

Oznaka poročila: ARRS-RPROJ-ZP-2014/36



ZAKLJUČNO POROČILO RAZISKOVALNEGA PROJEKTA

A. PODATKI O RAZISKOVALNEM PROJEKTU

1. Osnovni podatki o raziskovalnem projektu

Šifra projekta	Z7-4052
Naslov projekta	PH krivulje in njihove posplošitve
Vodja projekta	27559 Vito Vitrih
Tip projekta	Z Podoktorski projekt
Obseg raziskovalnih ur	3400
Cenovni razred	A
Trajanje projekta	07.2011 - 06.2013
Nosilna raziskovalna organizacija	1669 Univerza na Primorskem, Inštitut Andrej Marušič
Raziskovalne organizacije - soizvajalke	
Raziskovalno področje po šifrantu ARRS	7 INTERDISCIPLINARNE RAZISKAVE
Družbeno-ekonomski cilj	13.01 Naravoslovne vede - RiR financiran iz drugih virov (ne iz SUF)
Raziskovalno področje po šifrantu FOS	1 Naravoslovne vede 1.01 Matematika

B. REZULTATI IN DOSEŽKI RAZISKOVALNEGA PROJEKTA

2. Povzetek raziskovalnega projekta¹

SLO

Računalniško podprto geometrijsko oblikovanje (Computer Aided Geometric Design (CAGD)) je moderno raziskovalno področje, ki povezuje matematiko in računalništvo. Eden od njenih glavnih ciljev je aproksimacija in interpolacija s polinomskimi in racionalnimi krivuljami, zlepkami, ploskvami in telesi. Obstaja veliko aplikacij v načrtovanju in proizvodnji, kakor tudi v raziskovalni sferi in v industriji. Obstaja seveda veliko interpolacijskih in aproksimacijskih tehnik, s katerimi običajno konstruiramo najosnovnejše objekte, kot so na primer Bezierove krivulje in ploskve ali odsekoma racionalni B-zlepki ter NURBS-i (neenakomerni racionalni B-zlepki).

Toda na žalost te metode v mnogih aplikacijah niso ustrezne. Želimo namreč, da imajo krivulje in ploskve kakšne dodatne lastnosti, ki so pomembne za praktično uporabo. To nas sili v poglobljen študij interpolacije in aproksimacije s parametričnimi objekti. Ti dodatni pogoji oziroma zahteve, ki naj bi jim krivulje in ploskve zadostile, lahko močno zapletejo postopek interpolacije oziroma aproksimacije. Za krivulje so takšne lastnosti na primer, da ima krivulja odsekoma polinomske ločne dolžine, racionalen odmik oziroma offset (to so vzporedne krivulje, ki so povsod enako oddaljene od osnovne krivulje), racionalno ogrodje ... Ker znajo skoraj vsi klasični CAD in CAGD sistemi delati le s polinomskimi in racionalnimi objekti (npr. NURBS-i), bi želeli, da so tudi ločna dolžina, odmik in ogrodje krivulje racionalni objekti. Poseben razred polinomskih krivulj, ki zadošča prvima dvema in deloma tudi tretji zahtevi, so tako imenovane PH krivulje oziroma krivulje s pitagorejskim hodografom, ki sta jih kot prva uvedla Farouki in Sakkalis pred približno 25. leti.

Z uporabo PH krivulj lahko elegantno rešimo številne probleme, ki se pojavljajo v aplikacijah, še posebej v CNC (računalniško-numerično-vodenem) strojništvu. Na primer, ni potrebno aproksimirati vzporednih krivulj, saj so racionalne in jih lahko predstavimo eksaktno. Prav tako ni potrebno numerično računati ločne dolžine, kar pohitri mnoge algoritme v numerično vodenem strojništvu.

Čeprav imajo PH krivulje manj prostostnih stopenj kot splošne parametrične krivulje, imajo še vedno takšne lastnosti, da so uporabne tudi v t.i. metodah, ki ohranjajo obliko. Prav tako so zelo primerni objekti za načrtovanje gibanj v realnem času ter za konstrukcijo gibanj, ki temelji na rotacijsko minimizirajočih ogrodjih.

V okviru tega podoktorskega projekta so bili pridobljeni številni novi rezultati s tega področja (glej poglavje B3).

ANG

Computer aided geometric design (CAGD) is a modern research field bringing together mathematics and computer science. One of its main goals is approximation and interpolation by polynomial, rational and spline curves, surfaces and solids. There are many applications in design and manufacturing as well as in research and industry. There exists a number of well understood interpolation and approximation techniques which usually lead to construction of the most basic objects such as Bezier curves/surfaces or piecewise rational objects such as B-splines or NURBS (non-uniform rational B-splines). Unfortunately, for many applications these general techniques are not satisfactory. More precisely, curves and surfaces should possess some additional properties important in practical applications. Therefore, many new techniques of interpolation by parametric objects are being investigated. These additional properties of the constructed objects or some special conditions may significantly complicate the interpolation/approximation procedure. For curves, such properties are for example a (piecewise) polynomial arc-length function (the length of an arc of a curve), a rational offset (parallel curves at a fixed normal distance from the original curve), rational frame, etc. Since almost all classical computer aided systems are dealing with polynomials or rational objects (NURBS), the arc-length, the offset and the frame should be rational too. A special class of curves, which satisfy the first two requirements and partially also the last one, are so-called Pythagorean-hodograph (PH) curves introduced by Farouki and Sakkalis about twentyfive years ago.

The use of PH curves provides an elegant solution of various problems occurring in applications in particular in the context of CNC (computer-numerical-control) machining. For instance, offsets do not have to be approximated, they can be represented exactly. Also, arc-length computation can be done without numerical integration, which speeds up the algorithms for numerically controlled (NC) machining (e.g. NC milling).

Although they have less degrees of freedom than general parametric curves, they still

admit nice shape properties, which makes them interesting in shape preserving techniques. They are also very appropriate objects for real-time motion control and spatial path planning based on rotation- minimizing frames.

Many new important results about PH curves have been obtained in the framework of this postdoctoral project (see Section B3).

3. Poročilo o realizaciji predloženega programa dela na raziskovalnem projektu²

V predlogu projekta je bil naveden naslednji načrt dela.

(1) *Obravnavava polinomskih prostorskih PH krivulj in nekaterih odprtih vprašanj, povezanih z interpolacijskimi shemami s temi krivuljami. Na primer, obravnavava G^2 Hermiteove interpolacije s prostorskimi PH krivuljami stopnje 3 in 5, študij Lagrangeeve interpolacijske sheme s temi krivuljami ...*

V okviru tega so bili v soavtorstvu objavljeni (oz. sprejeti v objavo) naslednji trije izvorni znanstveni prispevki:

* G. Jaklič, J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, E. Žagar, An approach to geometric interpolation by Pythagorean-hodograph curves, *Adv. Comput. Math.*, 37 (2012), str. 123-150.

