

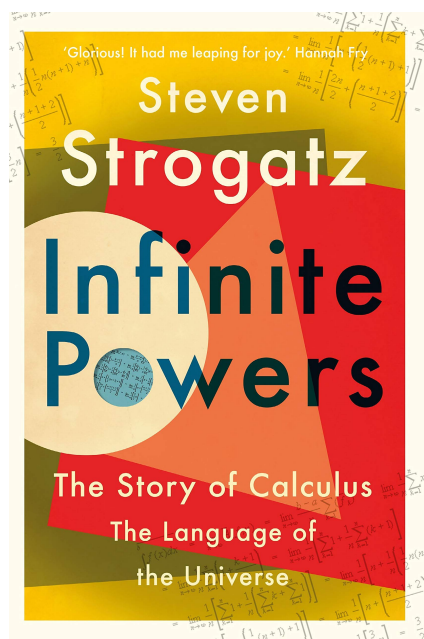
Steven Strogatz, Infinite Powers, The Story of Calculus, The Language of the Universe, Atlantic Books, London 2019, 360 str.

Avtor knjige je bil v letih 1989–1994 profesor na univerzi MIT, zdaj pa je profesor uporabne matematike na univerzi Cornell v New Yorku. Ima zelo impresivno bibliografijo. On in Duncan Watts sta v reviji *Nature* leta 1998 objavila članek [1] *Collective dynamics of small-world networks*, ki je bil citiran več kot 42000-krat.

Strogatz je avtor štirih knjig. Ena od njih, **The Joy of x** , je dobila leta 2014 nagrado *Euler Book Prize*, ki jo podeljuje *The Mathematical Association of America (MAA)*. Znan je tudi po poljudnih člankih v časopisu *The New York Times*, s katerimi je veliko naredil za predstavitev lepote in uporabnosti matematike v širši družbi. Snov teh zapisov je uporabil v svojih knjigah.

Knjiga **Infinite Powers** je bila leta 2019 na lestvici najbolj prodajanih knjig časopisa *The New York Times*. Namenjena je širšemu krogu bralcev. Pisec na ležeren, zelo poljuden, a vseeno korekten način predstavi zgodovinski razvoj in lepoto matematične analize, predvsem odvoda in integrala. Matematik ali fizik že pozna večji del snovi knjige. Vseeno jo je ta poročevalec rad prebiral, ker je zelo lepo napisana in priča o avtorjevem izredno dobrem vpogledu v snov. Marsikaj je predstavljeno na izviren način, drugače, kot smo navajeni s predavanj Analize. Poleg tega pa so, zlasti v drugem delu, navedeni zanimivi primeri uporabe matematične analize. Spremna beseda pravi, da je knjiga nastajala dve leti in da so bili uredniki zahtevni, tako da so šla številna poglavja skozi več verzij.

Delo helenističnega matematika in fizika Arhimeda predstavlja enega od vrhuncev antične znanosti. Knjiga opiše njegovo oceno števila π navzgor in navzdol in to poveže z aproksimacijo krivulj s poligoni, analogijami takih približkov v več razsežnostih in uporabo v računalniški animaciji. Znano je, da je Arhimed izračunal ploščino med parabolo in premico. Njegova matematično neoporečna pot do te formule, predstavljena recimo v dodatku h knjigi [2], pa je zahtevna in človek se vpraša, kako je sploh prišel do



nje. Leta 1899 so v Samostanu svetega groba v Jeruzalemu našli rokopis iz desetega stoletja. Nabožno besedilo je bilo napisano čez delno izbrisan matematični rokopis. Izkazalo se je, da gre za Arhimedovo delo z naslovom *Metoda*. Šele takrat so matematiki izvedeli, da je formula v resnici nastala na »fizikalen« način: z razrezom odseka parabole na neskončno rezin, predstavljanjem rezin in uravnovešenjem s preprostejšim likom (trikotnikom) na primerno postavljeni gugalnici ali tehtnici. To že spominja na metode matematične analize. Vendar pa je bila ta pot za antične matematike vprašljiva, tako da je Arhimed formulo naknadno dokazal drugače. Strogatzova knjiga predstavi bistvo te »fizikalne« izpeljave. Seveda pa nekatere izračune spusti, ker tudi ti niso ravno enostavni. Na podoben, a laže razumljiv način je Arhimed prišel tudi do prostornine krogle, kot lahko preberete v članku v reviji Presek [3]. Tudi po tem, ko je Arhimed imel formulo za ploščino odseka parabole, je bil njegov neoporečen dokaz netrivialen in priča o njegovi genialnosti.

