

Kako lahko vzgojitelj preveri otrokovo sposobnost štetja?¹



Jasmina Bunšek, mag. predšolske vzgoje

Že dveletni otrok začne v igro vključevati števila. Takrat bi lahko pomislili, da otrok zna šteti, vendar samo omemba števil še ne pomeni, da ima otrok sposobnost štetja. Lahko sklepamo, da otrok že pozna nekaj poimenovanj števil. Otrok loči besede števil od drugih opisnih besed. Da zna otrok šteti mora upoštevati načela štetja. Kako ugotoviti, na kakšni stopnji razumevanja je otrok, je za vzgojitelje uporabna informacija, saj na podlagi tega organizirajo dejavnosti za otroke. V prispevku predstavljam štiri reprezentacije števil (konkretno, grafično, simbolno in jezikovno) ter uporabnost prehajanja med njimi. Na koncu navajam še primere nalog prehajanja med reprezentacijami.

Ključne besede: štetje, reprezentacija števil, predšolski otroci

Besedno štetje

Besedno štetje je eno izmed prvih otrokovih izkušenj in spoznanj o številu (Labinowicz 2010). Pimm (1995) meni, da ko odrasli sprašujejo otroka po štetju, navadno mislijo na besedno štetje, saj jih ne zanima, ali znajo določiti, koliko objektov določene vrste je v zbirki predmetov, ampak ali lahko ustvarijo pravilen določen nabor govorenih zvokov v pravem vrstnem redu.

Besedno štetje začnejo otroci usvajati med drugim in tretjim letom in se razvija še nekaj let. Veliko 2,5-letnih otrok loči besede števil od drugih opisnih besed. Otroci takrat praviloma še ne uporabljajo standardnega vrstnega reda števil – npr. otrok reče »tri, pet«, da prešteje dva predmeta. Otrok te starosti razume, da različna imena števil predstavljajo različne količine in da je njihovo zaporedje pomembno (Geary 1994). Otroci morajo prvih nekaj poimenovanj števil povezati bodisi z zaznavno reprezentacijo bodisi z neverbalno reprezentacijo natančno določene količine za določeno majhno število (Cordes in Gelman 2005).

Nekateri teoretiki so mnenja, da otrokove prve besede štetja nimajo numerične vrednosti (Cordes in Gelman 2005). Piaget (Labinowicz 2010) meni, da lahko ta zmožnost besednega štetja odrasle zavede k sklepanju, da otrok, ki zna šteti, tudi razume pojem števila. Sodobna generacija otrok razodeva veliko zmožnost besednega štetja. Pri tem ne smemo spregledati otrokove zmožnosti le majhnega razumevanja, čeprav pri štetju zelo dobro posnema odrasle. Golo naštevanje števil, brez prisotnih resničnih predmetov, je dejavnost brez smisla, doda Piaget (Labinowicz 2010). Fayol in Seron (2005) po drugi strani trdita, da ima besedno štetje vrednost. Med otrokovim razvojem se zgodi, da razume več imen za števila in jih povezuje s kardinalnostjo, ne ve pa, katero ime povezati s katero množico.

Štetje z upoštevanjem načel štetja

Veščina štetja je pogojena z razumevanjem principov (Manfreda Kolar 2006, Papalia idr. 2003) oziroma načel štetja (Hodnik Čadež 2004 in Ferbar 1990). Načela štetja so (Manfreda Kolar 2006; Hodnik Čadež 2004; Papalia idr. 2003 in Ferbar 1990):

- načelo povratno enoličnega prirejanja,
- načelo urejenosti ali ustaljenega vrstnega reda,
- načelo kardinalnosti,
- načelo nepomembnosti vrstnega reda,
- načelo abstrakcije.

Prva tri načela pojasnjujejo pravila procesa, kako šteti. Četrto načelo pove, kaj lahko štejemo, peto pa povezuje vsa prejšnja načela (Manfreda Kolar 2006). Načela štetja po Gelmanovi in Gallistelu (Cordes in Gelman 2005) veljajo za besedne in nebesedne situacije.

