

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 23 (1995/1996)

Številka 5

Strani 264-267

Mitja Slavinec:

VOŽNJA PO BANKINI

Ključne besede: matematika, ravninska geometrija, trikotniki, geometrijske konstrukcije.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/23/1268-Slavinec.pdf>

© 1996 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

VOŽNJA PO BANKINI

Pri prehitri vožnji z avtomobilom lahko v ovinku kaj hitro z zunanjimi kolesi zavozimo na bankino in težave, v katere tako zaidemo, potem le še naraščajo. Vožnja se dostikrat konča v obcestnem jarku, zato si oglejmo, kaj nas uči o tem fizika.

Avtomobil naj enakomerno vozi s hitrostjo v skozi ovinek s krivinskim radijem r . Opazovali ga bomo v koordinatnem sistemu, ki je pripet nanj. V tem vrtečem se koordinatnem sistemu avtomobil v radialni smeri navzven vleče centrifugalna sila F_c :

$$F_c = \frac{mv^2}{r}, \quad (1)$$

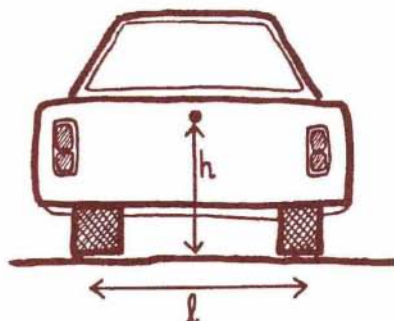
ki ji nasprotuje sila lepenja:

$$F_l = mgk, \quad (2)$$

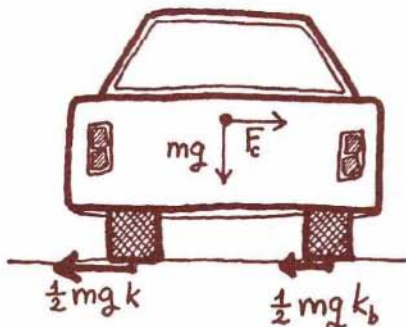
kjer je k koeficient lepenja, m masa avtomobila in g težni pospešek. Avtomobil, ki je širok l (razdalja med kolesi), naj ima težišče na sredini na višini h (slika 1). Vsako kolo na cesto pritiska s četrtno teže avtomobila in zato polovica celotne sile lepenja (2) deluje na levi, polovica pa na desni par koles. Dokler centrifugalna sila ni večja od sile lepenja, avto lepo sledi ukazom volana in brez drsenja pelje skozi ovinek. Največjo hitrost v_m , s katero še lahko varno prevozimo ovinek, dobimo z izenačitvijo centrifugalne sile (1) in sile lepenja (2):

$$v_m = \sqrt{mgk}. \quad (3)$$

Vidimo, da je v_m enaka kot največja hitrost, s katero pri enakem koeficientu lepenja lahko ovinek prevozi motorist, o čemer smo v Preseku že lahko brali. Če v ovinek pripeljemo hitreje, kot je v_m , je centrifugalna sila večja od sile lepenja in avtomobil bo začel drseti proti zunanjemu robu ceste. Ko avtomobil začne drseti, centrifugalni sili ne nasprotuje več sila lepenja ampak manjša sila trenja, saj je koeficient trenja manjši od koeficienta lepenja. Avto bo zato še bolj drsel proti bankini. Zaviranje v takem primeru ni uspešno. Drsenje lahko zaustavimo tako, da skozi ovinek zavijamo manj ostro – vozimo po ovinku z večjim krivinskim radijem in centrifugalna sila se zato zmanjša. To lahko naredimo le, če je cesta dovolj široka. Drugače z zunanjimi kolesi zavozimo na bankino, kar je



Slika 1.



Slika 2.

lahko že zelo kritično. Na bankini je koeficient lepenja (k_b) manjši kot na cesti. Sila lepenja je tedaj enaka:

$$F_l = \frac{mg}{2}k + \frac{mg}{2}k_b, \quad (4)$$

in ko upoštevamo, da je k_b približno polovico manjši kot k , vidimo, da se sila lepenja zmanjša za četrtnino, saj se tista polovica sile lepenja, ki deluje na zunanjih kolesih, razpolovi (slika 2):

$$F_l = \frac{1}{2}F_l + \frac{1}{4}F_l = \frac{3}{4}F_l. \quad (5)$$

Največja hitrost v_m se zaradi tega zmanjša za približno 15 %.

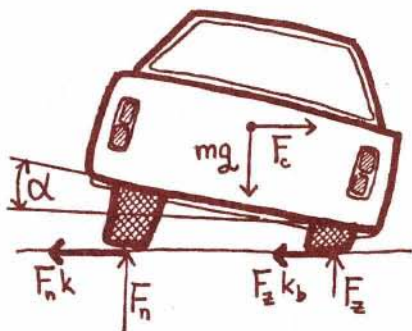
V resnici je sila lepenja še manjša, saj so vsa kolesa enako obremenjena le med enakomerno vožnjo naravnost. Med vožnjo skozi ovinek sta zunanji kolesi bolj obremenjeni kot notranji, saj se avtomobil nagne navzven (slika 3). Vsota vseh sil, s katerimi cesta v navpični smeri deluje na kolesa, je enaka sili teže avtomobila, tako da dobimo enačbo:

