Prof. Melcerjev spis „Matija Čopu v spomin."

Jahresbericht

des

kaiserl. königl. Obergymnasiums zu Laibach,

veröffentlicht

am Schlusse des Schuljahres 1865

durch den k. k. Director

Dr. Heinrich Mitteis.

Laibach. 1865.

Druck von Ign. v. Kleinmayr & F. Bamberg.

Verlag des Gymnasiums.

Inhalt.

Elementäre Ableitung

der

Budan-Horner'schen Auflösungs-Methode höherer Zahlengleichungen.

Diese Blätter haben den Zweck, die Methoden Budan's und Horner's zur Berechnung der reellen Wurzeln höherer Zahlengleichungen ganz elementär, selbst ohne Voraussetzung der Binomial-Formel und der Reihen, dennoch aber mit aller wissenschaftlichen Strenge zu entwickeln. Um dieses letztern Umstandes willen finden hier manche Sätze (z. B. §§. 8, 9) eine Stelle, die man bei geringern Ansprüchen auf Gründlichkeit leicht überflüssig finden könnte, und sind daher auch die irrationalen Wurzeln in den Erklärungen und Beweisen mehr berücksichtigt, als dieß gewöhnlich der Fall ist. Behufs der Analyse der Gleichungen wurden Budan's und Kartesius' Kriterien der Wurzeln (das letztere einigermaßen modificirt), sowie auch das in §. 18 angegebene, das ich oft mit Vortheil anwende, als die in theoretischer und praktischer Hinsicht einfachsten aufgenommen.

§. 1.

Jede Gleichung des n-ten Grades von Einer Unbekannten kann durch gehörige Reduction auf die allgemeine, von Harriot zuerst betrachtete Form: $Ax^n + A_1 x^{n-1} + A_2 x^{n-2} x \ldots A_{n-3} x^3 + A_{n-2} x^2 + A_{n-1} x + A_n = 0$ . . (1 gebracht werden, und wir werden sie auch dem Folgenden unter der Voraussetzung zu Grunde legen, daß A eine rationale positive Zahl, A_1, A_2, ... A_{n-3}, A_{n-2}, A_{n-1}, A_n rationale positive oder negative Zahlen, oder auch Nullen bedeuten, n aber jedesmal eine positive ganze Zahl vorstellt. Das nach den Potenzen von x fallend geordnete Polynom auf der linken Seite der Gleichung (1 wollen wir Kürze halber durch F(x) darstellen, und daher auch die Gleichung (1 kurz so schreiben: $F(x) = 0$.

§. 2.

Hat eine Zahl die Beschaffenheit, daß sie statt x in die Gleichung (1 gesetzt, dieselbe verificirt, so heißt sie eine Wurzel der Gleichung. So ist z. B. 4 eine Wurzel der Gleichung: $3x^5 + 5x^4 - 6x^3 + 2x^2 - 11x - 3956 = 0$. Um die Substitution einer Zahl a in ein Polynom von der Form (1 am leichtesten zu bewerkstelligen, denke man sich das Polynom F(x) also angeschrieben: $F(x) = (((((Ax + A_1)x + A_2)x + A_3)x + A_4)x + \ldots + A_{n-1})x + A_n$ und es ist daher auch $F(a) = ((((((Aa + A_1)a + A_2)a + A_3)a + A_4)a + \ldots + A_{n-1})a + A_n$. Nun verrichte man zuerst die Substitution in der innersten Klammer; d. h. man berechne $Ax + A_1$, das Resultat multiplicire man mit a und addire das Product zu A_2, das neue Resultat multiplicire man wieder mit a und addire das Product zu A_3 u. s. w., wie es die Aufeinanderfolge der Klammern anzeigt. Um demnach im obigen Beispiele 4 statt x zu substituiren, könnte man die ganze Rechnung am einfachsten also führen:

$3x^5 + 5x^4$	$-6x^3$	$+2x^2$	$-11x$	-3956	
$+12$	$+68$	$+248$	$+1000$	$+3956$	
$+17$	$+62$	$+250$	$+989$	0	

Es ist nämlich $3 . 4 = 12$, welches Product unter dem zweiten Coefficienten 5 angeschrieben wird und zu diesem addirt, 17 zur Summe gibt. Diese gibt ferner, mit 4 multiplicirt, das Product 68, welches unter -6 zu stehen kömmt, und die (algebraische) Summe $-6 + 68 = 62$ u. s. w. Noch einfacher steht die Rechnung, wenn man die einzelnen Summanden in der mittlern Horizontalreihe gar nicht anschreibt, sondern zu den oben stehenden Zahlen sogleich addirt.

$3x^5 + 5x^4$	$-6x^3$	$+2x^2$	$-11x$	-3956
$+17$	$+62$	$+250$	$+989$	0

Anmerkung. Soll Null statt x substituirt werden, so reducirt sich das Polynom auf das Endglied A_n; d. h. es ist $F(0) = A_n$.

§. 3.

Das Polynom $F(x)$ ist durch jeden Wurzelfactor der Gleichung (1 theilbar. Zufolge §. 1 ist $F(x) = Ax^n + A_1 x^{n-1} + A_2 x^{n-2} + \ldots + A_{n-2} x^2 + A_{n-1} x + A_n$. Ist ferner a eine Wurzel der Gleichung (1, so ist $0 = Aa^n + A_1 a^{n-1} + A_2 a^{n-2} + \ldots + A_{n-2} a^2 + A_{n-1} a + A_n$. Durch Subtraction dieser Gleichungen folgt: $F(x) = A(x^n - a^n) + A_1(x^{n-1} - a^{n-1}) + A_2(x^{n-2} - a^{n-2}) + \ldots + A_{n-2}(x^2 - a^2) + A_{n-1}(x - a)$ . . . (2
Da die eingeklammerten Ausdrücke, wie $x^n - a^n$, $x^{n-1} - a^{n-1}$ u. s. f. durch $x-a$ theilbar sind, so ist es auch die ganze rechte Seite der Gleichung (2, und mithin auch $F(x)$.

Folgerungen.

1) Setzen wir den Quotienten $F(x) : (x-a) = f(x)$, so muß offenbar $f(x)$ ein Polynom des $(n-1)$-ten Grades und $F(x) = (x-a) . f(x)$ sein. . . . . (α

Hat die Gleichung $F(x) = 0$ außer a noch eine andere Wurzel b, so ist auch $F(b) = 0$, und α) gibt dann $(b-a) . f(b) = F(b) = 0$. Dieß kann nur stattfinden, wenn $f(b) = 0$ ist, d. h. wenn b auch eine Wurzel der Gleichung $f(x) = 0$ ist. Dann muß aber $f(x)$ durch $(x-b)$ (als Wurzelfactor von $f(x) = 0$) theilbar sein, und ein neues Polynom des $(n-2)$-ten Grades, sagen wir $\boldsymbol{F}(x)$, zum Quotienten geben, so daß man die Gleichung hat: $f(x) = (x-b) . \boldsymbol{F}(x)$. Dieß in ($\alpha$ statt $f(x)$ gesetzt, gibt $F(x) = (x-a) . (x-b) . \boldsymbol{F}(x)$; und durch Fortsetzung dieser Schlüsse gelangt man zu dem Satze: **Hat eine Gleichung $F(x) = 0$ die n Wurzeln: $a, b, c, \ldots g$,** so ist $F(x) = (x-a)(x-b)(c-c) \ldots (x-g) . A$, oder wenn der Coefficient von x^n, nämlich $A = 1$ ist, $F(x) = (x-a)(x-b)(x-c) \ldots (x-g)$ . . . . (β

Mehr als n Wurzeln kann demnach eine Gleichung des n-ten Grades nicht haben, weil keiner von den Factoren $(x-a)$, $(x-b) \ldots (x-g)$ für einen von $a, b \ldots g$ verschiedenen Werth von x verschwinden kann.

Sollte eine Gleichung $F(x) = 0$ weniger als n Wurzeln *), oder wenigstens als n **reelle** Wurzeln haben, so erhält man, wenn man $F(x)$ successive durch die sämmtlichen etwaigen reellen Wurzelfactoren dividirt, ein Polynom von der Form: $Bx^r + B_1 x^{r-1} + B_2 x^{r-2} + \ldots + B_{r-1} x + B_r$, welches wir kurz $= \varphi(x)$ setzen wollen, und in welchem r um die Anzahl der reellen Wurzeln in $F(x) = 0$ kleiner ist als n. Dem zu Folge hat man:

γ) $\quad F(x) = (x-a) . (x-b) . (x-c) \ldots (Bx^r + B_1 x^{r-1} + \ldots B_{r-1} x + B_r)$ oder

δ) $\quad F(x) = (x-a) . (x-b) . (x-c) \ldots \varphi(x)$.

2) Entwickelt man auf der rechten Seite in γ) die angezeigte Multiplication, so muß offenbar das gehörig geordnete Product mit dem Polynome $F(x)$ Glied für Glied übereinstimmen. Das von x freie Glied jenes Productes ist aber $= -a . -b . -c \ldots B_r$, und daher $A_n = -a . -b . -c \ldots B_r$, d. h. **das letzte Glied A_n einer geordneten Gleichung ist dem Producte aus sämmtlichen reellen, mit entgegengesetzten Vorzeichen genommenen Wurzeln der Gleichung und aus dem von x freien Gliede des Polynomes $\varphi(x)$ gleich.**

3) Ist daher a eine ganzzahlige Wurzel der Gleichung $F(x) = 0$, in welcher $A_n = 0$ oder eine ganze Zahl ist, so muß A_n durch a theilbar sein.

4) Ist das Polynom $F(x) = (x-a)^p . (x-b)^q . \varphi(x)$, wo p und q positive ganze Zahlen bedeuten, so heißt **a eine p-fache und b eine q-fache Wurzel** der Gleichung $F(x) = 0$. So ist z. B. $(x-3)^3 . (x-2)^2 . (x-5)(x^2+1) = x^8 - 18x^7 + 133x^6 - 524x^5 + 1203x^4 - 1694x^3 + 1611x^2 - 1188x + 540$, und es ist mithin 3 eine 3-fache, 2 eine 2-fache, 5 eine **ein**fache Wurzel der Gleichung:

$$x^8 - 18x^7 + 133x^6 - 524x^5 + 1203x^4 - 1694x^3 + 1611x^2 - 1188x + 540 = 0.$$

5) Die Gleichung $\varphi(x) = 0$, in welcher $\varphi(x)$ dieselbe Bedeutung, wie in 1) hat, kann keine reelle Wurzel haben; denn wäre z. B. k eine solche, so wäre $\varphi(k) = 0$, und mithin wegen δ) auch $F(k) = 0$. Dieß ist aber unmöglich, weil sonst $\varphi(x)$ sowohl, als auch $F(x)$ den Wurzelfactor $(x-k)$ enthalten müßte, was gegen die Voraussetzung in 1) ist.

---

*) Man hat in früherer Zeit ohne weitern Beweis angenommen, daß eine Gleichung des n-ten Grades n Wurzeln von der Form $a + \sqrt{-1} . b$ haben müsse; erst **Gauß, Ivory, Cauchy** u. a. haben für diesen Satz Beweise geliefert. Da es uns jedoch bloß um die Berechnung der **reellen** Wurzeln zu thun ist, so ist der genannte Satz für uns nicht nothwendig, und wir nehmen daher auch Umgang von einem Beweise desselben.

§. 4.

Haben zwei auf einander folgende Glieder eines Polynomes $F(x)$ gleiche Vorzeichen, so nennt man dieß eine Zeichenfolge. Sind sie jedoch den Vorzeichen nach entgegengesetzt, so heißt dieß ein Zeichenwechsel. Ist z. B. $F(x) = 7x^5 + 8x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 5x - 11$, so bilden $7x^5 + 8x^4$ eine Z. F. (Zeichenfolge), $+ 8x^4 - 3x^3$ einen Z. W. (Zeichenwechsel), $- 3x^3 - 7x^2$ eine Z. F., $- 7x^2 + 5x$ einen Z. W. u. s. f.; es hat somit jenes Polynom 2 Z. F. und 3 Z. W. Ebenso hat das Polynom $F(x) = 5x^8 - 5x^3 + 2x^2 + 7$ zwei Z. W. und eine Z. F. *).

Folgesätze.

1) Der erste Z. W. findet im ersten Beispiele bei $-3x^3$, der zweite bei $+5x$ und der dritte bei -11 Statt; und es ergibt sich der Satz: Ist das Anfangsglied eines Polynoms positiv, so findet jeder **ungerade** (z. B. der erste, dritte, fünfte ...) Z. W. bei einem **negativen**, und jeder **gerade** Z. W. bei einem **positiven** Gliede Statt.

2) Hat ein Polynom (dessen Anfangsglied positiv ist) ein positives Endglied, so sind darin entweder keine Z. W. oder nur in gerader Anzahl vorhanden; ist aber dessen Endglied negativ, so enthält es eine ungerade Anzahl von Z. W.

3) Haben zwei Polynome (deren Anfangsglieder positiv sind) gleich bezeichnete Endglieder, so ist die Differenz zwischen den Z. W. beider Polynome entweder $= 0$, oder eine gerade Zahl; sind aber die Endglieder jener Polynome ungleich bezeichnet, so ist die Differenz der Z. W. in beiden eine von Null verschiedene ungerade Zahl.

§. 5.

I. Multiplicirt man ein Polynom $F(x)$ mit einem Factor von der Form $(x - a)$ (in welchem a seiner Natur nach positiv ist), so hat das Product **wenigstens einen** Z. W. mehr als $F(x)$.

II. Multiplicirt man ein Polynom $F(x)$ mit einem Factor von der Form $(x - a)$ (in welchem a wieder positiv ist), so hat das Product **höchstens** so viele Z. W. als $F(x)$.

Beweis I.

Ist $F(x)$ ein Polynom des ersten Grades von der Form $Ax + A_1$ oder $Ax - A$, oder Ax, so sind die Producte $F(x) \, . \, (x-c)$ der Reihe nach: $Ax^2 + (A_1 - Aa)x - A_1 a$, $Ax^2 - (A_1 + Aa)x + A_1 a$, $Ax^2 - Aax$, in deren jedem ein Z. W. mehr vorkömmt, als in den betreffenden ursprünglichen Polynomen.

Wir nehmen jetzt an, unser Satz sei für ein Polynom des $(n-1)$-ten Grades, nämlich für $Ax^{n-1} + A_1 x^{n-2} + A_2 x^{n-3} + \ldots + A_{n-2} x + A_{n-1}$, welches wir kurz $\psi(x)$ nennen wollen, erwiesen, und schreiben dann das Polynom des n-ten Grades $F(x)$ (Formel (1 in §. 1), welches r Z. W. enthalten mag, in der Form:
$F(x) = (Ax^{n-1} + A_1 x^{n-2} + A_2 x^{n-3} + \ldots + A_{n-2} x + A_{n-1})x + A_n$ oder kurz $F(x) = x \, . \, \psi(x) + A_n$ . . . (α
es ist alsdann:

$$(x-a) \, . \, F(x) = (x-a)(Ax^{n-1} + A_1 x^{n-2} + A_2 x^{n-3} + \ldots + A_{n-2} x + A_{n-1})x + A_n (x-a).$$

oder kurz: $(x-a) \, . \, F(x) = (x-a) x \, . \, \psi(x) + A_n (x-a)$ . . . . (β

Das letzte Glied des ersten Productes auf der rechten Seite in den Formeln (β ist $= - A_{n-1} ax$, und wenn man die vorangehenden Glieder dieses Productes insgesammt durch C darstellt, so ist
$(x-a) \, . \, (Ax^{n-1} + A_1 x^{n-2} + A_2 x^{n-3} + \ldots + A_{n-2} x + A_{n-1})x = C - A_{n-1} ax$ . . . . . (γ
und mithin: $(x-a) \, . \, F(x) = C - A_{n-1} ax + A_n x - a A_n$ . . . . . . (δ

Es sei nun erstens $A_n = 0$, so ist $F(x) = x \, . \, \psi(x)$ wegen (α und $(x-a) F(x) = (x - a \, . \, x \, . \, \psi(x)$ wegen (β; zugleich müssen die sämmtlichen r Z. W. in $x \, . \, \psi x$, oder, was dasselbe ist, in $\psi(x)$ vorkommen, und das Product $(x-a) \, . \, \psi(x)$ und mithin auch $(x-a) \, . \, x \, . \, \psi x = (x-a) F(x)$ muß der Voraussetzung gemäß, daß der Satz für ein Polynom des $(n-1)$-ten Grades gilt, wenigstens $r+1$ Z. W. enthalten.

*) Man pflegt zwar in den Fällen, wenn eine oder mehrere Potenzen von x fehlen, die Z. F. und Z. W. sonst anders zu zählen; indessen scheint die angegebene Weise einfacher und für die folgende Darstellung zweckmäßiger zu sein.

Es sei zweitens A_n von o verschieden, aber $A_{n-1}=o$, so müssen von den vorausgesetzten r Z. W. wenigstens $r-1$ in $x.\psi(x)$, mithin in $\psi(x)$ vorkommen, und das Product $(x-a).\psi(x)$ und folglich auch $(x-a).x.\psi(x)$ muß ihrer demnach wenigstens r haben. Der Ausdruck $A_n(x-a)$ bietet ferner seinerseits auch einen Z. W. dar, und daher muß die Summe der beiden letzten Ausdrücke, nämlich $(x-a).x.\psi(x)=A(x-a)$, d. h. $(x-a)F(x)$ wegen (β, da sie keine gegenseitige Reduction zulassen können, wenigstens $r+1$ Z. W. enthalten.

Es seien drittens A_n und A_{n-1} von Null verschieden, und beide gleich, sagen wir, positiv bezeichnet; so müssen die r Z. W. von $F(x)$ bereits in den frühern Gliedern bis inclusive $A_{n-1}x$ vorkommen, und folglich muß das Product (γ oder $C-A_{n-1}ax$ wenigstens $r+1$ Z. W. enthalten. Sollte bei der Reduction der Ausdrücke $-A_{n-1}ax$ und $A_n x$ in (δ ein Z. W. verloren gehen, so könnte dieß nur dann geschehen, wenn $-A_{n-1}ax+A_n x$ dem Vorzeichen nach von $-A_{n-1}ax$ verschieden, mithin positiv wäre, und es müßte jener Z. W. durch das nachfolgende $-aA_n$ sogleich wieder ersetzt werden; daher in diesem Falle $(x-a).F(x)$ jedenfalls wenigstens $r+1$ Z. W. darbietet.

Sind endlich viertens A_{n-1} und A_n von 0 verschieden, aber dem Zeichen nach entgegengesetzt, z. B. $+A_{n-1}$ und $-A_n$, so müssen in dem Ausdrucke $Ax^n+A_1x_{n-1}+\ldots+A_{n-1}x$ offenbar $r-1$ Z. W. vorkommen, und das Product (γ oder $C-A_{n-1}ax$ muß ihrer wenigstens r haben. Schreibt man aber $-A_n$ statt A_n in der Formel (δ, so folgt: $(x-a).F(x)=C-A_{n-1}ax-A_n x+aA_n$; und da die Reduction der Glieder $-A_{n-1}ax-A_n x$ auf die Anzahl der Z. W. in $C-A_{n-1}ax-A_n x$ keinen Einfluß hat, durch das folgende $+aA_n$ aber ein neuer Z. W. hinzukömmt, so muß $(x-a).F(x)$ wenigstens $r+1$ Z. W. enthalten.

Da unser Satz gleich Eingangs für ein Polynom des zweiten Grades erwiesen wurde, so gilt er jetzt auch successive für ein Polygon des dritten, vierten ... n-ten Grades.

Der Beweis II läßt sich leicht auf ähnliche Art führen, wie I.

Folgesätze.

1) Das Polynom $F(x)$ hat daher mindestens um einen Z. W. weniger, als $(x-a).F(x)$, und der Quotient $F(x):(x-a)$ wenigstens um einen Z. W. weniger als $F(x)$.

2) Sind a, b, c ... reelle positive Wurzeln der Gleichung $F(x)=0$, so hat das Polynom $F(x)$ wegen (δ in §. 3 **wenigstens** ebenso viele Z. W., als die Gleichung $F(x)=0$ reelle positive Wurzeln hat.

§. 6.

Budan's Methode, die sämmtlichen Wurzeln einer Gleichung um eine Zahl a zu erniedrigen.

Setzt man in der Gleichung $F(x)=0$ die Unbekannte $x=y+a$, wo y eine neue Unbekannte bedeutet, so ist $F(x)=F(y+a)=0$. Ist w irgend eine Wurzel der Gleichung $F(x)=0$, und somit $x=w$; so ist auch $y+a=w$ und $y=w-a$; d. h. es ist dann $w-a$ eine Wurzel der Gleichung $F(y+a)=0$ in Bezug auf die Unbekannte y, und jede Wurzel $w-a$ dieser Gleichung ist um a kleiner, als die entsprechende Wurzel w der Gleichung $F(x)=0$.

Wäre z. B. die Gleichung: $13x^5+47x^4+35x^3+57x^2+29x+63=0$ in eine andere zu verwandeln, deren sämmtliche Wurzeln um 7 kleiner sind, so wäre

$13(y+7)^5+47(y+7)^4+35(y+7)^3+57(y+7)^2+29(y+7)+63=0$ die verlangte Gleichung. Um die angezeigten Potenzirungen auf die möglichst einfache Weise zu verrichten, führt man die ganze Rechnung nach dem beigefügten Muster. Man schreibt nämlich die gegebene Gleichung oben an und denkt sich den ersten Coefficienten noch so oft angeschrieben, als es der Grad der Gleichung anzeigt und wie wir es hier durch die Klammern angedeutet haben. Sodann werden die Zahlen der obersten Horizontalreihe unter dem Striche, in der Ordnung von links nach rechts, dann jene der zweiten Horizontalreihe u. s. w. berechnet, und zwar wird jede gefunden, wenn man die links danebenstehende (und also früher berechnete) mit der Zahl 7 (um welche man die Wurzeln erniedrigt) multiplicirt, und das Product zu der darüberstehenden (und also auch früher berechneten) Zahl addirt. Will ich also z. B. die

$13x^5$	$+47x^4$	$+35x^3$	$+57x^2$	$+29x$	$+63=0$
(13)	138	1001	7064	49477	346402
(13)	229	2604	25292	226521	
(13)	320	4844	59200		
(13)	411	7721			
(13)	502				

Zahl 4844 (3. Horizontalreihe) berechnen, so finde ich daneben 320 und darüber 2604, und es ist $320 \times 7 + 2604 = 4844$. Kurz es findet hier in jeder Reihe dasselbe Verfahren Statt, welches wir bereits in §. 2 kennen gelernt haben, nur wird es in jeder folgenden Horizontalreihe schon bei dem vorletzten Gliede abgebrochen, und man erhält so viele Horizontalreihen, als es der Grad der Gleichung anzeigt. Die untersten, in der obigen Rechnung unterstrichenen Zahlen sind der Reihe nach von links nach rechts die Coefficienten der verlangten transformirten Gleichung, und diese selbst ist: $13y^5 + 502y^4 + 7721y^3 + 59200y^2 + 226521y + 346402 = 0$.

Beweis.

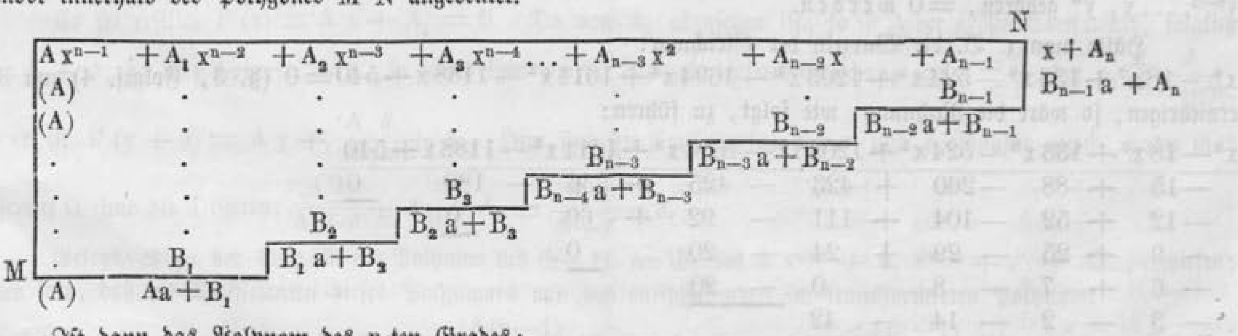
Um die Richtigkeit dieses Verfahrens darzuthun, betrachten wir zuvörderst ein Polynom des zweiten Grades von der Form $A(y+a)^2 + A_1(y+a) + A_2$.

Dieß gibt, gehörig entwickelt: $Ay^2 + (2Aa + A_1)y + Aa^2 + A_1 a + A_2$, oder wenn man Kürze halber $2Aa + A_1 = B_1$, $Aa^2 + A_1 a + A_2 = B_2$ setzt: $Ay^2 + B_1 y + B_2$.

Man sieht hieraus, daß bei dieser Reduction der erste Coefficient A ungeändert bleibt; um aber B_2 aus den ursprünglichen Coefficienten A, A_1, A_2 zu entwickeln, hat man $B_2 = Aa^2 + A_1 a + A_2 = (Aa + A_1)a + A_2$, welche Rechnung man nach §. 2 in folgender Weise ordnen und ausführen kann: $\underline{Ax^2 \quad + A_1 x \quad + A_2}$

Die Größe $Aa + A_1$ kann man benützen, um B zu finden, denn $\quad Aa + A_1 \quad + (Aa + A_1)a + A_2$
es ist $B_1 = 2Aa + A_1 = Aa + (Aa + A_1)$. Denkt man sich dieß unter $Aa + A_1$ angeschrieben, so leuchtet sofort die Richtigkeit des oben angegebenen Verfahrens bezüglich eines Polynomes des zweiten Grades ein.