Reprezentacije števil

Reprezentacija je nekaj, kar stoji nekje namesto nečesa drugega (Hodnik Čadež 2003, 2015). Za vsako reprezentacijo moramo definirati:

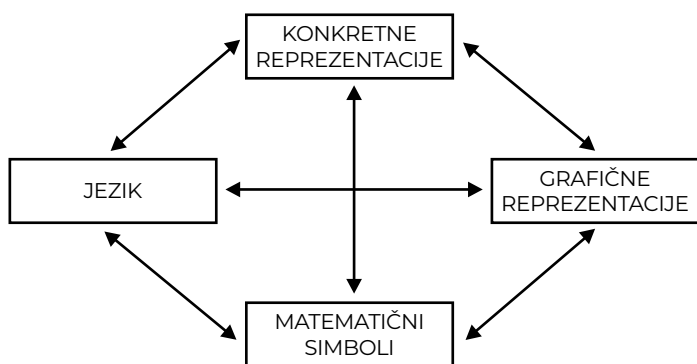
- reprezentiran svet (svet, ki ga reprezentiramo),
- svet, ki ga reprezentirajoči svet prikazuje,
- kateri aspekti so predstavljeni,
- katere vidike reprezentiranega sveta predstavlja in
- povezanost med svetom, ki se predstavlja, in reprezentirajočim svetom (Palmer 1978, v Hodnik Čadež 2015).

Reprezentacije so sestavni del spoznavanja matematike, ki nam po eni strani pomagajo pri oblikovanju matematičnih pojmov, po drugi strani pa predstavljajo tudi vir težav za otroke, saj otroci ne interpretirajo reprezentacij tako, kot bi mi želeli (Hodnik Čadež 2003). Prepoznavanje več različnih reprezentacij števil in sposobnost njihovega interpretiranja sta sestavna dela razumevanja števil (Powell in Nurnberger-Haag 2015).

Razlikujemo med notranjimi (mentalne slike) in

¹ Vsebinska članka izhaja iz magistrskega dela *Razumevanje pojma število pri 3–5-letnih otrocih* (2016), ki je nastala pod mentorstvom dr. Tatjane Hodnik Čadež s Pedagoške fakultete v Ljubljani.

zunanji (okoljski) reprezentaciji (Hodnik Čadež 2003, 2015; Powell in Nurnberger-Haag 2015). Zunanje reprezentacije so sestavljene iz strukturiranih simboličnih elementov, katerih naloga je zunanji, viden prikaz določene matematične stvarnosti (Hodnik Čadež 2003, 2015). Informacije zunanjih reprezentacij niso direktno prenosljive oz. prevedljive v notranje reprezentacije. Pridobivanje znanja s pomočjo reprezentacij temelji na aktivni udeležbi otrok v procesu interpretacij reprezentacij in je med drugim odvisno tudi od otrokovega predznanja (Hodnik Čadež 2003). Notranje reprezentacije opredeljujemo kot miselne predstave oz. miselne prezentacije, nekaj, kar nima originala, kot notranji svet izkušenj (Hodnik Čadež 2015). Notranjih reprezentacij ne moremo neposredno opazovati (Manfreda Kolar 2006). To je najmanj dostopno področje za pedagoške delavce in zato najbolj zanimivo (Hodnik Čadež 2015). Naše razumevanje otrokovih notranjih reprezentacij je mogoče le z opazovanjem otrok pri uporabi zunanjih reprezentacij (Manfreda Kolar 2006). Vsak medij, preko katerega skušamo razumeti notranji svet izkušenj, je le bolj ali manj dobra interpretacija naših notranjih formulacij (Hodnik Čadež 2015). Uspešno učenje je aktivno oblikovanje znanja v procesu interakcij med zunanjimi in notranjimi reprezentacijami (Hodnik Čadež 2003). Zunanje reprezentacije števil so po V. Manfreda Kolar (2006) lahko konkretne in simbolne, po T. Hodnik Čadež (2003, 2015) pa poleg omenjenih še grafične. Novejše raziskave kažejo, da je bolj kot vrstni red obravnave reprezentacij pomembno vzpostavljanje povezav med njimi (Hodnik Čadež 2015). V nadaljevanju predstavljam konkretno, grafično, simbolno in jezikovno reprezentacijo.



Odnosi med reprezentacijami (Hodnik Čadež 2003, prirejeno po Haylock in Cockburn 1989)

Slika ponazarja jezikovno, konkretno in grafično reprezentacijo ter matematične simbole, kar razu-

memo kot simbolno reprezentacijo. Puščice med reprezentacijami predstavljajo vse možne kombinacije prehodov med reprezentacijami. Reprezentacije in prehodi med njimi lahko veljajo tudi za druge matematične pojme.