V članku je obravnavan problem geometrijske interpolacije s polinomskimi krivuljami stopnje n , katerih hodograf je pitagorejski (PH krivulje), neodvisno od dimenzije d . V nasprotju s klasičnimi pristopi, kjer uporabljajo posebne strukture, ki so odvisne od dimenzije (kompleksna številka, kvaternioni ...), tukaj pristop temelji na osnovni definiciji PH lastnosti skupaj s pogoji geometrijske interpolacije. Analiza dobljenega sistema nelinearnih enačb sledi tehniki, podobni cilindrični algebraični dekompoziciji in močno temelji na računalniških algebraičnih sistemih. Nelinearne enačbe so v celoti zapisane z geometrijskimi količinami in so neodvisne od dimezije. Za utemeljitev eksistence (in v nekaterih primerih števila) sprejemljivih rešitev, se uporabi analiza robnih območij, konstrukcija rešitev za posebne podatke in homotopija. Splošni pristop je uporabljen za analizo Hermiteove in Lagrangeove interpolacije s kubičnimi krivuljami.

* G. Jaklič, J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, E. Žagar, Interpolation by G^2 quintic Pythagorean-hodograph curves in R^d , sprejeto v objavo v *Numerical Mathematics: Theory, Methods and Applications*.

Obravnavana je G^2 geometrijska interpolacija Hermiteovih podatkov s PH krivuljami stopnje 5 v R^d . Za Hermiteove podatke (smerni tangent in vektorje ukrivljenosti) v dveh različnih točkah iščemo PH krivuljo stopnje 5, ki te podatke interpolira. Problem se reducira na reševanje sistema nelinearnih algebraičnih enačb, ki vsebujejo le geometrijske parametre za neznanke. Izkaže se, da obstaja več rešitev enake kvalitete (glede na obliko interpolanta), zato je narejena natančna asimptotična analiza, ki dokaže obstoj lihega števila asimptotičnih rešitev, ki imajo najvišji možen red aproksimacije, to je red 6. Takšna rešitev je nato s pomočjo homotopije prenesena na rešitev pri neasimptotičnih podatkih.

* B. Bastl, M. Bizzarri, M. Krajnc, M. Lavicka, K. Slaba, Z. Sir, V. Vitrih, E. Žagar, C^1 Hermite interpolation with spatial Pythagorean-hodograph cubic biarcs, *J. Comput. Appl. Math.*, 257 (2014), str. 65-78.

Prispevek obravnavava C^1 interpolacijo Hermiteovih podatkov s pari prostorskih kubičnih PH lokov (t.i. biarcov). Vsak odsek posameznega biarca interpolira C^1 podatke v eni točki, ta dva odseka pa sta nato združena v neki (vnaprej neznani) točki in imata v tej točki enako tangento. Biarci so v članku izraženi s formulo v zaključeni obliki s tremi prostostnimi stopnjami. Dve izmed teh nato v algoritmu izberemo tako, da maksimiziramo asimptotični red aproksimacije, eno pa na osnovi minimizacije dolžine ali elastične energije biarca. Končna interpolacijska krivulja, sestavljena iz biarcov, je C^1 zvezna, temelji na lokalni konstrukciji in obstaja za poljubne Hermiteove podatke.

(2) *Obravnavava prikrojenih ogrodij prostorskih polinomskih PH krivulj, ki so pomembna za konstrukcijo gibanj togih teles. Želimo, da so takšna ogrodja racionalna in rotacijsko minimizirajoča (RRMF ogrodja). Da lahko krivulja ima takšno ogrodje, mora nujno biti PH krivulja.*

V zvezi s to tematiko je bil v soavtorstvu z doc. dr. Marjetko Krajnc objavljen članek

* M. Krajnc, V. Vitrih, Motion design with Euler-Rodrigues frames of quintic Pythagorean - hodograph curves, *Mathematics and Computers in Simulation*, 82 (2012), str. 1696- 1711.

V tem prispevku je obravnavana G^1 interpolacijska shema Hermiteovih podatkov za gibanje togega telesa - interpolacija točk in rotacij togega telesa v teh točkah, s prostorskimi PH krivuljami stopnje 5. Pri tem zahtevamo, da se Euler-Rodriguesovo ogrodje (e_1, e_2, e_3) PH krivulje ujema z danimi rotacijami v interpolacijskih točkah. Interpolacijska krivulja je izpeljana v zaključeni obliki in je odvisna od treh prostih parametrov, ki jih lahko uporabimo za minimizacijo vrtenja vektorjev e_2 in e_3 okrog tangente e_1 in za minimizacijo dolžine krivulje. Ustrezen izbor prostih parametrov je podkrepjen z asimptotično analizo. Prav tako je dokazano, da je asimptotični red aproksimacije enak 4.

Prav tako sta bila v kontekstu konstrukcije gibanj togih teles objavljena naslednja dva prispevka, ki sicer nista neposredno povezana s PH krivuljami, nudita pa alternativen pristop PH krivuljam pri konstrukciji gibanj togih teles.

* G. Jaklič, B. Juetler, M. Krajnc, V. Vitrih, E. Žagar, Hermite interpolation by rational G^k motions of low degree, *J. Comput. Appl. Math.*, 240 (2013), str. 20-30.

* M. Krajnc, K. Počkaj, V. Vitrih, Construction of low degree rational Lagrange motions, *J. Comput. Appl. Math.*, 256 (2014), str. 92-103.

(3) Obravnava nekaterih posplošitev polinomskih PH krivulj, kot so racionalne PH krivulje in cikloidne krivulje s pitagorejskim hodografom.

Na temo racionalnih krivulj sta bila najprej objavljena dva članka, ki obravnavata Lagrangeevo in Hermiteovo interpolacijo s splošnimi racionalnimi parametričnimi prostorskimi krivuljami:

* G. Jaklič, J. Kozak, V. Vitrih, E. Žagar, Lagrange geometric interpolation by rational spatial cubic Bezier curves, *Comput. Aided Geom. Des.*, 29 (2012), str. 175-188

* G. Jaklič, J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, E. Žagar, Hermite geometric interpolation by rational spatial cubic Bezier curves, *SIAM J. Numer. Anal.*, 50 (2012), str. 2695-2715.

Ta članka nista neposredno povezana s PH krivuljami, sta pa bila ključna za dobro razumevanje koncepta racionalnih parametričnih krivulj. Tudi s pomočjo teh dveh prispevkov sta nato nastala naslednja dva članka, eden je že objavljen, drugi pa sprejet v objavo:

* J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, Dual representation of spatial rational PH curves, *Comput. Aided Geom. Des.*, 31 (2014), str. 43-56.

Dualna reprezentacija parametričnih krivulj je v članku posplošena na prostorske krivulje. Za racionalne krivulje velja, da imajo polinomske dualne forme, kar pomembno pripomore pri konstrukciji prostorskih racionalnih PH krivulj. Dualno reprezentacijo racionalnih PH krivulj se v članku skonstruira preko kvaternionskega polinoma, ki določa Euler-Rodriguesovo ogrodje krivulje. Pogoji, ki zagotavljajo, kdaj bo takšna krivulja nizke stopnje, so podrobno preučeni. Izkazuje se, da linearni kvaternionski polinomi implicirajo reparametrizirane kubične polinomske PH krivulje. Šele kvadratni kvaternionski polinomi dajo prave racionalne PH krivulje in morda najbolj priročen je primer deset-parametrične družine kubičnih racionalnih PH krivulj, ki je v članku določena v zaključeni obliki.