Jetzt nehme man das in Rede stehende Verfahren für ein Polynom des $(n-1)$-ten Grades, nämlich für
$Ax^{n-1} + A_1 x^{n-2} + A_2 x^{n-3} + A_3 x^{n-4} + \ldots + A_{n-3}x^2 + A_{n-2}x + A_{n-1}$, oder
$A(y+a)^{n-1} + A_1(y+a)^{n-2} + A_2(y+a)^{n-3} + A_3(y+a)^{n-4} + \ldots + A_{n-3}(y+a)^2 + A_{n-2}(y+a) + A_{n-1}$
als erwiesen an, und denke sich demnach das letztere Polynom auf die Form:
$Ay^{n-1} + B_1 y^{n-2} + B_2 y^{n-3} + B_3 y^{n-4} + \ldots + B_{n-3}y^2 + B_{n-2}y + B_{n-1}$ gebracht, die Reduction selbst aber durch das Symbol innerhalb des Polygones M N angedeutet.



Ist dann das Polynom des n-ten Grades:

$\alpha)$ $F(y+a) = A(y+a)^n + A_1(y+a)^{n-1} + A_2(y+a)^{n-2} + A_3(y+a)^{n-3} + \ldots + A_{n-3}(y+a)^3 + A_{n-2}(y+a)^2 + A_{n-1}(y+a) + A_n$

zu reduciren, so kann man es auch in der folgenden Form darstellen:

$\beta)$ $F(y+a) = [A(y+a)^{n-1} + A_1(y+a)^{n-2} + A_2(y+a)^{n-3} + A_3(y+a)^{n-4} + \ldots + A_{n-3}(y+a)^2 + A_{n-2}(y+a) + A_{n-1}](y+a) + A_n$

Das Polynom in der eckigen Klammer gibt aber, gehörig reducirt, nach der Voraussetzung

$\gamma)$ $Ay_{n-1} + B_1 y_{n-2} + B_2 y_{n-3} + B_3 y_{n-4} + \ldots B_{n-3}y^2 + B_{n-2}y + B_{n-1}$; und es ist mithin

$\delta)$ $F(y+a) = [Ay^{n-1} + B_1 y^{n-2} + B_2 y^{n-3} + B_3 y^{n-4} + \ldots + B_{n-3}y^2 + B_{n-2}y + B_{n-1}](y+a) + A_n$ oder wenn man multiplicirt und nach den Potenzen von y ordnet:

$\varepsilon)$ $F(y+a) = Ay^n + (Aa + B_1)y^{n-1} + (B_1 a + B_2)y^{n-2} + (B_2 a + B_3)y^{n-3} + \ldots + (B_{n-4}a + B_{n-3})y^3 + (B_{n-3}a + B_{n-2})y^2 + (B_{n-2}a + B_{n-1})y + B_{n-1}a + A_n$

Schreibt man die Coefficienten des nunmehr reducirten Polynoms, nämlich A, $Aa + B_1$, $B_1 a + B_2$ u. s. w. zu dem obigen Schema außerhalb des Polygons M N, so folgt alsogleich die Richtigkeit des Budan'schen Verfahrens für ein Polynom des n-ten Grades.

Anmerkung. Es ändert an dem Verfahren und an der Beweisführung nichts, wenn einige Coefficienten der gegebenen Gleichung negativ oder $= 0$ sind. Ist z. B. die Gleichung $7x^4 - 3{\cdot}5x^2 - 2{\cdot}4x + 8 = 0$ in eine andere zu verwandeln, deren Wurzeln um $0{\cdot}3$ kleiner sind, so steht die Rechnung also:

$7x^4$	$-3{\cdot}5x^2$	$-2{\cdot}4x$	$+8$	
	$+2{\cdot}1$	$-2{\cdot}87$	$-3{\cdot}261$	$+7{\cdot}0217$
	$+4{\cdot}2$	$-1{\cdot}61$	$-3{\cdot}744$	
	$+6{\cdot}3$	$+0{\cdot}28$		
	$+8{\cdot}4$			

und die verlangte Gleichung ist
$$7y^4 + 8{\cdot}4y^3 + 0{\cdot}28y^2 - 3{\cdot}744y + 7{\cdot}0217 = 0.$$

Folgesätze.

1. Hat man die Wurzeln einer Gleichung $F(x) = 0$ um $a + b + c + d$ zu erniedrigen, so kann man die Rechnung entweder mit der ganzen Summe $a + b + c + d$ auf einmal führen, oder man kann die Wurzeln der gegebenen Gleichung zuerst um a erniedrigen, hierauf die Wurzeln der so erhaltenen Gleichung um b u. s. w.

2. Hätte man die Wurzeln einer Gleichung um a zu erhöhen, statt sie um a zu erniedrigen, so mußte man $y - a$ statt x und mithin $F(y - a) = 0$ statt $F(x) = 0$ schreiben. Sonst wäre die Rechnung ganz so wie oben zu führen, nur wäre überall mit $-a$ zu multipliciren, wo man früher mit $+a$ multiplicirt hat.

3. Sieht man in den obigen Beispielen die gegebene Gleichung als die erste Horizontalreihe an, so stimmt, wie bereits bemerkt wurde, die Bildung der zweiten Horizontalreihe ganz mit dem in §. 2 angegebenen Verfahren, eine Zahl a statt x in eine Gleichung zu substituiren, überein; und **ist daher der letzte (unterstrichene) Coefficient der zweiten Horizontalreihe stets der Werth von $F(x)$ für $x = a$.**

So ist im ersten Beispiele $13x^5 + 47x^4 + 35x^3 + 57x^2 + 29x + 63 = 346402$ für $x = 7$; und im zweiten Beispiele (Anmerkung) $7x^4 - 3{\cdot}5x^2 - 2{\cdot}4x + 8 = + 7{\cdot}0217$ für $x = 0{\cdot}3$.

4. **Ist a eine p-fache Wurzel der Gleichung $F(x) = 0$,** so enthält das Polynom $F(x)$ den Wurzelfactor von $(x - a)^p$ (§. 3, Folges. 4); stellt man die übrigen von $(x - a)$ verschiedenen Factoren von $F(x)$ insgesammt durch $f(x)$ dar, so kann man $F(x) = (x - a)^p f(x)$ setzen. Sollen nun die Wurzeln der Gleichung $F(x) = 0$ um a erniedrigt werden, so hat man $F(y + a) = 0$ zu setzen, und mit Rücksicht auf die letzte Formel erhält man $F(y + a) = y^p f(y + a)$; d. h. **es müssen die Glieder der verlangten Gleichung y wenigstens in der p-ten Potenz enthalten, und folglich die p letzten Coefficienten der neuen Gleichung, welche zu y^{p-1}, $y^{p-2}, \ldots y$, y^0 gehören, $= 0$ werden.**

Hätte man z. B. die Wurzeln der Gleichung:
$x^8 - 18x^7 + 133x^6 - 524x^5 + 1203x^4 - 1694x^3 + 1611x^2 - 1188x + 540 = 0$ (§. 3, Folges. 4) um 3 zu erniedrigen, so wäre die Rechnung, wie folgt, zu führen:

x^8	$-18x^7$	$+133x^6$	$-524x^5$	$+1203x^4$	$-1694x^3$	$+1611x^2$	$-1188x$	$+540$
	-15	$+88$	-260	$+423$	-425	$+336$	-180	0
	-12	$+52$	-104	$+111$	-92	$+60$	0	
	-9	$+25$	-29	$+24$	-20	0		
	-6	$+7$	-8	0	-20			
	-3	-2	-14	-42				
	0	-2	-20					
	$+3$	$+7$						
	$+6$							

Es wären demnach, da 3 eine dreifache Wurzel der gegebenen Gleichung ist, die letzten 3 Coefficienten der transformirten Gleichung $= 0$, und diese selbst wäre: $y^8 + 6y^7 + 7y^6 - 20y^5 - 42y^4 - 20y^3 = 0$.

§. 7.

Erniedrigt man sämmtliche Wurzeln einer Gleichung um eine Größe a, oder was dasselbe ist, setzt man $F(y + a) = 0$ statt $F(x) = 0$, **so hat das Polynom $F(y + a)$,** nach y geordnet, **nie mehr Z. W. als das Polynom $F(x)$** nach x geordnet.

Es sei erstlich die Wurzel einer Gleichung des ersten Grades von der Form $F(x) = Ax + A_1 = 0$ oder oder $F(x) = Ax - A_1 = 0$, um a zu erniedrigen. Man hat $F(y + a) = Ay + Aa + A_1$; oder $F(y + a) = Ay + Aa - A_1$; und es hat $F(y + a)$ in keinem Falle mehr Z. W. als $F(x)$. Im zweiten Falle, nämlich wenn $F(y + a) = Ay + Aa - A_1$ ist, kann sogar, wenn $Aa - A_1$ durch die Reduction positiv wird, $F(y + a)$ um einen Z. W. weniger haben, als $F(x)$.

Nehmen wir wieder an, unser Satz sei für ein Polynom des $(n-1)$-ten Grades erwiesen, so läßt sich auf folgende Art zeigen, daß er auch für ein Polynom des n-ten Grades giltig ist. Man denke sich das gegebene Polygon

$F(x)$, welches r Z. W. enthalten mag, in der Form: $F(x) = (A x^{n-1} + A_1 x^{n-1} + \ldots + A_{n-1}) x + A_n \ldots\ldots (x)$ geschrieben, und die Transformation nach den Formeln α) bis ε) des vorigen Paragraphs ausgeführt. Es sei

I) $A_n = 0$, so hat $(A x^{n-1} + A_1 x^{n-1} + \ldots + A_{n-1})$ in (x) offenbar r Z. W., mithin der Voraussetzung gemäß auch γ) und wegen §. 5, II, auch ε).

II. Es seien A_n und der ihm nächst vorangehende bedeutende (von 0 verschiedene) Coefficient gleich bezeichnet, sagen wir positiv, so hat offenbar auch $A x^{n-1} + A x^{n-2} + \ldots + A_{n-1}$ in (x) r Z. W.; mithin hat nach der Voraussetzung, daß unser Satz für ein Polynom des $(n-1)$-ten Grades gilt, auch γ) höchstens r Z. W. Ist das Endglied von γ) positiv, so hat nach §. 5, II, das Polynom ε), wenn man vor der Hand von A_n absieht, höchstens r Z. W. und kann daher, da es ein positives Endglied hat, durch $+A_n$ keinen neuen Z. W. erhalten. Ist aber das Endglied von γ) negativ, so kann γ), da es höchstens r Z. W. enthalten kann, nach §. 4, Folges. 3 aber in Bezug auf $A x^{n-1} + A_1 x^{n-2} + \ldots + A_{n-1}$ um einen Z. W. differiren muß, höchstens $r-1$ Z. W. und folglich ε) höchstens r Z. W. enthalten.

III. Sind A_n und der ihm nächst vorhergehende bedeutende Coefficient ungleich bezeichnet, so hat $A x^{n-1} + A x^{n-2} + \ldots + A_{n-1}$ nur $r-1$ Z. W., folglich auch γ) höchstens $r-1$ Z. W., und ε) höchstens r Z. W.

Anmerkung. Wohl aber können bei dieser Transformation einige Z. W. verschwinden, und müssen es sogar alle, wenn a hinlänglich groß, z. B. größer als 1, und zugleich so angenommen wird, daß $A a$ größer ist, als die numerische Summe aller negativen Coefficienten von $F(x)$. Aus dem Gange der Rechnung im vorigen Paragraphe leuchtet sogleich ein, daß dann schon die Glieder der zweiten Horizontalreihe sämmtlich positiv sein müssen.

§. 8.

Es sei δ ein positiver echter Bruch, P der wenigstens um δ vermehrte numerisch größte und so betrachtete Coefficient eines Polynomes $F(x)$ des n-Grades, abgesehen von dessen Endgliede A_n. Erniedrigt man die Wurzeln der Gleichung $F(x) = 0$ um eine Größe a, welche numerisch $=$ oder $< \delta : P n$ ist; so differiren die Coefficienten des Polynomes $F(y+a)$ von den entsprechenden in $F(x)$ höchstens um δ, wie klein auch δ sein mag.

Es sei erstlich $F(x) = A x \pm A_1 = 0$. Da von A_1 abzusehen ist, so ist A der größte Coefficient, folglich $P = A + \delta$; da hier ferner $n = 1$, so erniedrigen wir die Wurzeln unserer Gleichung um $a \overset{=}{<} \frac{\delta}{P}$ oder $a \overset{=}{<} \frac{\delta}{A+\delta}$, und es ist $F(y+a) = A y + \frac{A\,\delta}{A+\delta} \pm A_1$. Hier sind die Coefficienten von x und y einander gleich, daher ihre Differenz 0, und die Differenz $\frac{A\,\delta}{A+\delta} \pm A_1 \mp A_1 = \frac{A\,\delta}{A+\delta} < \delta$.

Gesetzt, es sei der Satz für ein Polynom des $(n-1)$-ten Grades $A x^{n-1} + A_1 x^{n-2} + \ldots + A_{n-1}$ erwiesen; wollen wir, daß die Coefficienten dieses Polynomes von den entsprechenden im transformirten Polynome $A y^{n-1} + B_1 y^{n-2} + \ldots + B_{n-1}$ höchstens um $\frac{\delta(n-1)}{n}$ differiren, so nehme man $a \overset{<}{=} \frac{\delta(n-1)}{n} : P(n-1)$, d. h. $a \overset{<}{=} \delta : P n$ an, und es ist dann numerisch $B_1 - A_1 < \delta(n-1) : n$, $B_2 - A_2 < \delta(n-1) : n \ldots B_m - A_m < \delta(n-1) : n \ldots \alpha$) Zugleich ist jeder von den Coefficienten $B_1\ B_2\ B_3$ numerisch kleiner als P, weil $B_1\ B_2 \ldots$ von $A_1\ A_2$ höchstens um $\frac{\delta(n-1)}{n}$, P aber von dem größten unter diesen letztern um δ differirt.

Setzt man jetzt in einem Polynome des n-ten Grades $A x^n + A_1 x^{n-1} + A_2 x^{n-2} \ldots + A_n$ überall $y+a$ statt x, und ordnet nach y, so erhält man §. 6 $\alpha) \ldots \varepsilon)$ der Reihe nach die Coeffizienten A, $A a + B_1$, $B_1 a + B_2$, allgemein $B_{m-1} a + B_m$, und die Differenzen zwischen diesen und den ursprünglichen Coefficienten sind der Reihe nach: $\beta) \ldots A - A, A a + B_1, B_1 a + B_2 - A_2 \ldots B_{m-1} a + B_m - A_m$. Wegen $a \overset{<}{=} \frac{\delta}{P.n}$ ist auch $B_{m-1} . a \overset{<}{=} B_{m-1} . \frac{\delta}{P.n}$, und weil $P > B_{m-1}$, so ist auch $B_{m-1} a < \delta : n$, und ebenso $A a < \delta : n$, $B_1 a < \delta : n$, $B_2 a < \delta : n$, $B_3 a < \delta : n$ u. s. w.

Addirt man diese Ungleichheiten der Reihe nach zu jenen in α), so folgt:
$A a + B_1 - A_1 < \delta$, $B_1 a + B_2 - A_2 < \delta \ldots B_{m-1} a + B_m - A_m < \delta$.

Gilt also der Satz für ein Polynom des $(n-1)$-ten Grades, so ist er hiedurch auch für eines vom n-ten Grade erwiesen, und da gleich Eingangs seine Giltigkeit für ein Polynom des ersten Grades dargethan wurde, so gilt er allgemein.

Beispiel. Es sollen die Wurzeln der Gleichung $x^5 - x^3 + 2x^2 - x + 11 = 0$ um eine Größe a erniedrigt werden, so daß die Coefficienten der neuen Gleichung von den entsprechenden der gegebenen höchstens um $\frac{1}{2} = 0.5$ differiren.

Hier ist $n = 5$; der größte Coefficient, abgesehen vom letzten, ist 2, mithin $P = 2{\cdot}5$. Nimmt man $a = 0{\cdot}5 : 5.2{\cdot}5 = 0{\cdot}04\ldots$, so erhält man

$$
\begin{array}{llllll}
x^5 & -\,x^3 & +\,2\,x^2 & -\,x & +\,11 \\
\hline
 & +\,0{\cdot}04 & -\,0{\cdot}9984 & +\,1{\cdot}960064 & -\,0{\cdot}92159744 & \underline{+\,10{\cdot}9631361024.} \\
 & +\,0{\cdot}08 & -\,0.9952 & +\,1{\cdot}920256 & \underline{-\,0{\cdot}84478720} & \\
 & +\,0{\cdot}12 & -\,0{\cdot}9904 & \underline{+\,1{\cdot}880640} & & \\
 & +\,0{\cdot}16 & \underline{-\,0{\cdot}9840} & & & \\
 & \underline{+\,0{\cdot}20} & & & &
\end{array}
$$

Man sieht, daß die fraglichen Differenzen durchgehens kleiner sind, als 0·5.

Anmerkung. Die im Paragraphe ausgesprochene Eigenschaft des Polynomes $F(x)$ und seiner Coefficienten heißt deren *Stetigkeit.*

§. 9.

Erniedrigt man die Wurzeln einer Gleichung $F(x) = 0$, in welcher kein negativer Coefficient vorkommt, um b, so sind die Coefficienten der transformirten Gleichung der Reihe nach größer, als jene der gegebenen, und als diejenigen, welche man erhält, wenn man die Wurzeln der gegebenen Gleichung um eine Größe $a > 0$ und $< b$ erniedrigt.

Dieser Satz ergibt sich aus der bei der Transformation zu führenden Rechnung. Es werden nämlich (§. 6) die neuen Coefficienten aus den alten bloß durch Multiplicationen und Additionen gebildet, und da sämmtliche Größen in dieser Rechnung positiv sind, so müssen die Coefficienten vergrößert werden, und zwar umsomehr, je größer a ist, dessen Rolle aus §. 6 erhellt.

Anmerkung 1. Wir wollen die Coefficienten der mit b transformirten Gleichung die *Grenzcoefficienten der gegebenen Gleichung für das Intervall 0 bis b nennen.* So sind z. B. 13, 502, 7721, 59200, 226521, 346402 die Grenzcoefficienten der Gleichung: $13x^5 + 47x^4 + 35x^3 + 57x^2 + 29x + 63 = 0$. (Siehe §. 6) für das Intervall 0 bis 7.

Anmerkung 2. Wären einige Coefficienten der Gleichung $F(x) = 0$ negativ und würde man $F(x)$ mit b so transformiren, als wären sämmtliche Coefficienten positiv, so wären die so erhaltenen neuen Coefficienten umsomehr der Reihe nach größer als die ursprünglichen, und als alle, die man erhält, wenn man $F(x) = 0$ um $a < b$ und > 0 transformirt. Sehen wir jene als *Grenzcoefficienten im weitern Sinne* an, so hat $13x^5 + 47x^4 - 35x^3 - 57x^2 + 29x - 63 = 0$ dieselben Grenzcoefficienten, wie $13x^5 + 47x^4 + 35x^3 + 57x^2 + 29x + 63 = 0$.

Folgesätze.

1) Es sei P der um den positiven echten Bruch δ vermehrte größte Grenzcoefficient der Gleichung $F(x) = 0$ für das Intervall 0 bis b, a ein aliquoter z. B. der m-te Theil von b, und zugleich $a \leqq \delta : P.n$. Bildet man successive die Transformationen $F(y + a)$, $F(y + 2a)$, … $F(y + ma)$, so wird jedenfalls a auch kleiner sein, als $\delta : P_1.n$, wenn P_1 den um δ vermehrten numerisch größten und so betrachteten Coefficienten irgend einer beliebigen von diesen Transformationen bedeutet; denn die letztern Coefficienten sind sämmtlich kleiner als der größte Grenzcoefficient, und mithin $P_1 < P$ und $\delta : P_1.n > \delta : P.n$. Nach §. 8 müssen daher die Differenzen zwischen den correspondirenden Coefficienten je zweier benachbarten Transformationen, z. B. zwischen $F(y + 3a)$ und $F(y + 4a)$ numerisch kleiner sein, als δ.

2) Die von x freien Glieder der einzelnen Transformationen sind (§. 6, Folges. 3) der Reihe nach die Werthe von $F(a)$, $F(2a)$, $F(3a)$, … $F(ma)$, und es müssen demnach nach dem vorigen Folgesatze auch die Differenzen $F(2a) - F(a)$, $F(3a) - F(2a)$, $F(4a) - F(3a)$ … numerisch kleiner sein als δ.

3) Sind zwei unmittelbar aufeinander folgende von den Größen $F(a)$, $F(2a)$ u. s. w. den Vorzeichen nach entgegengesetzt, z. B. $F(5a)$ und $F(6a)$, so ist ihre algebraische Differenz, abgesehen von ihrem Vorzeichen, ihrer numerischen Summe gleich, und da diese numerisch kleiner ist als δ, so muß auch umsomehr $F(5a)$ und $F(6a)$ jedes einzeln kleiner als δ, d. h. als jede beliebige Größe sein.

4) Aendert das von x freie Glied der Gleichung $F(x) = 0$, indem man deren Wurzeln um eine Größe b erniedrigt, sein Vorzeichen, so gibt es immer einen Werth w, der größer als 0 und kleiner als b ist, und für welchen $F(w)$ entweder $= 0$, oder wenigstens kleiner wird, als jede beliebige noch so kleine Größe; d. h. es liegt zwischen 0 und b eine reelle Wurzel der Gleichung $F(x) = 0$. Um dieß zu beweisen, denke man sich die Transformationen $F(y + a)$, $F(y + 2a)$ u. s. w (wie im 1. Folges.) gebildet. Sollte keines von den Endgliedern Fa, $F(2a)$, $F(3a)$ ... (Folges. 2) $= 0$ werden, so muß doch der im Satze vorausgesetzte Z. W. zwischen zwei benachbarten dieser Endglieder, sagen wir zwischen $F(5a)$ und $F(6a)$ eintreten, und diese kleiner als δ, d. h. als jede beliebige Größe sein (Folges. 3).

Anmerkung 1. Durch den Zusatz „oder wenigstens u. s. f." haben wir den Begriff der reellen Wurzel im Vergleiche mit §. 2 erweitert, und man sagt in diesem letztern Falle: „Die Wurzel sei irrational." Die Größen, welche der Forderung des Folges. 4 entsprechen, beispielsweise $5a$ und $6a$, heißen Näherungswerthe der Wurzel, und zwar insbesondere dann, wenn sie Decimalbrüche sind, die erst in der r-ten Decimalstelle um eine Einheit differiren. Man sagt dann: „Die Wurzel sei in r Decimalstellen gefunden. Setzt man einen solchen Näherungswerth in die Gleichung $F(x) = 0$ statt x, so wird zwar $F(x)$ nicht $= 0$, aber doch numerisch kleiner als δ sein. Ist das Resultat dieser Substitution eines Näherungswerthes in die Gleichung $F(x) = 0$ ein Decimalbruch, der erst in der $(k+1)$-ten Decimalstelle eine bedeutende Ziffer hat, so wollen wir sagen: Die Gleichung sei durch jenen Näherungswerth in k-Decimalstellen verificirt. §. 14 wird diese Begriffe durch Beispiele erläutern.

Anmerkung 2. Die Erweiterung des Begriffes einer reellen Wurzel verlangt auch, daß die frühern Lehrsätze für irrationale Größen erwiesen werden. Wie dieß geschieht, wollen wir im folgenden Paragraphe beispielsweise an einem Falle zeigen, späterhin aber voraussetzen, daß der Leser auch die §§. 6—9 auf dieselbe Weise für irrationale Wurzeln durchgeführt hat.

5) Erniedrigt man die Wurzeln der Gleichung $F(x) = 0$ einmal um b, ein zweitesmal um c (b und c positiv, und $c > b$, z. B. $c = b + h$ angenommen), und haben die Endglieder $F(b)$ und $F(c)$ der beiden transformirten Gleichungen, welche der Reihe nach kurz (b) und (c) heißen mögen, entgegengesetzte Vorzeichen, so liegt zwischen b und c eine reelle Wurzel der Gleichung $F(x) = 0$. Denn es sind offenbar die Wurzeln von (c) um h kleiner als jene von (b). Da aber nach der Voraussetzung die Endglieder von (b) und (c) verschiedene Zeichen haben, so hat die Gleichung (b) (Folges. 4) eine reelle Wurzel zwischen 0 und h, und mithin auch $F(x) = 0$ zwischen b und $b + h = c$.

§. 10.

Hat die Gleichung $F(x) = 0$ eine reelle positive Wurzel, welche kleiner ist als b, so geht wenigstens Ein Z. W. verloren, wenn man die Wurzeln der Gleichung $F(x) = 0$ um b vermindert.

Es sei erstens die Wurzel $w < b$ rational, dann muß $F(x)$ durch $(x - w)$ theilbar sein (§. 3), und man kann setzen $F(x) = (x - w) \,.\, \boldsymbol{F}(x)$. Hieraus folgt, wenn man Behufs der Erniedrigung der Wurzeln $y + b$ statt x setzt, $F(y + b) = (y + b - w) \,.\, \boldsymbol{F}(y + b)$; und es ist $b - w$ wegen $b > w$ positiv. Nennen wir die Anzahl der Z. W. in $F(x)$ allgemein r, so hat $\boldsymbol{F}(x)$ deren nur $(r-1)$ (§. 5, Folges. 1); $\boldsymbol{F}(y + b)$ hat demnach (§. 7) auch höchstens $(r-1)$ Z. W., und ebenso auch $F(y + b) = (y + b - w) \,.\, (y\,\boldsymbol{F} + b)$ wegen §. 5, II.

