točka (tip znanja: konceptualni, standard: minimalni). Skupaj: 3 točke.

- [5] Vsako poimenovanje 1 točka (tip znanja: deklarativno, standard: temeljni). Skupaj: 6 točk.
- [6] Ustrezno izbrana situacija za računsko operacijo: 1 točka (tip znanja: problemski, standard: temeljni). Številska smiselnost: 1 točka (tip znanja: konceptualni, standard: temeljni). Jezikovna smiselnost: 1 točka (tip znanja: konceptualni, standard: temeljni). Skupaj: 3 točke.

Med točkovanjem sproti dopolnjujemo mrežni diagram in smo pozorni na ustrezne deleže tipov znanja in standardov. Mrežni diagram pokaže (tabela 1), da smo s tem delom preizkusa lahko dokaj zadovoljni, kar se tiče uravnoveženosti tipov znanja. Odstotki pri standardih povedo, da bomo za oceno zadostno (2) zahtevali 23 točk in za oceno odlično (5) 40 točk. Ponovno opozorimo, da gre le za del preizkusa znanja in so zato točke in intervali le hipotetični. Interval med 23 in 40 točkami razdelimo enakomerno, po potrebi oceni dobro (3) dodelimo več točk. V našem primeru dobimo: 23–27 (2), 28–34 (3), 35–39 (4) in 40–43 (5) oz. z odstotki: do 53 % (1), do 65 % (2), do 81 % (3), do 90 % (4). Opazimo, da so merila pri vsakem preizkusu drugačna, saj so odvisna od vsebnosti točk pri minimalnem in zahtevnejšem standardu znanja.

#### 5. Preizkus ocenimo

Predstavljeni preizkus smo evalvirali pri učencih tretjega razreda, ki so ocenjevani preizkus znanja iz te snovi pisali dan prej. Poskrbljeno

Tabela 1: Mrežni diagram

Naloga	Tip znanja				Taksonomija standardov			Skupaj
	Dekl.	Proc.	Konc.	Probl.	Min.	Tem.	Zaht.	
1.		8	9		11	6		17
2.			3		1	2		3
3.		8	3		9		2	11
4.		1	1	1	2		1	3
5.	6					6		6
6.			2	1		2	1	3
<b>Skupaj</b>	<b>6</b> 14 %	<b>17</b> 40 %	<b>18</b> 41 %	<b>2</b> 5 %	<b>23</b> 54 %	<b>16</b> 37 %	<b>4</b> 9 %	<b>43</b>

je bilo za testne pogoje dela (omejitev možnosti goljufanja). Učenci se z avtoricama prej niso srečali, zato je bilo pričakovati, da način pouka in preverjanje rezultatov ne bosta usklajena. Kljub temu smo ocenili, da je evalvacija v realnih razmerah izjemno pomemben del in smo jo poskušali simulirati, kolikor je le bilo mogoče. Pri ocenjevanju smo posebej pozorni na to, katere točke učenec dobi, in ne na to, katere izgubi. Pri nalogi [2] smo pri ocenjevanju pozorni na to, da učenec lahko enakost z neznanim členom izrazi vsaj na dva načina:  $17 + \square = 28$  ali  $28 - \square = 17$ . Pri prvem načinu opisuje ravnovesje tehtnice, kot je na sliki, pri drugem načinu pa opisuje odzemanje košare, ki je označena z vprašajem na levi in desni strani. Učenec lahko odgovor poda ali s povedjo ali pa npr. z vpisovanjem rezultata 11 na ustrezno mesto. Nalogo [3] lahko učenec reši na več načinov, npr. z enim računom ali več računi. Na točkovanje to ne sme vplivati. Lahko se zgodi, da učenec napak izračuna število jabolk, ki jih nabere Marko  $34 - 18 = 16$ , ter to (napačno) razliko nato uporabi pri končnem računu  $17 + 28 + 34 + 16 = 95$ . Na podlagi te vsote poda odgovor: *Skupaj so nabrali 95 jabolk*. Ta učenec dobi naslednje število točk: nastaviti računa: 2 točki; izračunati računa: 6 točk, kajti trije računi od štirih ( $34 - 18$ ,  $17 + 28$ ,  $45 + 34$  in  $79 + 16$ ) so bili pravilno izračunani; podati odgovor: 1 točka. Odgovor je »pravilen« glede na izračunani rezultat in učenca ne »kaznujemo« še enkrat za napako v izračunavanju vsote  $34 - 18$ . Skupaj: 9 točk od 11 možnih točk.