* J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, Parametric curves with Pythagorean binormal, poslano v objavo.

V članku je uveden poseben razred racionalnih prostorskih krivulj, ki imajo racionalno binormalo. Te krivulje (imenujemo jih PB krivulje) igrajo pomembno vlogo pri izpeljavi racionalnih rotacijsko-minimizirajočih pritisnjenih ogrodij. Predstavljena konstrukcija temelji na dualni reprezentaciji krivulje in Euler-Rodriguesovim ogrodjem, dobljenim iz kvaternionskega polinoma. Konstrukcija se močno poenostavi, če imamo opravka s polinomske krivulje. V nadaljevanju so skonstruirane polinomske PB krivulje stopnje ≥ 7 in racionalne PB krivulje stopnje ≥ 6 , ki posedujejo racionalno rotacijsko-minimizirajoče pritisnjeno ogrodje. Prav tako je dokazano, da krivulja nižje stopnje s to lastnostjo, ki bi jo dobili iz kvadratnega kvaternionskega polinoma, ne obstaja.

Tik pred submitiranjem je tudi prispevek, ki obravnava G^1 interpolacijo s kubičnimi racionalnimi PH krivuljami. V številnih člankih (tujih avtorjev) je bil v preteklosti že obravnavan enak problem, a s polinomskimi PH krivuljami. V polinomskem primeru obstaja precej veliko območje podatkov, za katerega rešitev ne obstaja, medtem ko v primeru racionalnih PH krivulj rešitev obstaja za vse prave prostorske konfiguracije podatkov.

Kar se tiče neracionalnih posplošitev polinomskih PH krivulj, je bil v objavo v reviji Journal of Numerical Mathematics sprejet članek o cikloidnih krivuljah s pitagorejskim hodografom:

* J. Kozak, M. Krajnc, M. Rogina, V. Vitrih, Pythagorean-hodograph Cycloidal curves, sprejeto v objavo v Journal of Numerical Mathematics.

V članku avtorji uvedejo cikloidne krivulje s pitagorejskim hodografom (t.i. PHC krivulje). Obravnavane so njihove lastnosti in predstavljena je njihova gometrijska karakterizacija. V nadaljevanju je obravnavana Hermiteova G^1 interpolacijska shema in poiskana rešitev problema v zaključeni obliki. Izbor ustrežnejše izmed rešitev je podkrepjen z asimptotično analizo.

(4) Obravnava posplošitve PH krivulj na ploskve s pitagorejsko normal, t.i. PN ploskve.

Delo na tem problemu se je začelo že v obdobju trajanja projekta, se pa nadaljuje tudi po njegovem zaključku. Poteka dvopastno:

- po eni strani je raziskovanje usmerjeno v *konstrukcijo testnih funkcij v izogeometrični analizi, ki temeljijo na konstrukciji G^1 zveznih ploskev, sestavljenih iz kvadratičnih polinomskih pravokotnih krp nad neregularno domeno*. Delo na tem problemu poteka v sodelovanju s prof. B. Jüttlerjem iz Univerze v Linzu v Avstriji.

- po drugi strani pa s pomočjo boljšega razumevanja koncepta geometrisjke zveznosti, kar omogoča tudi raziskava zgoraj, nastaja prispevek, ki obravnava konstrukcijo *racionalnih in polinomskih ploskev s pitagorejsko normalo (PN ploskev) preko uporabe kvaternionskega polinoma*. Tako dobljene ploskve bodo uporabljene za konstrukcijo določenih interpolacijskih shem.

Poleg vseh zgoraj omenjenih prispevkov sta bila v času trajanja projekta objavljena še naslednja izvirna znanstvena članka, ki ne sodita na področje PH krivulj:

* G. Jaklič, J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, E. Žagar, High order parametric polynomial approximation of quadrics in R^d , Journal of Mathematical Analysis and Applications, 388 (2012), str. 318-332.

* G. Jaklič, J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, E. Žagar, High order parametric polynomial approximation of conic sections, Constructive Approximation, 38 (2013), str. 1-18.

Vodja projekta je rezultate prenašal tudi v izobraževalni proces, tako na dodiplomski kot podiplomski študij na UP Farnit. V času trajanja podoktorskega projekta je pod njegovim mentorstvom en študent uspešno zaključil magistrski študij, dve študentki pa sta uspešno zaključili dodiplomski študij. V pripravi pa sta še dve zaključni nalogi na dodiplomskem študiju, dva magisterija na 2. bolonjski stopnji in en doktorat.

4. Ocena stopnje realizacije programa dela na raziskovalnem projektu in zastavljenih raziskovalnih ciljev³

Delo je potekalo po programu. Predvideni cilji so bili v veliki večini realizirani. Rezultati podoktorskega projekta so objavljeni v 10-tih izvirnih znanstvenih člankih, vsi sodijo v prvo polovico SCI revij na področju, in sicer:

* štirje članki v SCI reviji, ki se po IF uvrščajo v **prvo** četrtino revij na področju:

- G. Jaklič, J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, E. Žagar, An approach to geometric interpolation by Pythagorean-hodograph curves, *Adv. Comput. Math.*, 37(2012), str. 123-150.
 - G. Jaklič, J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, E. Žagar, Hermite geometric interpolation by rational spatial cubic Bezier curves, *SIAM J. Numer. Anal.*, 50 (2012), str. 2695-2715.
 - G. Jaklič, J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, E. Žagar, High order parametric polynomial approximation of conic sections, *Constructive Approximation*, 38 (2013), str. 1-18.
 - G. Jaklič, J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, E. Žagar, High order parametric polynomial approximation of quadrics in R^d , *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 388 (2012), str. 318-332.
- * šest v SCI revijah, ki se po IF uvrščajo v **drugo** četrtino revij na področju:
- B. Bastl, M. Bizzarri, M. Krajnc, M. Lavicka, K. Slaba, Z. Sir, V. Vitrih, E. Žagar, C^1 Hermite interpolation with spatial Pythagorean-hodograph cubic biarcs, *J. Comput. Appl. Math.*, 257 (2014), str. 65-78.
 - M. Krajnc, V. Vitrih, Motion design with Euler-Rodrigues frames of quintic Pythagorean hodograph curves, *Mathematics and Computers in Simulation*, 82 (2012), str. 1696- 1711.
 - G. Jaklič, B. Juettler, M. Krajnc, V. Vitrih, E. Žagar, Hermite interpolation by rational G^k motions of low degree, *J. Comput. Appl. Math.*, 240 (2013), str. 20-30.
 - M. Krajnc, K. Počkaj, V. Vitrih, Construction of low degree rational Lagrange motions, *J. Comput. Appl. Math.*, 256 (2014), str. 92-103.
 - G. Jaklič, J. Kozak, V. Vitrih, E. Žagar, Lagrange geometric interpolation by rational spatial cubic Bezier curves, *Comput. Aided Geom. Des.*, 29 (2012), str. 175-188
 - J. Kozak, M. Krajnc, V. Vitrih, Dual representation of spatial rational PH curves, *Comput. Aided Geom. Des.*, 31 (2014), str. 43-56.
- Znanstveni rezultati so predstavljeni tudi v dveh člankih, ki sta sprejeta v objavo, nista pa še objavljena (*Numerical Mathematics: Theory, Methods and Applications in Journal of Numerical Mathematics*) in enem članku, ki je poslan v objavo v SCI revijo.