Es sei zweitens die Wurzel irrational und $w < b$ ein Näherungswerth derselben, der in die Gleichung $Ax^n + A_1 x^{n-1} + A_2 x^{n-2} + \ldots + A_{n-1} x + A_n = 0$ statt x substituirt, ϱ zum Resultate gibt. Dann ist w eine rationale Wurzel der Gleichung $Ax^n + A_1 x^{n-1} + A_2 x^{n-2} + \ldots + A_{n-1} x + A_n - \varrho = 0$; und denkt man sich w so entwickelt, daß ϱ kleiner ist als A_n und als das Endglied der transformirten Gleichung (was nach §. 9, Folges. 4, immer möglich ist), so hat ϱ auf die Anzahl der Z. W. keinen Einfluß, und es gilt demnach das für die rationalen Wurzeln erwiesene auch für die irrationalen.

Folgesätze.

1) Hat eine Gleichung eine reelle Wurzel zwischen $+b$ und $+c$, und man vermindert ihre sämmtlichen Wurzeln einmal um b, ein zweitesmal um c, so hat die Transformation (c) wenigstens Einen Z. W. weniger als (b) (vorausgesetzt, daß $c > b$). Es hat dann nämlich (b) eine reelle Wurzel, die kleiner ist als $c - b$, und man kann sich immer vorstellen, daß (c) aus (b) gebildet wurde, indem man die Wurzeln von (b) um $c - b$ verminderte. Daher muß (c) nach obigem Lehrsatze wenigstens einen Z. W. weniger haben als (b).

2) Auf gleiche Weise überzeugt man sich von dem Satze: Hat die Gleichung $F(x) = 0$ mehrere reelle Wurzeln in dem Intervalle $+b$ bis $+c$, und zählt man eine m-fache Wurzel für m Wurzeln, so müssen die Transformationen (b) und (c) wenigstens um ebenso viele Z. W. differiren. Der umgekehrte Schluß jedoch von der Differenz der Z. W. in (b) und (c) auf das Vorhandensein reeller Wurzeln ist nicht statthaft.

3) Für das Folgende wird es nützlich sein, die Ergebnisse der beiden letzten Paragraphe kurz zusammenzufassen, wie folgt:

α) Haben zwei Transformationen einer Gleichung wie (b) und (c) gleich viele Z. W., so hat die Gleichung in dem Intervalle b bis c keine reelle Wurzel, weil sonst §. 10 wenigstens ein Z. W. verloren ginge.

β) Differiren zwei Transformationen (b) und (c) um **Einen** Z. W., so hat die Gleichung in dem Intervalle b bis c Eine Wurzel, weil dann die Endglieder von (b) und (c) (nach §. 4., Folges. 3) verschiedene Vorzeichen haben, und demnach (§. 9, Folges. 5) zwischen b und c eine reelle Wurzel der Gleichung liegt, aber auch nur Eine, und zwar einfache, weil sonst (b) und (c) um mehrere Z. W. differiren müßten (§. 10, Folges. 2). Man nennt in diesem Falle die reelle Wurzel getrennt oder gesondert.

γ) Differiren (b) und (c) um mehrere Z. W., so ist es bisher zweifelhaft, ob zwischen b und c reelle Wurzeln vorkommen. Man sagt dann, es sei das Intervall b bis c zweifelhaft, und es seien in demselben so viele Wurzeln angezeigt, als die Differenz der Z. W. zwischen (b) und (c) Einheiten enthält. Wenn jedoch diese Differenz eine **ungerade** Zahl ist, so ist wenigstens eine von den angezeigten Wurzeln **reell**, weil dann (§. 4, Folges. 3) die Endglieder von (b) und (c) verschiedene Vorzeichen haben.

§. 11.

Eine Gleichung von der Form $Ax^n + A_1 x^{n-1} + A_2 x^{n-3} + \ldots + A_{n-1} x + A_n = 0$ wird in eine andere verwandelt, deren Wurzeln m-mal kleiner sind, als jene der gegebenen, wenn man die Coefficienten $A, A_1, A_2, \ldots A_{n-1}, A_n$ der Reihe nach durch $1, m, m^2 \ldots m^{n-1} m^n$ dividirt.

Um dieß zu erweisen, setze man $x : m = y$, und daher $x = my$. Substituirt man diesen Werth statt x in die gegebene Gleichung, so erhält man $Am^n y^n + A_1 m^{n-1} y^{n-1} + A_2 m^{n-2} y^{n-2} + \ldots + A_{n-1} my + A_n = 0$, und wenn man durch m^n dividirt: $Ay^n + \frac{A_1}{m} y^{n-1} + \frac{A_2}{m^2} y^{n-2} + \ldots \frac{A^{n-1}}{m^{n-1}} y + \frac{A_n}{m^n} = 0$. Wegen $x : m = y$ sind die Wurzeln dieser Gleichung m-mal kleiner, als jene der gegebenen. — Für irrationale Wurzeln läßt sich der Beweis dieses und der folgenden Lehrsätze nach dem im vorigen Paragraphe gegebenen Beispiele führen. Um z. B. die Gleichung $5x^3 + 2x^2 + 17x - 6952 = 0$ in eine andere zu verwandeln, deren Wurzeln 10-mal kleiner sein sollen, hat man $5y^3 + 0 \cdot 2y^2 + 0 \cdot 17y - 6 \cdot 952 = 0$. Sollten die Wurzeln 100-mal kleiner sein, so erhielte man $5y^3 + 0 \cdot 02y^2 + 0 \cdot 0017y - 0 \cdot 006952 = 0$.

§. 12.

Um eine Gleichung in eine andere zu verwandeln, deren Wurzeln jenen der gegebenen **numerisch** gleich, den Vorzeichen nach aber **entgegengesetzt** sind, braucht man bloß die Vorzeichen jener Glieder zu ändern, welche die Unbekannte in einer ungeraden Potenz enthalten. Setzt man nämlich in der gegebenen Gleichung z. B. in $11x^6 + 13x^4 + 17x^3 - 47x^2 - 17x + 31 = 0$ überall $x = -y$, so werden hiedurch offenbar nur die ungeraden Potenzen $(-y)^3$, $(-y)^1$, negativ, während die geraden stets positiv bleiben; und es ist daher $11y^6 + 13y^4 - 17y^3 - 47y^2 + 17y + 31 = 0$. Wäre z. B. $23x^5 - 47x^4 + 31x^3 + 17x^2 - 18x + 11 = 0$ gegeben, so wäre $-23x^5 - 47x^4 - 31x^3 + 17x^2 + 18x + 11 = 0$, oder $23x^5 + 47x^4 + 31x^3 - 17x^2 - 18x - 11 = 0$ die verlangte Gleichung.

§. 13.

Es sei w ein bekannter, ziemlich genauer Näherungswerth einer Wurzel der Gleichung $Ax^n + A_1 x^{n-1} + A_2 x^{n-2} + \ldots + A_{n-1} x + A_n = 0$, und y der noch unbekannte sehr kleine Bestandtheil der Wurzel selbst, so daß $x = w + y$. Setzt man diesen Werth in die gegebene Gleichung, so kann man das Resultat dieser Substitution nach gehöriger Anordnung durch $Ay^n + C_1 y^{n-1} + C_2 y^{n-2} + \ldots + C_{n-1} y + C_n = 0$, oder auch durch $(Ay^{n-1} + C_1 y^{n-2} + C_2 y^{n-3} + \ldots + C_{n-1}) y + C_n = 0$ darstellen. Hieraus folgt: $y = -C_n : (C_{n-1} + C_{n-2} y + C_{n-3} y^2 + \ldots + Ay^{n-1})$. Ist y sehr klein, und C_{n-2}, C_{n-3} u. s. w. nicht allzugroß, so werden die höchsten bedeutenden Stellen dieses Divisors, und mithin auch jene des Quotienten selbst von $C_{n-2} y + C_{n-3} y^2 + \ldots + A y^{n-1}$ nicht abhängen, und man hat daher näherungsweise $y = -C_n : C_{n-1}$.

Anmerkung. Da wir uns dieser von Newton herrührenden Probedivision nur zur versuchsweisen Ermittelung eines folgenden Wurzeltheiles bedienen und dessen Richtigkeit vorkommenden Falles erweisen werden, so bedarf hier dieses Verfahren keiner fernern Erörterung. Im folgenden Paragraphe wird dessen Anwendung an einigen Beispielen erläutert werden.

§. 14.

Berechnung einer getrennten Wurzel nach Horner's Methode.

1. Vorläufige Analyse der Gleichung.

1. Man erniedrige succesive die Wurzeln der gegebenen Gleichung (nach §. 6) um 1, 10, 100, 1000 u. s. w., oder, wie wir kurz sagen wollen, man bilde die Transformationen (1), (10), (100), (1000) u. s. w. bis man endlich eine erhält, in der kein Z. W. mehr vorkommt (§. 7. Anm.) und bemerke bei jeder Transformation die Anzahl ihrer Z. W. Sollte die gegebene Gleichung selbst schon keinen Z. W. enthalten, so bildet man die genannten Transformationen nicht, sondern verfährt weiter nach 2), denn es hat dann die Gleichung keine positiven Wurzeln (§. 5, Folgef. 2).

2. Man verwandle die gegebene Gleichung in eine andere, welche numerisch gleiche, aber entgegengesetzte Wurzeln hat (§. 12), und verfahre mit dieser Gleichung weiter so, wie in 1) mit der gegebenen. Sollte diese Gleichung keinen Z. W. haben, so hat die gegebene Gleichung keine negativen Wurzeln.

Anmerkung. In 1) haben wir die Intervalle der positiven, in 2) jene der negativen Wurzeln gesucht, da aber durch 2) die negativen Wurzeln in positive verwandelt werden, so wird es hinreichen, bloß die Berechnung dieser zu zeigen.

3. Sollten sämmtliche in 1) und 2) gemachte Intervalle zweifelhaft bleiben, so verfährt man mit ihnen weiter nach §. 20; und wir wollen hier bloß jene Intervalle betrachten, welche eine getrennte Wurzel enthalten. Liegt diese in einem Intervalle, welches über 10 hinausliegt, so bilde man (§. 11) eine Gleichung, deren Wurzeln 10, 100 . . mal kleiner sind, als jene der gegebenen, und welche zwischen 1 und 10 eine getrennte Wurzel hat, dann verfahre man weiter nach 4).

4. Hat eine Gleichung eine getrennte Wurzel zwischen 1 und 10, d. h. differiren die Transformationen (1) und (10) um 1 Z. W. (§. 10, Folgef. 3 β); so bilde man die Transformationen (2), (3), (4) . . . (9), und es muß dann entweder eine die verlangte Wurzel geben, oder müssen zwei benachbarte um einen Z. W. differiren, so daß dann die Wurzel zwischen zwei benachbarten Zahlen, z. B. 3 und 4 liegt. Doch ist es nicht nothwendig alle Transformationen (2) (3) . . . (9) zu bilden; sondern man bilde z. B. die Transformation (5), stimmt diese bezüglich der Z. W. mit (10) überein, so liegt die Wurzel zwischen 1 und 5, und man braucht dann (6), (7), (8), (9) nicht mehr zu bilden. Hiebei sind besonders jene Zahlen zu berücksichtigen, durch welche der letzte Coefficient theilbar ist, weil sie möglicher Weise ganzzahlige Wurzeln der Gleichung sind (§. 3, Folgef. 2).

Ein Beispiel wird das Ganze klarer machen, und wir wollen nach obigen Regeln die Gleichung
$x^5 - 2x^4 - 108x^3 + 208x^2 + 315x + 210 = 0$ behandeln.

Es ist (1) ... 1, + 3 − 106, − 118, + 404, + 624 .. (2 Z. W.) } folglich liegt eine reelle Wurzel
(10) ... 1, + 48, + 812, + 5768, + 14075, − 3840 .. (1 Z. W.) } zwischen 1 und 10.

(100) hat keinen Z. W. mehr, und es liegt daher eine reelle Wurzel zwischen 10 und 100; über 100 hinaus kann aber keine reelle Wurzel mehr liegen.

Das Intervall 1 bis 10 theilt man nun weiter nach 4) und man hat
(5) 1, + 23, + 102 − 462, − 3580, − 4640 ... (1 Z. W.) wie bei (10), daher liegt Eine Wurzel zwischen 1 und 5, weil (1) und (5) um 1 Z. W. differiren.
Bildet man noch (3) = 1, + 13, − 42, − 602, − 1164, + 192 (2 Z. W.) wie (1)
und (4) = 1, + 18, + 20, − 640, − 2437, − 1602 (1 Z. W.), so liegt offenbar eine Wurzel zwischen 3 und 4, und 3 ist der kleinere ganzzahlige Näherungswerth derselben.

In Betreff der Wurzel zwischen 10 und 100 bilde man (§. 11) eine Gleichung, deren Wurzeln 10mal kleiner sind, als jene der gegebenen, nämlich $y^5 - 0·2\,y^4 - 1·08\,y^3 + 0·208\,y^2 + 0·0315\,y + 0·00210 = 0$, und es wird diese Gleichung eine Wurzel zwischen 1 und 10 haben, deren Berechnung man auf die soeben gezeigte Weise vorbereitet.

5. Hat die Gleichung eine getrennte Wurzel zwischen 0 und 1, so sehe man 0 als den kleinern ganzzahligen Näherungswerth derselben an, und verfahre weiter nach II.

II. Weiterer Gang der Rechnung.

Hat man auf die obige Art den (kleinern) ganzzahligen Näherungswerth a der Wurzel ausgemittelt (wie im obigen Beispiele 3), so findet man die erste Decimalstelle versuchsweise nach §. 13, indem man in der Transformation (a) den letzten Coefficienten (mit verändertem Zeichen) durch den vorletzten dividirt. Im obigen Beispiele hat man die Probedivision − 192 : − 1169 = + 0·1 . ., und dieß gibt zu dem bereits gefundenen Näherungswerthe 3 addirt, den genaueren 3·1. Um diesen jedoch zu constatiren, bilde man die Transformation (3·1), welche am einfachsten erhalten wird, wenn man die bereits gefundene Transformation (3) benützt, und ihre Wurzeln noch um 0·1 erniedrigt (§. 6, Folges. 1). Die betreffende Rechnung stünde also:

	1	+ 13	− 42	− 602	− 1164	+ 192
		13·1	− 40·69	− 606·069	− 1224·6069	+ 69·53931
		13·2	− 39·37	− 610.006	− 1285·6075	
α) ..		13·3	− 38·04	− 613·810		
		13·4	− 36·70			
		13·5				

In der obersten Horizontalreihe stehen die Coefficienten der Transformation (3) und die Rechnung ist ganz nach §. 6 geführt. Die untersten unterstrichenen Zahlen sind der Reihe nach von links nach rechts die Coefficienten von (3·1), welche zwei Z. W. darbieten.

Würde man noch (3·2) bilden, so erhielte man nur 1 Z. W., und es sind demnach 3·1 und 3·2 die Näherungswerthe der Wurzeln in einer Decimalstelle. Hierauf sucht man wieder versuchsweise die 2te Decimalstelle der Wurzel durch die Probedivision − 69·53931 : − 1285.6075 = + 0·05 . .; constatirt, indem man die Wurzeln des bereits durch α) gefundenen (3·1) um 0·05 erniedrigt, die Richtigkeit dieser Decimalstelle u. s. w. Der weitere Verlauf der Rechnung dürfte hieraus zur Genüge einleuchten; er wird zwar von Stelle zu Stelle mühsamer, gestattet jedoch die folgenden

III. Abkürzungen dieses Verfahrens.

Verlangt man einen Näherungswerth, durch welchen die Gleichung in einer bestimmten Anzahl von Decimalstellen verificirt werde, so rechnet man so lange auf die in II. angegebene Weise, bis jene bestimmte Anzahl von Decimalstellen in dem letzten Coefficienten einer Transformation zum Vorschein und in Betracht kommt, worauf man in jedem Coefficienten, mit Ausnahme des letzten, eine Decimalstelle abschneidet. Bei den in der Transformation zu verrichtenden Multiplicationen wird dann die letzte (abgeschnittene) Decimalstelle multiplicirt und die Correctur dieses Productes zu dem Producte der beibehaltenen Stellen addirt, das Einzählen dieses Productes in der nächstfolgenden Spalte rechts beginnt aber bei der letzten (abgeschnittenen) Decimalstelle dieser Spalte. Wollte man z. B. die obige Gleichung durch einen Näherungswerth in 4 bis 5 Decimalstellen verificiren, so kann man schon nach der in α) geführten Rechnung, deren letztes Glied bereits 5 Decimalstellen hat, weiter also rechnen:

	1	+ 13·5	− 36·7	0	− 613·81	0	− 1285·607	5	+ 69·53931
			− 36·0	2	− 615·61	1	− 1316·388	0	+ 3·71991
			− 35·3	4	− 617·37	8	− 1347·256	9	
β) ...			− 34·6	6	− 619·11	1			
			− 33·9	8					

In der obersten Querreihe sind die Coefficienten aus α) entnommen und die Transformation mit Abkürzung mit 0.05 geführt. Die untersten unterstrichenen Zahlen sind der Reihe nach die Coefficienten der Transformation (3·15), welche

2 Z. W. darbieten. Hätte man noch (3·16) entwickelt, so hätte man bloß 1 Z. W. erhalten, und sind mithin 3·15 und 3·16 die Näherungswerthe der Wurzel in 2 Decimalstellen. Durch die Probedivision —3·71901 : —1347·2567=0·002 findet man die dritte Decimalstelle der Wurzel und transformirt abgekürzt weiter mit 0·002. Vor dieser, sowie vor jeder spätern Transformation werden im vorletzten Coefficienten Eine, im drittletzten zwei, im viertletzten drei u. s. w. Stellen weiter abgeschnitten, und man rechnet weiter wie früher. Schreibt man die in β) erhaltenen Ergebnisse oben an, so steht die folgende Transformation also:

	1	13·5	— 33·98	— 619·111	— 1347·2567	+ 3·71991
				— 619·2	— 1348·494	+ 1·02292
γ) . .				— 619.3	— 1349·733	
				— 619·4		

Sobald alle, auch die zur Correctur erforderlichen Stellen eines Coefficienten abgeschnitten sind, fällt er ganz aus der Rechnung, so in γ) die 2 ersten Coefficienten 1 und 13·5.

Die Richtigkeit dieses Verfahrens sieht man leicht ein, wenn man die Rechnung einmal vollständig durchführt und sie dann mit der abgekürzten vergleicht.

IV. Zusammenstellung der ganzen Rechnung.

Man kann die ganze zu führende Rechnung übersichtlich so zusammenstellen:

$x^5 - 2x^4$	$-108x^3$	$+208x^2$	$+315x$	$+210$	$= 0$	Probedivisionen.
+ 1	—105	—107	— 6	+192		
+ 4	— 93	—386	—1164	+69·53931		1 . . . 1) —192 : —1164 = +0.1
+ 7	— 72	—602	—1224·6069 [1]	+ 3·71991		2 . . . 2) —69·53 : —1285·60 = 0·05
+10	— 42	—606·069 [1]	—1285·6075	+ 1·02292		3 . . . 3) —3·71 : —1347·25 = 0·002
+13	— 40·69 [1]	—610·006	—1316·3880 [2]	+ 7781		4 . . . 4) —1·0229 : —1349·7 = 0·0007
+13·1 [1]	— 39·37	—613·810	—1347·2569			5 . . . 5) —0·07781 : 1350·59 = 0,00005761
+13·2	— 38·04	—615·611 [2]	—1348·494 [3]			
+13·3	— 36·70	—617·378	—1349·733			
+13·4	— 36·02 [2]	—619·111	—1350·16 [4]			
+13·5 [2]	— 35·34	—619·2 [3]	—1350·59			
	— 34·66	—619·3	[5]			
	— 33·98 [3]	—619·4 [4]				mithin x = 3·15275761.

Bis zu den Querstrichen 1 ist die Behufs der Transformation (3) zu führende Rechnung ausgeführt; zwischen 1 und 2 erscheint die in α) geführte Rechnung, zwischen 2 und 3 die Rechnung β) und zwischen 3 und 4 die Rechnung γ). Zwischen 4 und 5 endlich ist der weitere Verlauf der Rechnung zusammengestellt, und da hierauf die Zahlen aller Spalten, mit Ausnahme der beiden letzten, nicht mehr in Rechnung kommen, so reducirt sich die folgende Operation auf die 5. Probedivision.

2. Beispiel. Es sei die Gleichung $x^4 + 332\ x^3 + 2309\ x^2 + 251\ x + 91 = 0$ gegeben. Da diese Gleichung keinen Z. W. hat, so hat sie keine positive reelle Wurzel; man verwandle sie daher in eine andere mit numerisch gleichen, aber entgegengesetzt bezeichneten Wurzeln, nämlich in $y^4 - 332\,y^3 + 2309\,y^2 - 251\,y + 91 = 0$. (§. 12), von welcher die Transformationen (1), (10), (100) u. s. w. zu bilden sind. Stellt man bloß ihre Vorzeichen zusammen, so erhält man:

$y^4 - 332\,y^3 + 2309\,y^2 - 251\,y + 91$	. . . 4 Z. W.	
(1) $= + - + + +$	. . . . . 2 „	
(10) $= + - - - -$	. . . . . 1 „	
(100) $= + +$	. . . . . 1 „	
(1000) $= + + + + +$	. . . . . 0 „	

Es hat demnach diese Gleichung eine getrennte Wurzel zwischen 1 und 10 und ferner zwischen 100 und 1000. Um die erste zu finden, bilde man eine zwischen (1) und (10) liegende Transformation, am besten (7), weil 91 durch 7 theilbar ist. Bildet man nur die erste Reihe dieser Transformation, nämlich:

$$\begin{array}{l} y^4 - 332\,y^3 + 2309\,y^2 - 251\,y + 91 \\ \hline \quad - 325 \quad + \quad 34 \quad - \quad 13 \quad + \quad 0 \end{array}$$

so sieht man, daß 7 eine Wurzel dieser Gleichung und — 7 eine Wurzel der gegebenen ist. Dividirt man daher $y^4 - 332\ y^3 + 2309\ y^2 - 251\ y + 91$ durch $y - 7$, so bekommt man $y^3 - 325\ y^2 + 34\ y - 13 = 0$, und es wird hiedurch die Auffindung der Wurzel zwischen 100 und 1000 vereinfacht.

Jetzt bilde man eine neue Gleichung, deren Wurzeln 100mal kleiner sind, als jene der letzten, nämlich $z^3 - 3{\cdot}25\,z^2 + 0{\cdot}0034\,z - 0{\cdot}000013 = 0$ (§. 11) und es hat:

$z^3 - 3{\cdot}25\,z^2 + 0{\cdot}0034\,z - 0{\cdot}000013$ . . . 3 Z. W.		folglich liegt eine reelle Wurzel zwischen 3 und 4. Will
(1) $+ - - -$ . . . . 2 „		man einen Näherungswerth derselben finden, durch den die
(3) $+ - - -$ . . . . 1 „		gegebene Gleichung in 6 Decimalstellen verificirt werde, so
(4) $+ + + +$ . . . . 0 „		muß man die letzte bis auf 12 Decimalstellen verificiren,

und die ganze Rechnung wird so stehen:

z^3 $-$ 3·25 z^2		$+$ 0.0034 z		$-$ 0·000013 $= 0$		Probedivisionen.
$-$ 0.25		$-$ 0·7466		$-$ 2·239813	1	. . . 2·239 : 7·503 = 0·2
$+$ 2·57		$+$ 7·5034	1	$-$ 0·501133	2	. . . 0·501 : 9·923 = 0·04 *
$+$ 5·75	1	$+$ 8·6934		$-$ 0·093973	3	. . . 0·0939 : 10·436 = 0·008 *
$+$ 5.95		$+$ 9·9234	2	$-$ 10068808	4	. . . 0·0100 : 10·539 = 0·0009
$+$ 6·15		$+$ 10·1790		$-$ 577626331	5	. . . 0·000577 : 10·55 = 0·00005
$+$ 6·35	2	$+$ 10·4362	3	$-$ 50029908	6	. . . 0·0000500 : 10·55 = 0·000004
$+$ 6·39		$+$ 10·488024		$-$ 7820791	7	. . . 0·0000078 : 10·55 = 0·0000007.
$+$ 6·43		$+$ 10·539912	4	$-$ 434175	8	
$+$ 6·47	3	$+$ 10·54575741				
$+$ 6·478		$+$ 10·5516036|3	5			
$+$ 6·486		$+$ 10·5519284|6				
$+$ 6·494	4	$+$ 10·552253|2|9	6			
$+$ 6·4949		$+$ 10·552279|3				
$+$ 6·4958		$+$ 10·55230|5|3	7			
$+$ |6·4 96|7	5	$+$ 10·55230|9				
		$+$ 10·5523|1|3	8			

8. Probedivision.

0·000000434175 : 10·55231 = . . . 411451

mithin $z = 3{\cdot}2489547411451$

$y = 324{\cdot}8954741 1451$

$x = -\ 324.8954741 1451.$

* Die zweite Probedivision gibt eigentlich 0·05, allein würde man die dritte Transformation mit 0·05 vornehmen, so würde ein Z. W. verschwinden, daher 0·5 größer ist, als der kleinere Näherungswerth der Wurzel, den wir überall suchen, und man muß daher mit 0·04 transformiren; aus eben demselben Grunde muß man 0·008 als die dritte Decimalstelle der Wurzel ansehen, wenngleich die Probedivision eigentlich 0·009 zum Quotienten gibt.