Pri nalogi [5] smo med ocenjevanjem opazili, da naloga ni dobro formulirana, kajti odgovora tipa  $45 = \text{petinširideset}$  nismo predvideli. Če se zgodi kaj podobnega, učencu damo točke, čeprav smo pričakovali odgovor seštevanec. V realni šolski praksi se kaj takega redko pojavi, kajti učitelj s preverjanjem poskrbi za to, da je učencem njegova terminologija blizu.

Pri nalogi 6 smo pozorni na:

- ustreznost situacije k zapisani enakosti; naloga *V ponedeljek smo kupili 17 avtomobilčkov, v torek pa še 36 več avtomobilčkov kot v ponedeljek. Koliko avtomobilčkov smo kupili skupaj?* ni ustrezna;
- številsko smiselnost; naloga *Babica je za veliko noč spekla 17 potic, potem so prišli*

*sorodniki in je spekla še 36 potic. Koliko potic je spekla skupaj?* je številsko nesmiselna; c) jezikovno smiselnost (npr. besedilna naloga vsebuje vprašanje).

#### 6. Naredimo analizo preizkusa

Preizkus smo kot neocenjevan učni list dali 36 učencem tretjega razreda, med katerimi so bili štirje učenci, ki imajo individualizirani program in so preizkus pisali pri delavki svetovalne službe. Ugotovili smo, da je bila časovna ocena postavljena smiselno, kajti povprečni čas reševanja je bil 19 minut. Skupni uspeh je bil 76 %, in sicer si je po nalogah sledil takole: 84 %, 69 %, 59 %, 65 %, 84 %, 86 % in 76 %. Tretja naloga nekoliko odstopa, kar nas opozori, da je treba več pozornosti posvetiti sestavljenim nalogam. Na razredni stopnji so ocene boljše, kot so na predmetni stopnji, in zato ne pričakujemo razporeditve po normalni krivulji. Če bi ocenjevali le ta del preizkusa, bi dva učenca dobila oceno nezadostno (1), pet učencev oceno zadostno (2), devet učencev oceno dobro (3), devet učencev oceno prav dobro (4) in enajst učencev oceno odlično (5). Poleg uspešnosti po nalogah občasno pregledamo tudi uspešnost po tipih znanja.

#### 7. Preizkus posodobimo

Na podlagi prejšnjih korakov lahko učitelj preizkus »popravi«. V našem primeru smo se odločili za te popravke: nekoliko več računov, dvig konceptualne komponente pri nalogi z ikonično reprezentacijo, bolj natančna navodila pri nalogi z matematično terminologijo (slika 3).

## Ustno ocenjevanje znanja

Poleg pisnih preverjanj znanja pri matematiki najpogosteje uporabljamo ustno preverjanje in ocenjevanje znanja. Znotraj tega si učitelj lahko pripravi podobna merila kot pri pisnem ocenjevanju, posebno pa naj bo pozoren na to, da ocenjuje procedure, koncepte in matematično sporočanje. Pri ustnem ocenjevanju je smiselno posebno pozornost posvetiti področju sporočanja, ki je pri drugih oblikah ocenjevanja lahko težje zaznavno, a je izjemno pomembno. Proces komunikacije pomaga pri izgradnji pomena, saj so učenci izzvani k glasnemu razmišljanju ali k pisnemu beležen-



Slika 3: Oris preizkusa znanja za sklop Seštevanje in odštevanje do 100 v tretjem razredu

