

# Matematični modeli sinhronskega generatorja

Jožef RITONJA, Martin PETRUN

**Izvleček:** Za načrtovanje in sintezo regulacijskih sistemov sinhronskega generatorja je potrebno poznavanje njegovih matematičnih modelov. Obstajajo različni matematični modeli, ki se razlikujejo po svoji kompleksnosti in v natančnosti opisa statičnih in dinamičnih lastnosti sinhronskega generatorja. V članku so opisani temeljni nelinearni modeli in poenostavljeni linearizirani modeli sinhronskega generatorja, ki obratuje v sinhronizmu z močnim elektroenergetskim sistemom. Izpeljava modelov temelji na  $dq$ -transformaciji. Prikazana je primerjava časovnih odzivov osnovnega nelinearnega  $dq$ -modela in poenostavljenega lineariziranega modela sinhronskega generatorja. V članku je predstavljena izpeljava lineariziranega modela, ki je opisan z matriko prenosnih funkcij. Takšen zapis modela omogoča izračun njegovih parametrov z uporabo parametričnih identifikacijskih metod in ne zahteva poznavanja konstrukcijskih podatkov sinhronskega generatorja.

**Ključne besede:** sinhronski generator, regulacija napetosti, nelinearni model, linearizirani model

## ■ 1 Uvod

Sinhronski generatorji (SG) so najpomembnejši proizvajalci električne energije. Za njihovo zanesljivo in gospodarno delovanje so nujni kompleksni regulacijski sistemi, podrobno predstavljeni v [1]. Za načrtovanje in sintezo regulacijskih sistemov je potrebno poznavanje ustreznega matematičnega modela SG. Obstajajo različni matematični modeli, ki se razlikujejo v natančnosti opisa SG in v kompleksnosti predstavitve samega modela. Pri izbiri matematičnega modela, primerne za načrtovanje in sintezo regulacijskih sistemov SG, želimo izbrati model, ki v čim večji meri izpolnjuje naslednje zahteve:

- Matematični model naj čim bolj natančno opiše statične in dinamične lastnosti SG v celotnem delovnem območju.
- Matematični model naj bo čim bolj enostaven in pregleden. Takšen model bo omogočil izvedbo

analize vpliva obravnavanih parametrov na pomembne lastnosti SG, enostavno načrtovanje in sintezo regulacijskih sistemov SG.

- Parametri matematičnega modela naj bodo hitro in enostavno določljivi. Izračun parametrov naj bo možen iz osnovnih razpoložljivih konstrukcijskih podatkov SG ali pa iz nezahtevnih preizkusov SG.

SG je multivariabilni nelinearni dinamični sistem. Osnovni matematični model za opis njegovega delovanja predstavlja **nelinearni  $dq$ -model sinhronskega stroja**, imenovan tudi dvoosni Parkov model sinhronskega stroja [2], ki je univerzalen in opisuje delovanje sinhronskega stroja v motorskem ali generatorskem načinu delovanja, v otopnem obratovanju ali v obratovanju v sinhronizmu. Za potrebe obravnave sinhronskega stroja, ki deluje kot elementarni proizvajalec električne energije v elektroenergetskem sistemu, lahko nelinearni  $dq$ -model sinhronskega stroja poenostavimo. Poenostavitev lahko izvedemo, ker velja pri obratovanju SG v elektroenergetskem sistemu predpostavka, da je v tem primeru SG preko povezovalnega voda priključen na omrežje sinusne napetosti konstantne amplitude in

frekvence. Takšen sistem imenujemo tudi »sistem z enim strojem, priključenim na neskončne zbiralke« in označimo z angleško kratico SMIB (single machine connected to the infinite bus). Pripadajoči model imenujemo **nelinearni  $dq$ -model sistema SMIB**.

Nelinearni  $dq$ -model sistema SMIB je primeren za simulacijske izračune, ne omogoča pa enostavne analize vpliva obratovalnega stanja SG na njegove dinamične lastnosti, prav tako ni primeren za uporabo večine klasičnih linearnih in nelinearnih teorij vodenja za načrtovanje regulacijskih sistemov. Večina klasičnih teorij vodenja temelji namreč na poznavanju linearnega modela reguliranega procesa. Veliko omejitev pri uporabi tega modela predstavlja tudi potreba po poznavanju množice podatkov SG. Ti običajno niso dostopni v spremljevalni dokumentaciji SG, določitev parametrov modela na osnovi preizkusov pa je zamudna in draga, saj zahteva, da SG začasno odklopimo od elektroenergetskega sistema in prekine mo njegovo koristno obratovanje.

