Factors of disconnected graphs and polynomials with nonnegative integer coefficients

Christiaan E. van de Woestijne

Abstract

We investigate the uniqueness of factorisation of possibly disconnected finite graphs with respect to the Cartesian, the strong and the direct product. It is proved that if a graph has n connected components, where n is prime, or $n = 1, 4, 8, 9$, and satisfies some additional natural conditions, it factors uniquely under the given products. If, on the contrary, $n = 6$ or 10, all cases of nonunique factorisation are described precisely.

Factorji nepovezanih grafov in polinomi z nenegativnimi celoštevilskimi koeficienti

Povzetek

Raziskujemo enoličnost faktorizacije končnih grafov, ki so lahko tudi nepovezani, glede na kartezični, krepki in direktni produkt. Dokažemo, da se graf, ki ima n povezanih komponent, enolično faktorizira glede na dane produkte, če je n praštevilo ali pa je $n = 1, 4, 8, 9$, in graf zadošča še nekaterim naravnim pogojem. Po drugi strani so za primera, ko je $n = 6$ ali 10, natančno opisani vsi primeri ne-enolične faktorizacije.

Ključne besede: Grafi, monoidi, faktorizacija.