3. Beispiel. Es sei die Gleichung $x^6 + 7 = 0$ gegeben. Da diese Gleichung keinen Z. W. hat, so hat sie auch keine reelle positive Wurzel. Verwandelt man sie nach §. 12 in eine andere, welche numerisch gleiche, aber dem Vorzeichen nach entgegengesetzte Wurzeln hat, so erhält man $y^6 + 7 = 0$. Da auch hier kein Z. W. vorkommt, so hat $x^6 + 7 = 0$ auch keine negative, mithin überhaupt keine reelle Wurzel.

1. Anmerkung. Statt die Anzahl von Decimalstellen anzugeben, in welchen die gegebene Gleichung durch die fragliche Wurzel zu verificiren ist, bestimmt man oft die Anzahl von Decimalstellen, in denen der Näherungswerth der letztern berechnet werden soll. Es ist jedoch sehr leicht, diese letztere Forderung auf die erstere zurückzuführen.

2. Anmerkung. Wir haben durch diesen Paragraph die Theorie absichtlich unterbrochen, um sobald als möglich das Wesen der Horner'schen Methode auseinander zu setzen, einige Abkürzungen in der Darstellung des Folgenden zu erzielen und dessen Verständniß zu erleichtern.

§. 15.

Man kann immer eine Gleichung bilden, deren Wurzeln die reciproken Werthe von den Wurzeln einer gegebenen geordneten Gleichung sind; man braucht zu diesem Ende bloß die Reihenfolge der Coefficienten dieser Gleichung umzukehren, die Reihenfolge der Potenzen der Unbekannten aber beizubehalten. Zu bemerken ist, daß jeder Coefficient sein ursprüngliches Zeichen behält, und falls einige Potenzen der Unbekannten in der gegebenen Gleichung fehlen, deren Coefficienten als Nullen anzusehen, und diese wie die übrigen Coefficienten zu behandeln sind.

Um dieß zu beweisen, nehmen wir die Gleichung $Ax^n + A_1 x^{n-1} + A_2 x^{n-2} + \ldots + A_{n-2} x^2 + A_{n-1} x + A_1 = 0$ . . . (α als gegeben an. Setzt man $x = 1 : y$, so übergeht α) in $A\frac{1}{y^n} + A_1\frac{1}{y^{n-1}} + A_2\frac{1}{y^{n-2}} + \ldots + A_{n-2}\frac{1}{y^2} + A_{n-1}\frac{1}{y} + A_n = 0,$

oder wenn man mit y^n multiplicirt, in: $A + A_1 y + A_2 y^2 + \ldots + A_{n-2} y^{n-2} + A_{n-1} . y^{n-1} + A_n y^n = 0$, und wenn man nach y fallend ordnet, in: $A_n y^n + A_{n-1} y^{n-1} + A_{n-2} y^{n-2} + \ldots + A_2 y^2 + A_1 y + A = 0$ . . . (β Ist daher z. B. a eine Wurzel der Gleichung β), d. h. $y = a$, so ist $x = 1 : a$, und folglich $1 : a$ eine Wurzel der Gleichung α. Wir wollen kurz die Gleichung β) die reciproke Gleichung von α) nennen und umgekehrt.

Es sei z. B. zu $3x^5 - 7x^4 + 5x^3 + 6x^2 + 11x - 5 = 0$ die reciproke Gleichung zu finden, so hat man $-5y^5 + 11y^4 + 6y^3 + 5y^2 - 7y + 3 = 0$, oder auch $5y^5 - 11y^4 - 6y^3 - 5y^2 + 7y - 3 = 0$. Ebenso sind z. B. $x^6 - 5x + 1 = 0$ und $y^6 - 5y^5 + 1 = 0$ zwei reciproke Gleichungen.

§. 16.

Budan's Kennzeichen der Wurzeln in zweifelhaften Intervallen.

Hat die Transformation (a) einer Gleichung mehrere, z. B. r Z. W. weniger, als die gegebene Gleichung selbst, so hat diese in dem Intervalle 0 bis a (nach §. 10, Folges. 3, γ) r angezeigte Wurzeln. Ist a positiv, jedoch nicht größer als 1, und sind die angezeigten Wurzeln jenes Intervalles reell, so muß die zu der gegebenen reciproke Gleichung offenbar wenigstens ebenso viele reelle Wurzeln haben, und müssen diese sämmtlich größer sein, als 1:a. Erniedrigt man daher die Wurzeln der reciproken Gleichung um 1:a, so muß diese Transformation (1 : a) wenigstens r Z. W. darbieten. Ist dieß nicht der Fall, und hat die Transformation (1 : a) z. B. bloß $r - r_1$ Z. W., so kann die gegebene Gleichung in dem Intervalle 0 bis a auch höchstens $r - r_1$ reelle Wurzeln haben. Hat die Transformation (1:a) gar keinen Z. W., so kann auch die gegebene Gleichung in dem Intervalle 0 bis a keine reelle Wurzel besitzen.

1. Beispiel. Die Gleichung $3x^6 - x^5 + 2x^4 - x^3 + 5x^2 - 7x + 1 = 0$ hat 6 Z. W. Für $a = 1$ erhält man $(1) = + + + + + + + + +$ also 0 Z. W., mithin sind in dem Intervalle 0 bis 1 sechs Wurzeln angezeigt. Die reciproke Gleichung ist $y^6 - 7y^5 + 5y^4 - y^3 + 2y^2 - y + 3 = 0$ mit 6 Z. W. Bildet man hievon die Transformation $(1 : a) = (1 : 1) = (1)$, nämlich $+ - - - - - - +$, so ergeben sich 2 Z. W. Es ist daher $r - r_1 = 2$, und mithin hat die gegebene Gleichung in dem Intervalle 0 bis 1 höchstens 2 reelle Wurzeln. Hätte man $a = 0·5$ gesetzt, so hätte man $(0·5) = + + + + + + - -$ (1 Z. W.) erhalten, und mithin hat die gegebene Gleichung eine reelle Wurzel zwischen 0 und 0·5 und eine zweite zwischen 0·5 und 1.

2. Beispiel. Die Gleichung $x^5 + 3x^4 - x^3 + 11 = 0$ hat 2 Z. W. Die Transformation $(1) = + + + + + + + +$ gibt 0 Z. W., folglich sind im Intervalle 0 bis 1 zwei Wurzeln angezeigt. Die reciproke Gleichung $11y^5 - y^2 + 3y + 1 = 0$ gibt 2 Z. W. und die Transformation (1) hievon $= + + + + + + +$ gibt 0 Z. W., folglich hat die gegebene Gleichung in dem Intervalle 0 bis 1 keine reelle Wurzel.

Anmerkung. Durch dieses und die beiden folgenden Kriterien wird zwar oft entschieden, daß eine Gleichung in einem bestimmten Intervalle keine reelle Wurzel habe, doch kann man nur selten, wie zufällig im ersten Beispiel aus dem Nichteintreffen dieser Kennzeichen auf das Vorhandensein reeller Wurzeln schließen.

§. 17.

Kartesius' Kriterium der Wurzeln in zweifelhaften Intervallen.

Es sei eine Gleichung gegeben, die wir kurz (C) nennen wollen; (a) stelle eine Gleichung vor, deren sämmtliche Wurzeln um die (positive) Größe a kleiner sind, als jene von C; ferner seien (—C) und (—a) zwei Gleichungen, deren Wurzeln jenen von (C) und (a) beziehungsweise numerisch gleich, aber entgegengesetzt sind. **Es kann dann die Gleichung (C) in dem Intervalle 0 bis a höchstens so viele reelle Wurzeln enthalten, als die Differenz der Z. W. von (—C) und (—a) Einheiten enthält.**

Denn ist $w < a$ eine reelle positive Wurzel der Gleichung (C), so ist $w - a$ eine reelle negative Wurzel der Gleichung (a), und somit $-(w - a) = -w + a$ eine reelle positive Wurzel der Gleichung (—a). Es hat also (—a) in dem Intervalle 0 bis a ebenso viele reelle Wurzeln als (C) in demselben Intervalle. Ist aber, wie vorausgesetzt wurde, w eine reelle positive Wurzel von (C), so ist $-w$ eine reelle negative Wurzel von (—C), und es ist daher jede Wurzel von (—C) um a kleiner, als die entsprechende von (—a). Folglich müssen nach §. 10, Folges. 2 (—a) und (—C) wenigstens um ebenso viele Z. W. differiren, als (—a) und mithin auch (C) reelle Wurzeln zwischen 0 und a haben.

Anmerkung. Dieses Kriterium wendet man oft mit Vortheil an, wenn in der Transformation (a) einige Potenzen der Unbekannten nicht vorkommen. Es sei z. B. die Gleichung $x^6+7x^5-50x^4+110x^3-115x^2+59x+3=0$ gegeben, welche 4 Z. W. hat. Erniedrigt man ihre Wurzeln um 1, so erhält man die Gleichung y^6+13y^5+15+0, welche 0 Z. W. hat, so daß die gegebene Gleichung in dem Intervalle 0 bis 1 vier angezeigte Wurzeln hat. Um die Gleichungen (-0) und (-1) zu bilden, braucht man, da es sich bloß um die Vorzeichen der einzelnen Glieder in diesen letzten Gleichungen handelt, nach §. 12 nur die Vorzeichen der ungeraden Potenzen in den beiden ersten Gleichungen zu ändern, worauf sie also angeschrieben erscheinen:

$$+x^6\underline{+}7x^5-50x^4\underline{+}110x^3-115x^2\underline{+}59x+3=0 \text{ und } +y^6\underline{+}13y^5+15=0.$$

Bei Berücksichtigung der untern Vorzeichen ergibt jede dieser Gleichungen $\overline{2}$ Z. W.; da sie also um keinen Z. W. differiren, so hat die gegebene Gleichung in dem Intervalle 0 bis 1 keine reelle Wurzel.

Als zweites Beispiel sei die Gleichung $x^5-5x^4+10x^3-10x^2+5x-0\cdot5=0$ gegeben. Die Transformation (1) hievon gibt $y^5+0\cdot5=0$; mithin hat die gegebene Gleichung in dem Intervalle 0 bis 1 fünf angezeigte Wurzeln. Macht man, wie oben, das doppelte Vorzeichen, so erhält man $\underline{+}x^5-5x^4\underline{+}10x^3-10x^2\underline{+}5x-0\cdot5=0$ (0 Z. W.) und $\underline{+}y^5+0\cdot5=0$ (1 Z. W.); mithin hat die gegebene Gleichung im fraglichen Intervalle höchstens eine reelle Wurzel, diese aber auch sicher, weil die Endglieder der zwei ersten Gleichungen entgegengesetzte Zeichen haben.

§. 18.

Ein drittes Kriterium der Wurzeln in zweifelhaften Intervallen.

Ueberträgt man die etwaigen negativen Glieder einer geordneten Gleichung auf die rechte Seite des Gleichheitszeichens, und hebt die Unbekannte auf jener Seite, auf welcher sie in allen Gliedern vorkömmt, in der möglichst größten Potenz als gemeinschaftlichen Factor heraus, so erhält die Gleichung die Form: $x^r \cdot \varphi(x) = \psi(x)$, worin $\varphi(x)$ und $\psi(x)$ Polynome von x vorstellen, deren sämmtliche Glieder positiv sind, und es ist $x=\sqrt[r]{\psi(x):\varphi(x)}$. Hat nun die gegebene Gleichung eine reelle positive Wurzel w zwischen 0 und a, so ist $w=\sqrt[r]{\psi(w):\varphi(w)}$, und es wird offenbar dieser Quotient verkleinert, wenn man 0 statt w in $\psi(w)$, und in $\varphi(w)$ zugleich a statt w setzt, daher $w>\sqrt[r]{\varphi(o):\varphi(a)}$ und umsomehr $a>\sqrt[r]{\psi(o):\varphi(a)}$ . . . . . (α sein muß. **Findet die Bedingung α) nicht Statt, so kann die gegebene Gleichung in dem Intervalle 0 bis a keine reelle Wurzel haben.**

Es sei z. B. die Gleichung $13x^4-2x^3+17x^2-5x+8=0$ gegeben. Die Transformation (1) gibt die Zeichenfolge $+++++$, daher unsere Gleichung in dem Intervalle 0 bis 1 vier angezeigte Wurzeln hat. Aus der gegebenen Gleichung folgt $13x^4+17x^2+8=x(5+2x^2)$ und $x=(13x^4+17x^2+8):(5+2x^2)$. Der Formel α) zu Folge müßte $1>8:7$ sein; da dieß unmöglich ist, so hat die gegebene Gleichung in dem Intervalle 0 bis 1 keine reelle Wurzel.

Anmerkung 1. Findet die Bedingung α) Statt, so kann der gefundene Grenzwerth von w, nämlich $\sqrt[r]{\psi(0):\psi(a)}$, den wir c nennen wollen, zuweilen benützt werden, einen noch größern zu finden. Es ist nämlich, da $w>c$ ist, auch $w>\sqrt[r]{\psi(c):\varphi(a)}$ und daher auch $a>\sqrt[r]{\psi(c):\varphi(a)}$ . . . . . (β Sind die Coefficienten der Unbekannten in $\psi(x)$ ziemlich groß, so ist auch der Grenzwerth β) bedeutend größer als α). Es sei z. B. $48x^4-17x^3+6824x^2-25x+6=0$ die gegebene Gleichung, welche in dem Intervalle 0 bis 1 vier angezeigte Wurzeln hat. Man erhält: $48x^4+6824x^2+6=x(25+17x^2)$ und $x=(48x^4+6824x^2+6):(25+17x^2)$; die Formel α) gibt $w>6:42>0\cdot1$, und setzt man $0\cdot1$ statt x in den Dividend, so gibt β) $w>74\cdot2\ldots:42>1\cdot7\ldots$ und $1>1\cdot7\ldots$, was unmöglich ist; daher die gegebene Gleichung keine reelle Wurzel zwischen 0 und 1 hat.

Anmerkung 2. Dieses Kriterium kann natürlich nur dann angewendet werden, wenn die Anzahl der angezeigten Wurzeln in einem Intervalle eine gerade ist, denn sonst muß die Gleichung in dem fraglichen Intervalle (§. 10, Folges. 3 γ) wenigstens eine reelle Wurzel haben, und folglich die Bedingung α) nothwendig stattfinden.

§. 19.

Ist w ein bekannter, ziemlich genauer Näherungswerth einer mehrfachen, z. B. r-fachen Wurzel der Gleichung $Ax^n+A_1x^{n-1}+A_2x^{n-2}+\ldots+A_{n-3}x^3+A_{n-2}x^2+A_{n-1}x+A_n=0$, und y der noch unbekannte sehr kleine Bestandtheil jener Wurzel, so erhält man, wie im §. 13, wenn man die Wurzeln der gegebenen Gleichung um w erniedrigt, eine Gleichung von der Form $Ay^n + C_1 y^{n-1} + C_2 y^{n-2} + \ldots + C_{n-3} y^3 + C_{n-2} y^2 + C_{n-1} y + C_n = 0$. Wäre w die Wurzel selbst, so müßten die letzten r Coefficienten, als C_n, C_{n-1}, ... C_{n-r+1} (nach §. 6, Folges. 4) sämmtlich 0 werden; da aber w nur nahezu die Wurzel ist, so werden die genannten Coefficienten vermöge ihrer Stetigkeit (§. 8) auch sämmtlich nahezu $= 0$, und mithin die folgenden Coefficienten C_{n-r}, C_{n-r+1} u. s. w. verhältnißmäßig große Zahlen sein, so daß die erste bedeutende Stelle des Probequotienten (§. 13) $y = -C_n : (C_{n-1} + C_{n-2} y \ldots + Ay^{n-1})$ nicht bloß von $-C_n : C_{n-1}$ abhängen wird.

Um jedoch auch in diesem Falle eine solche Probedivision aufzufinden, deren Nutzen wir im §. 14 kennen gelernt haben, wollen wir die Wurzeln der Gleichung $Ay^n + C_1 y^{n-1} + \ldots + C_{n-2} y^2 + C_{n-1} y + C_n = 0$, um die bisher unbekannte Größe y erniedrigen, und die betreffende Rechnung, um die Begriffe zu fixiren, beispielsweise an der Gleichung des fünften Grades: $Ay^5 + C_1 y^4 + C_2 y^3 + C_3 y^2 + C_4 y + C_5 = 0$ nach §. 6 durchführen.

$$\begin{array}{llllll}
Ay^5 & +C_1 y^4 & +C_2 y^3 & +C_3 y^2 & +C_4 y & +C_5 \\
\hline
 & +C_1 + Ay & +C_2 + C_1 y + Ay^2 & +C_3 + C_2 y + C_1 y^2 + Ay^3 & +C_4 + C_3 y + C_2 y^2 + C_1 y^3 + Ay^4 & \underline{+C_5 + C_4 y + C_3 y^2 + C_2 y^3 + C_1 y^4 + Ay^5} \\
 & +C_1 + 2Ay & +C_2 + 2C_1 y + 3Ay^2 & +C_3 + 2C_2 y + 3C_1 y^2 + 4Ay^3 & \underline{+C_4 + 2C_3 y + 3C_2 y^2 + 4C_1 y^3 + 5Ay^4} & \varepsilon \\
 & +C_1 + 3Ay & +C_2 + 3C_1 y + 6Ay^2 & \underline{+C_3 + 3C_2 y + 6C_1 y^2 + 10Ay^3} & \delta & \\
 & +C_1 + 4Ay & \underline{+C_2 + 4C_1 y + 10Ay^2} & \gamma & & \\
 & \underline{+C_1 + 5Ay} & \beta & & & \\
 & \alpha & & & &
\end{array}$$

Die letzten (unterstrichenen) Ausdrücke sind der Reihe nach die Coefficienten der transformirten Gleichung, und wir wollen sie beziehungsweise Kürze halber durch A, α, β, γ, δ, ε bezeichnen. Ist nun z. B. w der Näherungswerth einer doppelten Wurzel der gegebenen Gleichung, so sind C_5 und C_4 nahezu $= 0$, C_3, C_2 u. s. w. aber im Allgemeinen bedeutende Zahlen; ferner ist dann y eine doppelte Wurzel der Gleichung $Ay^5 + C_1 y^4 + C_2 y^3 + C_3 y^2 + C_4 y + C_5 = 0$, und mithin $\varepsilon = 0$ und $\delta = 0$ (§. 6, Folges. 4). Aus $\delta = 0$ oder $C_4 + 2C_3 y + 3C_2 y^2 + 4C_1 y^3 + 5Ay^4 = 0$ folgt näherungsweise (wie im §. 13) $y = -C_4 : 2C_3$.

Ist ferner w der Näherungswerth einer dreifachen Wurzel der gegebenen Gleichung, so sind C_5, C_4, C_3 nahezu $= 0$; C_2, C_1, A aber im Allgemeinen bedeutende Zahlen; und da alsdann y eine dreifache Wurzel von $Ay^5 + C_1 y^4 + C_2 y^3 + C_3 y^2 + C_4 y + C_5$ ist, so ist $\varepsilon = 0$, $\delta = 0$, $\gamma = 0$; und aus der letzten Gleichung $\gamma = 0$ oder $C_3 + 3C_2 y + 6Cy^2 + 10Ay^3 = 0$ folgt die Probedivision $y = -C_3 : 3C_2$. Man hat daher, wie aus dem Gesagten hinreichend erhellt und sich übrigens durch Induction leicht allgemein erweisen läßt:

für eine einfache Wurzel die Probedivision	$-C_n : C_{n-1}$	(nach §. 13)
" " doppelte	$-C_{n-1} : 2C_{n-2}$	
" " dreifache	$-C_{n-2} : 3C_{n-3}$,	und allgemein
" " r=fache	$-C_{n-r+1} : rC_{n-r}$.	

§. 20.

Aus dem Bisherigen lassen sich folgende allgemeine Regeln für die Berechnung der reellen Wurzeln höherer Zahlengleichungen ableiten:

1) Man erniedrige die Wurzeln der gegebenen Gleichung der Reihe nach um 1, 10, 100 u. s. f., bis die Anzahl aller Z. W. erschöpft ist; bilde dann eine Gleichung, deren Wurzeln jenen der gegebenen numerisch gleich, aber entgegengesetzt sind, und erniedrige auch die Wurzeln der letztern Gleichung der Reihe nach um 1, 10, 100 u. s. w., bis kein Z. W. mehr zum Vorschein kömmt. Bei jeder dieser Transformationen wird die Anzahl der Z. W. notirt, wie wir dieß bereits im §. 14, Nr. 1 und 2, angegeben und durch Beispiele erläutert haben. A. a. O. wurde weiter gezeigt, wie die Intervalle weiter zu behandeln sind, in denen getrennte Wurzeln vorkommen, daher wir hier nur die zweifelhaften Intervalle zu betrachten haben.

2. Hat die gegebene Gleichung in dem Intervalle 10 bis 100, 100 bis 1000, 1000 bis 1000 u. s. w. r angezeigte Wurzeln, so verwandle man sie (nach §. 11) in eine andere, deren Wurzeln beziehungsweise 10, 100, 1000 . . mal kleiner sind, als jene der gegebenen, so daß die neue Gleichung r angezeigte Wurzeln in dem Intervalle 1 bis 10 hat, und verfahre weiter nach 3).

3. Hat eine Gleichung r angezeigte Wurzeln in dem Intervalle 1 bis 10, so bilde man die Transformationen (2), (3), (4) . . . (9) in derselben Weise, wie in §. 14, Nr. 4, wodurch man entweder die angezeigten Wurzeln trennt, oder einsieht, daß sie in einem der Intervalle 1 bis 2, 2 bis 3, . . . 9 bis 10 liegen.

Werden die Wurzeln getrennt, so berechnet man sie weiter nach §. 14, bleiben sie aber noch zweifelhaft, z. B. in dem Intervalle a bis a + 1, so erniedrige man die Wurzeln der Gleichung um a, d. h. man bilde die Transformation (a), welche in dem Intervalle 0 bis 1 die angezeigten r Wurzeln hat.

4. Auf die Transformation (a) wende man das Budan'sche Kriterium §. 16, oder falls darin oder in der Transformation (a + 1) einige Potenzen der Unbekannten fehlen, das Kriterium §. 17 an. Bleibt auch dann noch die Natur aller oder einiger Wurzeln in dem Intervalle 0 bis 1 zweifelhaft, so suche man nach §. 18 (Formel α) und β) den Grenzwerth der reellen Wurzeln in diesem Intervalle.

5. Stellt sich auch durch diesen die Unmöglichkeit der angezeigten Wurzeln nicht heraus, so kann man immerhin von der Annahme ausgehen, daß sie reell und gleich sind, und daß a ihr gemeinsamer ganzzahliger Näherungswerth ist, und sucht mittelst der Anzahl der Wurzeln entsprechenden Probedivision die erste bedeutende Decimalstelle derselben. Da man dann ohnehin die Richtigkeit dieser Stelle prüfen muß (wie aus den Beispielen in §. 14 bekannt ist), so kann die bloß vorausgesetzte Gleichheit der Wurzeln keinen Fehler zur Folge haben; die gefundene Decimalstelle soll nur dazu dienen, um die fernere Zerlegung des Intervalles 0 bis 1 nicht so ganz auf's Geradewohl vornehmen zu müssen.

6. Hierauf vermindere man die Wurzeln der Transformation (a) um den gefundenen (einziffrigen) Probequotienten, oder falls dieser kleiner sein sollte, als der nach 4) berechnete Grenzwerth, um die erste bedeutende Ziffer dieses letztern mit Rücksicht auf deren Stellenwerth. Werden hiedurch die Wurzeln getrennt, so berechnet man sie weiter nach §. 14; bleiben sie aber noch immer zweifelhaft, so wird doch das Intervall 0 bis 1 in zwei andere kleinere getheilt, und dasjenige von diesen beiden, in welchem die Wurzeln angezeigt sind, nach 4), 5), 6) weiter behandelt u. s. f. Bei der Anwendung der Regel 4) dürfte es fortan am zweckmäßigsten sein, bloß das Kriterium §. 18 zu benützen.

1. Anmerkung. Es läßt sich leicht zeigen, daß das von x freie Glied der Transformationen, die man durch successive Anwendung der Regel 6) erhält, stets kleiner und zwar beliebig klein werden muß, wenn die Wurzeln durch die angegebenen Regeln nicht getrennt werden und wenn die Rechnung hinreichend weit fortgesetzt wird.

Aus der Bildung der Formel $x = \sqrt[r]{\psi(x) : \varphi(x)}$ (in §. 18) ist ersichtlich, daß das von x freie Glied der zu untersuchenden Gleichung auch in $\psi(x)$ vorkömmt, und auch hier von x unabhängig, mithin $= \psi(0)$ ist, und ebenso erhellt aus den §§. 8, 9, daß $\varphi(x)$ eine gewisse Grenze in dem betreffenden Intervalle nicht überschreiten kann.