Zaradi navedenih pomanjkljivosti zasledimo v literaturi veliko objav,

Izr. prof. dr. Jožef Ritonja, univ. dipl. inž., dr. Martin Petrun, univ. dipl. inž., oba Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko

kjer je prikazana izpeljava **poenostavljenih nelinearnih modelov sistema SMIB**. Vsi poenostavljeni modeli temeljijo na neupoštevanju nekaterih manj izrazitih elektromehanskih pojavov v delovanju SG, kar omogoča redukcijo stopnje osnovnega modela. Veliko tako reduciranih modelov je še dodatno lineariziranih. S tem je njihova uporabnost omejena na relativno majhno okolico ravnotežnega stanja, za katerega je bila izvedena linearizacija. Zaradi redukcije stopnje in linearizacije so izpeljani **poenostavljeni linearizirani modeli sistema SMIB** primerni za analizo delovanja SG in za načrtovanje njegovih regulacijskih sistemov. Znani poenostavljeni modeli so večinoma zapisani z enačbami v prostoru stanja. Poglavitna slabost večine poenostavljenih modelov pa ostaja težavna določitev njihovih parametrov. Tudi za določitev parametrov poenostavljenih lineariziranih modelov sistema SMIB potrebujemo veliko konstrukcijskih in funkcionalnih podatkov SG ali pa možnost izvedbe zamudnih preizkusov (preizkus kratkega stika, meritev frekvenčnih karakteristik, ...). Zato je v praksi določitev natančnih poenostavljenih modelov realnih SG velikokrat neizvedljiva.

Možno rešitev predstavlja kombinirana iterativna uporaba teoretičnega in eksperimentalnega modeliranja. V tem primeru na osnovi teoretičnega poznavanja sistema ocenimo ali natančno določimo strukturo matematičnega modela. Nato pa s pomočjo eksperimentalnega modeliranja (identifikacije) izračunamo parametre matematičnega modela. Kot najbolj učinkovita in enostavna za uporabo se izkaže uporaba parametričnih identifikacijskih metod. Z njihovo pomočjo na podlagi meritev vhodnih in izhodnih veličin sistema, ki ga identificiramo, izračunamo identificirani matematični model v vhodno-izhodni obliki in ga zapišemo s časovno diskretnimi prenosnimi funkcijami. Za uspešno uporabo parametričnih identifikacijskih metod je potrebno čim bolj natančno poznavanje zgradbe vhodno-izhodnega modela identificiranega sistema. V ta namen je v članku

prikazana izpeljava **poenostavljenega lineariziranega vhodno-izhodnega modela sistema SMIB**. Izpeljani model je predstavljen z matriko prenosnih funkcij, ki omogoča neposredno uporabo parametričnih identifikacijskih metod za določitev parametrov matematičnega modela.

## ■ 2 Nelinearni $dq$ -model sistema SMIB

Matematični model sinhronskega generatorja, ki je s povezovalnim vodom priključen na omrežje sinusne napetosti konstantne amplitude in frekvence (krajše: nelinearni  $dq$ -model sistema SMIB) temelji na predstavitvi električnega dela sinhronskega stroja s tremi statorskimi navitji, enim rotorskim vzbujalnim navitjem in z dvema rotorskima dušilnima navitjema. Navitja so magnetno sklopljena. Pri izpeljavi modela uporabljamo  $dq$ -transformacijo. Dobljene enačbe zapišemo v obliki modela v prostoru stanja in jih normiramo na bazne vrednosti. Vse spremenljivke v modelu so izražene v »pu – per unit« glede na njihove bazne vrednosti. Obstajata dve osnovni predstavitvi nelinearnega  $dq$ -modela sistema SMIB, ki se razlikujeta v izbiri spremenljivk stanja. Za spremenljivke stanja lahko izberemo tokove navitij ali pa magnetne sklepe. Bolj smiselna je izbira magnetnih sklepov, saj takšen model omogoča lažjo obravnavo nelinearne karakteristike železnega jedra.

Nelinearni  $dq$ -model sistema SMIB zapišemo v obliki modela v prostoru stanja z nelinearnim sistemom sedmih diferencialnih enačb. Vhoda v model predstavljata mehanski navor pogonske turbine  $T_m(t)$  in napetost vzbujalnega sistema, ki jo priključimo na rotorsko vzbujalno navitje in označimo  $E_{fd}(t)$ . Spremenljivke stanja modela z magnetnimi sklepi so: magnetni sklep statorskega navitja v  $d$ -osi  $\lambda_d(t)$ , magnetni sklep statorskega navitja v  $q$ -osi  $\lambda_q(t)$ , magnetni sklep rotorskega vzbujalnega navitja  $\lambda_f(t)$ , magnetni sklep rotorskega dušilnega navitja v  $d$ -osi  $\lambda_D(t)$ , magnetni sklep ro-

torskega dušilnega navitja v  $q$ -osi  $\lambda_Q(t)$ , rotorska kotna hitrost  $\omega(t)$  in kolesni kot  $\delta(t)$ . Model je podrobno opisan v številnih referencah, npr. [2], [3], [4], [5]. Ena prvih, najbolj temeljiti izpeljav modela s podanimi podatki SG različnih vrst in različnih moči je predstavljena v [2].