1. Izračunaj.

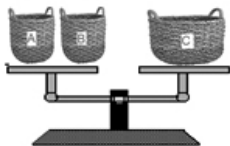
$$24 + 48 = \square \quad 67 + 23 = \square \quad \square + 54 = 72 \quad 63 - \square = 29$$

$$93 - 59 = \square \quad 100 - 36 = \square \quad \square - 3 = 9$$

Vstavi simbole  $<$ ,  $>$  ali  $=$ .

$$34 + 28 \bigcirc 45 + 38 \quad 56 + 44 \bigcirc 12 + 19 \quad 29 + 67 \bigcirc 28 + 68$$

2. Na tehtnici so košare z jabolki. V košari A je 48 jabolok, v košari C pa 96. Tehtnica je v ravnovesju. Opiši sliko z enakostjo. Ugotovi, koliko je jabolok v košari B.



3. Matej je nabral 17 jabolok, Tine pa 34 jabolok. Marko je nabral 17 jabolok manj kot Tine. Koliko jabolok so nabrali skupaj?

4. V nedeljo smo kupili 53 jabolok, kar je 27 jabolok manj kot v ponedeljek. Koliko smo jih kupili v ponedeljek.

5. Poveži  $45 + 37 = 82$   $92 - 36 = 56$

*razlika zmanjševanec seštevanec vsota količnik odštevanec*

6. Zapiši besedilno nalogo z računom  $17 + 36 = 53$ .

ju svojih misli. Med vsem tem pa se razvija tudi odnos med učenci. Naučijo se poslušati drug drugega in s poslušanjem idej ostalih v razredu lahko tudi razvijajo svoje razumevanje. S takšno diskusijo utemeljujejo svoje rešitve in hkrati pridobivajo boljše matematično razumevanje. Sfard (2000) poudarja, da učenci komunicirajo, da se učijo matematike in hkrati matematično komunicirati. Tako Vigotski kot Piaget sta poudarjala pomembnost socialnih interakcij v kognitivnem razvoju. Piaget je vlogo interakcij videl kot spodbudo za razvoj s kognitivnim konfliktom, Vigotski pa je trdil, da razvoj spodbujajo interakcije z ljudmi, ki so bolj spretni v mišljenju in imajo več znanja. To naj bi bili starši in učitelji. Sporočanje odraslih in učiteljev torej spodbuja razvoj matematičnega jezika učencev. Piaget je trdil, da pojma ne moremo posredovati samo z besedo, saj k njegovem oblikovanju pojma prispeva logično mišljenje. Da pa otrok lahko zgradi logično misel, mora delovati na predmete. Sposobnost prepoznavanja pojma se pojavlja pred sposobnostjo definiranja, kar ne pomeni, da sposobnost definiranja nujno vključuje tudi sposobnost prepoznavanja. Tako lahko otrok pove, da je kvadrat lik iz geometrije, da ima štiri

stranice, ne da bi poglobljeno poznal kvadrat in ga znal razlikovati od pravokotnika.

V učnem načrtu najdemo večkrat poudarek pomembnosti »jasnega in natančnega« izražanja, ki je značilen del matematike. V prvem vzgojno-izobraževalnem obdobju se matematični in naravni jezik še zelo prepletata, v drugem vzgojno-izobraževalnem obdobju pa je matematični jezik že zgoščen, z manj znaki mnogo pove, naravni jezik pa potrebuje za izražanje iste vsebine veliko več znakov. Učitelj poleg posredovanja matematične vsebine učencem posreduje tudi obliko. Matematični jezik je poseben jezik in učitelj ga mora najprej obvladati tudi sam (Vogrinc, 1981). Pri ustnem preverjanju znanja se je kot učinkovita oblika izkazal diagnostični intervju, pri katerem učitelj učenca postopoma vodi skozi reševanje problema. Pri diagnostičnem intervjuju učitelj lahko uporablja analitični točkovnik, kar poteka v treh fazah in pokriva tri področja (koncepti, procedura in sporočanje).