5.Utemeljitev morebitnih sprememb programa raziskovalnega projekta oziroma sprememb, povečanja ali zmanjšanja sestave projektne skupine⁴

V okviru projekta ni bilo sprememb.

6.Najpomembnejši znanstveni rezultati projektne skupine⁵

Znanstveni dosežek		
1.	COBISS ID	16051289
		Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO Pristop h geometrijski interpolaciji s krivuljami s pitagorejskim hodografofom
		ANG An approach to geometric interpolation by Pythagorean-hodograph curves
	Opis	SLO V članku obravnavamo problem geometrijske interpolacije s polinomskimi krivuljami stopnje n , katerih hodograf je pitagorejski (PH krivulje), neodvisno od dimenzije $d \geq 2$. V nasprotju s klasičnimi pristopi, kjer uporabljajo posebne strukture, ki so odvisne od dimenzije (kompleksna številka, kvaternioni,...), uporabimo osnovno definicijo PH lastnosti skupaj s pogoji geometrijske interpolacije. Analiza dobljenega sistema nelinearnih enačb sledi tehniki, podobni cilindrični algebrski dekompoziciji in močno temelji na računalniških algebrskih sistemih. Nelinearne enačbe so v celoti zapisane z geometrijskimi količinami in so neodvisne od dimezije. Za utemeljitev eksistence (in v nekaterih primerih števila) sprejemljivih

		rešitev, uporabimo analizo robnih območij, konstrukcijo rešitev za posebne podatke in homotopijo. Splošni pristop uporabimo za analizo Hermiteove in Lagrangeove interpolacije s kubičnimi krivuljami. S tem razširimo nekatere znane rezultate in jih podkrepimo z numeričnimi primeri.
	ANG	The problem of geometric interpolation by Pythagorean-hodograph (PH) curves of general degree n is studied independently of the dimension $d \geq 2$. In contrast to classical approaches, where special structures that depend on the dimension are considered (complex numbers, quaternions, etc.), the basic algebraic definition of a PH property together with geometric interpolation conditions is used. The analysis of the resulting system of nonlinear equations exploits techniques such as the cylindrical algebraic decomposition and relies heavily on a computer algebra system. The nonlinear equations are written entirely in terms of geometric data parameters and are independent of the dimension. The analysis of the boundary regions, construction of solutions for particular data and homotopy theory are used to establish the existence and (in some cases) the number of admissible solutions. The general approach is applied to the cubic Hermite and Lagrange type of interpolation. Some known results are extended and numerical examples provided.
	Objavljeno v	Springer; Advances in computational mathematics; 2012; Vol. 37, no. 1; str. 123-150; Impact Factor: 1.468; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.905; A': 1; WoS: PN; Avtorji / Authors: Jaklič Gašper, Kozak Jernej, Krajnc Marjetka, Vitrih Vito, Žagar Emil
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek
2.	COBISS ID	16449369 Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO Hermiteova geometrijska interpolacija z racionalnimi Bézierovimi prostorskimi krivuljami
		ANG Hermite geometric interpolation by rational Bézier spatial curves
	Opis	SLO Polinomska geometrijska interpolacija s parametričnimi krivuljami je postala ena od standardnih tehnik za interpolacijo geometrijskih podatkov. Očitna posplošitev je geometrijska interpolacija z racionalnimi krivuljami, ki pa je mnogo manj raziskano področje. Namen tega članka je predstaviti splošni pristop za Hermiteovo geometrijsko interpolacijo z racionalnimi Bézierovimi prostorskimi krivuljami. Še posebej želimo analizirati kubično G^2 interpolacijo in interpolacijo z G^3 zveznimi krivuljami stopnje štiri. Izpeljemo sisteme nelinearnih enačb v poenostavljeni obliki in študiramo obstoj sprejemljivih rešitev. Za kubični primer izpeljemo geometrijske pogoje za rešljivost sistema nelinearnih enačb. Za oba primera izvedemo asimptotično analizo in dokažemo optimalni red aproksimacije. Podamo numerične primere, ki potrjujejo teoretične izsledke.
		ANG Polynomial geometric interpolation by parametric curves has become one of the standard techniques for interpolation of geometric data. An obvious generalization leads to rational geometric interpolation schemes, which are a much less investigated research topic. The aim of this paper is to present a general framework for Hermite geometric interpolation by rational Bézier spatial curves. In particular, cubic G^2 and quartic G^3 interpolations are analyzed in detail. Systems of nonlinear equations are derived in a simplified form, and the existence of admissible solutions is studied. For the cubic case, geometric conditions implying solvability of the nonlinear system are also stated. The asymptotic analysis is done in both cases, and optimal approximation orders are proved. Numerical examples are given, which confirm the theoretical results.
	Objavljeno v	SIAM; SIAM journal on numerical analysis; 2012; Vol. 50, no. 5; str. 2695-2715; Impact Factor: 1.484; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.905; A': 1; WoS: PN; Avtorji / Authors: Jaklič Gašper, Kozak Jernej, Krajnc Marjetka, Vitrih Vito, Žagar Emil

	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek	
3.	COBISS ID	1536233156	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Dualna reprezentacija parametričnih racionalnih prostorskih krivulj s pitagorejskim hodografom
		ANG	Dual representation of spatial rational Pythagorean-hodograph curves
	Opis	SLO	Dualna reprezentacija parametričnih krivulj je v članku posplošena na prostorske krivulje. Za racionalne krivulje velja, da imajo polinomske dualno formo, kar pomembno pripomore pri konstrukciji prostorskih racionalnih PH krivulj. Dualno reprezentacijo racionalnih PH krivulj se v članku skonstruira preko kvaternionskega polinoma, ki določa Euler-Rodriguesovo ogrodje krivulje. Pogoji, ki zagotavljajo, kdaj bo takšna krivulja nizke stopnje, so podrobno preučeni. Izkaže se, da linearni kvaternionski polinomi implicirajo reparametrizirane kubične polinomske PH krivulje. Šele kvadratni kvaternionski polinomi dajo prave racionalne PH krivulje in morda najbolj priročen je primer deset-parametrične družine kubičnih racionalnih PH krivulj, ki je v članku določena v zaključeni obliki.
		ANG	In this paper, the dual representation of spatial parametric curves and its properties are studied. In particular, rational curves have a polynomial dual representation, which turns out to be both theoretically and computationally appropriate to tackle the main goal of the paper: spatial rational Pythagorean-hodograph curves (PH curves). The dual representation of a rational PH curve is generated here by a quaternion polynomial which defines the Euler-Rodrigues frame of a curve. Conditions which imply low degree dual form representation are considered in detail. In particular, a linear quaternion polynomial leads to cubic or reparameterized cubic polynomial PH curves. A quadratic quaternion polynomial generates a wider class of rational PH curves, and perhaps the most useful is the ten-parameter family of cubic rational PH curves, determined here in the closed form.
	Objavljeno v	North-Holland; Computer Aided Geometric Design; 2014; Vol. 31, no. 1; str. 43-56; Impact Factor: 0.810; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.905; WoS: EW, PN; Avtorji / Authors: Kozak Jernej, Krajnc Marjetka, Vitrih Vito	
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek	
4.	COBISS ID	1024447572	Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO	Konstrukcija gibanj z Euler-Rodriguesovimi ogrodji PH krivulj stopnje 5
		ANG	Motion design with Euler-Rodrigues frames of quintic Pythagorean-hodograph curves
	Opis	SLO	V prispevku je obravnavana G^1 interpolacijska shema Hermiteovih podatkov za gibanje togega telesa - interpolacija točk in rotacij togega telesa v teh točkah, s prostorskimi PH krivuljami stopnje 5. Pri tem zahtevamo, da se Euler-Rodriguesovo ogrodje (e_1, e_2, e_3) PH krivulje ujema z dani rotacijami v interpolacijskih točkah. Interpolacijska krivulja je izpeljana v zaključeni obliki in je odvisna od treh prostih parametrov, ki jih lahko uporabimo za minimizacijo vrtenja vektorjev e_2 in e_3 okrog tangente e_1 in za minimizacijo dolžine krivulje. Ustrezen izbor prostih parametrov je podkrepjen z asimptotično analizo. Prav tako je dokazano, da je asimptotični red aproksimacije enak 4.
		ANG	The paper presents an interpolation scheme for G^1 Hermite motion data, i.e., interpolation of data points and rotations at the points, with spatial quintic Pythagorean-hodograph curves so that the Euler-Rodrigues frame of the curve coincides with the rotations at the points. The interpolant is expressed in a closed form with three free parameters, which are computed based on minimizing the rotations of the normal plane vectors around the tangent and on controlling the length of the curve. The proposed choice of