## ■ 3 Poenostavljen linearizirani model sistema SMIB

Nelinearni  $dq$ -model sistema SMIB omogoča natančno dinamično analizo SG v primeru, če poznamo natančne vrednosti parametrov SG. V večini primerov ti podatki niso poznani. Za njihov naknadni izračun so potrebne obsežne in zamudne meritve, zato je uporabnost nelinearnega  $dq$ -modela sistema SMIB za konkretne potrebe zelo omejena. Dodatno slabost nelinearnega  $dq$ -modela sistema SMIB predstavlja njegova nelinearna struktura, ki preprečuje uporabo metod linearne teorije sistemov za analizo modela in za načrtovanje regulacijskih sistemov.

Odpravo omenjenih pomanjkljivosti omogoča poenostavitev nelinearnega  $dq$ -modela sistema SMIB. Določeni fizikalni pojavi so z vidika analize in vodenja SG manj vplivni in jih lahko zato brez bistvenega zmanjšanja uporabnosti modela zanemarimo. Na ta način lahko bistveno reduciramo stopnjo modela. Drugi razlog za poenostavitev modela sistema SMIB pa predstavlja specifičen način delovanja SG v sinhronizmu. Za obratovanje SG je značilno dalj časa trajajoče delovanje v nastavljeni delovni točki oziroma majhni okolici te delovne točke. Spremembe nastavljenih delovnih točk so relativno redke, prehodni pojavi med nastavljenimi delovnimi točkami pa so kratkotrajni v primerjavi s trajanjem obratovanja v nastavljeni delovni točki. SG delujejo v nastavljeni delovni točki eno ali več ur, prehodni pojavi med delovnimi točkami pa trajajo do nekaj deset sekund. Zato je pomembno imeti predvsem takšen model sistema SMIB, ki bo dobro opisoval dinamiko SG v relativno majhni okolici

obravnavane delovne točke. Reducirani nelinearni model sistema SMIB je torej brez bistvenega zmanjšanja uporabnosti smiselno linearizirati za izbrano delovno točko.

V literaturi zasledimo različne poenostavljene linearizirane modele sistema SMIB, ki se med seboj razlikujejo v stopnji modela in izbiri spremenljivk stanja modela. Med temi modeli se je posebej uveljavil poenostavljen linearizirani model tretje stopnje, imenovan tudi Hefron-Phillipsov model [6]. Ta je izpeljan iz nelinearnega  $dq$ -modela sistema SMIB ob upoštevanju naslednjih predpostavk in poenostavitev:

- predpostavimo obratovanje SG v sinhronizmu z elektroenergetskim sistemom s sinusno napetostjo konstantne amplitude in frekvence,
- predpostavimo simetrično obremenitev,
- zanemarimo vpliv nasičenja (predpostavimo linearno magnetilno karakteristiko),
- zanemarimo ohmsko upornost statorskega navitja,
- v električnem delu matematičnega modela zanemarimo vpliv dušilnih navitij; dušilni navor, ki je posledica toka skozi ti navitji, pridružimo mehanskemu dušenju in upoštevamo v dušilnem koeficientu v mehanski enačbi,
- v napetostnih enačbah zanemarimo statorski transformatorski napetosti v primerjavi s statorskima gibalnima napetostma,
- ker je hitrost spreminjanja kolesnega kota relativno majhna v primerjavi s sinhronsko hitrostjo, v napetostnih enačbah za izračun gibalne inducirane napetosti namesto spremenljive dejanske hitrosti uporabimo konstantno sinhronsko hitrost.

Vse spremenljivke v poenostavljenem lineariziranem modelu sistema SMIB prikazujejo odstopanja veličin SG od njihovih vrednosti v ravnotežnem stanju, za katerega je bila opravljena linearizacija nelinearnega  $dq$ -modela sistema SMIB. Vhodni veličini poenostavljenega lineariziranega modela sta odstopanje mehanskega navora pogon-

ske turbine  $T_{m\Delta}(t)$  in odstopanje napetosti rotorskega vzbujačnega navitja  $E_{fd\Delta}(t)$ . Spremenljivke stanja poenostavljenega lineariziranega modela so: odstopanje prehodne inducirane napetosti v  $q$ -osi  $E'_{q\Delta}(t)$ , odstopanje rotorske kotne hitrosti  $\omega_{\Delta}(t)$  in odstopanje kolesnega kota  $\delta_{\Delta}(t)$ . Kot izhodne spremenljivke je smiselno izbrati odstopanje statorske napetosti  $V_{t\Delta}(t)$ , odstopanje električnega navora  $T_{e\Delta}(t)$  in odstopanje rotorske kotne hitrosti  $\omega_{\Delta}(t)$ .

Poenostavljen linearizirani model je opisan z matričnima enačbama (1) in (2).