V nadaljevanju najprej predstavljamo primer ček liste, ki je učitelju lahko v pomoč. Lista je sestavljena na štirih stopnjah, ki smo jih poimenovali nezadovoljivo, zadovoljivo, dobro in zelo dobro.

	Koncepti	Procedure	Sporočanje
Nezadovoljivo	<b>Brez</b> rešitve oz. rešitev brez povezave s ciljem. Uporabljeni <b>napačni</b> koncepti. Rešitev ne govori o <b>nobeni</b> izmed matematičnih komponent, pomembnih za standard.	<b>Brez dokaza</b> o uporabi strategije oz. procedure oz. uporaba strategije, ki ne pomaga pri rešitvi naloge. <b>Brez dokaza</b> o matematičnem sklepanju. Toliko napak v proceduri, da problema <b>ni bilo mogoče rešiti</b> .	<b>Brez razlage</b> rešitve oz. razlage ni mogoče razumeti oz. razlaga je nepovezana s problemom. <b>Brez uporabe</b> oz. <b>napačna</b> uporaba matematičnih reprezentacij (npr. slik, diagramov, grafov, tabel itd.). <b>Nobene uporabe</b> matematične terminologije.
Zadovoljivo	<b>Nepopolna</b> rešitev nakazuje, da deli problema niso razumljeni. Uporabljeni so le <b>nekateri</b> ustrezni koncepti. Rešitev govori o <b>nekaterih</b> , a ne vseh matematičnih <b>komponentah</b> naloge.	Uporablja strategije, ki so <b>delno uporabne</b> , vodijo k rešitvi, a problema ne rešijo v popolnosti. <b>Nekateri dokazi</b> sklepanja. <b>Ne zmore popolnoma</b> izpeljati matematičnih procedur. Nekateri deli so lahko pravilni, a ni pravega odgovora.	<b>Nepopolna razlaga</b> , ni jasne razlage. <b>Nekaj uporabe</b> matematičnih reprezentacij. <b>Nekaj uporabe</b> relevantne terminologije in oznak.
Dobro	<b>Rešitev nakazuje</b> , da ima učenec široko razumevanje problema in osnovnih konceptov, potrebnih za rešitev. Rešitev vsebuje <b>vse pomembne komponente</b> naloge.	Uporablja <b>ustrezne</b> strategije, ki vodijo k rešitvi problema. Uporablja <b>ustrezno</b> matematično sklepanje. <b>Vsi deli so pravilni</b> , tudi odgovor je pravilen.	<b>Jasna</b> razlaga. <b>Ustrezna</b> uporaba matematičnih reprezentacij. <b>Ustrezna</b> uporaba matematične terminologije in oznak.
Zelo dobro	<b>Globoko razumevanje</b> problema, vključno s sposobnostjo identifikacije ustreznih matematičnih konceptov in informacij, ki so nujne za rešitev. Rešitev <b>popolnoma ustreza</b> komponentam naloge. Rešitev prikazuje <b>uporabo koncepta</b> , na podlagi katerega je zgrajena naloga.	Uporablja <b>različne</b> učinkovite in sofisticirane strategije, ki vodijo neposredno k rešitvi. Uporablja natančno in <b>kompleksno</b> sklepanje. Preveri rezultat in <b>vrednoti</b> smiselnost rešitve. Prikaže matematično relevantna opažanja in povezave.	<b>Jasna, učinkovita</b> razlaga, ki natančno pojasni rešitev; vsi koraki so pojasnjeni. Matematična reprezentacija je <b>aktivno uporabljena</b> kot sredstvo komuniciranja z namenom rešitve problema. <b>Natančna in ustrezna</b> uporaba terminologije in oznak.

Pojasnimo sedaj, kako uporabiti diagnostični intervju in analitični točkovnik. Oglejmo si ustno ocenjevanje na primeru, povzetem po i-učbeniku za peti razred (slika 4).

Ocenjevanje poteka v treh fazah: razumevanje naloge, konstruiranje načrta reševanja, izvedba načrta reševanja.