Da also das betreffende Intervall beliebig zusammengezogen, und mithin die Größe w in §. 18 beliebig klein werden kann, so muß wegen $w > \sqrt[r]{\psi(0) : \varphi(a)}$ (§. 18, α) auch $\psi(0)$ beliebig klein werden können. Sollte es dieß nicht, so muß das Kriterium unmöglicher Wurzeln §. 18 stattfinden. Da man übrigens, falls die Wurzeln einer Gleichung irrational sind, diese nur näherungsweise verificiren kann, so kann man die Aufgabe „die reellen Wurzeln einer Gleichung in einem zweifelhaften Intervalle zu finden", besonders wenn es sich um practische Zwecke handelt, auch also aussprechen: „Es sind, wo möglich, in jenem Intervalle ein oder mehrere Näherungswerthe von x zu finden, welche die gegebene Gleichung in einer bestimmten Anzahl von Decimalstellen verificiren." Stellt sich dann, bevor noch ein solcher Näherungswerth erreicht wird, die Unmöglichkeit der reellen Wurzeln heraus, so kann der Aufgabe nicht genügt werden. Findet man aber einen solchen Näherungswerth, so kann dieser als eine Lösung der so gestellten Aufgabe gelten, und man kann dann immerhin, wenn man bloß die geforderten Decimalstellen berücksichtigt, die Wurzeln des fraglichen Intervalles für gleich und reell halten, wiewohl sie ungleich oder unmöglich werden können, wenn die Gleichung in noch mehrere Decimalstellen verificirt werden sollte.

2. Anmerkung. Ist die Anzahl der Decimalstellen gegeben, in denen die Gleichung durch den gesuchten Näherungswerth der Wurzel zu verificiren ist, so werden im Verlaufe der Rechnung die im §. 14 gezeigten Vortheile in Anwendung gebracht.

1. Beispiel. Es sei die Gleichung $2360\,x^4 + 4006\,x^3 - 9267\,x^2 - 9308\,x + 12741 = 0$ gegeben, und durch die zu suchenden Wurzeln in 11 Decimalstellen zu verificiren.

Die gegebene Gleichung hat 2 Z. W. Die Transformation (1) gibt die Zeichenreihe $+ + + - +$ mithin auch 2 Z. W. Die Transformation (10) aber gibt $+ + + + +$ mithin 0 Z. W. Daher sind in dem Intervalle 1 bis 10 zwei Wurzeln angezeigt. Sucht man nach 3) unter andern die Transformation (2), so gibt diese $+ + + + +$, d. i. 0 Z. W., und es liegen demnach die angezeigten 2 Wurzeln zwischen 1 und 2; man findet sie so genau, als es die Aufgabe verlangt, durch die folgende Rechnung:

2360 x^4	+ 4006 x^3	− 9267 x^2	− 9308 x	+ 12741 = 0
	+ 6366	− 2901	− 12209	+ 532 —1
	+ 8726	+ 5825	− 6384 —1	+ 76·3920 —2
	+ 11086	+ 16911 —1	− 4556·080	+ 1·47250000 —3
	+ 13446 —1	+ 18279·20	− 2588·980 —2	+ 19693032360 —4
	+ 13682·0	+ 19671·00	− 1498·390000	+ 3760838 —5
	+ 13918·0	+ 21086·40 —2	− 371·235000 —3	− 65740 —6
	+ 14154·0	+ 21811·8000	− 207·543852520	− 92843 —7
	+ 14390·0 —2	+ 22543·1000	− 43·12284808|0 —4	− 1963 —8
	+ 14508·00	+ 23280·3000 —3	− 21·87696835|8	− 304 —9
	+ 14626·00	+ 23384·449640	− 0·6189934|5|1 —5	
	+ 14744·00	+ 23488·714920	− 0·3826578|2	
	+ 14862·00 —3	+ 23593·09584|0 —4	− 0·146320|7|0 —6	
	+ 14878·520	+ 23606·53302|4	− 4517|1	
	+ 14895·040	+ 23619·97211|9	+ 0·13728|7|4 —7	
	+ 14911·560	+ 23633·413|12|6 —5	+ 0·15146|7	
(236|0)	+ 14928·08|0 —4	+ 23633·562|5	+ 0·1656|4|7 —8	
	+ 14930·20|4	+ 23633·711|9	+ 0·1658|9	
	+ 14932·32|8	+ 23633·8|61|5 —6	+ 0·166|1|3 —9	
	+ 14934·45|2	+ 23633·9|4		
	+ 1|493|6·57|6 —5	+ 23634·0|2		
		+ |23|63|4·1|0 —7		

Bis zu den Querstrichen 1 ist nämlich die Transformation (1) nach §. 6 durchgeführt. Hierauf entwickelt man die erste bedeutende Stelle der 1. Probedivision $+ 6384 : + 16911·2$ oder $6384 : 33822 = 0·1$, und da der zugehörige Grenzwerth nämlich $532 : 6384 = 0·0..$ kleiner ist, als 0·1, so transformirt man weiter mit 0·1, wie es zwischen den Querstrichen 1 und 2 ausgeführt ist. Hätte man mit 0·2 statt 0·1 transformirt, so wären die 2 Z. W. verschwunden, und es liegen daher die angezeigten Wurzeln zwischen 1·1 und 1·2 u. s. f. Der weitere Fortschritt der Rechnung dürfte zur Genüge einleuchten, und wir wollen nur noch die Probedivisionen und Grenzwerthe, wie sie nach jeder einzelnen Transformation der Reihe nach zum Vorschein kommen, zusammenstellen.

Probedivisionen.	Grenzwerthe.	Probedivisionen.
1) 6384 : 16911.2 = 0·1	532 : 6384 = 0.08	6) 65740 : 14632 = 0·000006
2) 2588 : 21086.2 = 0·05*	76·39 : 2588·9 = 0·02	7) 9284 : 13728 = 6
3) 371 : 23280.2 = 0·007*	1·47 : 371·2 = 0·003	8) 1963 : 165 = 1
4) 43 : 23539.2 = 0·0009	0·019 : 43·1 = 0·0004	9) 304 : 1661 = 183
5) 0·618 : 23633.2 = 0·00001	0·00000376 : 0·61 = 0·000006	

* Die zweite und dritte Probedivision liefern zwar die Probequotienten 0·06 und 0·008, allein die Transformation zeigt, daß diese zu groß sind und man daher beziehungsweise 0·05 und 0·007 als die betreffenden Wurzeltheile ansehen muß. Transformirt man ferner mit dem 5-ten Probequotienten 0·00001, so erhält die Transformation (1·15791) die Zeichenreihe + + + — — und es sind demnach die Wurzeln reell und getrennt, so daß von da an die Rechnung nach §. 14 weiter fortschreitet, und die folgenden Probedivisionen nach §. 13 gebildet werden. Der sechste Probequotient ist eigentlich 0·000003, allein man überzeugt sich bald, daß 0·000006 der nächstfolgende Wurzeltheil ist. Stellt man endlich die Probequotienten zusammen, so erhält man $x = 1·15791661183$. Die zweite Wurzel in dem fraglichen Intervalle ist $= 1·15790957928$. Um sie zu finden, rechnet man, von der 6. Transformation der obigen Rechnung angefangen, weiter so:

1|493|6·57|6	236334|13|12|6	− 0·618993|4|5|1	+ 3760838
	236335|4	− 0·406291|5	104214 —5
	236336|7	− 0·19358|8|1 —6	13328 —6
	23|63|38|0 —6	− 0·18177|1	1547 —7
		− 0·1699|5|4 —7	—8
		− 0·1683|0	
		− 0·16|6|6|5 —8	

Probedivisionen.

− 104214 : − 1935 = 0.0000005
− 13328 : − 1699 = 0·0000007
− 1547 : − 16617 = 0·00000000928

Da nämlich in der frühern Rechnung die fünfte Transformation (1·1579) die Zeichenreihe: + + + — ergab, die sechste

Transformation aber (1·1579) auf die Zeichenreihe $+ + + - -$ führte, so liegt eine Wurzel der gegebenen Gleichung zwischen 1·15790 und 1·15791 und man findet versuchsweise die folgende Decimalstelle = 0·000009. Mit dieser ist hier die sechste Transformation vollzogen, nachdem wegen der 0 an der fünften Stelle die betreffenden Ziffern in den einzelnen Spalten abgeschnitten worden.

Um noch die negativen Wurzeln zu finden, verwandelt man die gegebene Gleichung in eine andere mit numerisch gleichen, aber entgegengesetzten Wurzeln, nämlich in $2360\ y^4 - 4006\ y^3 - 9267\ y^2 + 9308\ y + 12741 = 0$.

Hier gibt die

Transformation (1) die Zeichenreihe $+++-+$ (2 Z. W.)	Transformation (2) die Zeichenreihe $+++-+$ (2 Z. W.)
" (10) " " $+++++$ (0 ")	" (3) " " $+++++$ (0 ")

daher zwischen 2 und 3 zwei Wurzeln angezeigt sind. Das Ergebniß der Transformation (2) ist aber

2360	− 4006	− 9267	+ 9308	+ 12741
	+ 714	− 7839	+ 6370	+ 1
	+ 5434	+ 3029	+ 312	
	+ 10154	+ 23337		
	+ 14874			

Die erste Probedivision gibt 312 : 23337·2 = 0·006, der entsprechende Grenzwerth 1 : 312 = 0·003; erniedrigt man daher die Wurzeln der Transformation (2) um 0·006, so erhält man die Zeichenreihe $+++--$, wodurch die Wurzeln als reell constatirt und getrennt sind.

Bildet man nun noch versuchsweise einige Transformationen von (0·004) angefangen, bis (0·009) (weil 0·003 als der Grenzwerth gefunden wurde), so erhält man für die

Transformation (0·005) die Zeichenreihe $+ + + - +$	Transformation (0·007) die Zeichenreihe $+ + + - -$
" (0·006) " " $+ + + - -$	" (0·008) " " $+ + + + +$

woraus hervorgeht, daß eine Wurzel zwischen 2·005 und 2·006, und die andere zwischen 2·007 und 2·008 liegt. Die weitere Berechnung dieser Wurzeln nach §. 14 bietet nunmehr keine weitere Schwierigkeit dar.

2. Beispiel. Es sei die Gleichung $17 x^4 - 18\ x^3 + 13{\cdot}42\ x^2 - 9{\cdot}872\ x + 3{\cdot}7942 = 0$ gegeben, welche 4 Z. W. hat. Die Transformation (1) gibt die Zeichenreihe $+ + + + +$ (0 Z. W.), daher in dem Intervalle 0 bis 1 vier Wurzeln angezeigt sind. Bildet man nach §. 15 die reciproke Gleichung $3{\cdot}7942\ y^4 - 9{\cdot}872\ y^3 + 13{\cdot}42\ y^2 - 18\ y + 17 = 0$, so gibt die Transformation (1) hievon die Zeichenreihe $+++-+$ mit 2 Z. W. und es folgt nach dem Budan'schen Kriterium (§. 16), daß die gegebene Gleichung zwischen 0 und 1 höchstens zwei reelle Wurzeln hat. Die betreffende Probedivision (§. 19) gibt $9{\cdot}872 : 13{\cdot}42{\cdot}2 = 0{\cdot}3$, und Behufs des Grenzwerthes hat man (§. 18) die Gleichung $17\ x^4 + 13{\cdot}42\ x^2 + 3{\cdot}7942 = x\,(9{\cdot}872 + 18\ x^2)$ und daher $\alpha) \ldots x = (3{\cdot}7942 + 13{\cdot}42\ x^2 + 17\ x^4) : (9{\cdot}872 + 18 x^2)$.

Setzt man im Dividende $x = 0$ und im Divisor $x = 1$, so ist $x > 3{\cdot}7942 : 27{\cdot}872 = 0{\cdot}1$ ... und es ist demnach, da dieser Quotient kleiner ist, als der vorhin gefundene 0·3, die Transformation (0·3) der gegebenen Gleichung zu bilden. Diese ist aber + 17, + 2·4, + 6·40, − 4·844, + 1·6921, und da sie 2 Z. W. hat, so hat die gegebene Gleichung zwei angezeigte Wurzeln zwischen 0 und 0·3.

Setzt man diesen letztern Werth statt x in den Divisor der Formel α), so erhält man $x > 3{\cdot}7942 : (9{\cdot}872 + 1{\cdot}62)$, oder $x > 3{\cdot}7942 : 11{\cdot}492$, d. h. $x > 0{\cdot}33$, woraus hervorgeht, daß die gegebene Gleichung zwischen 0 und 0·3 keine reelle Wurzel hat.

Stellt man ferner die oben gefundene Transformation (0·3) in die Gleichung $(z) \ldots 17 z^4 + 2{\cdot}4\, z^3 + 6{\cdot}40\, z^2 - 4{\cdot}844\, z + 1{\cdot}6921 = 0$ zusammen, so braucht man nur zu untersuchen, ob sie in dem Intervalle 0 bis 0·7 reelle Wurzeln hat. Die letzte Gleichung gibt nach §. 18 zur Bestimmung des Grenzwerthes $z = (1{\cdot}6921 + 6{\cdot}40\, z^2 + 2{\cdot}4\, z^3 + 17\, z^4) : 4{\cdot}844 \ldots \beta)$.

Setzt man hier im Dividende $z = 0$, so ist $z > 1{\cdot}6921 : 4{\cdot}844 > 0{\cdot}34 > {}^1/_3$; setzt man sofort in β) diesen Werth statt z, so folgt $z > 2{\cdot}70 : 4{\cdot}844 > 0{\cdot}5 > {}^1/_2$; und endlich, wenn man $z = {}^1/_2$ in β) setzt: $z > 4{\cdot}60 : 4{\cdot}844 > 0{\cdot}8$. Hieraus geht hervor, daß keine reelle Wurzel der Gleichung (z) in dem Intervalle 0 bis 7 liegt, und daß somit die gegebene Gleichung keine positive reelle Wurzel hat.

Dr. J. J. Nejedli.

Matiju Čópu v spomin.

Spisal gimnazjalni učitelj **Melcer.**

Slovenskimu narodu ne manjka, in o nobeni dôbi ni manjkalo móž, katerih imenitne dela lastno in národno slavo po širokim svetu razglasujejo. Lahko bi našteli dolgo versto izverstnih možakov, bodi si kar se tiče cerkvene in deržavne zadeve, hrabrih vitezov, slovečih popotovavcov, natoro- in jezikoznancov, iskrenih domoljubov, nadušenih pesnikov in sploh učenih móž, kar naznani že nek od Jezuitov izrečeni pregovor: Doctos fert Carniolia viros. Stavili so si nekteri spominke v vekomej. Kakor Venuzinski poet bi bil lahko naš Prešern od sebe pél:

Exegi monumentum aere perennius
Regalique situ pyramidum altius,
Quod non imber edax, non Aquilo impotens
Possit diruere, aut innumerabilis
Annorum series, et fuga Temporum —
Non omnis moriar, multaque pars mei
Vitabit Libitinam — — — —

Enako se Vodnik nepozabljenga vidi rekoč:

Ne hčere ne sina
Po meni ne bo,
Dovolj je spomina —
Me pesmi pojó.

Ali vsim ni bila tako mila osoda omenjena, marsikteri, ki je svoje žive dni narodu v prid in čast živel, zdaj v tamnim pozabljeni spi. Naša dolžnost je pa, kolikor je li mogoče skerbeti, de bo saj pervakom slovenskega naroda dano vitare Libitinam. Naj bo tedaj meni pripušeno z tim versticami cvetlico položiti na zgodni grob modriga, veličastno učeniga možá, nepozabljiviga učitelja, kateriga milo dušico so, že preteklo je trideset let, odnesli valovi dereče Save, na grob Matija Čópa. Še živimo majhna množica v Ljubljani in nekaj po svetu raztresenih, ki smo tukaj poznali in poslušali ranjkiga Čópa, morebiti nekdajni učenci v Reki in v Lvovu nanj pomnijo, ali še trideseto leto od zdaj pač bo zakrilo zadniga sočasnika in zadniga poslušavca in tako temnilo njigov spomin. Moja misel pa ni, naznaniti obširn življenjepis, hočem le ko hvaležen učenc ljubljeniga učenika razodeti občutke tak globoko vtopljene v mlado serce, kakor de bi jih bil prejel današni čas.

Bilo je leta 1827, doveršili smo ravno jest in dragi sošolci v Ljubljani perve štiri gimnazjalne razrede. Osnova javniga uka tistih časov je bila zlo različna od sedajne. Cela gimnazja je imela šest razredov, perve štiri so imenovali „Grammaticalclassen", peti in šesti pa „Humanitätsclassen", en sam učitelj je spremljeval svojo mladino po štiri ali po dva leta, in je učil razun veroznanstva vse predmete. Ni bilo tačas ne nemščine, ne slovenščine, ne natorosnanstva, matematika je ravno komaj živela, bolj in sploh zadostno zemljopis in zgodovina, kraljevala je latinščina, tako da smo primorani bili že od tretjiga razreda latinske slovnice po latinsko se vaditi, gerškimu so clo malo prostora dali. Da je perve štiri razrede en sam učitelj vodil, se mi kaj pripravno zdi, saj mlade glavice niso vsako uro na dan drugiga obraza gledale, ali v peti in šesti šoli učeniku ni lahko bilo vsim predmetom kos biti, v višjih razredih ima tedaj sedajna naprava neodrekljivo prednost. Učenik, ki nas je od perve do četerte šole vodil, je bil ranjki Groga Dolar, učen in moder móž, ki že dolgo v Bogu počiva, umerl je sploh spoštovan in obžalovan, le tri in pet deset let star, 19.

velikega travna leta 1836. O koncu šolskiga leta 1827 smo dočakovali za peti in šesti razred nova učitelja, in mesca maliga serpana zvemo, de sta izvoljena in prestavljena na ljubljansko naše učiliše gospóda — iz Lvova Matija Čóp, in iz Kopra Luka Martinak, umerl je učeni mož in iskreni rodoljub tudi le dva in petdeset let star, 5. svečana 1850. Ko začnemo novo šolsko leto o vsih svetih, kakor je tačas navadno bilo, nastopi gospod Martinak šesti razred. Mi, kar nas je bilo sošolcov pete šole, smo poznali oba gospóda le po imenu, vunder nas spodboduje neki dozdevek, da se veseli pozdravljujemo z glasom: „to je dobro, le pod Čópa, le pod Čópa.“ Pri nas v petim razredu je nadomestoval kakih šest tednov tačasni gimnazjalni adjunkt gospod Janez Pogorelc, ki je poprej v vsih šolah med sošolci zovnec nosil in mu je latinski govor gladko od ust tekal de je bilo kaj. Živi ko odsluženi in z zlatim križcam za zasluge z krono okinčani c. kr. gimnazjalni učitelj od leta 1860 v pokoju v Ljubljani. Perve dni mesca grudna iz šole gredoči vidimo v prefektovo kancelijo stopiti ptujiga gospoda v sivkastim plajšu z plajšnicami, kakor je takrat šega bila, in edin drugimu rečemo: „ti to je mar Čóp“ in tako je bilo. Bo morebiti kateri tole prebiraje si v brado pomuzal in mislil: „Kaj nek čenčá o tak nepomenljivih rečeh,“ ali meni serce veselja igra, ko pomnim zase važnih prigodb vesele mladosti, in gotovo bojo sošolci, če jim te verstice v roko pridejo, z menoj enake misli. Že o pervim ogovoru, v katerim nam razodene srečo in veselje, da mu je dano v deželi domači drage rojake po potih učenosti vladovati, perkupil si je ljubezin in spoštovanje mladih poslušavcov. Sim rekel ljubezin in spoštovanje, tjer spoštovali smo ga zavolj globoke in obširne vednosti, ljubili zavolj modriga, mirniga, prijazniga obnašanja. Um in serce sta bila enako izverstna, nikoli nam ni bil, kakor Horaci pravi, Orbilius plagosus, zmiraj mili vladar in ljubeznjivi oče. Čópa ni motilo, da so bile marsiktere tačasnih šolskih knig manj pripravne za uk, vse pomanjkanje je nadomestila iskrena vdanost in izvirna vednost učenika. Spomni se gotovo vsaki, ki ga je nekdaj poslušal, kako nam je razlagal nade poln zaklade latinskih, helenskih in teutonskih klasikov, katere je on poznal ne po posamesnih oddelkih, kakor je tačas navadno bilo, temuč po celi učeni obširnosti. Kako tihi in ginjeni smo sedeli vsi, kadar je on prebiral kaj iz Homerjovih, Horacitovih, Schillerjevih, Goethetovih poezij! Ena sama urica na teden je bila odločena za nemško, tačasne „Sammlung deutscher Beispiele zur Bildung des Styls“ se ne dajo nikakor primeriti sedajnim nemškim berilom, in kaj je znal on v tej uri doveršiti. Kakor sim poprej omenil, Slovenščine ni bilo v naših šolah ne duha ne sluha, učil jo je v drugim letu Bogoslovja gospod Profesor Metelko, tudi kaki osmošolec ga je prostovoljno poslušat hodil. Čóp pa vundar le mnogokrat v predmet vzame slovensko slovstvo, omeni Vodnika, svojiga nekdajniga učenika, tudi nektere Prešernovih Poezij, ki mu je bil od perviga dragi prijatel, smo po rokopisih poznali, ali o národnim gibanju je bilo tiste dni clo malo govora. Enkrat se nekteri sošolcov prederzne, dano nalogo v slovenskih heksametrih izdelovati, ali Čóp meni, de za tak poskus slovenski jezik pač pripraven ni. — Kaj bi zdaj rekel, vidiše, kak izverstno so Koseski, Terdina in drugi oddelke Homerjevih poezij slovensko prestavili! Kaj bi rekel, ko bi doživel bil Kerst pri Savici in bogate zaklade dva in dvajsetletnih „Novic.“ Večkrat smo se po končani šoli zbrali okolj mizice, pri kateri je sedel in smo se pomenkvali od šolskih zadev. Zdaj nam je kazal kake stare ali nove bukvice, katerih je imel svoj pot žepe napolnene, zdaj smo ga barali in slušali modre odgovore. Mem Janeza Kersnika in Jožefa Globočnika ne vem da bi bili naše učenci kateriga nekdajnih učiteljev tako čislali in ljubili, ko ranjkiga Čópa. Res je, ni imel navade, pogosto dvojke pisati, marsikaterimu šolarčiku je na noge pomagal kolikor je bilo mogoče, da ni primoran bil, šolnino plačati. Čuda tedaj ni, da nam je bila vsim britka ura slovesa in ločitve, ko smo konec velkiga serpana 1829 mili obraz našiga učitelja zadnjikrat v šolski sobi gledali. Enako hvalo so mu dali naši nasledniki, katere je učil 1830 in 1831. To leto je javnimu uku popolnama slovo dal, in nasledoval ga je gospod profesor Peter Petruzzi, ki je dva in trideset celih let pri nas učil. Odstopil je mnogozasluženi in sploh spoštovani učitel še le 1863, in odrinil na Dunaj, ker zdaj v pokoju živi.

Naj dostavim nekaj od Čópoviga življenja, iz tega, kar sta naznanila gospoda Juri Kosmač v „Mittheilungen des historischen Vereins für Krain“, October 1857, in Jože Navratil v Vedežu, tretji tečaj, leta 1850, list 4. in 5. Vgledal je pervi beli dan svojiga življenja 26. prosenca leta 1797 v vasi Žerovnice na Gorenskim. Očetu je bilo ime Matija, materi Lešpeta, rojena Oseneg, oba sta bila kmetiškiga stanú. Od pobožnih staršev pobožno odrejeni fantiček je kaj dopadel ondotnimu fajmeštru g. Francetu Kristanu, ki očeta nagovarja, da desetletniga sinkota konec listopada 1807 v Ljubljano spremi. Matičku

monda ni izrazil — saj je poprej videl na Prešernu, kako pripravna da je je v Ljubljani jako dopadlo tjer na očetovo vprašanje, ali bi hotel v Zerovnice nazaj, kaj urno odgovori: „Oča, koj bom tukaj ostal in v šolo hodil.“ Ker pa še ni znal ne brati ne pisati, se mu je od začetka učiti se težko zdelo, ali že v malih šolah je pokazal, kako dobre glavice da je. Kakor spričevalo tretje male šole dokazuje je ímel iz vsih naukov prav dobro. Na tim spričevalu je podpisan tudi naš slavni pesnik Valentin Vodnik, tisti čas vodja ljudskih šol v Ljubljani. Leta 1809 si je dolastil Napoleon Krajnsko deželo, tedaj se je naš Matija latinske šolo učil po francozki napravi. Konec leta 1810 so ga že šteli med pervake zadniga razreda malih šol, in dobí na spričevalo: approuvé pour la premiere classe du Gymnase. Ko je po odhodu Francozov ranjki prefekt in slavni rastlinoznanez France Hladnik na novo osnoval ljubljansko gimnazijo ga najdemo v letniku, ali tako imenovanih perjohah 1814 perviga vsih dijakov v šesti šoli, tedaj je bistra glavica doveršila v sedem letih male šole in celo gimnazjo z takim vspehom. Že mladeneč pete šole je začel hrepeneti po znanju jezikov. Loti se naj pred laškiga, in hodi pridno poslušati verliga rojaka Vodnika, ki ga je takrat razlagal. Po častno spolnenih letih modroslovja gre po napravi tiste dôbe v tretje leto modroslovja na Dunaj in doverší estetiko 1817 na dunajskim vseučilišu z prav dobrim vspehom. Na to se verne v Ljubljano nazaj, in si zvoli za tri leta duhovni stan. Bogoslovec drugiga leta je slušal učeniga jezikoslovca Matelkota z naj boljšim vspehom. Ali določeno je Cópu bilo, ko učenik biser biti učiteljev slovenskiga naroda. 1820 7. kimovca ga cesarska vlada izvoli za službo učenika pete in šeste šole v Reki, z šest sto goldinarjev na leto. 1822 dobi enako službo v Lvovu z osem sto goldinarjev plače, kjer je tri leta vladal svojo gimnazjalno mladino. Tam je jako izuril se v poljskim jeziku in slovstvu, kakor se je že poprej v Reki naučil angležkiga z pomočjo ondotniga britanskiga Konzula John-a Leard-a. Izverstnimu jezikoslovcu je bilo izročeno od 1825 nadomestovanje profesorja latinske in gerške Filologie na Lvovskim vseučilišu in uk austrijanske deržavne zgodovine do 15. kimovca 1827.