KONKRETNA REPREZENTACIJA

Poznamo strukturirane in nestrukturirane materiale. Strukturirani so npr. Dienesove plošče, katerih namen je sicer že osnovnošolskim otrokom pomagati pri razumevanju desetiškega sistema in računskih algoritmov. Konkretni nestrukturiran material predstavlja vse reči, ki jih otrok uporablja kot pripomočke za učenje. Konkretni material pri učenju matematike so otrokovi prsti na rokah, lahko pa tudi na nogah. Fizični občutek ob uporabi je pomemben vir znanja (Pimm 1995), vendar konkretni material sam po sebi ne zagotavlja izkušnje, tudi ne vsebuje matematike in ni njen izvor. Samo ljudje s svojimi mislimi lahko osmislijo konkreten material in vzgojiteljeva vloga ob uporabi konkretnega materiala je predvsem pomagati otroku, da material osmisli.

Največja »nevarnost« je, da je otrok pri rokovanju z materialom bolj pozoren na samo rokovanje kot pa na učenje o pojmu, ki ga želimo pojasniti ob določenem materialu. Pri razumevanju matematičnih pojmov je bistveno prehajanje med posameznimi reprezentacijami in težko bi kateri od reprezentacij v katerikoli fazi učenja dali prednost. Ključno pri uporabi konkretnega materiala je, da vzgojitelji namenimo večjo vlogo povezovanju znanja, ki ga otrok pridobiva ob različnih reprezentacijah, torej da pri vpeljevanju konkretnega materiala razmišljamo, kaj naj s pomočjo konkretnega materiala osvojijo, in ne, kako naj material uporabljajo (Hodnik Čadež 2003).

V rokovanju z materialom se mora odražati miselna aktivnost, ki je potrebna za razumevanje abstraktnega matematičnega pojma. Če zunanje reprezentacije ne predvidijo določenih miselnih naporov, so didaktično neustrezne (Markovac 1990).

GRAFIČNA REPREZENTACIJA

Grafične reprezentacije so pri učenju matematike v vrtcih najbolj zastopane v drugem starostnem obdobju. Predstavljajo nekakšen most med konkretnimi reprezentacijami in reprezentacijami z matematičnimi simboli (Hodnik Čadež 2003). Heedens (1986, v Hodnik Čadež 2003) je grafično reprezentacijo predstavil kot most, ki vodi od konkretnega proti abstraktnemu. Deli ju na semikonkretne in semiabstraktne reprezentacije. Primer konkretne reprezentacije seštevanja do deset je reprezentacija s pravimi orehi, primer semikonkretne reprezentacije so narisani orehi, semiabstraktna reprezentacija pa so namesto orehov, na primer, narisani krogci. Prikaz s krogci je lahko v neki drugi situaciji primer semikonkretne reprezentacije.

SIMBOLNA REPREZENTACIJA

Matematika je jezik s svojim sistemom znakov (Labinowicz 2010). Matematični simboli na začetku šolanja so številke od 0 do 9, znaki za operacije (+, -, ·, :) ter znaki za relacije (<, >, =) (Hodnik Čadež 2003). Zapis je dvakrat odmaknjen od stvarnosti in je najbolj abstraktna oblika predstavljanja. Poljubne konfiguracije z značilnimi oblikami imenujemo števila in ne spominjajo na zapleten pojem števila. Dekodiranje znakov za števila ne vodi samodejno do pomena. Matematični odnosi niso vgrajeni v njihove simbole. Odnose ustvari in jih tem simbolom pripiše človek (Labinowicz 2010). V vrtcu otrok po *Kurikulumu za vrtce* (2007: 65) »rabi simbole, s simboli zapisuje dogodke in opisuje stanje«, lahko tudi brez védenja, kaj številke pomenijo. Otroci velikokrat matematične simbole uporabljajo mehanično, brez razumevanja. Čeprav otroci pokažejo, da so pri uporabi matematičnih simbolov spretni, se po navadi pokaže, da je njihova uporaba simbolov rigidna oz. uspešna le v določenih situacijah (Hodnik Čadež 2003).