		parameters is supported with the asymptotic analysis. The approximation error is of order four and the Euler-Rodrigues frame differs from the ideal rotation minimizing frame with the order three. The scheme is used for rigid body motions and swept surface construction.
	Objavljeno v	North-Holland; Mathematics and computers in simulation; 2012; Vol. 82, iss. 9; str. 1696-1711; Impact Factor: 0.836; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.905; WoS: EV, EW, PN; Avtorji / Authors: Krajnc Marjetka, Vitrih Vito
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek
5.	COBISS ID	16726361 Vir: COBISS.SI
	Naslov	<i>SLO</i> C ¹ interpolacijo Hermiteovih podatkov s pari prostorskih kubičnih PH lokov <i>ANG</i> C ¹ Hermite interpolation with spatial Pythagorean-hodograph cubic biarcs
	Opis	<i>SLO</i> V članku je obravnavana C ¹ Hermiteova interpolacija s prostorskimi loki, katerih hodograf je pitagorejski. Opisan je splošen algoritem za njihovo konstrukcijo. Vsak segment loka, ki je sestavljen iz dveh delov, interpolira pozicijo in tangento v robni točki. Segmeta sta v sredini spojena C ¹ gladko. Dobljen lok je podan v zaključeni obliki s tremi prostimi parametri. Dva sta izbrana na podlagi asimptotične analize, tretjega pa izberemo tako, da minimiziramo dolžino loka ali elastično napetostno energijo. Končni rezultat je interpolacijski zlepek, ki ga je mogoče konstruirati lokalno in obstaja za poljubno konfiguracijo podatkov Hermiteovega tipa. <i>ANG</i> In this paper the C ¹ Hermite interpolation problem by spatial Pythagorean-hodograph cubic biarcs is presented and a general algorithm to construct such interpolants is described. Each PH cubic segment interpolates C ¹ data at one point and they are then joined together with a C ¹ continuity at some unknown common point sharing some unknown tangent vector. Biarcs are expressed in a closed form with three shape parameters. Two of them are selected based on asymptotic approximation order, while the remaining one can be computed by minimizing the length of the biarc or by minimizing the elastic bending energy. The final interpolating spline curve is globally C ¹ continuous, it can be constructed locally and it exists for arbitrary Hermite data configurations.
	Objavljeno v	Koninklijke Vlaamse Ingenieursvereniging; Journal of Computational and Applied Mathematics; 2014; Vol. 257; str. 65-78; Impact Factor: 0.989; Srednja vrednost revije / Medium Category Impact Factor: 0.905; WoS: PN; Avtorji / Authors: Bastl Bohumír, Bizzarri Michal, Krajnc Marjetka, Lávička Miroslav, Slabá Kristýna, Šír Zbiněk, Vitrih Vito, Žagar Emil
	Tipologija	1.01 Izvirni znanstveni članek

7. Najpomembnejši družbeno-ekonomski rezultati projektne skupine⁶

	Družbeno-ekonomski dosežek	
1.	COBISS ID	1024423508 Vir: COBISS.SI
	Naslov	<i>SLO</i> Geometrijska interpolacija s prostorskimi kubičnimi racionalnimi krivuljami <i>ANG</i> Geometric interpolation by spatial cubic rational curves
	Opis	<i>SLO</i> V času od 1. marca do 31. maja sem bil na daljšem raziskovalnem obisku pri prof. dr. Bertu Jüttlerju na inštitutu Institute for Applied Geometry, Johannes Kepler University, v Linzu v Avstriji. V tem času sem tudi izvedel vabljeno predavanje: VITRIH, Vito. Geometric interpolation by spatial cubic rational curves :

		University of Linz, Institute for Applied Geometry, 30. 5. 2012. 2012. http://www.kusss.jku.at/kusss/select-course.action/&semester=2012S&courseid=356212&schedule=true . [COBISS.SI-ID 1024423508]
	ANG	Between March 1st and May 31th I was on a long research visit by prof. dr. Bertu Juettler at Institute for Applied Geometry, Johannes Kepler University, in Linz, Austria. In this time I also delivered an invited lecture: VITRIH, Vito. Geometric interpolation by spatial cubic rational curves : University of Linz, Institute for Applied Geometry, 30. 5. 2012. 2012. http://www.kusss.jku.at/kusss/select-course.action/&semester=2012S&courseid=356212&schedule=true . [COBISS.SI-ID 1024423508]
	Šifra	B.05 Gostujoči profesor na inštitutu/univerzi
	Objavljeno v	2012; Avtorji / Authors: Vitrih Vito
	Tipologija	3.14 Predavanje na tuji univerzi
2.	COBISS ID	1024422740 Vir: COBISS.SI
	Naslov	SLO Hermiteova interpolacija z racionalnimi G^k zveznimi gibanji nizkih stopenj ANG Hermite interpolation by rational G_k motions of low degree
	Opis	SLO 17. 5. 2012 sem v okviru krajšega raziskovalnega obiska opravil vabljen predavanje na Fakulteti za Uporabne znanosti, Oddelek za matematiko, na University of West Bohemia v Plznu na Češkem: VITRIH, Vito. Hermite interpolation by rational G_k motions of low degree : University of West Bohemia in Plzen, Faculty of Applied Science, Department of Mathematics, 17. 5. 2012. 2012. http://www.KMA.zcu.cz/seminarovnik . [COBISS.SI-ID 1024422740] ANG During my short research visit at University of West Bohemia in Plzen, Faculty of Applied Science, Department of Mathematics, I delivered an invited lecture: VITRIH, Vito. Hermite interpolation by rational G_k motions of low degree : University of West Bohemia in Plzen, Faculty of Applied Science, Department of Mathematics, 17. 5. 2012. 2012. http://www.KMA.zcu.cz/seminarovnik . [COBISS.SI-ID 1024422740]
	Šifra	B.04 Vabljen predavanje
	Objavljeno v	2012; Avtorji / Authors: Vitrih Vito
	Tipologija	3.14 Predavanje na tuji univerzi
3.	COBISS ID	Vir: vpis v poročilo
	Naslov	SLO Član organizacijskega odbora mednarodne znanstvene konference ANG Member of the organizing committee of the international scientific conference
	Opis	SLO Med 24-tih in 28-tim junijem 2012 smo v Ljubljani organizirani mednarodno znanstveno konferenco z naslovom Conference on Geometry: Theory and Applications. Konference se je udeležilo okrog 50 udeležencev iz številnih evropskih držav. Glavne teme konference so bile: računska geometrija, računalniško podprto geometrijsko oblikovanje, računalniška grafika, diferencialna geometrija, diskretna geometrija, geometrijsko modeliranje, robotika in kinematika, izogeometrična analiza ANG Between 24-28 June, 2012, we organized in Ljubljana an international scientific conference entitled Conference on Geometry: Theory and Applications. There were around 50 participants from several countries attending the conference. Main topics were: Computational Geometry, Computer Aided Geometric Design, Computer Graphics, Differential Geometry, Discrete Geometry, Geometric Computing, Geometric Modelling, Robotics and Kinematics,