Spremljali smo tedaj dragiga rojaka od rojstnega dnéva do tiste dôbe ko je nastopil svojo službo v Ljubljani in jo opravljal kakor smo poprej omenili. 1828 umre tačasni varh Ljubljanske cesarske knjižnice gospod Matija Kalister, in 15. listognoja izvolijo Čopa v začasno nadomestovanje te službe za katero je bil 8. rožniga cveta 1830 stanovitno poterjen, kjer je služil osemsto goldinarjev in po verh lepo stanovanje imel. Čeravno je bil od zdaj zaresni varh al vodja ljubljanske cesarske knjižnice je vunder v peti in šesti šoli še učil do konca šolskiga leta 1831. Odsihmal pa mu je perva skerb bila bukve, katerih je bilo kakih 30000 lepo vredovati. Oznani svoje misli vikšimu gospodarstvu in se ponudi veliko kazalo, po kterim se izmed tolikega števila sleherne bukve lahko mahoma najdejo sam, brez plačila narediti. Vlada ga pohvali z dopisom 14. svečana 1832, in zdaj začne bukve vredovati in veliki katalog spisevati, katere naloge pa žali bog ni bil v stanu do eršiti. Služba perviga varha vseučilišne Dunajske knjižnice je bila prazna, in Cóp je zaprosi 5. maliga serpana 1832. In ravno iz te spisane prošnje, ki je znabiti še zdaj v rokah gospóda Kastelica tačasniga skriptorja in od 1850 varha ljubljanske knjižnice se vidi, da je razumel naš učeni rojak 1. slovensko, 2. nemško, 3. latinsko, 4. gerško, 5. italjansko, 6. francozko, 7. angležko, 8. poljsko, 9. špansko, 10. staroslovansko, 11. rusko, 12. serbsko, 13. česko, 14. lužičansko, 15. portogizovsko, 16. provencalsko, 17. starofrancozko, 18. ogersko, 19. hebrejsko — po tim takim devetnajst jezikov, je tedaj po pravici slovenski Mezzofanti.

Dosti veseliga sim povedal, zdaj pride pa kaj žalostniga — kako mu je odtekla zadnja ura prav po besedah sv. očeta Tomaža Kempenzarja: Quam multi decepti sunt et insperate de corpore extracti lib. 1. cap. 23. — Bil je kaj vroči dan ponedelk 6. maliga serpana 1835. Popoldne je bilo, se gre Cóp z poprej omenjenim gospodom Kastelicom kopat v Savo pri Tomačevem, dobre pol ure od Ljubljane, ne kopljeta se dolgo kar slavniga možá mertud vdari. Pod vodo pogrezovaje zažene stok, prijatel mu hoče iz jeza kol podati, pa ga ne doseže, — milovanja vredni mož zgine pod vodo. Pridejo po klicu kmetovavci iz bližne vasi, ga kmalo iz pod vode potegnejo, ali bodi Bogú potoženo — mertvega. Zgodilo se je okoli osmih zvečer. Tam ga dergajo po truplu, vojašk zdravnik, ki je bil ravno blizo, mu prereže žilo, ali revni Cóp se ne gane. Oživljajo ga na to še v ljubljanski bolnišnici, ali vse je zastonj; duša se je bila od trupla ločila, in se ne da posiliti nazaj. Obžalovanje znancov in prijatljev je bilo neizmerno, kdo bi popisal žalost sestre ki je pri njim stanovala in brata, ko je žalostno novico na Dunaj dobil. Prešern ves ostermen se ne da tolažiti, še enkrat hoče mili obras umerliga poljubiti,

Rajnega ... melo ... i govoril "prav pesnik. Ali je to licentia poetica

Quis desiderio sit pudor aut modus
Tam cari capitis? — —

Hor.

Pogreb 8. maliga serpana je bil slovesen, kakor ga dolgo poprej vidili nismo, neštevilna truma ga spremijo k zadnim pokoju. — Kaj lepo končá g. Navratil svoji sostavek rekoč: Truplo nepozabljivega Slovenca počiva pri svetim Krištofu v Ljubljani poleg rojaka in pervega pesnika slovenskiga Vodnika. Odperte kamnate bukve na kamnu, ki so mu ga prijateli oskerbeli, povejo gledavcu, da pod to gomilo učen mož spi. Pod bukvami bereš sledeči napis v slovenskim jeziku:

Matija Cóp, rojen 26. prosenca leta 1797, umerl 6. dan maliga serpana 1835.

Jezike vse Europe je učene
Govoril, ki v tim tihim grobu spí,
Umetnosti le ljubil je — zgubljene
Mu ble so ure, ko njim služil ni
Mladenčem v Reki, Lvovu, v Ljubljani
Netruden učenik je um vedril,
Ako bi daljši časi bli mu dani
Svoj narod s pismi bi razsvetlil bil,
Pero zastavi komaj stare Slave
Buditi rod — odnese val ga Save.

Stojiva en dan jest in neki Cópovi sošolec, ki tudi v miru počiva, na prostorčku pred grobom, in jest baram, kako je zamogel devetnajst jezikov goveriti! vem, kako težko je iz lastne skušne, se jih le pet ali šest resno naučiti. On mi odgovori, poznal sem ga od perve mladosti, sim z njim v šolo hodil, ali to vam povem, zmirej je bil v bukvah, prav je tedaj, da so mu tudi na grob bukve djali.

Spisal je naš učeni rojak 1833 abecedno vojsko (Slovenischer ABC-Krieg), ki je sicer majhen spisek pa vunder velike vrednosti, kjer je Slovence rascepljenosti v pisanju ovaroval. Spisal je tudi zgodovino slovenskiga slovstva — kdaj da so Slovenci začeli pisati, kaj da so pisali, in kdo je to ali uno reč spisal, ktero delo pa ni bilo natisnjeno. Tudi je zapustil čez 3000 drago cenih bukev raznih jezikov, posebno veliko poljskih, pa tudi slovenskih, serbskih, ruskih in českih, katere je od brata in sestre kupil gospod Kastelic. — Žlahtneji spominek mem kamnitniga, ki bo stal, dokler bojo slovele Prešernove poezije, mu je postavil nevmerjoči v marsi kateri zadevi pravi pervi slovenski pesnik Dr. France Prešern na čelu pesmi Kerst pri Savici, namreč Sonet:

Matiju Cópu.

Vam izročim prijatla drági máni!
Ki spi v prezgodnim gróbi pesem mílo;
Ločitvi od njegà mi je hladílo
Bilà je lìk ljubezni stari ráni.

Minljivost sladkih zvéz na svét' oznani
Kak kratko je vesélih dni števílo,
De srečin je le tá, kdor z Bogomílo
Up sréče unstran gróba v persih hrani.

Pokôpal misli visokoletéče
Željá nespolnjenih sim bolečíne
Ko Čertomír ves up na zemlji sréče.

Dán jasni, dán oblačni v nóči míne
Sercé vesélo in bolno, terpéče
V pokój le bódo gróba globočíne. —

Schul-Nachrichten.

I.

Der Lehrkörper.

Ph. Dr. **Heinrich Mitteis**, Director, lehrte Physik und Mathematik in VIII., 4 Stunden wöchentlich.

Valentin Konschegg, Vorstand der I. a Classe, lehrte Latein in III. a und I. a, Deutsch in I. a, 17 Stunden wöchentlich.

Carl Grünewald, Vorstand der II. a Classe, lehrte Latein in III. b und II. a, Deutsch in III. b, 17 Stunden wöchentlich.

Carl Melzer, Vorstand der III. b Classe, lehrte Geschichte und Geographie in VI. a, V. b, III. b, II. b, I. a, Slovenisch in IV. und III. b, Mathematik in I. a, 22 Stunden wöchentlich.

Ignaz Hönig, Vorstand der IV. Classe, lehrte Geschichte und Geographie in VII. a, VII. b, IV., I. b, Deutsch in IV. und I. b, 18 Stunden wöchentlich.

Adolf Weichselmann, Vorstand der VI. a Classe, lehrte Latein in VI. a und IV., Griechisch in VI. a, VI. b, IV. 26 Stunden wöchentlich.

Ph. Dr. **Josef Nejedli**, Vorstand der V. a Classe, lehrte Mathematik in VII. a, VII. b, V. a, Deutsch in V. a und V. b, philos. Propädeutik in VIII., VII. a, VII. b, 20 Stunden wöchentlich.

Jacob Smolej, Vorstand der VIII. Classe, lehrte Latein in VIII. und V. b, Griechisch in VIII. und III. a, 21 Stunden wöchentlich.

Franz Kandernal (extra statum), Vorstand der VII. a Classe, lehrte Latein in VI. b, Griechisch in VII. a, VII. b, III. b, 19 Stunden wöchentlich.

Johann Vávrů, Vorstand der I. b Classe, lehrte Latein in I. b, Griechisch in V. a, Slovenisch in I. a und I. b, 17 Stunden wöchentlich.

Ph. Dr. **Carl Ahn** (extra statum), Vorstand der VII. b Classe, lehrte Latein und Deutsch in VII. a und VII. b, 16 Stunden wöchentlich.

Benedict Knapp, (beurlaubt für die Dauer des Schuljahres 1865.)

Th. Dr. **Johann Gogala**, Weltpriester, Religionslehrer und Exhortator für das Obergymnasium, lehrte Religion in VIII., VII. a, VII. b, VI. a, VI. b und V. a, 13 Stunden wöchentlich.

Josef Marn, Weltpriester, wirklicher Gymnasiallehrer, Religionslehrer und Exhortator für das Untergymnasium, lehrte Religion in IV., III. a, II. a, I. a, Slovenisch in VIII., VII. a, VII. b, VI. a, 16 Stunden wöchentlich.

Ph. Dr. **Mathias Wretschko** lehrte Naturwissenschaften in VI. a, VI. b, V. a, V. b, III. a, III. b, II. a, II. b, I. a, I. b, 20 Stunden wöchentlich.

Johann Nassl (extra statum), Vorstand der VI. b Classe, lehrte Geschichte und Geographie in VIII., VI. b, V. a, Deutsch in VIII., VI. a und VI. b, 18 Stunden wöchentlich.

Anton Skubic (extra statum), Vorstand der II. b Classe, lehrte seit 17. November 1864 Latein in V. a und II. b, Griechisch in V. b, Slovenisch in VI. b, 21 Stunden wöchentlich.

Blasius Hrovath, Supplent, lehrte bis 17. November 1864 Latein in V. a und II. b, Griechisch in V. b, Slovenisch in VI. b, 21 Stunden wöchentlich, und war Vorstand der II. b Classe.

Leopold Ritter v. **Gariboldi**, Supplent, Vorstand der III. a Classe, lehrte Geschichte und Geographie in III. a und II. a, Deutsch in III. a, II. a und II. b, Slovenisch in III. a und II. a, 19 Stunden wöchentlich.

Ph. Dr. **Johann Zindler**, Supplent, Vorstand der V. b Classe, lehrte Physik in VII. a und VII. b, Mathematik in VI. a, V. b, III. a und III. b, 19 Stunden wöchentlich.

Thomas Zupan, Supplent, Weltpriester, lehrte Religion in V. b, III. b, II. b und I. b, Slovenisch in V. a, V. b II. b, 14 Stunden wöchentlich, und hielt abwechselnd mit dem Religionslehrer Josef Marn die sonn- und feiertägigen Exhorten für's Untergymnasium.

Ignaz Schonta, Supplent, lehrte Physik in IV., Mathematik in VI. b, IV., II. a, II. b und I. b, 18 Stunden wöchentlich.

Gymnasial-Diener: **Anton Franzl**.

II.

Freie Lehrgegenstände.

1. **Erziehungskunde**, im I. Semester 2 Stunden wöchentlich für 7 Theologen und 28 Schüler der 8. Classe.
Domherr und Professor der Pastoral-Theologie **Johann Poklukar**.

2. **Stenographie**, 2 Stunden wöchentlich für 25 Gymnasial-Schüler und 50 auswärtige Zuhörer.
K. k. Berg-Commissär **Wilhelm** Ritter v. **Fritsch**.

3. **Italienische Sprache**, in 3 Abtheilungen, 5 Stunden wöchentlich für 53 Schüler des Obergymnasiums.
Dr. **Carl Ahn**, k. k. Gymnasial-Professor.

4. **Französische Sprache**, 2 Stunden wöchentlich für mehrere Gymnasial-Schüler.
Carl Grünewald, k. k. Gymnasial-Professor.

Außerdem besuchten 26 Gymnasial-Schüler den in 2 Abtheilungen durch 4 Stunden wöchentlich an der k. k. Oberrealschule durch Herrn **Johann Schmidl** ertheilten französischen Sprachunterricht.

5. **Landwirthschaftslehre**, 3 Stunden wöchentlich für 7 Obergymnasial-Schüler.
Dr. **Mathias Wretschko**, k. k. Gymnasial-Professor.

6. **Praktische Botanik**, im Sommer-Semester 2 Stunden wöchentlich für 96 Gymnasial-Schüler.
Andreas Fleischmann, botanischer Gärtner.

7. **Gesangsunterricht**, 2 Stunden wöchentlich für alle Gymnasial-Schüler zur Einübung eines gemeinschaftlichen Kirchengesanges.
Anton Nedved, k. k. Gesangslehrer.

8. **Kalligraphie**, 2 Stunden wöchentlich für 91 Schüler der 1. und 2. Gymnasialclasse.
Michael Putré, k. k. Muster-Hauptschullehrer.

9. **Geometrisches Zeichnen**, 2 Stunden wöchentlich für 19 Schüler des Untergymnasiums.
Emil Zinkowsky, k. k. Oberrealschullehrer.

10. **Freihandzeichnen**, in zwei Semestern, 2 Stunden wöchentlich für 76 Gymnasial-Schüler.
Josef Opl, Supplent an der k. k. Oberrealschule.

III.

Andachtsübungen.

Das heilige Geistamt zum Beginne des Schuljahres wurde am 17. October abgehalten, das I. Semester am 25. Februar, das II. am 15. Juli mit einem feierlichen Dankamte geschlossen.

Der sonn- und feiertägige Gottesdienst sammt Erbauungsreden und österlichen Exercitien wurde für die Obergymnasial-Schüler in der Deutsch-Ritter-Ordenskirche, für die Untergymnasial-Schüler in der Ursulinen-Ordenskirche, der wochentägige Gottesdienst für alle Gymnasial-Schüler in der Domkirche abgehalten; nur in der strengsten Winterszeit wurde der letztere für mehrere Wochen unterbrochen.

An dem Tage des heil. Marcus, den Bitt-Tagen und dem heil. Frohnleichnamsfeste wohnten sämmtliche Schüler den feierlichen Umgängen bei, sowie dieselben auch zum viermaligen würdigen Empfange der heil. Sacramente der Buße und des Altars angeleitet wurden.

Das Fest des heil. Aloisius, des Patrons der studirenden Jugend, wurde auch heuer, wie alljährlich, am 21. Juni durch ein solennes Hochamt nebst Predigt, welches der hochwürdige Herr Canonicus, Domdechant und fürstbischöflicher Ordinariats-Commissär Th. Dr. Johann Chrysostomus Pogazhar zu celebriren die besondere Gewogenheit hatte, und wobei mehreren Gymnasial-Schülern, darunter einigen nach vorausgegangener, vom supplirenden Religionslehrer Thomas Zupan geleiteten Vorbereitung zum ersten Male das allerheiligste Altarssacrament gespendet wurde, festlich begangen. Die gesangskundigen Schüler des Gymnasiums führten dabei unter der Leitung des k. k. Musiklehrers A. Nedved eine von diesem componirte Vocalmesse in erhebender Weise auf. Am Vortage, d. i. am 20. Juni und am Tage selbst wurde jedesmal Abends um 7 Uhr eine feierliche Litanei und Segen abgehalten.

IV.

Unterstützung dürftiger Studirenden.

a) Stipendien.

Im abgelaufenen Schuljahre bezogen 113 Stiftlinge . . .	8126 fl.	73 ½ kr.
Hiezu die Engelmann'sche Stiftung pr.	18 „	90 „
und die Freiherr v. Codelli'sche Stiftung pr.	25 „	20 „
Zusammen . .	8170 fl.	83 ½ kr.

b) Das Collegium Aloisianum.

Dieses vom hochseligen Herrn Fürstbischofe Anton Alois Wolf im Jahre 1846 gegründete Convict, dessen Erhaltungskosten theils aus den Interessen des Gründungs-Capitals, theils durch Beiträge des hochw. Diöcesan-Clerus 2c. bestritten werden, zählte am Schlusse des Schuljahres 53 Zöglinge, welche das k. k. Gymnasium besuchten.

Die Leitung dieses Institutes ist dem hochw. fürstbischöflichen Ehegerichtsrathe und Religionslehrer des Obergymnasiums, Herrn Th. Dr. Gogala, anvertraut, dem die hochwürdigen Herren Johann Gnesda und Thomas Zupan als Präfecten zur Seite stehen.

c) Gymnasial-Unterstützungsfond.

Der mit Beginne des Schuljahres 1856 gegründete Unterstützungsfond für dürftige Schüler des Laibacher Gymnasiums hat auch im Schuljahre 1865 sowohl eine namhafte Vermehrung erfahren, als auch eine wohlthätige Wirksamkeit entfaltet, was ihm namentlich durch die Hochherzigkeit der löblichen Sparcasse-Direction, welche auch heuer wieder diesem Fonde den ansehnlichen Betrag von 200 fl. öst. W. zuwendete, und durch den Edelsinn mehrerer Jugendfreunde ermöglicht wurde. Indem die gefertigte Direction für diese Spenden ihren besonderen Dank neuerlich auszusprechen für ihre Pflicht erachtet, erlaubt sie sich, diesen Unterstützungsfond in Berücksichtigung des wohlthätigen Zweckes und zum Wohle der vielen, ganz mittellosen Schüler dieser Lehranstalt der gütigen, ferneren Berücksichtigung edler Wohlthäter auf's Wärmste zu empfehlen.

Die Gebahrung mit diesem Fonde ist aus nachstehender Rechnung ersichtlich:

A. Einnahmen	Oest. W. fl.	kr.	B. Ausgaben	Oest. W. fl.	kr.
Activ-Rest vom 31. Juli 1864 . .	1597	62½	In Folge mehrerer in den Monats-Conferenzen gefaßten Beschlüsse des Lehrkörpers wurden an dürftige Schüler vertheilt .	189	—
Von der löbl. Sparcasse-Direction . .	200	—	Für den Ankauf von 2 Stück 5% Metalliques à 100 fl.	145	43
Vom Herrn Georg Lercher, Buchhändler	10	—	Aus Anlaß des Festes des heil. Aloisius verausgabt . . .	7	—
Vom Herrn Carl Hradezky . . .	15	—			
Für 7 Zeugniß-Duplicate . . .	7	—			
Ganzjährige Coupons-Interessen von 5 Stück Metalliques à 100 fl. . .	24	40			
Ganzjährige Coupons-Interessen von 1 G.-E.-Obligation à 500 fl. . .	24	41			
Ganzjähr. Coupons-Interessen vom Metelko'schen Legate . . .	19	53			
2 Stück 5% Metalliques à 105 fl. öst. W.	210	—			
Beiträge der Gymnasialschüler . . .	25	77			
Zusammen . . .	2133	73½	Zusammen . . .	341	43

A. Einnahme . . .	2133 fl.	73½ kr.	
B. Ausgaben . . .	341 "	43 "	
C. Empfangsrest . .	1792 fl.	30½ kr.	

d) Privat-Unterstützung.

Sowie bisher, erfreuten sich auch während des Schuljahres 1865 arme, gesittete Schüler des Laibacher Gymnasiums im hiesigen Diöcesan-Priesterhause, in den Conventen der hochwürdigen P. P. Franziskaner und W. W. F. F. Ursulinerinnen und bei vielen Privatfamilien edelmüthiger, reichlicher Unterstützung.

Besondere Erwähnung und Danksagung verdient die Schenkung einer beträchtlichen Menge von Schreib- und Zeichenrequisiten, welche der hierortige Handelsmann Herr E. Terpin auch heuer wieder der Gymnasial-Direction zur Vertheilung an arme Schüler des hiesigen Gymnasiums übermittelte, sowie die durch den jubil. k. k. Oberamts-Director und Ritter des Franz-Josefs-Ordens, Herrn Dr. Heinrich Costa, erfolgte Schenkung von 60 Exemplaren des Werkes „Tod, Leichenbegängniß und Ruhestätte weiland Sr. Majestät Carl X. von H. Costa", welche ebenso, wie 3 Exemplare der „chronologisch-synchronistischen Geschichte aller österr. Kronländer von J. C. Hofrichter" (ein Geschenk des Herrn Verfassers) an würdige Schüler dieser Lehranstalt vertheilt wurden.

Der Berichterstatter erfüllt eine angenehme Pflicht, indem er im Namen der unterstützten Schüler allen P. T. Wohlthätern und Gönnern derselben hiemit den verbindlichsten Dank ausspricht.

V.

Lehrmittel des Gymnasiums.

1) Die k. k. öffentliche Studien-Bibliothek, mit einer jährlichen Dotation von 525 fl., welche sowohl dem Lehrkörper als auch den Gymnasial-Schülern unter den gesetzlichen Vorschriften zu Gebote steht, enthielt am Schlusse der Schuljahres 1864: 36.685 Bände, 2784 Hefte, 1063 Blätter, 429 Manuscripte, 126 Landkarten in 236 Blättern und 8 Pläne in 32 Blättern. — K. k. Bibliothekar: Herr Michael Kastelic.

2) Die Gymnasial-Bibliothek, unter der Aufsicht der Professoren: Adolf Weichselmann und Carl Melzer, erhielt im Laufe des Schuljahres 1865 folgenden Zuwachs:

a) An Geschenken sind ihr zugekommen:

Vom hohen k. k. Staatsministerium:
Tafeln zur Statistik der österr. Monarchie. 1863. VI. VII.
Uebersichtstafel zur Statistik der österr. Monarchie. 1861. 1862.
Statistik der österr. Monarchie. 1863.
Bericht des statistischen Vereins. 1863.
Mittheilungen aus dem Gebiete der Statistik. XI. 3.
Bericht über die internationale Ausstellung in London. 1862.
Von der hohen k. k. Landesregierung für Krain:
Landesregierungsblatt für das Herzogthum Krain 1864. VII. — XXIII. und 1865. I. — VIII.
3 geologische Werke, herausgegeben von Marenzi. — Delle inscrizione Veneziani.
Von der k. k. Central-Commission zur Erhaltung und Erforschung der Baudenkmale. 1864. II.—VI. 1865. I.—III.
Von der k. k. geologischen Reichsanstalt: Jahrbuch 1864. II. — IV. 1865. I.
Von der Verlagshandlung Herbig in Berlin: Plötz französische Lehrbücher. 4 Bände.
" " " Tempsky in Prag: Gindelys Geschichte, Schenkel Uebungsbuch und Pokorny Thierreich.
" " " Schreyer und Fuchs in Prag: Pauly latein. Wörterbuch.
" " " Heckenast in Pest: Šubic Lehrbuch der Physik.
Von einem Ungenannten: Oesterr. Wochenschrift für Kunst und Literatur 1864. Schluß. 1865. I.—XXIV.
Mittheilungen des histor. Vereins für Krain. 1864. Schluß. 1865. Jänner bis Mai. — 2 Pläne.
Vom Herrn Dechant Josef Burger: 6 (slovenische) Werke in Metelko'scher Schreibart*).
" " Dr. Vojska: 1 kleiner Globus.
" " G. Professor Marn: 1 Werk.
" " G. Professor Weichselmann: 3 Werke.
" " R. Professor Kozina: 1 Werk.
" " Wilhelm Pfeifer, Hörer der Rechte: 3 Werke nebst 18 alten Kupfermünzen.
Von dem Schüler der 8. Classe, Velikajne: 14 Werke.
" " " " 7. " Grahor: 3 Werke.
" " " " 6. " Hren: 1 Werk.
" " " " 6. " Kromer: 1 Werk.
" " " " 6. " † Marn: 3 Werke.
Ferner kamen der k. k. Gymnasial-Bibliothek zu:
3 Vorleseordnungen österr. Universitäten.
75 Programme österr. Gymnasien.
18 " " Realschulen.
151 " preußischer Lehranstalten.
29 " baierischer "
11 Classen-Verzeichnisse von den Hauptschulen Krain's.

b) Aus den Aufnahmstaxen pr. 317 fl. 10 kr. wurden angeschafft:

α) Fortsetzung katholischer Jugendschriften: Lang's neues Hausbuch, XII. 3—6: Jugendblätter von Isabella Braun, 1865; Natur und Offenbarung, XI.; ferner die illustrirte Welt 1865 u. s. w.
β) Rožek latein. Wörterbuch, Süpfle Aufgaben, Fromm Aufgaben, Holzer Aufgaben, Schenkl Chrestomathie, Sophocles übers. von Donner u. s. w.

*) 128 solcher Werke wurden unter die Gymnasial-Schüler vertheilt.

γ) Oesterr. Gymnasial-Zeitschrift 1865; österr. Revue 1865; Beck Prosastil, Elze Gottschee, Neues Conversations-Lexicon im Brockhaus'schen Verlage.