1. *Razumevanje naloge.* Učitelj najprej preveri ali učenec razume problem, in dodeli ustrezno

število točk (npr. 0 – popolno nerazumevanje, 3 – del problema napak razumljen, 6 – popolno razumevanje problema).

Če naloge učenec ne razume v popolnosti, učitelj poskrbi, da učenec problem razume npr. z razlago, konkretnimi pripomočki ipd. Če je potrebno, torej pojasni pojma obseg pravokotnika in pravokotnik ter s tem zagotovi razumevanje konceptov.





Slika 4: Obseg pravokotnika kot primer za ustno ocenjevanje (Vir: <http://eucbeniki.sio.si/test/iucbeniki/mat5/759/index5.html>)

### ZGLED

Miha ima na domačem vrtu pet gredic, na katerih goji različne rastline.

Gredice so pravokotne oblike in vsaka je ograjena z lesenimi robniki. Posamezna gredica je dolga 3 m in široka 1 m. Koliko metrov lesenih robnikov je Miha potreboval, da je ogradil eno gredico?



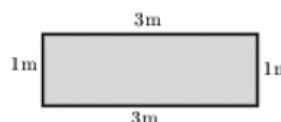
Izračunati moramo obseg ene gredice.

Gredice so  oblike.

Dolžina gredice:  m

Širina gredice:  m

Preveri



2. *Načrtovanje postopka reševanja.* Nato nastopi faza, v kateri učenec pojasni, kako vidi načrt reševanja problema. Tudi to fazo vrednotimo z analitičnim točkovnikom (npr. 0 – brez poskusa ali popolnoma neprimeren načrt, 3 – delno pravilen načrt, temelječ na pravilni interpretaciji dela problema, 6 – načrt bi lahko vodil k pravilni rešitvi, če bi bil izveden pravilno).

V našem primeru se znotraj tega področja pojavi kategorija sporočanja, saj učitelj po potrebi pojasni oz. zahteva ubeseditve postopka pridobivanja obsega pravokotnika.

Isti matematični izraz lahko ubesedimo na več različnih načinov, vsi pa so med seboj podobni. Matematični izraz je za tistega, ki ga razume, enoličen, torej ima točno določeno vsebino. Pojasnimo na primeru. Učenec lahko postopek pridobivanja obsega pravokotnika o pri danih stranicah  $a$  in  $b$  ubesedi na več različnih načinov:

- Obseg je dva  $a$  in dva  $b$ .
- Obseg pravokotnika je enak štirim njegovim stranicam skupaj.
- Obseg pravokotnika izračunamo tako, da dolžino in širino pravokotnika seštejemo in vsoto pomnožimo z dve.
- Obseg pravokotnika izračunamo tako, da dolžino pomnožimo z dve, prav tako širino pomnožimo z dve. Nato zmnožka seštejemo.
- Obseg pravokotnika izračunamo tako, da

pomnožimo mersko število, ki pove dolžino vsote dolžine in širine v številu določenih merskih enot, z dve.

Isto vsebino lahko izrazimo preprosto, pregledno in jasno, kot je v primeru c). V primeru a) ni nobenega razumevanja, saj je izraz ubeseden celo brez uporabe računske operacije, primer b) ni dober, ker ni jasno, kaj pomeni. V odvisnosti od razvojne stopnje otroka oz. razreda, ki ga obiskuje, učitelj oceni različne ubeseditve. Zgoraj zapisane ubeseditve so v petem razredu lahko ocenjene kot: a) nezadovoljivo, b) zadovoljivo, c) zelo dobro, č) zelo dobro in d) dobro. Če je načrt le delno primeren ali popolnoma neprimeren, ga učitelj z učencem dopolni. Načrt je lahko takšen: *Najprej bomo izračunali obseg ene izmed gredic tako, da bomo dolžino in širino gredice sešteli in vsoto pomnožili z dve. Nato bomo dobljeni rezultat pomnožili s tri, da bomo izvedeli, koliko lesenih robnikov potrebujemo.*

Sedaj nastopi zadnja, tretja faza intervjuja oz. izvedba rešitve.