JEZIKOVNA REPREZENTACIJA

Jezik je zelo pomemben medij. Z njegovo pomočjo razlagamo, hkrati pa je tudi sam po sebi reprezentacijski sistem (Hodnik Čadež 2003). Z jezikovno reprezentacijo se praviloma otroci srečajo pred simbolno reprezentacijo (Cordes in Gelman 2005). Govor, torej jezik, je najbolj celosten in abstrakten način predstavljanja. Čeprav so druge oblike predstavljanja zelo podobne predmetom ali dogodkom, ki jih simbolizirajo, govor, izražen v simbolih, ne spominja nanje. Govor pogosto spremlja druge oblike predstavljanja (Labinowicz 2010). Razvoj pojmov je v veliki meri odvisen od razvoja miselnih in govornih struktur oz. od načina otrokove reprezentacije (Marjanovič Umek 2004).

Prehajanje med reprezentacijami

V procesu prehoda med specifičnimi reprezentacijami predstavlja konkretna reprezentacija »bazo«, abstraktna reprezentacija pa cilj. V procesu vzpostavljanja povezav med reprezentacijami od otrok pričakujemo, da odkrijejo podobnost struktur obeh reprezentacij. Povezava med njima je po navadi skrita (Ding, Li 2014 v Hodnik Čadež 2015). Odkrivanje povezave pa je ključnega pomena za učenje matematike z razumevanjem. Dva ključna kriterija za vzpostavljanje povezave med reprezentacijami sta: podobna struktura reprezentacij in postopen proces pri učenju vzpostavljanja povezav med reprezentacijami (postopno zmanjševanje konkretnega) (Hodnik Čadež 2015).

Najučinkovitejši pristop, ki otrokom omogoča boljše razumevanje matematičnih pojmov, je poučevanje matematike, ki temelji na raziskovanju različnih reprezentacij specifičnega matematičnega pojma in spodbujanju otrok, da prehajajo iz ene v drugo reprezentacijo (Hodnik Čadež 2015). Tekoča raba

reprezentacij in spretna uporaba posameznih reprezentacij in prehodov med reprezentacijami, ko je to potrebno, je učinkovitejše od osredotočanja na reprezentacijo, ki nima utemeljene povezave z matematičnim pojmom (Bieda in Nathan 2009 v Hodnik Čadež 2015).

Manfreda Kolar (2006) je postavila vprašanje, kako si otrok pri reševanju zahtevnejših matematičnih nalog lahko pomaga s prevedbo števil v različne reprezentacije. Ugotavlja, da je za otroke najbolj zahteven zapis s konvencionalnimi simboli in s tem povezana prevedba v simbolni zapis. Če otroci teh ne poznajo, jim zapis ne nudi nobene uporabne informacije.

Hughes in Byrdon (1986, v Manfreda Kolar 2006) sta v svoji raziskavi 22 otrokom, ki so se že seznanili s konvencionalnimi simboli, predstavila serijo nalog, ki so vključevale operaciji seštevanja in odštevanja. Naloge so se stopnjevale po zahtevnosti. Ko je bila naloga pretežka, sta otroku v pomoč ponudila list in svinčnik. Le en otrok si je pomagal s strategijo prehajanja med reprezentacijami in si narisal pike v pomoč. Ostali otroci so na list pisali le konvencionalne simbole, s katerimi si niso mogli nič pomagati. Kako otroci prehajajo med simbolno in konkretno reprezentacijo, sta Hughes in Byrdon (prav tam) ugotavljala z drugim delom vprašalnika. Za razliko od prvega dela sta pri zahtevnejših nalogah ponudila kocke v pomoč. Le 3 otroci od 22 so kocke uspešno uporabili za rešitev simbolno podane naloge. Primeri kažejo, da otroci ne prepoznajo smisla v uporabi konvencionalnih simbolov niti konkretnega materiala v obliki kock, če ne znajo prehajati med reprezentacijami.

Manfreda Kolar (2006) tako povzema, da je obvladovanje matematičnih simbolov tesno povezano s prehajanjem med simbolnimi in konkretnimi reprezentacijami. Ob tem navaja ključne cilje prehajanja med tema vrstama reprezentacij (prav tam):

- dati smisel formalnim matematičnim nalogam s prehajanjem v konkretno reprezentacijo;
- prevajati konkretno podane naloge v formalni zapis;
- če je problem pravilno rešen in bi se radi prepričali, če je določena rešitev smiselna, lahko preverimo s prevajanjem formalne reprezentacije naloge v konkretno.