δ) Cvetje und Šafarik, Geschichte der südslav. Literatur — als Fortsetzung; die neueste Ausgabe der sloven. Sprachlehre für Deutsche von Janežič u. s. w.

ε) Petermann, geograph. Mittheilungen 1864. V.—XII. 1865. I.—IV., und 2 Ergänzungshefte; Globus. VI. 4—12, VII. — VIII. 1 — 13; österr. Geschichte für's Volk. I. VI. XI. XII.; Klekke's Alterthum; Pütz, Geschichte für Obergymnasien, 1. (neueste Auflage); Klun's Leitfaden u. s. w.

ζ) Piskos' Physik u. s. w.

Am Schlusse des Schuljahres 1864 enthielt die Gymnasial-Bibliothek:

α) 1836 Werke in 2427 Bänden und 601 Heften — durch das Binden zusammengehöriger Werke erschienen:				
	1836 Werke	in 2462 Bänden	und 219 Heften.	
Zuwachs 1865:	104 „	„ 135 „	„ 325 „	
Am Schlusse des Schuljahres 1865:	1940 Werke	in 2597 Bänden	und 544 Heften.	
β)	1429 österr. Programme;	1679 ausländ. Progr.;	47 Vorleseordnungen.	
Zuwachs 1865:	104 „	„ 180 „	„ 3 „	
Am Schlusse des Schuljahres 1865:	1533 österr. Programme;	1859 ausländ. Progr.;	50 Vorleseordnungen.	
	Zusammen 3442 Stück,			

die gleich den Büchern katalogisirt und behandelt werden, und zu denen genaue Fachkataloge angelegt sind.

An geographischen Lehrmitteln enthielt die Gymnasial-Bibliothek am Schlusse des Schuljahres 1864: 3 Globen, 4 Reliefkarten, 21 Atlanten, 151 Wandkarten. — Im Schuljahre 1865 wurde eine Karte von Oesterreich, eine Eisenbahn-Karte Europa's, zwei Karten von Palästina; ferner eine Reliefkarte von Adelsberg und ein Globus angeschafft — (1 Globus und zwei Karten kamen als Geschenk) — so daß der Stand der geogr. Lehrmittelsammlung am Schlusse des Schuljahres 1865 ist: 5 Globen, 5 Reliefkarten, 21 Atlanten, 157 Wandkarten.

3) Das physikalische Cabinet, unter der Leitung des Berichterstatters, mit einer jährlichen Dotation von 210 fl., erhielt folgenden Zuwachs:

1) 1 Spectralapparat nach Kirchhoff und Bunsen nebst dazu gehörigen Chemikalien.
2) 1 Bohnenberger'sches Elektroskop.
3) 1 Metallbarometer nach Bourdon.
4) 1 Interferenzplatte.
5) 1 Doppelspathrhomboeder.
6) 1 Grammgewichtseinsatz zu 100 Grammes.

4) Das naturhistorisch-landwirthschaftliche Cabinet, unter der Leitung des Professors Dr. M. Wretschko, mit einer jährlichen Dotation von 136 fl. 50 kr., erhielt nachstehenden Zuwachs:

a) Eine Sammlung von Zellkryptogamen, Geschenk der k. k. geolog.-botan. Gesellschaft in Wien. Für diese werthvolle Sammlung, die im Herbarium des Gymnasiums eine empfindliche Lücke ausfüllt, wird der löbl. Gesellschaft hiemit der verbindlichste Dank abgestattet.

b) Skelet einer Katze, eines Maulwurfes, einer Ente, eines Karpfen und einer Schildkröte, sämmtlich aufgestellt.

c) Eine Anzahl von Werken, worunter Quenstedt's Mineralogie, Leunis Synopsis, 1. Theil; Zoologie in der 2. Auflage, Mohl's botan. Zeitung, Jahrg. 1865; Rabenhorst's Kryptogamenflora, 1. Theil, besonders hervorzuheben sind.

5) Der botanische Garten, mit einer Dotation jährl. 420 fl., welcher unter der Aufsicht der Gymnasial-Direction von dem botanischen Gärtner Andreas Fleischmann verwaltet wird.

6) Das Landes-Museum mit reichhaltigen Sammlungen.

7) Die Turn-Apparate.

VI.

Wichtigere Verordnungen der hohen Unterrichtsbehörden.

1) Mit hohem Staatsministerial-Erlasse vom 16. Juli 1864, Z. 5948 C. U., wird der Lehrgebrauch des 3. Bandes vom Dr. Anton Gindely's Lehrbuche der allgemeinen Geschichte für Obergymnasien allgemein gestattet.

2) Mit h. St. M. E. vom 30. August 1864, Z. 6682 C. U., wird angeordnet, daß in Hinkunft Anträge auf Einführung neuer Lehrbücher drei Monate vor Schluß des Schuljahres vorzulegen sein werden.

3) Mit h. Kriegsminist.-Erlasse vom 5. Sept. 1864, Z. 6782, und h. St. M. E. vom 12. Sept. 1864, Z. 6331, wird bewilligt, daß denjenigen Schülern der 8. Classe, welchen die Militärbefreiung nicht zukommt, im Falle ihrer Assentirung zur Ablegung ihrer Maturitäts-Prüfung, wenn sie darum ansuchen, ein einjähriger Urlaub, jedoch nur unter friedlichen Verhältnissen, ertheilt werden darf.

4) Mit h. L. R. E. vom 7. November 1864, Z. 11825, wird das einheitliche Zusammenwirken des gesammten Lehrkörpers und dessen im Laufe des Schuljahres 1864 bewiesene rastlose, mühevolle und aufopfernde Pflichterfüllung mit Anerkennung zur Kenntniß genommen, und gleichzeitig eine neuerliche Bekanntgabe des hohen Studien-Hofcommissions-Decretes vom 3. März 1823, Z. 1596, und des h. U. M. E. vom 24. Juli 1849, Z. 5260, an die Schüler angeordnet.

5) Mit h. L. R. E. vom 21. November 1864, Z. 12690, wird Gymnasial-Schülern die Theilnahme an den Productionen der hierortigen philharmonischen Gesellschaft gestattet.

6) Mit h. L. R. E. vom 7. December 1864, Z. 12798, wird angeordnet, daß die Schulgeldquote nur unter die im ordentlichen Status befindlichen Gymnasial-Lehrer zu vertheilen sei.

7) Mit h. St. M. E. vom 8. December 1864, Z. 12101 C. U., wird angeordnet, daß der griechisch-nichtunirten Kirche und den derselben angehörenden Personen und Sachen im gesammten, ämtlichen Verkehre die Bezeichnung „griechisch-orientalisch" beigelegt werde.

8) Mit h. St. M. E. vom 30. November 1864, Z. 10545 C. U., wird die im J. 1863 erfolgte Republicirung einiger ältern, nur für Ungarn geltenden Bestimmungen über das Verbot für Katholiken, an evangelischen Gymnasien zu studiren, bekannt gegeben.

9) Mit h. St. M. E. vom 9. Jänner 1865, Z. 8055 C. U., wird die 3. Auflage von Janežič's sloven. Grammatik der slovenischen Sprache für allgemein zuläßig erklärt.

10) Mit h. L.-Präsid.-E. vom 27. Jänner 1865, Z. 115 P., wird Gymnasial-Schülern, deren Eltern in Laibach domiciliren und Mitglieder der Čitavnica sind, der Besuch der dort stattfindenden musikalischen und theatralischen Productionen gestattet.

11) Mit h. L. R. E. vom 10. Februar 1865, Z. 1562, wird auf die durch das österr. Museum für Kunst und Industrie erzeugten Vorlagen für Kunst-, Real- und Gewerbeschulen aufmerksam gemacht.

12) Mit h. St. M. E. vom 22. December 1864, Z. 12691 C. U., wird die Einsendung von 30 Exemplaren des Laibacher Gymnasial-Programmes pro 1865 für die königl. baierischen, und mit h. St. M. E. vom 13. Febr. 1865, Z. 49 C. U., von 170 Exemplaren dieses Programmes für die königl. preußischen Mittelschulen angeordnet.

13) Mit h. St. M. E. vom 15. Februar 1865, Z. 1152 C. U., wird die bisherige Remuneration für die Lehrvorträge über Erziehungskunde am Laibacher Gymnasium eingezogen.

14) Mit h. L. R. E. vom 10. April 1865, Z. 4241, wird die Direction beauftragt, künftighin alle jene Schüler bei der Aufnahme zurückzuweisen, welche vermöge ihrer Heimat und ihrer Familien-Verhältnisse als Angehörige des Krainburger Gymnasiums betrachtet werden können.

15) Mit h. St. M. E. vom 24. März 1865, Z. 989 C. U., werden Weisungen bezüglich des Religions-Unterrichtes am Gymnasium ertheilt.

16) Mit h. St. M. E. vom 10. März 1865, Z. 156 C. U., wird die h. U. M. Verordnung vom 7. Febr. 1856, Z. 1954, bezüglich der Zulassung solcher Schüler der 8. Classe, welche im 1. Semester ein Zeugniß der zweiten Classe erhielten, zur Maturitäts-Prüfung modificirt.

17) Mit h. St. M. E. vom 4. Mai 1865, Z. 3325 C. U., werden Bestimmungen über den Zeitpunkt der Abhaltung der Maturitäts-Prüfungen bekannt gegeben.

18) Mit h. L. R. E. vom 19. Juni 1865, Z. 7057, wird wegen der im Schulgebäude vorzunehmenden größern Bauherstellungen der Schluß des Schuljahres 1865 auf den 15. Juli festgesetzt.

19) Mit h. St. M. E. vom 31. Mai 1865, Z. 4978 C. U., wird der Fortbestand von sechs Parallel-Classen am Laibacher Gymnasium für das Schuljahr 1866 genehmigt.

VII.

Chronik des Gymnasiums.

Im Lehrpersonale dieses Gymnasiums sind im Laufe des Schuljahres 1865 folgende Veränderungen eingetreten: Nachdem Professor Benedict Knapp mit h. Staatsministerial-Erlasse vom 17. September 1864, Z. 8918 C. U., für die Dauer des Winter-Semesters 1865 beurlaubt worden war, welche Beurlaubung später auch für das Sommersemester d. J. verlängert wurde, wurde Herr Ignaz Schonta, bisher Supplent am k. k. Gymnasium in Cilli, mit h. L. R. E. vom 23. October 1864, Z. 11378, zum suppl. Lehrer am hiesigen Gymnasium bestellt. Eine hierorts erledigte Lehrstelle extra statum für classische Philologie wurde mit h. St. M. E. vom 28. October 1864, Z. 8884 C. U., dem Professor Herrn Anton Skubic vom Krainburger Gymnasium verliehen, und gleichzeitig der suppl. Professor Herr Blas Hrovath, mit h. L. R. E. vom 10. November 1864, Z. 12115, behufs Supplirung des beurlaubten Professors Kanz dem Krainburger Gymnasium zur Dienstleistung zugewiesen. Mit h. L. R. E. vom 19. September 1864, Z. 9640, wurde Herr Johann Schmidl zum Nebenlehrer der französischen Sprache an der hiesigen k. k. Ober-Realschule bestellt und den Gymnasial-Schülern die Theilnahme an diesem Sprachunterrichte gestattet. Nachdem der k. k. Realschullehrer Herr Joachim Oblak, welcher den Unterricht im Freihandzeichnen am hiesigen Gymnasium bisher ertheilte, im Winter-Semester krankheitshalber sein Lehramt nicht versehen konnte, wurde mit h. L. R. E. vom 5. November 1864, Z. 11855, der k. k. Realschullehrer Herr Philipp Fröhlich mit der Ertheilung dieses Unterrichtes betraut. Leider wurde auch dieser Lehrer von einer schweren Krankheit heimgesucht, so daß dieser Unterricht im 1. Semester ganz unterbleiben mußte, und erst im 2. Semester durch den Supplenten an der hiesigen k. k. Ober-Realschule, Herrn Josef Opl, ertheilt werden konnte.

Der zum Canonicus am hiesigen Domcapitel ernannte Professor der Pastoral-Theologie, Herr Johann Poklukar, welcher seit dem Schuljahre 1852 das Lehramt der Erziehungskunde am hiesigen Gymnasium versehen hatte, legte diese Lehrstelle mit Schluß des 1. Semesters d. J. nieder. Das hohe k. k. Staatsministerium fand sich mit h. E. vom 15. Februar 1865, Z. 1152 C. U., mit Rücksicht auf die dermalige Lage der Finanzen um so weniger bestimmt, die Fortdauer der bisherigen Remuneration für diese Lehrvorträge zu genehmigen, als die Erziehungskunde nicht zu jenen Gegenständen gehört, welche dem bestehenden Lehrplane gemäß an Gymnasien ordnungsmäßig gelehrt werden sollen.

Zur Hebung und Förderung des Kirchengesanges wurde mit h. L. R. E. vom 20. December 1864, Z. 13512, der bewährte Musik-Director der philharmonischen Gesellschaft und k. k. Musiklehrer Herr Anton Nedved zum Gesangslehrer an diesem Gymnasium ernannt. Von demselben wurden die für die einzelnen Tage der Woche und die Feste des Jahres geeigneten Kirchenlieder (worunter mehrere von ihm eigends für diese Lehranstalt in Musik gesetzt wurden) mit den Schülern aller Classen eingeübt, und außerdem die gesangskundigen Gymnasial-Schüler zu einem geschulten Sängerchore vereinigt. Seinen rastlosen Bemühungen ist es zu danken, daß seit Mai d. J. ein allgemeiner, von den Tönen der Orgel getragener Kirchengesang während des Gymnasial-Gottesdienstes ertönt, und der Sängerchor am Feste des heil. Aloisius eine vom Herrn Nedved componirte Vocalmesse in gelungener Weise zur Aufführung bringen konnte.

Dankend muß auch erwähnt werden, daß das hochwürd. f. b. Ordinariat die Benützung der Seitenorgel in der Domkirche beim Gymnasial-Gottesdienste gestattete, und ein ungenannt sein wollender Wohlthäter die Kosten der Renovirung derselben bestritt, so wie daß der Rechtshörer Herr Heinrich Kalmann das Orgelspiel während des wochentägigen Gottesdienstes übernahm.

Der Turn-Unterricht konnte im heurigen Sommer-Semester an dieser Lehranstalt nicht ertheilt werden, da der bisherige Turnplatz als Bauplatz verwendet wurde.

Eine besondere Auszeichnung wurde der Lehranstalt dadurch zu Theil, daß Seine Excellenz der allverehrte Herr k. k. Statthalter Freiherr v. Schloißnigg dieselbe zu wiederholten Malen mit seinem Besuche zu beehren und den Vorträgen in mehreren Classen des Gymnasiums beizuwohnen, die besondere Gnade hatten. Die Lehrer und Schüler fühlten sich in gleicher Weise durch diesen hohen Besuch beglückt.

Der hochw. Herr Probst, k. k. Schulrath und Gymnasial-Inspector Theol. Dr. Anton Jarz unterzog sämmtliche Classen der Lehranstalt einer eingehenden Inspection und hielt am Schlusse derselben, am 24. Mai, eine Lehrerconferenz ab. Am 17. Jänner, als dem Tage seines Namensfestes, brachte ihm der Lehrkörper seine ehrfurchtsvollen Glückwünsche dar.

Am 18. August und 4. October, als den Tagen des Allerhöchsten Geburts- und Namensfestes Sr. k. k. Apostol. Majestät des Kaisers, nahm der Gymnasial-Lehrkörper an der um 10 Uhr in der Domkirche abgehaltenen kirchlichen Feierlichkeit freudigen Antheil, um von Gott für den geliebten Monarchen Heil und Segen zu erflehen.

Ebenso betheiligte sich der Lehrkörper an der gottesdienstlichen Feier, welche am 26. Februar durch Abhaltung eines von Sr. fürstbischöflichen Gnaden dem hochwürdigsten Herrn Theol. Dr. Bartholomäus Widmer celebrirten Hochamtes am Jahrestage der Allerhöchst verliehenen Verfassung begangen wurde.

Schließlich liegt dem Berichterstatter die traurige Pflicht ob, das in diesem Schuljahre erfolgte Hinscheiden zweier verdienter und hochgeschätzter Schulmänner zu verzeichnen, welche mit dieser Lehranstalt durch eine Reihe von Jahren in Verbindung gestanden waren.

Am 17. Jänner d. J. verschied der emerit. k. k. Gymnasial-Präfect Herr Elias Rebitsch nach kurzem Leiden im 81. Lebensjahre. Derselbe war am 12. September 1784 in der Sichelburger Militärgrenze geboren, absolvirte die theologischen und juridischen Studien (1812), wurde mit Studien-Hofcommissions-Decrete vom 25. December 1812, Z. 2651, zum Humanitäts-Lehrer am Gymnasium in Cilli ernannt, und im J. 1816 in gleicher Eigenschaft nach Laibach versetzt, wo er bis zu Ende des Schuljahres 1854 unausgesetzt, und zwar bis zum J. 1826 als Humanitäts-Lehrer, von 1826 bis 1838 als Professor der classischen Philologie und Geschichte an dem vorbestandenen Lyceum, und vom J. 1838 angefangen als k. k. Präfect am Gymnasium im Lehramte thätig war.

Seine vielen, in der langen Reihe von 42 im Lehrstande verlebten Jahren erworbenen Verdienste wurden von Sr. k. k. Apostol. Majestät durch Verleihung der großen goldenen Civil-Verdienst-Ehrenmedaille (1849) gewürdigt, und die überaus zahlreiche Betheiligung an dem am 19. Jänner stattgefundenen Leichenbegängnisse war der deutlichste Beweis der dankbaren, ehrenvollen Erinnerung, welche ihm seine vielen ehemaligen Schüler, Collegen und Freunde bewahren. Die Gymnasial-Jugend gab in Begleitung des ganzen Lehrkörpers dem hochgeehrten Verblichenen das Geleite bis zur letzten Ruhestätte. Friede seiner Asche!

Am 15. März d. J. starb Herr Joachim Oblak, k. k. Ober-Realschullehrer und seit dem Jahre 1849 Lehrer des Freihandzeichnens am hiesigen k. k. Gymnasium. Seinem am 17. März d. J. stattgefundenen Leichenbegängnisse wohnte ebenfalls die gesammte Gymnasial-Jugend in Begleitung des Lehrkörpers bei.

Eine dankbare Erinnerung bewahrt diese Lehranstalt auch dem am 26. Februar d. J. verstorbenen Dr. Johann Zhuber von Okrog, emerit. k. k. Professor der Medicin, jubil. Director der Wohlthätigkeits-Anstalten rc. rc., welcher als Obervorsteher der krainischen Sparcasse dem Gymnasial-Unterstützungsfonde namhafte Beiträge von Seite des löbl. Sparcasse-Vereines zu erwirken die Güte hatte.

VIII.

Unterrichtsgeld.

Das eingehobene Schulgeld betrug im 1. Semester von	351	Schülern	. . . . .	3316	fl. 95	kr.
„ „ „ „ „ 2. „ „	228	„	. . . . .	2154	„ 60	„
		Zusammen	. . .	5471	fl. 55	kr.

Von der Zahlung des Schulgeldes waren im 1. Semester befreit . . . 367 Schüler.
„ „ „ „ „ „ „ 2. „ „ . . . . 405 „

IX.

Statistik des Gymnasiums.

Classe	Zahl der eingetretenen Schüler		Verblieben am Schlusse des Jahres		Darunter sind					
	öffentliche	Privatisten	öffentliche	Privatisten	Katholiken	Evangel.	Slovenen	Deutsche	Italiener	Croaten
VIII.	44	—	41	—	Alle	—	39	2	—	—
VII. a	37	—	26	—	„	—	26	—	—	—
VII. b	35	—	29	—	„	—	23	6	—	—
VI. a	38	1	29	1	„	—	24	5	—	1
VI. b	35	1	28	—	„	—	28	—	—	—
V. a	54	—	41	—	„	—	38	3	—	—
V. b	41	—	35	—	„	—	31	4	—	—
IV.	73	2	65	1	„	—	59	4	2	1
III. a	64	—	58	—	„	—	51	7	—	—
III. b	57	1	51	1	„	—	52	—	—	—
II. a	60	—	59	—	„	—	53	4	1	1
II. b	59	1	51	1	51	1	45	7	—	—
I. a	74	2	58	2	Alle	—	53	6	—	1
I. b	67	—	56	—	„	—	56	—	—	—
Zusammen . .	738	8	627	6	632	1	578	48	3	4

Zahl der Schüler am Schlusse des Schuljahres 1864: 646.
„ „ „ „ „ „ „ 1865: 633.
Daher ergibt sich eine Abnahme um . . . . . . 13.

X.

Prüfungen.

a) Die Aufnahms-, Nachtrags-, und Wiederholungs-Prüfungen wurden in den Tagen vom 12. bis 15. October 1864 abgehalten.

b) Die mündliche und schriftliche Privatisten-Prüfung für's I. Semester am 22. und 23. Februar, für's II. Semester am 12. und 13. Juli.

c) Die Versetzungs-Prüfungen schriftlich Ende Juni, mündlich vom 1. bis 8. Juli.

d) Am Anfange des Schuljahres unterzog sich ein Examinand der Maturitäts-Prüfung und erhielt ein Zeugniß der Reife für die Universität.

e) Die schriftliche Maturitäts-Prüfung, welcher sich sämmtliche 41 Schüler der VIII. Classe und 2 Externe unterzogen, am 26., 27., 28. und 30. Juni; für die mündliche sind die Tage vom 19. bis 22. Juli bestimmt worden.

Am Schlusse des II. Semesters 1864 haben sich 39 Schüler der VIII. Classe zur Maturitäts-Prüfung gemeldet. Von diesen traten 8 während der Prüfung zurück, 4 erhielten ein Zeugniß der Reife mit Auszeichnung, 26 ein Zeugniß der Reife für die Universität, und 1 wurde für ½ Jahr reprobirt.

XI.

Schluß des Schuljahres.

Wegen der größeren, im Schulgebäude vorzunehmenden Bauherstellungen wird das Schuljahr 1865 am 15. Juli l. J. geschlossen werden. An diesem Tage wird nach einem um halb 8 Uhr in der Domkirche abgehaltenen feierlichen Dankamte um halb 9 Uhr im Saale der bürgerlichen Schießstätte die Prämien-Vertheilung stattfinden, wozu alle P. T. Vorgesetzten, Gönner und Freunde der Anstalt ergebenst eingeladen werden.

XII.

Rangordnung der Schüler *).

VIII.

**Artel Anton* aus Rann. 2
**Celestin Franz* aus Vače. 2
Habberger Theod. Maria aus Marburg. 3
Matauschek Wilhelm aus Laibach. 5
Putré Anton aus Idria. 4
Marn Franz aus Stangenwald. 3
Pogorelc Adolf aus Laibach. 4
Ullrich Ferdinand aus Veldes. 6
Jaklitsch Georg aus Mitterdorf. 4
Jenko Franz aus Gorenjavas. 4-5
Majntinger Adalbert aus Treffen. 6
Lapajne Johann aus Vojsko. 4
Onušič Franz aus Altenmarkt bei Laas. 4
Jurčič Josef aus Obergurk. 4 [illegible]
Pajk Josef aus Krainburg. 4
Walland Josef aus Kropp. 4
Špendov Franz aus St. Veit bei Sittich. 4
Saje Michael aus Prečna. 4
Prijatel Mathias aus Großlaschitsch. 4
Hočevar Anton aus Oberbirndorf. 4 [illegible]
Lavtar Lucas aus Eisnern. 7-8
Wester Augustin aus Veldes.
Päuer Carl aus Laibach. 5
Pekovec Josef aus Höflein. 5
Prijatel Peter aus Reifniz. 5
Kos Johann aus Laibach. 4
Gollob Josef aus Klagenfurt. 6
Jarz Franz aus Hajdovic. 6 [illegible]
Hladnik Johann aus Pristava bei Neumarktl. 9
Vovk Andreas aus Vuje. 5
Schanda Michael aus Laibach. 7
Berlic Johann aus St. Veit bei Laibach. 9
Głowacki Julius aus Idria. 4
Jager Franz aus Tomačevo. 9
Povše Franz aus Kresnic. 9
Velikanje Josef aus Idria. [illegible]
Štupar Johann aus Dobrava bei Commenda. 5
Omers Josef aus Zirklach. [illegible]
Deu Toussaint aus Neustadtl. 9
Freiherr v. Lazarini Cuno aus Flödnik. [illegible]
Šemrov Matthäus R. aus Loitsch. 8
[illegible]

VII. a.

**Jamnik Thomas* aus Godešič bei Bischoflack.
**Šifrer Johann* aus Gorenasava.
Aljaž Jacob aus Flödnik.
Mazi Josef aus Oblak.
Porenta Johann aus Safniz.
Zupan Alexander aus Innichen in Tirol.
Petrovčič Matthäus aus Zirkniz.
Zupan Simon aus Kropp.
Schneller Ernst aus Egg ob Podpetsch.
Stenovec Anton aus Primskav bei Krainburg.
Kogej Ferdinand aus Idria.
Pakiž Jacob aus Sodražica.
Zupan Josef aus Dobrava.
Kovač Ludwig aus Laibach.

---

*) Cursive Schrift bezeichnet Schüler mit allgemeiner Vorzugsclasse, ein * dabei die Preisträger.

Ferlan Franz aus Pölland.
Masterl Anton aus Altlack.
Harmel Adolf aus Idria.
Papler Jacob aus Möschnach.
Benedik Johann aus Jodoziberg bei Krainburg.
Markič Matthäus aus Gorice.
Andrejak Franz aus Podotik.
Vizjak Anton aus Krainburg.
Bruss Carl aus Laibach.
Šliber Gregor aus Dobrava.
Heinz Adolf aus Laibach.
Peternel Albin aus Laibach.