		Isogeometric Analysis
Šifra	B.01	Organizator znanstvenega srečanja
Objavljeno v	http://conferences2.imfm.si/conferenceDisplay.py?ovw=True&confId=15	
Tipologija	3.25	Druga izvedena dela
4.	COBISS ID	1536128196 Vir: COBISS.SI
Naslov	SLO	Geometrijsko zvezne izogeometrične testne funkcije
	ANG	Geometrically continuous isogeometric test functions
Opis	SLO	DODAJ!
	ANG	DODAJ!
Šifra	B.04	Vabljeni predavanja
Objavljeno v	2013; Avtorji / Authors: Vitrih Vito	
Tipologija	3.14	Predavanja na tuji univerzi
5.	COBISS ID	Vir: vpis v poročilo
Naslov	SLO	Revija Ars Mathematica Contemporanea
	ANG	Scientific journal Ars Mathematica Contemporanea
Opis	SLO	Član uredniškega odbora revije Ars Mathematica Contemporanea
	ANG	Member of the editorial board of the first mathematical scientific journal in Slovenia: Ars Mathematica Contemporanea
Šifra	C.04	Uredništvo mednarodne revije
Objavljeno v	http://amc-journal.eu/index.php/amc	
Tipologija	3.25	Druga izvedena dela

8. Drugi pomembni rezultati projektne skupine⁷

V obdobju od leta 2011 do danes je vodja projekta v soavtorstvu objavil 11 izvernih znanstvenih člankov v SCI revijah, še nekaj pa jih je že sprejetih ali poslanih v objavo.

Mentorstva:

- Zaključeno mentorstvu študentu na 2. bolonjski stopnji. Dve tovrstni mentorstvi sta v teku.
- Mentor dvema študentkama pri pripravi zaključne naloge na 1. bolonjski stopnji. Dve tovrstni mentorstvi sta v teku.
- Mentor študentki na doktorskem študiju, ki bo zaključeno predvidoma v roku enega leta.

Članstva v številnih komisijah:

- član Senata Univerze na Primorskem
- član Senata UP Fakultete za matematiko, naravoslovje in informacijske tehnologije
- član Znanstvenega sveta UP Inštituta Andrej Marušič

Organizacija raznih aktivnosti za promocijo matematike:

- matematična poletna šola Famnitov poletni tabor Matematika je kul (tabor je bil izveden že tri leta zapored: <http://tabor.famnit.upr.si/sl/>)
- sodelovanje pri izvajanju priprav na mednarodno matematično olimpijado
- sodelovanje pri organizaciji Famnitovih izletov v matematično veselje (<http://matematicni-izleti.famnit.upr.si/sl/>)

9. Pomen raziskovalnih rezultatov projektne skupine⁸

9.1.Pomen za razvoj znanosti⁹

SLO

Krivulje s pitagorejskim hodografom in njihov posplošitve tvorijo raziskovalno področje, ki je deležno številnih raziskav in zanimanja mnogih raziskovalcev in inženirjev po svetu v zadnjih 25 letih. To je razvidno iz obsežne svetovne bibliografije in citiranosti.

Rezultati projekta sodijo med pomembne nadaljne korake v razvoju področja, predvsem študij racionalnih prostorskih PH krivulj odpira še številna odprta vprašanja za nadaljne raziskave vseh raziskovalcev, ki so aktivni na tem področju. Prav tako so bili v rezultatih projekta uporabljene številne metode (kot npr. reševanje problemov s pomočjo Gramove matrike, uporaba homotopije ...), ki predtem še niso bile aplicirane na tem področju in tako nudijo nove pristope, kako rešiti nekatere še odprte probleme.

Vsi rezultati projekta so objavljeni v prvi polovici SCI revij s področja, kar kaže na njihovo znanstveno veljavo.

ANG

Pythagorean-hodograph curves and their generalizations form a research field that has received numerous interest of many researchers and engineers around the world in the last 25 years. This is evident from the extensive global bibliography and citations.

The results of the project are among the important further steps in developing this research area, particularly study of rational spatial PH curves raises many open questions for further research for all active researchers from this field. In the project results a number of methods (such as solving problems by using the Gram matrix approach, homotopy method ...) have been used, which have previously not been applied to solve similar problems. These methods also give new possibilities how to solve some of the remaining open questions.

All project results are published in the first half of the SCI journals in the field, which indicates their scientific validity.

9.2.Pomen za razvoj Slovenije¹⁰

SLO

Krivulje s pitagorejskim hodografom in njihove posplošitve imajo zelo pomembno vlogo na številnih področjih, kot na primer v robotiki, CNC aplikacijah, proizvodnih tehnologijah in sistemih, CAD/CAM sistemih in drugih modernih računalniško podprtih aplikacijah. Vsa ta področja imajo nezanemarljiv vpliv na življenjsko kvaliteto in standard v današnjih družbah. Z objavo številnih izvirnih znanstvenih prispevkov v uglednih revijah iz seznama SCI revij, s predstavitvijo dela in rezultatov na številnih mednarodnih konferencah ... je Slovenija pridobila mednarodno prepoznavnost na področju, ki ga je projekt pokrival, rezultati so pripomogli k promociji slovenske znanosti in Slovenije nasploh. To potrjuje tudi daljši raziskovalni obisk opravljen v letu 2012 in nekatera vabljenja predavanja opravljena po tujih univerzah.