Torej, večkrat kot bo otrok prehajal med različnimi reprezentacijami števil, bolj jih bo ponotranjil.

Naloge za preverjanje prehajanja med reprezentacijami števil

V nadaljevanju navajam, kakšne naloge sem postavila otrokom v vrtcu, da bi ugotovila kako dobro razumejo pomen števil. Pomagala sem si z igračo veverico, ki se je namesto mene pogovarjala z otrokom. Vsi potrebni pripomočki so opisani v nalogi sami. Število, ki ga želimo izvedeti od otroka, prilagodimo našemu zanimanju.

1. Konkretno-jezikovno prehajanje: Veverica pred otroka položi majhno posodo z 2 orehoma in vpraša otroka, koliko orehov je v posodi.



Postavitev pripomočkov pri nalogi konkretno-jezikovnega prehajanja.

3. Konkretno-simbolno prehajanje: Veverica pred otroka položi list s števili in črkami. Predenj položi še posodo z orehi. Otroka prosi, da pokaže s katerim znakom napišemo, koliko orehov je v posodi.



Postavitev pripomočkov pri nalogi konkretno-simbolnega prehajanja.

2. Konkretno-grafično prehajanje: Igrača veverica otroku ponudi list papirja, barvico, nato še posodo z enim orehom. Otroka prosi, da nariše toliko orehov, kolikor jih vidi v posodi.
4. Grafično-konkretno prehajanje: Otrok ima pred sabo košaro z orehi. Veverica predenj položi sliko s 5 orehi in ga prosi: »V posodo daj toliko orehov, kolikor jih je na sliki.«

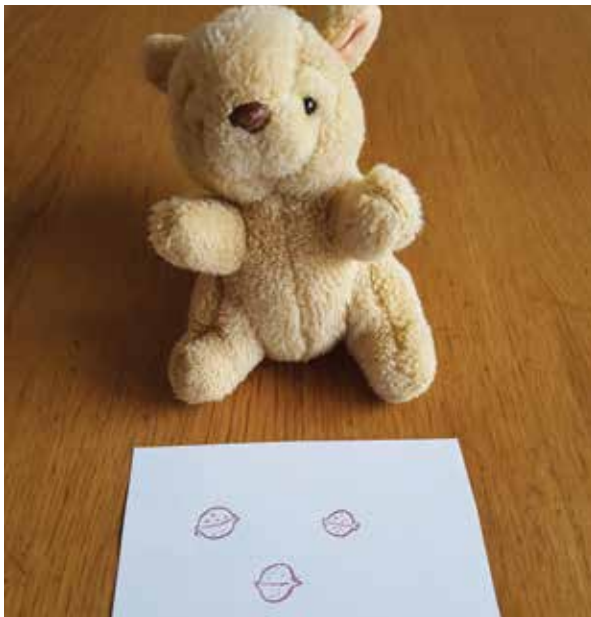


Postavitev pripomočkov pri nalogi konkretno-grafičnega prehajanja.



Postavitev pripomočkov pri nalogi grafično-konkretnega prehajanja.

5. Grafično-jezikovno prehajanje: Otroku veverica ponudi sliko s 3 orehi in ga vpraša, koliko orehov je na sliki.



Postavitev pripomočkov pri nalogi grafično-jezikovnega prehajanja.

6. Grafično-simbolno prehajanje: Veverica pred otroka položi sliko s 6 orehi in list s številami in črkami, razmetanimi na njem. Otroka prosi, da ji pokaže, s katerim znakom se napiše, koliko orehov je na sliki.



Postavitev pripomočkov pri nalogi grafično-simbolnega prehajanja.

7. Jezikovno-grafično prehajanje: Veverica pred otroka položi list papirja in barvico. Otroka prosi, da ji nariše 2 oreha.



Postavitev pripomočkov pri nalogi jezikovno-grafičnega prehajanja.

8. Simbolno-grafično prehajanje: Veverica pred otroka položi prazen list papirja in barvico ter zapiše število 5 na kartončku. Otroka prosi, da ji nariše toliko orehov, kot piše na kartončku.



Postavitev pripomočkov pri nalogi grafično-simbolnega prehajanja.