3. *Izvedba rešitve.* Fazo prav tako vrednotimo z analitičnim točkovnikom (npr. 0 – brez odgovora ali popolnoma napačen odgovor, 3 – ponavljajoče se računske napake ali delna rešitev, 6 – pravilen odgovor).

V tej fazi vrednotimo področje procedur.

Učenec, ki se moti v prednosti množenja ali

poštevanki, in učenec, ki kljub vsemu ni dojel, da je treba na koncu upoštevati dejstvo, da so gredice tri, dobila 1–5 točk.

Predstavljeni način je seveda le predlog.

Izkušeni učitelji običajno ne uporabljajo več takih analitičnih instrumentov, kajti holistično ocenjevanje izhaja iz izkušenj dolgoletnega ocenjevanja. Njihovo »intuitivno« ocenjevanje ima visoko stopnjo korelacije z analitičnimi točkovniki, ki so torej bolj v pomoč učiteljem začetnikom.

## Avtentične oblike ocenjevanja znanja

V zadnjem desetletju je v slovenskem prostoru zaznati premik od (izključne teže) končnih ocenjevanj k večjemu upoštevanju deleža učenčevih sprotnih aktivnosti in izdelkov, pri čemer se večja aktivna vloga, udeležba in sodelovanje učencev (samooocenjevanje, vzajemno ocenjevanje). Večji je poudarek na celostnih načinih v primerjavi z analitičnimi načini ocenjevanja, bolj se gleda na kakovost (npr. globina razumevanja, uporabnost) kot na samo količino reproduciranega znanja.

Po drugi strani pa implicitni kriteriji ocenjevanja postajajo vse bolj eksplicitni, kajti ocenjevanje in preverjanje postajata organski del (čim bolj avtentične) učne izkušnje. Tekmovalnost in primerjanje med učenci se uravnovešata s sodelovalnostjo (ocenjevanje skupinskih projektov in izdelkov) ter spremljanjem lastnega napredka; delni rezultati, izdelki, dosežki ipd. se zbirajo v mapah dosežkov ali portfoliu. Poleg usvojenih vsebin se vse bolj upošteva in preverja tudi obvladanje različnih kompetenc in spretnosti (spoznavnih, komunikacijskih, učnih, praktičnih idr.). Učenci imajo vse več izbire pri npr. temah referatov. Ugotavljamo, da se krepí funkcija preverjanja kot specifične in uporabne povratne informacije (Ivanuš Grmek in Javornik Krečič, 2004).

Znotraj sumativnega preverjanja znanja izpostavljajo razen pisnega in ustnega preverjanja tudi avtentične oblike znanja, kot je npr. mapa učenčevih izdelkov ali matematični dnevnik. Matematični dnevnik lahko sestavljajo (kratki) odgovori učencev na vprašanje »Kaj smo se danes naučili?« in je učitelju lahko v pomoč pri poglobljeni povratni informaciji. Pisne zadolžitve, ki se zbirajo v portfo-

liu, se delijo na: a) izvedbene, med katere spadajo vprašanja, razlage, definicije, poročila, besedilne naloge ipd., in b) izrazne, med katere prištevamo dnevnike, eseje, pisma, pisno sanjarjenje ipd. Posebno pisma bolnim sošolcem, v katerih jim učenci razlagajo učno snov, se zdijo obetaven pristop. Ena izmed možnosti je tudi pisanje pisem med starejšimi učenci (npr. drugo vzgojno-izobraževalno obdobje) in mlajšimi varovanci. Psihologi priporočajo model »write-to learn« kot diagnostično metodo, saj prebiranje dnevnikov pomaga učitelju pri določanju profila učenca in obogati učiteljevo sliko o njem. Waywood (1992) ugotavlja, da je treba natanko načrtovati pisanje dnevnikov na razredni stopnji in da se pozitivni rezultati pokažejo šele po nekaj letih. Izpostavi štiri funkcije pisanja matematičnih dnevnikov: povzemanje koncepta, zbiranje primerov za reprezentacije koncepta, zastavljanje vprašanj učitelju, vrstniku ali samemu sebi in razprava. V našem šolskem prostoru si pri matematiki ta oblika ocenjevanja šele utira pot, a poskusi zagnanih učiteljev dajejo obetavne rezultate.