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{\Delta}(t) \\ \dot{\delta}_{\Delta}(t) \\ \dot{E}'_{q\Delta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-D}{2H} & \frac{-K_1}{2H} & \frac{-K_2}{2H} \\ \omega_r & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_4}{T'_{d0}} & -\frac{1}{T'_{d0}K_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{\Delta}(t) \\ \delta_{\Delta}(t) \\ E'_{q\Delta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T'_{d0}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{m\Delta}(t) \\ E_{fd\Delta}(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} V_{t\Delta}(t) \\ T_{e\Delta}(t) \\ \omega_{\Delta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & K_5 & K_6 \\ 0 & K_1 & K_2 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{\Delta}(t) \\ \delta_{\Delta}(t) \\ E'_{q\Delta}(t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

Posamezne oznake označujejo:

$T_{m\Delta}(t)$  – odstopanje mehanskega navora pogonske turbine [pu]

$E_{fd\Delta}(t)$  – odstopanje napetosti rotorskega vzbujačnega navitja [pu]

$E'_{q\Delta}(t)$  – odstopanje prehodne inducirane napetosti v  $q$ -osi [pu]

$\omega_{\Delta}(t)$  – odstopanje rotorske kotne hitrosti [pu]

$\delta_{\Delta}(t)$  – odstopanje kolesnega kota [rad]

$V_{t\Delta}(t)$  – odstopanje statorske napetosti [pu]

$T_{e\Delta}(t)$  – odstopanje električnega navora [pu]

$D$  – dušilni koeficient [pu/pu]

$H$  – vztrajnostna konstanta [s]

$\omega_r$  – toga sinhronska krožna frekvenca ( $\omega_r = 2\pi f_r$ ) [rad s<sup>-1</sup>]

$T'_{d0}$  – prehodna časovna konstanta v  $d$ -osi v praznem teku [s]

$K_1, \dots, K_6$  – parametri lineariziranega modela

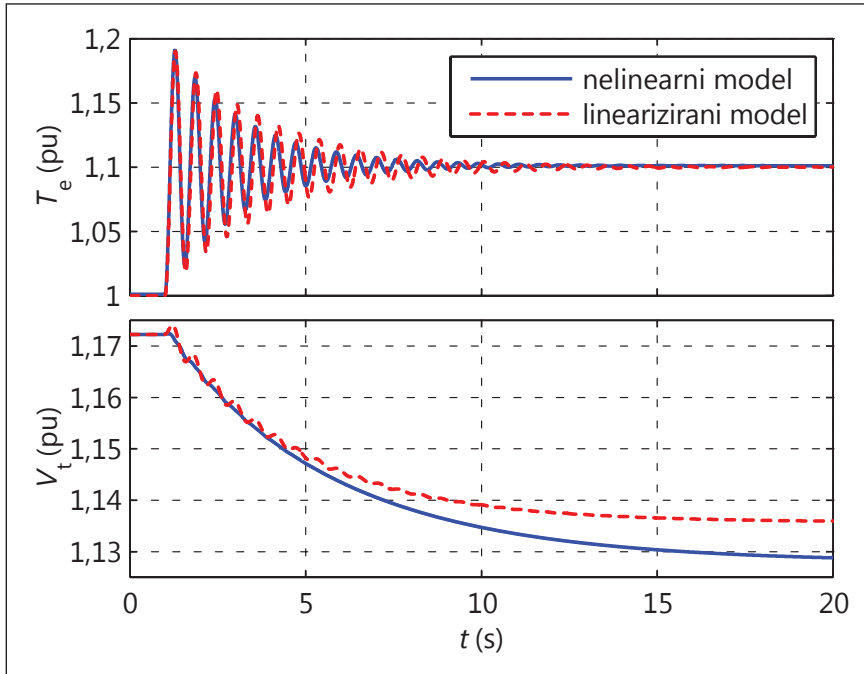
Parametri lineariziranega modela  $K_1, \dots, K_6$  so odvisni od parametrov

nelinearnega  $dq$ -modela in od izbrane delovne točke. Njihov izračun je podrobno predstavljen v [2], [6].

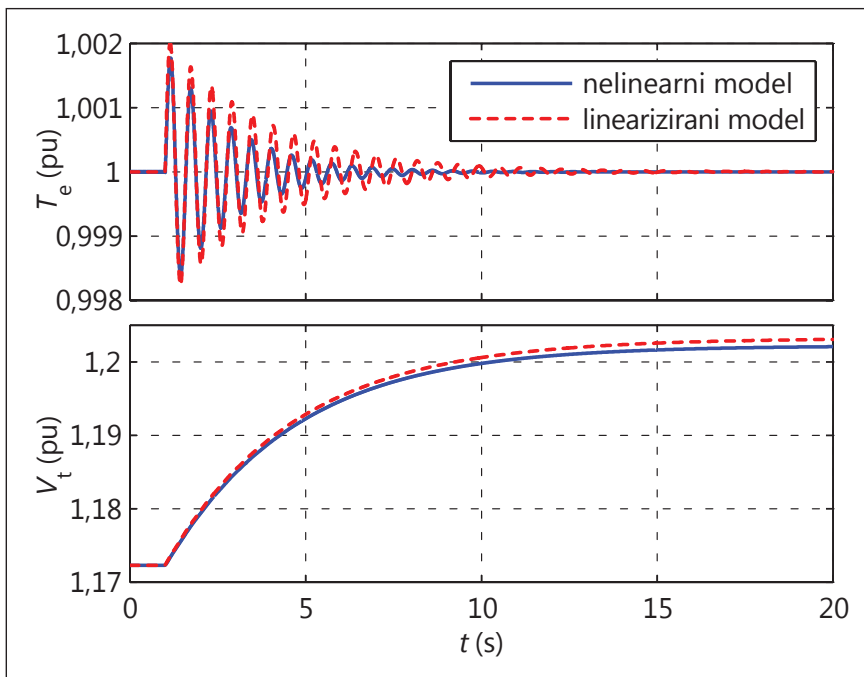
Poenostavljen linearizirani model dobro opisuje obnašanje SG v relativno majhni okolici obravnavane delovne točke. Za opis obnašanja SG v drugi delovni točki je potrebno določiti druge parametre lineariziranega modela. Primerjava odzivov nelinearnega  $dq$ -modela sedme stopnje in poenostavljenega lineariziranega modela tretje stopnje je prikazana na primeru turbogeneratorja nazivne moči  $S_n = 160$  MVA. Podatki SG in povezovalnega voda so povzeti