9. Simbolno-konkretno prehajanje: Veverica poda otroku navodila, da v posodo nabere toliko orehov, kot piše na kartonu. Na kartonu piše 7.



Postavitev pripomočkov pri nalogi simbolno-konkretnega prehajanja.

10. Jezikovno-konkretno prehajanje: Veverica otroka prosi, da ji v posodo nabere 4 orehe.



Postavitev pripomočkov pri nalogi jezikovno-konkretnega prehajanja.

11. Jezikovno-simbolno prehajanje: Pred otroka položimo list s številami in črkami, mešano razporejenimi, in ga prosimo, da na njem pokaže, katero število je 3.



Postavitev pripomočkov pri nalogi simbolno-konkretnega prehajanja.

12. Simbolno-jezikovno prehajanje: Pred otroka posemerno položimo kartonček z zapisom števila 4 in vprašamo, kaj piše na njem.



Postavitev pripomočkov pri nalogi simbolno-jezikovnega prehajanja.

Zaključek

Naloga prehajanja med reprezentacijami priporočam v uporabo v varnem okolju, ko so otroci siti in spočiti. Sama sem bila prijetno presenečena nad odzivi otrok. Nekateri otroci so lahko zelo sramežljivi, lahko pa pogumni, eni se prestrašijo vprašanj, drugi pa se znajdejo po svoje, če že niso prepričani v odgovor. Naloga vzgojitelja (izpraševalca) je, da ima čim bolj nevtralen obraz, medtem ko postavlja vprašanja in medtem, ko prejema odgovor. Otroci si zelo pomagajo tudi z našimi odzivi. Odgovori otrok nam bodo pokazali, kako zanimivo otroci razmišljajo in sklepajo.

Literatura:

- Bahovev, E. D. (2007): *Kurikulum za vrtce: predšolska vzgoja v vrtcih*. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport.
- Bunšek, J. (2016): *Razumevanje pojma število pri 3-5-letnih otrocih*. Ljubljana: Pedagoška fakulteta, UL – magistrsko delo.
- Cordes, S. in Gelman, R. (2005): The young numerical mind: When does it count? V: Campbell Jamie I. D. (ur.), *Handbook of Mathematical Cognition*, str. 127–142. New York in Hove. Psychology Press.
- Fayol, M. in Seron, X. (2005): About Numerical Representations V: Campbell Jamie I. D. (ur.), *Handbook of Mathematical Cognition*, str. 3–22. New York in Hove. Psychology Press.
- Ferbar, J. (1990): *Štetje*. Novo mesto: Pedagoška obzorja.
- Geary, D. C. (1994): *Children's Mathematical Development: Research and Practical Applications*. Washington: American Psychological Association.
- Hodnik Čadež, T. (2015): *Poučavanje matematike u osnovnoj školi u svetlu suvremenih istraživanja*. Poučak: časopis za metodiku i nastavu matematike. Letnik 15, št. 2, str. 4–19.
- Hodnik Čadež, T. (2004): *Cicibanova matematika, priručnik za vzgojitelja*. Ljubljana: Državna založba Slovenije.
- Hodnik Čadež, T. (2003): *Pomen modela reprezentacijskih preslikav za učenje računskih algoritmov*. V: Pedagoška obzorja. Didactica Slovenica, letnik 18, št. 1.
- Labinowicz, E. (2010): *Izvirni Piaget. Mišljenje – Učenje – Poučevanje*. Ljubljana: Državna založba Slovenije.
- Manfreda Kolar, V. (2006): *Razvoj pojma število pri predšolskem otroku*. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta.
- Marjanovič Umek, L. (2004): *Razvojna psihologija*. Ljubljana: Znanstvenoraziskovalni inštitut Filozofske fakultete.
- Markovac, J. (1990): *Metodika početne nastave matematike*. Zagreb: Školska knjiga.
- Papalia, D. E., Olds, Wendkos, S. in Feldman, R. D. (2003): *Otrokov svet: otrokov razvoj od spočetja do konca mladostništva*. Ljubljana: Educy.
- Pimm, D. (1995): *Symbols and meanings in school mathematics*. London and New York: Routledge.
- Powell, S. R., Nurnberger-Haag, J. (2015): Everybody Counts, but Usually Just to 10! A Systematic Analysis of Number Representations in Children's Books. *Early Education and Development*, letn. (2015) 26: 377–398. London and New York: Routledge.