$$mg = F_n + F_z, \quad (6)$$

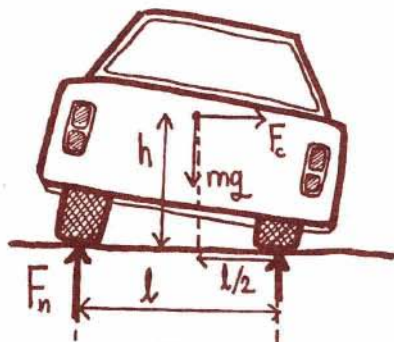
kjer je F_n sila ceste na notranji in F_z na zunanji par koles. Celotna sila lepenja je:

$$F_l = kF_n + k_bF_z. \quad (7)$$

Na avtomobil deluje navor zaradi sile teže in centrifugalne sile, ki prijemljeta v težišču, in navor sile podlage na notranji kolesi F_n . V ravnovesju



Slika 3.



Slika 4.

mora biti vsota vseh navorov, ki delujejo na avtomobil, enaka nič. Če vrtilišče postavimo v zunanji kolesi (slika 4), dobimo enačbo:

$$\frac{1}{2}F_g l = F_c h + F_a l. \quad (8)$$

Iz enačb (7) in (8) izračunamo sili podlage na notranji in zunanji par koles:

$$F_a = \frac{1}{2}mg - F_c \frac{h}{l} \quad \text{in} \quad (9a)$$

$$F_b = \frac{1}{2}mg + F_c \frac{h}{l}. \quad (9b)$$

Podobno kot sta pri zaviranju prednji kolesi bolj obremenjeni od zadnjih, sta pri vožnji skozi ovinek zaradi navora centrifugalne sile zunanji kolesi bolj obremenjeni kot notranji. Ko to upoštevamo, dobimo enačbo za maksimalno hitrost v_m , s katero lahko prevozimo ovinek, če sta zunanji kolesi na bankini:

$$v_m = \sqrt{\frac{rg(k_a + k_b)}{2(1 + (\frac{h}{l}(k_a - k_b))}}. \quad (10)$$

Iz enačbe (10) lahko ocenimo, da se v_m zmanjša za 25 % (odvisno tudi od višine in širine avtomobila).

Različno obremenjenost zunanjih in notranjih koles upoštevajo tudi pri dirkah na ovalnih dirkališčih (Formula Indy), popularnih predvsem v Ameriki. Tam vozijo po dirkališču, ki ima dva dolga ovinka, vmes pa sta ravnini. Ves čas torej zavijajo le v isto smer in zunanji kolesi sta skozi vso dirko bolj obremenjeni od notranjih. Na zunanja kolesa zato namestijo

bolj trde gume, saj je obraba teh dosti večja od notranjih. Prav tako imajo na zunanji strani dirkalnikov vgrajene bolj trde vzmeti in ostale dele podvozja.

Na koncu ocenimo še, za koliko se pri vožnji skozi ovinek avto nagne v bočni smeri (slika 5). Iz enačb (9a) in (9b) vidimo, da je dodatna sila, s katero sta obremenjeni ali razbremenjeni zunanji in notranji kolesi, enaka $F_c h/l$. Zaradi tega se zunanje vzmeti stisnejo, notranje pa raztegnejo za Δy , kar izračunamo iz enačbe:

$$\Delta y = \frac{F_c h}{2lk_v}, \quad (11)$$

kjer smo s k_v označili koeficient vzmeti. Kot, za katerega se v ovinku avtomobil nagne, je podan s trigonometrijsko enačbo:

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{2\Delta y}{l} = \frac{mv^2 h}{k_v r l^2}. \quad (12)$$

Pri hitri vožnji skozi ovinke se mora avtomobil čim manj nagibati. Vidimo tudi, da je za športno vožnjo ugodno imeti čim nižji in čim širši avtomobil (čim manjše razmerje h/l) ter čim trše vzmeti (velik koeficient vzmeti). Preveč trdih vzmeti pa avtomobil spet ne sme imeti, ker se neravnine na cesti preveč čutijo in je vožnja neudobna. Druga skrajnost pa je naprimer Citroenov "spaček", ki ima izrazito mehko vzmetenje in se pri hitri vožnji že kar grozljivo nagiba.

Ugotovili smo, s kolikšno hitrostjo lahko z avtomobilom še varno prevozimo ovinek. Če to hitrost prekoračimo, se kot verižna reakcija začnejo težave. Avto začne najprej drseti in silo lepenja, s katero je "pripet" v ovinek, nadomesti sila trenja, ki je manjša, zato še bolj drsi proti jarku. Če začnemo voziti bolj naravnost, avto več ne drsi, vendar takrat lahko zavozimo na bankino, kjer je koeficient lepenja manjši kot na cesti. Neugodno pri tem je še to, da so pri hitri vožnji skozi ovinek notranja kolesa zelo razbremenjena. Večino teže prenašajo zunanja kolesa, s katerimi pa vozimo po bankini, ki je veliko bolj spolzka od asfalta, Velja torej previdnost in ne prehitro v ovinek, vsekakor pa ne hitreje, kot je v_m iz enačbe (10).



Slika 5.