## Sklep

Največ pozornosti je v šolski praksi posvečeno sumativnemu preverjanju znanja, čeprav nacionalno preverjanje znanja in druge oblike preverjanja znanja nosijo tudi nekatere prvine formativnega preverjanja znanja. V prispevku smo se zato osredinili le na te oblike ocenjevanja. Prispevek je namenjen učiteljem začetnikom. Čeprav kadrovske šole ponujajo vsebine, ki bodočim učiteljem pomagajo pri kasnejšem ocenjevanju, se zdi, da gre za znanje, ki se nadgrajuje šele z izkušnjami v realni pedagoški praksi. Študenti razrednega pouka namreč še ne zmorejo sestaviti kakovostnega pisnega preizkusa znanja za prvo in drugo vzgojno-izobraževalno obdobje (Bratec, 2012). Kot posebno težavno se je pokazalo določanje tipa znanja in standarda, ki ga preverja naloga. Dodati moramo, da je določanje tipa znanja (deklarativno, proceduralno, konceptualno in problemsko) zelo vprašljivo, če ne poznamo poteka pouka. Če npr. v paralelki A naloga 4 velja za problemsko, ker se učenci s podobnim tipom naloge še niso srečali, pa gre lahko v paralelki B za proceduralni tip znanja, če so podobno nalogo v razredu reševali vodeno. Enak razmislek seveda velja za zahtev-



nejši standard znanja. Vrednotiti pisni preizkus znanja drugega učitelja, če ne poznamo njegovih metod dela, je torej tako rekoč nemogoče. Ocenjevanje znanja je seveda zelo pomembna, a žal večkrat boleča točka pedagoškega poklica. Znano je namreč, da je znanje nemogoče meriti, razen tega je ocenjevanje vedno subjektivna dejavnost. Kljub mnogim naporom, ki jih učitelji vnašajo v objektivizacijo ocenjevanja znanja, se je treba zavedati, da je na tem področju nemogoče doseči absolutno objektivnost. Vredotenje matematičnega znanja ima kljub vsemu izjemno pomembno funkcijo kot služabnik poučevanja in učenja. Brez informacij o učenčevih spretnostih, razumevanju in pristopih k matematiki ostanejo učitelji matematike brez sredstva, ki vodi njihovo delo.

*Zahvala. Iskrena hvala učiteljicama OŠ borcev za severno mejo v Mariboru Nataliji Čerček in Štefki Pšeničnik ter njunim učencem tretjih razredov, ki so bistveno pripomogli k zapisu predstavljenega prispevka z evalvacijo v razredu. ■*

#### Literatura

1. Bratec, J. (2012). Preizkusi znanja pri matematiki v prvem in drugem triletju. Diplomsko delo. Pedagoška fakulteta Univerze v Mariboru: Maribor.
2. Bruner, J. S. (1967). *Toward a Theory of Instruction*. Harward University Press.
3. Ivanuš Grmek, M. in Javornik, Krečič, M. (2004). Zahteve učiteljev pri ocenjevanju znanja in razširjenost avtentičnih oblik ocenjevanja znanja v osnovni šoli. *Sodobna pedagogika*, 55 (1), 58–69.
4. Vogrinec J. (1981). Jezik pri pouku matematike, *Sodobna pedagogika*, 5-6, 267–280.
5. Van de Walle, J. (2004). *Elementary and Middle School mathematics. Teaching Developmentally*. Fifth Edition. Pearson: Boston.
6. Waywood, A. (1992). Journal writing and learning mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 12(2), 34–40.

Emma Ferjančič