iz [2]. Ta sistem je v literaturi večkrat uporabljen za preizkušanje različnih algoritmov vodenja SG. Primerjavo nelinearnega in lineariziranega modela smo izvedli v okolici nazivne delovne točke  $P = 1$  [pu],  $\cos \varphi = 0,85$ . Slika 1 prikazuje simulirana odziva nelinearnega in lineariziranega modela na stopnično spremembo mehanskega navora  $T_{m\Delta}$ :  $0 \rightarrow 0,1$  [pu] v trenutku  $t = 1$  [s], slika 2 pa prikazuje odziva obeh modelov na stopnično spremembo vzbujačne napetosti  $E_{fd\Delta}$ :  $0 \rightarrow 0,1$  [pu] v trenutku  $t = 1$  [s].

Slika je razvidno, da linearizirani model dobro opisuje obnašanje SG v okolici ravnotežnega stanja. Razlika je vidna predvsem v stacionarnem stanju nelinearnega in lineariziranega modela, medtem ko odziv lineariziranega modela med prehodnim pojavom kljub relativno veliki spremembi vzbujačnega zelo malo odstopa od odziva nelinearnega modela. Linearizirani model zelo dobro opisuje frekvenco in dušenje nihanj v prehodnem pojavu. Podobne rezultate



**Slika 1.** Odziv nelinearnega dq-modela in poenostavljenega lineariziranega modela sistema SMIB na stopnično spremembo mehanskega navora  $T_{m\Delta}$ :  $0 \rightarrow 0,1$  [pu] v  $t = 1$  [s]



**Slika 2.** Odziv nelinearnega dq-modela in poenostavljenega lineariziranega modela sistema SMIB na stopnično spremembo vzbujaalne napetosti  $E_{fd\Delta}$ :  $0 \rightarrow 0,1$  [pu] v  $t = 1$  [s]

ujemanja odzivov nelinearnega in lineariziranih modelov dobimo v celotnem delovnem področju, zato je za analizo dinamičnih lastnosti in za načrtovanje regulacijskih sistemov smiselno uporabljati poenostavljen linearizirani model sistema SMIB.

#### 4 Poenostavljen linearizirani model sistema SMIB z napetostnim regulacijskim sistemom

Pri normalnem obratovanju je SG opremljen z vzbujačnim sistemom z napetostnim regulatorjem, ki skrbi za konstantno statorsko napetost oziroma  $\cos \varphi$  SG. Stranski negativni učinek uvedbe napetostne regulacijske zanke predstavlja zmanjšanje dušenja elektromehanskih nihanj generatorja. Napetostna regulacijska zanka v nekaterih primerih poveča stabilnostne probleme SG. Zato je pri analizi dinamičnih lastnosti SG smiselno upoštevanje vpliva napetostne regulacijske zanke na amplitude in dušenja elektromehanskih nihanj.

V literaturi zasledimo veliko del, ki se ukvarjajo z modeliranjem SG, medtem ko je bistveno manjša pozornost namenjena modeliranju vzbujačnega sistema z regulatorjem napetosti. V večini del je dinamika regulatorja napetosti in vzbujačnika opisana s členom 1. stopnje z ustreznim ojačenjem in časovno konstanto. Skupno prenosno funkcijo regulatorja in vzbujačnika označimo z  $G_{AVR}(s)$ :

$$G_{AVR}(s) = \frac{E_{fd\Delta}(s)}{V_{t,ref\Delta}(s) - V_{t\Delta}(s)} = \frac{k_{AVR}}{T_{AVR}s + 1} \quad (3)$$

Posamezne oznake imajo sledeč pomen:

$V_{t,ref\Delta}$  – odstopanje referenčne vrednosti statorske napetosti [pu]

$k_{AVR}$  – ojačenje regulatorja napetosti in vzbujačnega sistema [pu/pu]

$T_{AVR}$  – časovna konstanta vzbujačnega sistema [s]