ANG

Curves with Pythagorean hodograph and their generalizations play a very important role in many fields, such as robotics, CNC applications, manufacturing technologies and systems, CAD / CAM systems and other modern computer aided applications. All of these areas have an appreciable impact on quality of life and standard in today's society.

With the publication of original scientific papers in reputable journals on the SCI list, with contributions in many international scientific conferences ... Slovenia has gained international recognition in the CAGD community. This also contributes to the promotion of the Slovenian science and Slovenia in general. One invited long-term research visit, carried out in 2012, and some invited lectures given at foreign universities confirm this fact.

10.Samo za aplikativne projekte in podoktorske projekte iz gospodarstva!

Označite, katerega od navedenih ciljev ste si zastavili pri projektu, katere konkretne

rezultate ste dosegli in v kakšni meri so doseženi rezultati uporabljeni

Cilj		
F.01	Pridobitev novih praktičnih znanj, informacij in veščin	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.02	Pridobitev novih znanstvenih spoznanj	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.03	Večja usposobljenost raziskovalno-razvojnega osebja	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.04	Dvig tehnološke ravni	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.05	Sposobnost za začetek novega tehnološkega razvoja	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.06	Razvoj novega izdelka	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.07	Izboljšanje obstoječega izdelka	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.08	Razvoj in izdelava prototipa	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.09	Razvoj novega tehnološkega procesa oz. tehnologije	

	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.10	Izboljšanje obstoječega tehnološkega procesa oz. tehnologije	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.11	Razvoj nove storitve	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.12	Izboljšanje obstoječe storitve	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.13	Razvoj novih proizvodnih metod in instrumentov oz. proizvodnih procesov	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.14	Izboljšanje obstoječih proizvodnih metod in instrumentov oz. proizvodnih procesov	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.15	Razvoj novega informacijskega sistema/podatkovnih baz	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.16	Izboljšanje obstoječega informacijskega sistema/podatkovnih baz	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.17	Prenos obstoječih tehnologij, znanj, metod in postopkov v prakso	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>

	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.18	Posredovanje novih znanj neposrednim uporabnikom (seminarji, forumi, konference)	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.19	Znanje, ki vodi k ustanovitvi novega podjetja ("spin off")	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.20	Ustanovitev novega podjetja ("spin off")	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.21	Razvoj novih zdravstvenih/diagnostičnih metod/postopkov	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.22	Izboljšanje obstoječih zdravstvenih/diagnostičnih metod/postopkov	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.23	Razvoj novih sistemskih, normativnih, programskih in metodoloških rešitev	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.24	Izboljšanje obstoječih sistemskih, normativnih, programskih in metodoloških rešitev	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.25	Razvoj novih organizacijskih in upravljaljskih rešitev	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.26	Izboljšanje obstoječih organizacijskih in upravljaljskih rešitev	

	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.27	Prispevek k ohranjanju/varovanje naravne in kulturne dediščine	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.28	Priprava/organizacija razstave	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.29	Prispevek k razvoju nacionalne kulturne identitete	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.30	Strokovna ocena stanja	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.31	Razvoj standardov	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.32	Mednarodni patent	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.33	Patent v Sloveniji	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>
F.34	Svetovalna dejavnost	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>

F.35	Drugo	
	Zastavljen cilj	<input type="radio"/> DA <input type="radio"/> NE
	Rezultat	<input type="text"/>
	Uporaba rezultatov	<input type="text"/>

Komentar

11. Samo za aplikativne projekte in podoktorske projekte iz gospodarstva!
Označite potencialne vplive oziroma učinke vaših rezultatov na navedena področja

	Vpliv	Ni vpliva	Majhen vpliv	Srednji vpliv	Velik vpliv	
G.01	Razvoj visokošolskega izobraževanja					
G.01.01.	Razvoj dodiplomskega izobraževanja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.01.02.	Razvoj podiplomskega izobraževanja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.01.03.	Drugo: <input type="text"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02	Gospodarski razvoj					
G.02.01	Razširitev ponudbe novih izdelkov/storitev na trgu	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.02.	Širitev obstoječih trgov	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.03.	Znižanje stroškov proizvodnje	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.04.	Zmanjšanje porabe materialov in energije	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.05.	Razširitev področja dejavnosti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.06.	Večja konkurenčna sposobnost	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.07.	Večji delež izvoza	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.08.	Povečanje dobička	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.09.	Nova delovna mesta	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.10.	Dvig izobrazbene strukture zaposlenih	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.11.	Nov investicijski zagon	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.02.12.	Drugo: <input type="text"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.03	Tehnološki razvoj					
G.03.01.	Tehnološka razširitev/posodobitev dejavnosti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.03.02.	Tehnološko prestrukturiranje dejavnosti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.03.03.	Uvajanje novih tehnologij	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.03.04.	Drugo: <input type="text"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04	Družbeni razvoj					
G.04.01	Dvig kvalitete življenja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.02.	Izboljšanje vodenja in upravljanja	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.03.	Izboljšanje delovanja administracije	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

	in javne uprave					
G.04.04.	Razvoj socialnih dejavnosti	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.05.	Razvoj civilne družbe	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.04.06.	Drugo:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.05.	Ohranjanje in razvoj nacionalne naravne in kulturne dediščine in identitete	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.06.	Varovanje okolja in trajnostni razvoj	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.07	Razvoj družbene infrastrukture					
G.07.01.	Informacijsko-komunikacijska infrastruktura	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.07.02.	Prometna infrastruktura	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.07.03.	Energetska infrastruktura	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.07.04.	Drugo:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.08.	Varovanje zdravja in razvoj zdravstvenega varstva	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	
G.09.	Drugo:	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	

Komentar

--

12.Pomen raziskovanja za sofinancerje¹¹

	Sofinancer	
1.	Naziv	
	Naslov	
	Vrednost sofinanciranja za celotno obdobje trajanja projekta je znašala:	EUR
	Odstotek od utemeljenih stroškov projekta:	%
	Najpomembnejši rezultati raziskovanja za sofinancerja	Šifra
	1.	
	2.	
	3.	
	4.	
	5.	
Komentar		
Ocena		

13.Izjemni dosežek v letu 2013¹²**13.1. Izjemni znanstveni dosežek**

--

13.2. Izjemni družbeno-ekonomski dosežek

Od 24. do 28. junija 2012 je Univerza v Ljubljani v sodelovanju z Univerzo na Primorskem organizirala mednarodno znanstveno konferenco z imenom Conference on Geometry: Theory and Applications. Konferenca je tradicionalna in poteka na vsake tri leta, tokrat pa je bila prvič organizirana v Sloveniji. Konference se je udeležilo 54 matematikov iz 12 evropskih držav. Nekaj osnovnih podatkov o konferenci (ostalo je na voljo na <http://conferences2.imfm.si/internalPage.py?pageId=5&confId=15>):

Znanstveni odbor: Bert Jüttler (JKU Linz, Austria), Otto Roeschel (TU Graz, Austria), Emil Žagar (FMF in IMFM, Ljubljana, Slovenia).

Organizacijski odbor: Gašper Jaklič (FMF, IMFM in FAMNIT), Marjeta Krajnc (FMF in IMFM), Vito Vitrih (FAMNIT in IAM), Emil Žagar (FMF in IMFM)

Glavne teme konference: računska geometrija, računalniško podprto geometrijsko oblikovanje, računalniška grafika, diferencialna geometrija, geometrijsko modeliranje, robotika in kinematika, izogeometrična analiza.