VII. b.

*Freiherr v. *Mac-Neven Franz* aus Laibach.
Brulc Franz aus Hrušica.
Haas Julius aus Raab in Ungarn.
Wretschko Andreas aus Žeger in Steiermark.
Schneditz Guido aus Laibach.
Habjan Peter aus Sapotnica.
Cantoni Alois aus Laibach.
Vrančič Ignaz aus Moräutsch.
Souvan Johann aus Laibach.
Jenčič Ludwig aus Reifniz.
Grahor Johann aus Graz.
Demšar Johann aus Pölland.
Beuc Johann aus Zeyer.
Edler v. Kleinmayr Julius aus Weichselberg.
Peyer Anton aus Senosetsch.
Rozman Franz aus Stražiše.
Klobus Valentin aus Pölland.
Goltes Thomas aus Streine.
Schöppl Robert aus Laibach.
Püchler Johann aus Laibach.
Marquis v. Gozani Ferdinand aus Laibach.
Pollak Franz aus Laibach.
Kuralt Johann aus Gorenjavas.
Tertnik Franz aus Laibach.
Kristan Josef aus Vodiz.
Bernot Alois aus Streine.
Eržen Franz aus Homec.

Krankheitshalber ungeprüft:

Luzar Johann aus Salog.
Erhovnic Franz aus Laibach.

VI. a.

Truxa Carl Maria aus Brünn.
**Dolinar Anton* aus Lučne.
Dolenc Johann aus Pölland.
Hostnik Josef aus St. Martin bei Littai.
Taučar Johann aus Podgora.
Zbašnik Franz aus Niederdorf.
Celestina Josef aus Sagor.
Brolich Johann aus Ratschach.
Schneditz August aus Laibach.
Bresovar Johann aus St. Martin bei Littai.
Poklukar Josef aus Obergörjach.
Mekinec Franz aus Laibach.
Čadež Franz aus Pölland.
Zemme Carl aus Neumarktl.
Gornik Johann aus Reifniz.
Vaupotič Johann aus Krainburg.
Schrei Alexander aus Aßling.
Budnar Peter aus Laibach.
Arko Anton aus Reifniz.
Novak Josef aus Schischka bei Laibach.
Rizzi Franz aus Radmannsdorf.
Graf Wurmbrand Erwein aus Liblin in Böhmen.
Premern Josef aus St. Veit bei Wippach.
Kromer Victor aus Kronau.
Rak Amand aus Laibach.
v. Ożegović Zvonimir aus Bedenica in Croatien.
Augustin Franz aus Gorenjavas bei Bischoflack.
Hren Carl aus Laibach.
Hočevar Martin K. aus Neul.

VI. b.

**Staré Josef* aus Mannsburg.
Levec Franz aus Ježica.
Košmelj Franz aus Eisnern.
Šuklje Franz aus Laibach.
Lakner Franz aus Gurkfeld.
Petrovčič Franz aus Schwarzenberg bei Idria.
Lotrič Leo aus Eisnern.
Ramouš Andreas aus Flödnik.

Kregar Franz aus Laibach.
Laurič Mathias aus Seebach.
Košir Josef aus St. Philipp und Jacob.
Porenta Franz aus Feichting bei Krainburg
Kralj Mathias aus St. Veit bei Sittich.
Pogačnik Barthol. R. aus Krainburg.
Hauer Josef aus Laibach.
Bizavičar Franz aus Unter-Schischka.
Bregar Alfons aus Laibach.
Primožič Barthol. R. aus Neumarktl.
Juvan Josef aus Flödnik.
Jesich August aus Laibach.
Raunikar Blasius aus Kreuzberg.
Kuralt Carl aus Laibach.
Balanč Johann aus Bukovšča.
Brus Nicolaus aus Laibach.
Grča Blasius aus Unter-Bellach.
Kristan Martin aus St. Martin bei Krainburg.
Thomann Ludwig aus Triest.
Lončar Peter aus St. Anna bei Neumarktl.

V. a.

*****Hubad Franz*** aus Vodice.
*****Keršič Anton*** aus Rakitna.
Kukelj Anton aus Ježica.
Seunig Eduard aus Laibach.
Wind Franz aus Laibach.
Rakovec Alois aus St. Martin bei Krainburg.
v. Raab Carl aus Nassenfuß.
Schreiber Heinrich aus Aich.
Škerlj Johann aus Oberfeld.
Taučar Gregor aus Afriach.
Staré Anton aus Laibach.
Zaplotnik Jacob aus Goriče.
Khern Rudolf aus Laibach.
Vagaja Jacob aus Egg ob Podpetsch.
Podmilšak Josef aus Krašnja.
Gerčar Anton aus Haasberg bei Planina.
Bergant Valentin aus Vodiz.
Prešérn Valentin R. aus Breznica.
v. Fladung Otto aus Gurkfeld.
Polaj Vincenz aus Neumarktl.
Zdražba Johann aus Brunndorf.
Groznik Franz aus Weichselburg.
Ilovar Franz aus Moste.
Dolinar Valentin aus Trata bei Pölland.
Čop Josef R. aus Karner-Bellach.
Perné Andreas R. aus Neumarktl.
Golob Martin R. aus Stražiše bei Krainburg.
Leskovec Franz aus Unter-Idria.
Jekovec Anton aus Kerstetten.
Starman Stefan aus Festnitz.
Traven Franz aus Tajnic.
Kummer Rudolf aus Krainburg.
Korbič Anton aus Flödnik.
Widergar Johann aus Media bei Kolovrat.
Gestrin Ferdinand aus Laibach.
Pečnik Franz aus Krainburg.
Šmidovnik Franz aus Tajnic.
Kozjek Franz aus Laibach.
Ruprecht Johann aus Hof bei Seisenberg.
Lenarčič Andreas aus Dobrova.

V. b.

Gerdinič Seraphin aus Enzersfeld in Niederösterreich.
Rosmann Georg aus Terboje.
Podboj Johann aus Reifniz.
Nemec Anton aus Prem.
Ferjančič Andreas aus Slap.
Heiss Alois aus Rennweg in Kärnten.
Žnidaršič Jacob aus Kal.
Skerjanc Johann aus hl. Kreuz.
Klemenčič Josef aus Kaier.
Križai Nikolaus aus Ober-Senica.
Selevšek Johann aus Trifail in Steiermark.
v. Strahl Carl aus Treffen.
Dovžan Valentin aus Langenfeld.
Belčič Anton aus Polje.
Klun Johann aus Reifniz.
Dekleva Johann aus Neumarktl.
Omejc Franz R. aus Laibach.
Svetek Anton aus Laibach.
Jamnik Anton aus Altenlack.
Štrukel Gregor aus Burgstall.
Kette August aus Laibach.
Žužek Leo aus Laibach.
Lilleg Alois aus Schottwien.
Moškerc Jakob aus Bizavik.
Bonel Franz aus Eisnern.
Maly Ludwig aus Neumarktl.

Goste Franz aus Laibach.
Velkaverh Johann R. aus Laibach.
Kadunc Franz aus Seisenberg.
Močilnikar Josef aus Vače.
Tauschinsky Alfred aus Carlstadt in Croatien.
Brejc Johann aus Kaier.
Belc Johann aus Obergörjach.

IV.

***Ločnikar Franz** aus Feichting in Krain.*
***Marinko Josef** aus Dobrova.*
***Jeglič Anton** aus Vigaun.*
***Russ Franz** aus Laibach.*
***Resmann Johann** aus Ober-Ottok.*
***Rak Valentin** aus Moräutsch.*
***Fridrich Gottfried** aus Laibach.*
***Bezděk Zdenko** aus Linz.*
***Borstnik Franz** aus Dulle bei Franzdorf.*
Karlin Martin aus Altlack.
Aljančič Johann aus Feistriz.
Putré Karl aus Idria.
Vrančič Johann aus Moräutsch.
Skofic Franz aus Mariafeld.
Erker Josef aus Mitterdorf.
Borštnik Johann aus St. Kanzian bei Auersperg.
Millauz Franz aus Planina.
Malfatti v. Rohrenbach Virgil aus Wilten in Tirol.
Zupančič Josef aus Cervignano im Küstenlande.
Bouvier Victor aus Graz in Steiermark.
Burja Martin aus Moräutsch.
Vertovc Heinrich R. aus Laibach.
Perko Bartholomäus R. aus Pölland.
Nosan Johann aus Reifniz.
Backes Adolf aus Stein.
Šusteršič Alois R. aus St. Veit bei Laibach.
Marquis de Gozani Ludwig aus Wolfsbüchel.
Juvančič Paul aus Laibach.
Thoman Theodor R. aus Steinbüchl.
Smrekar Franz aus Laibach.
Merjasec Josef aus Flödnik.
Kuralt Johann aus Safniz bei Bischoflack.
Videmšek Mathias aus Aich.
Thomas Victor aus Laibach.
Vončina Franz aus Černiverh.
Fröhlich Armand aus Laibach.
Maier Dionys aus Münkendorf.
Verhovz Leopold aus Laibach.
Dolinar Anton aus Vače.
Orehek Valentin aus Aich.
Hanss Friedrich aus Laibach.
Guttman Eugen aus Radmannsdorf.
Orehek Anton aus Moräutsch.
Sterbenk Josef aus Triest.
Pibernik Franz R. aus Commenda bei Stein.
Petelin Josef aus Ober-Bresniz.
Krenn Raimund aus Landstraß.
Skarlavai Anton aus Optschina im Küstenland.
Ritter v. Bosizio Augustin aus Görz im Küstenland.
Gornik Franz aus Eisnern.
Hrovat Paul aus Krazen.
Kaučič Jacob aus Sairach.
Zontar Peter R. aus Triest.
Žumer Andreas aus Obergörjach.
Legat Valentin aus Eisnern.
Podbregar Johann aus Unter-Tuchein.
Jereb Lorenz aus Preska.
Nučič Anton aus St. Kanzian.
Vidic Jacob aus Laibach.
Maurin Franz aus Laibach.
Veljačič Peter aus Cerkvenica in Croatien.
Silvester Franz aus Loitsch.
Pristavec Andreas aus Ober-Igg.
Pirz Georg aus Kropp.

III. a.

***Bogataj Josef** aus Gorenjavas.*
***Volkar Jacob** aus Metnik.*
***Svetina Johann** aus Žerovnic.*
***Klebel Johann** aus Laibach.*
Lebar Paul aus Čemšenik.
Kersnik Johann aus Egg ob Podpetsch.
Groselj Bartholomäus aus Selce.
Kolár Mathias aus Semič.
Turk Franz aus Zagorje.
Leinmüller Edmund aus Zwettl in Niederösterreich.
Pipan Andreas aus Planina bei Wippach.
Višnikar Franz aus Heiligenkreuz bei Thurn-Gallenstein.
Lovša Franz aus Altenlack.
Perko Josef aus Zagradec.

Ilc Johann aus Reifniz.
Ilar Jacob aus Duplje.
Petric Josef aus Semič.
Habberger Moriz aus Neutitschein in Mähren.
Luschin Paul aus Neustadtl.
Razpotnik Johann aus Littai.
Možina Anton aus St. Marein.
Del Cott Gustav aus Rann.
Supan Franz aus Adelsberg.
Rihar Anton aus Billichgraz.
Vidic Anton aus Lustthal.
Polc Julius aus Laibach.
Schmalz Emanuel aus Egg ob Podpetsch.
Backes Anton aus Stein.
Kramar Paul aus Čemšenik.
Mešutar Franz aus Moste.
Seunig Anton R. aus Graz.
Jarc Johann aus Zwischenwässern.
Mazek Johann aus Neu-Osliz.
Mahr Arthur aus Laibach.
Luser Josef R. aus Neustadtl.
Schmidt Franz aus Laibach.
Merhar Josef aus Laibach.
Tscheleschnig Otto aus Sittich.
Schuller Guido aus Gurkfeld.
Strupi Jacob aus Krainburg.
Gressel Carl aus Treffen.
Podobnik Franz aus Laibach.
Dekleva Franz aus Neumarktl.
Głowacki August aus Idria.
Pavlič Franz R. aus Glogovec.
Zupančič Franz aus Vače.
Lončar Franz aus Aich.
Boltar Bartholomäus aus Radmannsdorf.
Verbič Franz aus Oberlaibach.
Habat Josef aus Vodiz.
Selan Johann aus Laibach.
Ropas Paul aus St. Georgen bei Franz in Steiermark.
Jeršè Johann aus Nevlje.
Wisiak Vincenz aus Laibach.
Čenčič Bartholomäus aus Bukovšica.
Terdina Franz aus Laibach.
Vavpetič Johann aus Rove.
Hartmann Camillo R. aus Graz.

III. b.

***Koželj Anton** aus Mannsburg.
Graf **Pače Anton** aus Thurn bei Gallenstein.
Ukmar Anton aus Zoll bei Wippach.
Serša Blas aus Egg ob Podpetsch.
Gerčar Carl aus Planina.
Globočnik Victor aus Neumarktl.
Saletu Leopold aus Schischka bei Laibach.
Škofca Ludwig aus Laibach.
Wenk Friedrich aus Laibach.
Lautar Valentin R. aus Eisnern.
Padar Johann aus St. Georgen bei St. Marein.
Mally Josef aus Neumarktl.
Rome Josef R. aus Verh bei Weichselburg.
Jeraj Alois R. aus Laibach.
Koncilia Johann R. aus Laibach.
Adamič Franz aus Stein.
Koritnik Jacob R. aus Billichgratz.
Rudolph Anton aus Laibach.
Sever Josef aus Tarvis in Kärnten.
Schiffrer Johann aus Radmannsdorf.
Križman Carl aus Laibach.
Brajer Johann aus Ježica.
Klemenc Franz aus Salog.
Gregorin Alois aus Laibach.
Sever Georg aus Bresoviz.
Stembov Blas aus Tomačevo.
Viditz Felix aus Laibach.
Pekol Johann aus Selo bei Schönberg.
Lunder Alois R. aus St. Gregor bei Großlaschitsch.
Otoničar Franz aus Vigaun.
Lušin Johann aus Reifniz.
Raitharek Carl aus Neumarktl.
Požar Jacob aus Egg ob Podpetsch.
Šeme Franz aus Žalna bei St. Marein.
Gaber Anton aus Bischoflak.
Cirman Anton aus St. Veit bei Laibach.
Fridrich Lambert aus Laibach.
Taučar Georg aus Pölland.
Pele Ferdinand aus Laibach.
Supančič Jacob R. aus Laibach.
Gantar Lorenz aus Savratz.
Vitez Max aus Laibach.
Modrijan Jacob aus St. Martin bei Untertuchein.
Murnik Anton R. aus Möschnach.
Krašna Josef aus Rohitsch.
Koss Eduard aus Klagenfurt.

II. a.

Detela Franz aus Moräutsch.
*****v. Raab Franz*** aus Neustadtl.
Šivic Anton aus Mosne.
Žlogar Anton aus Suhor.
Tavčar Johann aus Pölland.
Lavtišar Josef aus Kronau.
Hočevar Franz aus Möttling.
Janež Franz aus Soderschiz.
Rihar Johann aus Billichgraz.
Karlin Josef aus Altenlack.
Wawreczka Eduard aus Laibach.
Gollob Vincenz aus Klagenfurt.
Enoch Anton aus Ratschach.
Volkar Andreas aus Okrog bei Neuthal.
Lunaček Eduard aus Prezid in Croatien.
Leskoviz Heinrich aus Idria.
Bèrvar Jacob aus Kolovrat.
Luschützky Franz aus Graz.
Schanda Victor aus Laibach.
Koder Anton aus Zirklach.
Kozjek Johann aus Laibach.
Pregelj Johann aus St. Martin bei Littai.
Može Andreas aus Dolenjavas bei Senosetsch.
Aušic Jacob aus Sneberje.
Adamič Gregor aus St. Gregor bei Großlaschitsch.
Korenčan Josef aus Laibach.
Sebalt Josef aus Adelsberg.
Vidic Anton R. aus Polica.
Voglar Andreas aus Naklo.
Javoršek Anton aus Glogovice.
Kersnik Josef aus Egg ob Podpetsch.
Vajvoda Valentin aus Wocheiner-Feistritz.
Kaučič Josef aus Zwischenwässern.
Starmann Franz R. aus Gottschee.
Zaman Franz aus St. Martin bei Littai.
Hočevar Johann R. aus Hrušica.
Golmajer Josef aus Kaier.
Knific Johann aus Flödnik.
Levstik Anton aus Soderschiz.
Ster Johann aus Skaručna bei Vodiz.
Bedenk Jacob aus Zirklach.
Oberkircher Josef aus Steinfeld in Kärnten.
Maček Johann aus Sestranskavas bei Trata.
Vellussig Domitian aus Sessana im Küstenlande.
Padar Franz aus St. Marein.
Schrey Alois aus Aßling.
Ekel Carl aus Gottschee.
Smolnikar Franz R. aus Loke.
Lindtner Valentin aus Laibach.
Urbania Jacob aus Moräutsch.
Poljanec Jacob aus Gorenjavas bei Trata.
Fajdiga Franz aus Stein.
Mlakar Lucas aus Pölland.
Rozmann Franz aus Laibach.
Bizjak Caspar aus Hrenovec.
Gerini Heinrich lib. R. aus Zezevice in Dalmatien.
Kèrst Franz aus Egg ob Podpetsch.
Razboršek Paul aus Čemšenik.

II. b.

Jenko Johann aus Litai.
Gross Franz aus Nazareth.
Vidmar Johann aus Vigaun.
Šušnik Franz aus Egg ob Podpetsch.
Schwentner Josef aus Laibach.
Večaj Josef aus Planina.
Recher Victor aus Laibach.
Aleš Franz aus Urašica.
Bele Johann aus Laibach.
Pompe Otto aus Brixen.
Perko Ludwig aus Neustadtl.
Hladnik Anton aus Loitsch.
Anžur Johann aus Jantschberg.
Hribar Johann aus Mannsburg.
Vilhar Franz aus Senožeče.
Wradatsch Gustav aus Haus.
Juvanz Johann aus Großlaschitsch.
Bončina Valentin aus Vojsko.
Petrič Jacob aus Altenmarkt.
Gerjol Anton aus Billichgraz.
Thuma Johann aus Masern.
Narobe Anton aus St. Jacob an der Save.
Freiherr v. Rechbach Friedrich aus Laibach.
Endlicher August aus Laas.
Heimann Gustav aus Laibach.
Merela Johann aus Lustthal.
Šlakar Johann aus Stein.
Kuhar Josef aus Aich.
Rupnik Mathias aus Loitsch.
Schönwetter Victor aus Pettau.

Bouvier Johann R. aus Graz.
Cerk Josef aus Franzdorf.
Predalič Franz aus St. Marein.
Travnar Josef aus Kolovrat.
Košir Josef R. aus Billichgraz.
Saje Franz aus Weichselburg.
Sirnik Johann aus Mariafeld.
Malenšek Andreas R. aus St. Veit bei Laibach.
Galle Ernst aus Freudenthal.
Potrata Josef aus Laibach.
Bamberg Gustav aus Laibach.
Terpinc August aus Stein.
Stare August aus Aich.
Novak Mathias aus Brezovica.
Lokar Josef aus Laibach.
Kavčič Anton aus Stein.
Babnik Valentin aus St. Veit bei Laibach.
Jeras Franz aus St. Martin unter Großgallenberg.

I. a.

*_Jenko Johann_ aus Maučič.
*_Seršen Michael_ aus Commenda St. Peter.
*_Hlebajna Johann_ aus Kronau.
Freiherr v. _Maroičič Georg_ aus Severin in Croatien.
Kadunc Albert aus Laibach.
Demšar Franz aus Unter-Idria.
Cerovšek Franz aus St. Marein.
Hajek Franz aus Stein.
Jerše Alois aus Terboje.
Mahr Alfred aus Laibach.
Ferčej Matthäus aus Dobrava bei Asp.
Uranič Georg aus Trebelno.
Bezdék Franz aus Linz.
Zadnikar Heinrich R. aus Laibach.
Edler v. Rotée Eduard aus Ofen.
Truxa Johann aus Brünn.
Golob Johann aus Tainiz.
Hočevar Josef aus St. Marein.
Osenk Franz aus Zalilog.
Slovnik Jacob R. aus Innergoriz.
Roth Gotthard aus Laibach.
Žbontar Peter aus Zalilog.
Bruss Johann aus Idria.
Ogrin Peter aus Mannsburg.
Kuralt Anton aus Gorenjavas.
Stepec Franz aus St. Veit bei Sittich.
Zarl Anton aus Idria.
Gregorič Anton aus Lichtenwald in Steiermark.
v. Raab Max lib. R. aus Klagenfurt.
Perušek Raimund aus Laibach.
Božič Anton aus Idria.
Lušin Johann aus Soderschiz.
Primšar Josef aus Soderschiz.
Medic Josef aus Tschernutsch.
Prosenc Josef aus Moräutsch.
Dolcher Angelus aus Laibach.
Fister Josef R. aus Tomischl.
Steirer Josef aus Bischoflack.
Potrata Alois R. aus Laibach.
Zupan Franz aus Bresniz.
Bergant Michael aus Ober-Schischka.
Polak Carl R. aus Laibach.
Laznik Josef aus St. Veit bei Laibach.
Simončič Johann aus Laibach.
Janežič Ferdinand aus Laibach.
Kurz Carl aus Urem.
Russ Josef R. aus Egg ob Podpetsch.
Smrekar Josef aus Laibach.
Babšek Johann aus Rudnik.
Zupan Anton aus Bresniz.
Podkrajšek Franz aus Laibach.
Tribuzzi Carl aus Gottschee.
Stare Michael aus Aich.
Petrič Johann aus Cilli.
Peterca Johann aus Laibach.
Pirkovič Johann aus Praßberg in Steiermark.
Anzelc Anton aus Oblak.
Primožič Georg aus Kirchheim im Küstenland.

I. b.

*_Zakrajšek Franz_ aus Oblak.
*_Kavčič Jacob_ aus Sairach.
*_Andolšek Franz_ aus Nassenfuß.
Fajdiga Franz aus St. Veit.
Resnik Josef aus Glogoviz.
Novak Gustav aus Sagor.
Omahna Anton aus Glogoviz.
Zupanec Johann aus Winklern.
Šraj Martin aus St. Veit bei Sittich.
Košiček Johann aus Seisenberg.

Sturm Paul aus Masern.
Treven Jacob aus Idria.
Pichler Felix aus Laibach.
Lončar Anton aus St. Anna.
Apih Josef von Sapusch.
Thomas Franz R. aus Laibach.
Hočevar Bartholomäus aus Klein-Laschitsch.
Sušnik Anton aus Eisnern.
Gaberšek Johann aus Brzešov in Galizien.
Bregant Franz aus Neumarktl.
Malojar Max aus Laibach.
Porenta Ignaz aus Laibach.
Turek August aus Laibach.
Gale Josef aus Laibach.
Simončič Franz aus Vače.
Statin Hugo aus Laibach.
Košir Alois aus Stein.
Škrabec Andreas aus Groß-Oblak.
Kmet Vincenz R. aus St. Lorenz.
Bernard Carl aus Wocheiner-Feistritz.
Jerin Josef aus Stein.
Verhovec Johann aus Laibach.
Mačnik Franz R. aus Osivnic.
Smukavec Jacob aus Mitterdorf.
Jakopič Franz aus Laibach.
Kušar Johann aus Bresoviz.
Jerin Ferdinand aus Laibach.
Pernišek Blasius aus Scharfenberg.
Bahovec Franz aus Weichselburg.
Sušnik Jacob aus Eisnern.
Garbajs Albin R. aus Laibach.
Kristan Thomas R. aus Vodice.
Košir Josef R. aus Laibach.
Bizjan Johann aus Dobrova.
Gregorič Johann aus Laibach.
Škerbec Alois aus Laibach.
Lahajnar Eduard aus Laibach.
Smuk Andreas aus Beyke.
Kočevar Alois aus Oblak.
Marolt Anton aus Großlaschitsch.
Železnik Anton aus Moräutsch.
Zupančič Stefan R. aus Jantschberg.
Grošel Anton R. aus Sairach.
Pož Carl aus Ratschach.
Jurašic Robert aus Laibach.
Jeras Franz aus Laibach.

Da sich nicht mit Sicherheit voraus bestimmen läßt, ob die Bauherstellungen im Schulgebäude bis zum 1. October d. J. vollendet sein werden, so wird der Beginn des Schuljahres 1866, so wie die Tage für die Vornahme der Aufnahms- und Wiederholungs-Prüfungen seinerzeit durch die „Landeszeitung" bekannt gegeben werden, wobei bemerkt wird, daß solche Schüler, welche als Angehörige des Krainburger Gymnasiums zu betrachten sind, an dieser Lehranstalt keine Aufnahme finden können.

Nach Schluß dieser Zeilen kam dem Berichterstatter noch eine hochherzige Spende zu, welche in diesem Jahres-Berichte nicht unerwähnt bleiben darf. Herr Dr. Johann Ahačič übermittelte dem Gefertigten eine zu 2% verzinsliche Domestical-Obligation im Nominalwerthe von 1000 fl. C. M. mit der Widmung, daß fortan der jährliche Zinsenertrag unter arme und würdige Studirende dieser Lehranstalt vertheilt werde. Der Gefertigte erachtet sich für besonders verpflichtet, für diese hochherzige Gabe im Namen der studirenden Jugend den verbindlichsten Dank abzustatten.

Dr. Heinrich Mitteis.

Berichtigung: §. 5, Lehrsatz II., lies (x + a) statt (x − a).