$s$  – Laplaceova kompleksna spremenljivka



Poenostavljen linearizirani model sistema SMIB, dopolnjen z napetostno regulacijsko zanko, opisujeta enačbi (4) in (5):

SMIB, dopolnjenega z napetostno regulacijsko zanko, je prikazan na *sliki 3*.

ustrezno vrednost ojačenja  $k_{AVR}$  pa izberemo s pomočjo metod linearne teorije vodenja. S pomočjo krivulje lege korenov lahko ob upoštevanju

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_\Delta(t) \\ \dot{\delta}_\Delta(t) \\ \dot{E}'_{q\Delta}(t) \\ \dot{E}'_{fd\Delta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{D}{2H} & -\frac{K_1}{2H} & -\frac{K_2}{2H} & 0 \\ \omega_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_4}{T'_{d0}} & -\frac{1}{T'_{d0}K_3} & \frac{1}{T'_{d0}} \\ 0 & -\frac{K_5 k_{AVR}}{T_{AVR}} & -\frac{K_6 k_{AVR}}{T_{AVR}} & -\frac{1}{T_{AVR}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_\Delta(t) \\ \delta_\Delta(t) \\ E'_{q\Delta}(t) \\ E'_{fd\Delta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{T'_{d0}} \\ 0 & \frac{k_{AVR}}{T_{AVR}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{m\Delta}(t) \\ V_{t,ref\Delta}(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} V_{t\Delta}(t) \\ T_{c\Delta}(t) \\ \omega_\Delta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & K_5 & K_6 & 0 \\ 0 & K_1 & K_2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_\Delta(t) \\ \delta_\Delta(t) \\ E'_{q\Delta}(t) \\ E'_{fd\Delta}(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

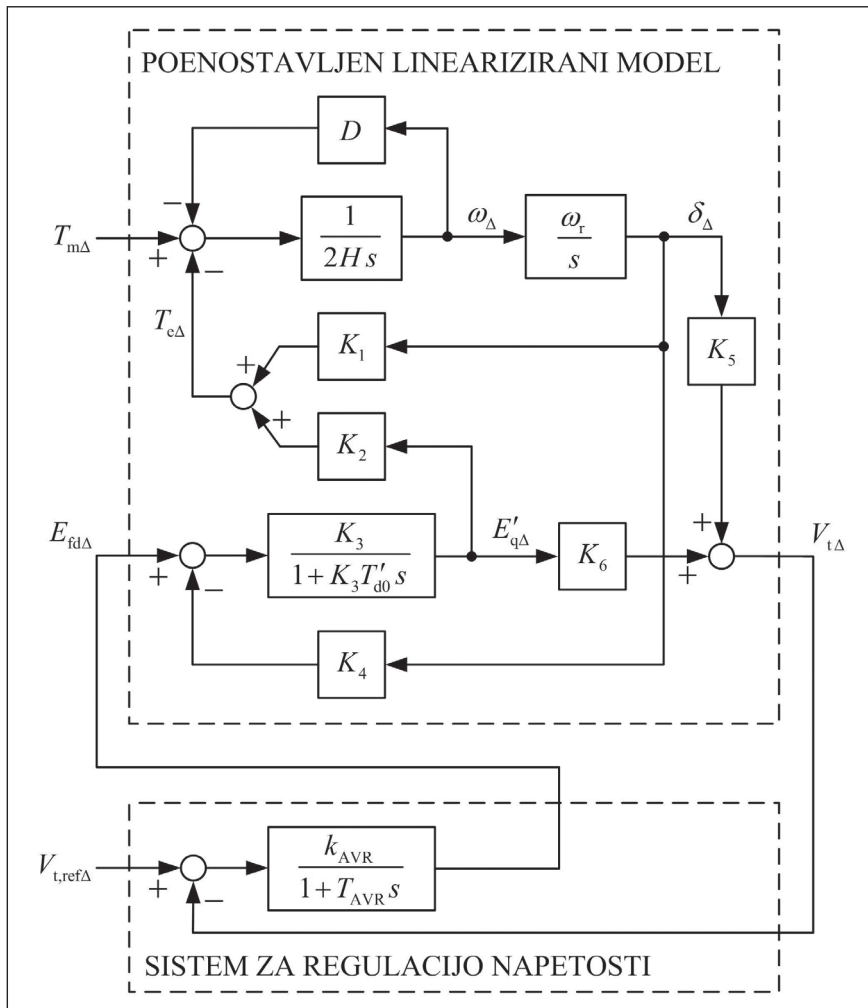
Blokovni diagram poenostavljene- Časovna konstanta  $T_{AVR}$  je odvisna ga lineariziranega modela sistema od izvedbe vzbujalnega sistema,

zahteve po optimalnem dušenju napetostne regulacijske zanke ( $z = 0,7$ ) izpeljemo izraz za določitev ojačenja regulatorja napetosti [6]:

$$k_{AVR} = \frac{T'_{d0}}{2K_6 T_{AVR}} + \frac{T_{AVR}}{2K_3^2 K_6 T'_{d0}} \quad (6)$$