C. IZJAVE

Podpisani izjavljam/o, da:

- so vsi podatki, ki jih navajamo v poročilu, resnični in točni
- se strinjamo z obdelavo podatkov v skladu z zakonodajo o varstvu osebnih podatkov za potrebe ocenjevanja ter obdelavo teh podatkov za evidence ARRS
- so vsi podatki v obrazcu v elektronski obliki identični podatkom v obrazcu v pisni obliki
- so z vsebino zaključnega poročila seznanjeni in se strinjajo vsi soizvajalci projekta

Podpisi:

*zastopnik oz. pooblaščen oseba
raziskovalne organizacije:*

in

vodja raziskovalnega projekta:

Univerza na Primorskem, Inštitut
Andrej Marušič

Vito Vitrih

ŽIG

Kraj in datum:

Oznaka prijave: ARRS-RPROJ-ZP-2014/36

¹ Napišite povzetek raziskovalnega projekta (največ 3.000 znakov v slovenskem in angleškem jeziku) [Nazaj](#)

² Napišite kratko vsebinsko poročilo, kjer boste predstavili raziskovalno hipotezo in opis raziskovanja. Navedite ključne ugotovitve, znanstvena spoznanja, rezultate in učinke raziskovalnega projekta in njihovo uporabo ter sodelovanje s tujimi partnerji. Največ 12.000 znakov vključno s presledki (približno dve strani, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

³ Realizacija raziskovalne hipoteze. Največ 3.000 znakov vključno s presledki (približno pol strani, velikost pisave 11) [Nazaj](#)

⁴ V primeru bistvenih odstopanj in sprememb od predvidenega programa raziskovalnega projekta, kot je bil zapisan v predlogu raziskovalnega projekta oziroma v primeru sprememb, povečanja ali zmanjšanja sestave projektne skupine v zadnjem letu izvajanja projekta, napišite obrazložitev. V primeru, da sprememb ni bilo, to navedite. Največ 6.000 znakov vključno s presledki (približno ena stran, velikost pisave 11). [Nazaj](#)

⁵ Navedite znanstvene dosežke, ki so nastali v okviru tega projekta. Raziskovalni dosežek iz obdobja izvajanja projekta (do oddaje zaključnega poročila) vpišete tako, da izpolnite COBISS kodo dosežka – sistem nato sam izpolni naslov objave, naziv, IF in srednjo vrednost revije, naziv FOS področja ter podatek, ali je dosežek uvrščen v A'' ali A'. [Nazaj](#)

⁶ Navedite družbeno-ekonomske dosežke, ki so nastali v okviru tega projekta. Družbeno-ekonomski rezultat iz obdobja izvajanja projekta (do oddaje zaključnega poročila) vpišete tako, da izpolnite COBISS kodo dosežka – sistem nato sam izpolni naslov objave, naziv, IF in srednjo vrednost revije, naziv FOS področja ter podatek, ali je dosežek uvrščen v A''

ali A'.

Družbeno-ekonomski dosežek je po svoji strukturi drugačen kot znanstveni dosežek. Povzetek znanstvenega dosežka je praviloma povzetek bibliografske enote (članka, knjige), v kateri je dosežek objavljen.

Povzetek družbeno-ekonomskega dosežka praviloma ni povzetek bibliografske enote, ki ta dosežek dokumentira, ker je dosežek sklop več rezultatov raziskovanja, ki je lahko dokumentiran v različnih bibliografskih enotah. COBISS ID zato ni enoznačen, izjemoma pa ga lahko tudi ni (npr. prehod mlajših sodelavcev v gospodarstvo na pomembnih raziskovalnih nalogah, ali ustanovitev podjetja kot rezultat projekta ... - v obeh primerih ni COBISS ID). [Nazaj](#)

⁷ Navedite rezultate raziskovalnega projekta iz obdobja izvajanja projekta (do oddaje zaključnega poročila) v primeru, da katerega od rezultatov ni mogoče navesti v točkah 6 in 7 (npr. ni voden v sistemu COBISS). Največ 2.000 znakov, vključno s presledki. [Nazaj](#)

⁸ Pomen raziskovalnih rezultatov za razvoj znanosti in za razvoj Slovenije bo objavljen na spletni strani: <http://sicris.izum.si/> za posamezen projekt, ki je predmet poročanja [Nazaj](#)

⁹ Največ 4.000 znakov, vključno s presledki [Nazaj](#)

¹⁰ Največ 4.000 znakov, vključno s presledki [Nazaj](#)

¹¹ Rubrike izpolnite / prepisite skladno z obrazcem "izjava sofinancerja" <http://www.arrs.gov.si/sl/progproj/rproj/gradivo/>, ki ga mora izpolniti sofinancer. Podpisan obrazec "Izjava sofinancerja" pridobi in hrani nosilna raziskovalna organizacija – izvajalka projekta. [Nazaj](#)

¹² Navedite en izjemni znanstveni dosežek in/ali en izjemni družbeno-ekonomski dosežek raziskovalnega projekta v letu 2013 (največ 1000 znakov, vključno s presledki). Za dosežek pripravite diapozitiv, ki vsebuje sliko ali drugo slikovno gradivo v zvezi z izjemnim dosežkom (velikost pisave najmanj 16, približno pol strani) in opis izjemnega dosežka (velikost pisave 12, približno pol strani). Diapozitiv/-a priložite kot priponko/-i k temu poročilu. Vzorec diapozitiva je objavljen na spletni strani ARRS <http://www.arrs.gov.si/sl/gradivo/>, predstavitev dosežkov za pretekla leta pa so objavljena na spletni strani <http://www.arrs.gov.si/sl/analize/dosez/>. [Nazaj](#)

Obrazec: ARRS-RPROJ-ZP/2014 v1.00

43-2C-C5-27-53-16-8B-27-D4-3E-89-3E-BD-BE-C1-7E-B7-CA-66-2E

Priloga 1

Conference on Geometry: Theory and Applications

June 24 - 28, 2013

Ljubljana, Slovenia

Main topics

- Computational Geometry
- Computer Aided Geometric Design
- Computer Graphics
- Differential Geometry
- Discrete Geometry
- Geometric Computing
- Geometric Modelling
- Isogeometric Analysis
- Robotics and Kinematics

Location

University of Ljubljana, Faculty of Mathematics and Physics
Jadranska 21, Ljubljana, Slovenia

<http://cgta2013.imfm.si>

Invited speakers

- Carlotta Giannelli (JKU Linz, Austria)
- Kai Hormann (University of Lugano, Switzerland)
- Jiří Kosinka (Rainbow Research Group, Cambridge, United Kingdom)
- Josef Schicho (RICAM, Linz, Austria)
- Tamás Várady (BME, Budapest, Hungary)

Scientific committee

Bert Jüttler, Otto Roeschel, Emil Žagar

Organizing committee

Gašper Jaklič, Marjeta Krajnc, Vito Vitrih, Emil Žagar

Deadline for abstract submission: March 31, 2013