Takšno ojačenje regulatorja napetosti sicer zagotavlja dobro statiko in dinamiko napetostne regulacijske zanke, kar pa ima za posledico zmanjšanje dušenja elektromehanskih nihanj. Zato je v literaturi [2] predlagana vrednost ojačenja regulatorja napetosti  $k_{AVR}$  bistveno manjša. Izbira ojačenja temelji na uporabi frekvenčnih karakteristik ob upoštevanju zahteve, naj bo presečna frekvenca odprte regulacijske zanke manjša od  $\frac{1}{2T_{AVR}}$ . Tako dobljen izraz za izbiro  $k_{AVR}$  se glasi:

$$k_{AVR} = \frac{T'_{d0}}{2T_{AVR}} \quad (7)$$



**Slika 3.** Blokovni diagram poenostavljenega lineariziranega modela sistema SMIB, dopolnjenega z napetostno regulacijsko zanko

**5 Poenostavljeni linearizirani vhodno-izhodni model sistema SMIB**

Predstavljeni poenostavljeni linearizirani model je enostaven in pregleden, vendar je za izračun parametrov  $K_1$

do  $K_6$  še vedno potrebno poznavanje mnogih, večinoma neznanih parametrov SG. Rešitev predstavlja uporaba parametričnih identifikacijskih metod za določitev parametrov poenostavljenega lineariziranega modela. Rezultati parametričnih identifikacijskih

metod so večinoma diskretne prenosne funkcije. Zato je potrebno poenostavljeni linearizirani model sistema SMIB z napetostnim regulacijskim sistemom namesto v obliki modela v prostoru stanja zapisati v vhodno-izhodni obliki s prenosnimi funkcijami.

Poenostavljeni linearizirani model ima 2 vhodni in 3 izhodne spremenljivke. Povezavo med njimi opišemo s pomočjo 6 prenosnih funkcij, ki imajo enak imenovalac in različne števec. Matriko prenosnih funkcij izračunamo iz enačb 4 in 5:

$$\begin{bmatrix} V_{t\Delta}(s) \\ T_{e\Delta}(s) \\ \omega_{\Delta}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \\ G_{31}(s) & G_{32}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{m\Delta}(t) \\ V_{t,ref\Delta}(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

Posamezne prenosne funkcije so:

$$\begin{aligned} G_{11}(s) &= \frac{V_{t\Delta}(s)}{T_{m\Delta}(s)} = \frac{b_{11,2}s^2 + b_{11,1}s + b_{11,0}}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \\ G_{21}(s) &= \frac{T_{e\Delta}(s)}{T_{m\Delta}(s)} = \frac{b_{21,2}s^2 + b_{21,1}s + b_{21,0}}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \\ G_{31}(s) &= \frac{\omega_{\Delta}(s)}{T_{m\Delta}(s)} = \frac{b_{31,3}s^3 + b_{31,2}s^2 + b_{31,1}s}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \\ G_{12}(s) &= \frac{V_{t\Delta}(s)}{V_{t,ref\Delta}(s)} = \frac{b_{12,2}s^2 + b_{12,1}s + b_{12,0}}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \\ G_{22}(s) &= \frac{T_{e\Delta}(s)}{V_{t,ref\Delta}(s)} = \frac{b_{22,2}s^2 + b_{22,1}s}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \\ G_{32}(s) &= \frac{\omega_{\Delta}(s)}{V_{t,ref\Delta}(s)} = \frac{b_{32,1}s}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \end{aligned} \quad (9)$$

Izračunani koeficienti prenosnih funkcij so:

$$\begin{aligned} a_4 &= 2K_3T_{AVR}T'_{do}H \\ a_3 &= 2K_3T'_{do}H + K_3T_{AVR}T'_{do}D + 2HT_{AVR} \\ a_2 &= K_3T'_{do}D + 2H + DT_{AVR} + K_1K_3T_{AVR}\omega_rT'_{do} + 2Hk_{AVR}K_6K_3 \\ a_1 &= D + K_1K_3\omega_rT'_{do} - K_2K_3K_4T_{AVR}\omega_r + K_1T_{AVR}\omega_r + Dk_{AVR}K_6K_3 \\ a_0 &= -K_2K_3K_4\omega_r + K_1\omega_r + \omega_rK_1k_{AVR}K_6K_3 - \omega_rK_2K_3k_{AVR}K_5 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} b_{11,2} &= K_5\omega_rT_{AVR}T'_{do}K_3 \\ b_{11,1} &= K_5\omega_rT'_{do}K_3 + K_5\omega_rT_{AVR} - K_6K_3K_4\omega_rT_{AVR} \\ b_{11,0} &= -K_6K_3K_4\omega_r + K_5\omega_r \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} b_{21,2} &= K_1K_3\omega_rT'_{do}T_{AVR} \\ b_{21,1} &= K_1\omega_rT_{AVR} + K_1K_3\omega_rT'_{do} - K_2K_3K_4\omega_rT_{AVR} \\ b_{21,0} &= K_1\omega_r - K_2K_3K_4\omega_r + K_1K_3K_6k_{AVR}\omega_r - K_2K_3K_5k_{AVR}\omega_r \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} b_{31,3} &= T_{AVR} T'_{do} K_3 \\ b_{31,2} &= T_{AVR} + T'_{do} K_3 \\ b_{31,1} &= 1 + K_{AVR} K_6 K_3 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} b_{12,2} &= 2K_6 K_3 k_{AVR} H \\ b_{12,1} &= K_6 K_3 k_{AVR} D \\ b_{12,0} &= -K_5 \omega_r K_2 K_3 k_{AVR} + K_6 K_3 k_{AVR} \omega_r K_1 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} b_{22,2} &= 2K_2 K_3 k_{AVR} H \\ b_{22,1} &= K_2 K_3 k_{AVR} D \end{aligned} \quad (15)$$

$$b_{32,1} = -K_2 K_3 k_{AVR} \quad (16)$$

### 6 Zaključek

V članku so prikazani razvoj, klasifikacija in izpeljava najpogosteje uporabljenih dinamičnih modelov SG. Ugotovljeno je, da znani modeli sicer zadovoljivo opisujejo statične in dinamične lastnosti SG, vendar pa je njihova uporabnost za modeliranje realnih SG majhna zaradi zahteve po poznavanju številnih konstrukcijskih in funkcionalnih podatkov SG. Ti podatki v praksi večinoma niso razpoložljivi. Alternativno rešitev za določitev matematičnega modela realnega SG predstavlja uporaba identifikacijskih metod za določitev parametrov matematičnega modela.

V članku je prikazana izpeljava poenostavljenega lineariziranega vhodno-izhodnega modela sistema SMIB. Osnovo za izpeljavo predstavlja nelinearni  $dq$ -model sistema SMIB. Izpeljani model predstavlja izhodišče za uporabo identifikacijskih metod za določitev parametrov modela. Izpeljani model dobro opisuje vse pomembne lastnosti SG in je primeren za simulacije in analizo dinamičnih lastnosti SG ter za načrtovanje in sintezo regulacijskih sistemov SG. S pomočjo identifikacije je

določitev parametrov modela hitra in enostavna in ne zahteva prekinitve obratovanja SG. V okviru nadaljnjih aktivnosti je smiselno podrobneje analizirati uporabo parametrične identifikacijske metode najmanjših kvadratov za izračun parametrov predstavljenega modela.

določitev parametrov modela hitra in enostavna in ne zahteva prekinitve obratovanja SG. V okviru nadaljnjih aktivnosti je smiselno podrobneje analizirati uporabo parametrične identifikacijske metode najmanjših kvadratov za izračun parametrov predstavljenega modela.

### Viri

- [1] Ritonja, J., Polajžer, B., »Regulacijski sistemi sinhronskih generatorjev«, Ventil, let. 20, št. 6, 2014.
- [2] Anderson, P. M., Fouad, A. A., »Power system control and stability«, The Iowa state university press, Iowa, 1977.
- [3] Bergen, A. R., »Power system analysis«, Prentice Hall, New Jersey, 1986.
- [4] Kundur, P., »Power system stability and control«, Mc-Graw-Hill, Inc., New York, 1994.
- [5] Machowsky, J., Bialek, J. W., Bumby, J. R., »Power system dynamics, stability and control«, John Wiley and Sons, Ltd, Chicester, 2008.
- [6] Ritonja, J., »Izboljšanje dinamične stabilnosti sinhronskega generatorja s pomočjo adaptivnega modelno referenčnega vodenja«, doktorska disertacija, UM-FERI, 1996.

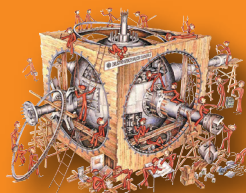
## Mathematical models of synchronous generator

**Abstract:** The design and the synthesis of the synchronous generator control systems require knowledge of the mathematical models of the synchronous generator. There are various mathematical models, which differ in the complexity of the models and the accuracy of the representation of the static and dynamic characteristics of the synchronous generator. The paper describes the fundamental non-linear models and the simplified linearized models of the synchronous generator connected to the infinite bus. The  $dq$ -transformation is used for the models' derivation. Similarities between time responses of the 7<sup>th</sup> order non-linear  $dq$ -model and the 3<sup>rd</sup> order simplified linearized model of the synchronous generator are shown. In the paper the simplified linearized model described by the matrix of the transfer functions is developed. Such model's description enables the usage of parametric identification methods for the determination of the mathematical model's parameters. The developed model does not require knowledge of synchronous generator data for the calculation of model parameters.

**Keywords:** synchronous generator, automatic voltage regulator, non-linear model, linearized model

40 LET DVS

25. TEHNIŠKO POSVETOVANJE  
VZDRŽEVALCEV SLOVENIJE



25 LET TPVS

Otočec | 15. in 16. oktober 2015  
www.tpvs.si