Knjiga ima zelo obsežno bibliografijo, v kateri najdemo reference za vse, kar Strogatz ni mogel ali želel razlagati na tem nivoju.

Strogatz lepo predstavi delo Galilea, Keplerja, Descartesa in Fermata.

Avtor je odličen pripovedovalec zgodb. Tako izvemo, da je Isaac Newton sestavil seznam grehov pred devetnajstim letom starosti:

»Pri trinajstih: Grozil mojemu očetu in materi Smith, da ju bom zažgal s hišo vred.«

»Pri štirinajstih: Želel smrt in upal, da doleti nekatere.«

»Pri petnajstih: Udaril mnoge.«

To je laže razumljivo, če vemo, da ga je njegova mati pri treh letih izročila v vzgojo babici. Izak je bil namreč rojen po smrti svojega očeta. Mati se je znova poročila, njen novi mož, častiti Barnaby Smith, pa ni želel dečka imeti v hiši. Tudi sicer je bila mati precej trda do Newtona. Pri desetih letih ga je, spet vdova, dala v bližnjo internatsko šolo. (Newton ni bil edini čustveni invalid, ki so ga dale te angleške vzgojne metode.) Pri šestnajstih ga je mati vzela iz šole, da bi vodil domačo kmetijo. Ker pa je kmečka opravila sovražil in posestvo slabo upravljal, ga je ponovno pustila v šolo.

Med študijem na univerzi Cambridge je nanj naredila velik vtis knjiga Johna Wallisa *Arithmetica Infinitorum*. Pozimi 1664/65 je Newton po analogiji z binomsko formulo uganil potenčno vrsto za funkcijo $f(x) = \sqrt{1-x^2}$. Že Wallis je znal izračunati ploščine pod krivuljo $y = x^n$. Tako je Newton lahko ploščino pod krožnim lokom $y = \sqrt{1-x^2}$ na intervalu od 0 do x izrazil s potenčno vrsto. Od tod je Newton dobil idejo, kako z razvojem funkcij v potenčno vrsto dobiti ploščine pod njihovim grafom. Ko je to uporabil

na hiperboli $y = 1/(1 + x)$, je prišel do vrste za naravni logaritem (ki ga je Newton imenoval hiperbolični logaritem).

Knjiga pove, da so tri pomembne potenčne vrste (za sinus, kosinus in arkustangens) že nekaj stoletij prej tem odkrili v Kerali v južni Indiji. Avtor naj bi bil Madhava iz Sangamagrama, ki je živel približno v letih 1340–1425. Vendar pa to znanje po vsej verjetnosti ni prišlo do Evrope.

V času epidemije kuge v letih 1665–67, ko je bila univerza zaprta, se je Newton umaknil na domače podeželje in tam naredil neverjeten napredek na področju matematične analize (in tudi fizike). Postavil je temelje infinitesimalnemu računu. Večino teh odkritij je sprva zadržal zase in marsičesa dolgo ni objavil. Tako je Mercator tri leta po Newtonu odkril in kot prvi objavil vrsto za naravni logaritem.

V knjigi imamo navedeno vrsto zanimivih uporab matematične analize. V reviji Presek je bilo pred kratkim navedeno, da je matematično znanje odločilno pomagalo pri terapiji okuženih z virusom HIV. Ta knjiga pojasni to zgodbo takole.

Zdravniki so sprva ugotavljali, da nezdravljena bolezen poteka v treh fazah. V prvi fazi se virus namnoži in zelo zmanjša število obrambnih limfocitov T v telesu, kar povzroči podobne simptome kot gripa. V drugi fazi se telo odzove in imunski sistem se začne boriti z virusom. Počutje se izboljša in nivo virusa se stabilizira. Število limfocitov T pa se počasi zmanjšuje. Ta druga faza lahko traja desetletje. V tretji fazi imunski sistem začne odpovedovati in nivo virusa se začne višati. Infekcije, Kapošijev sarkom ipd. napadejo organizem.

Zdravniki so ugibali, da je v drugi fazi, brez hujših simptomov, morda virus manj aktiven in v nekakšnem zimskem spanju (hibernaciji). Ekipa raziskovalcev, ki sta jo vodila dr. David Ho (ki je bil deležen tudi fizikalne izobrazbe) in matematični imunolog Alan Perelson, je v letih 1995/96 prišla do prelomnih spoznanj. Pacientom so poskusno dajali zdravilo – zaviralec proteaz. Zdravilo je preprečilo razmnoževanje virusov. Število virusov v krvi se je začelo (približno) eksponentno zmanjševati, z razpolovnim časom okrog dva dni. Če z $V(t)$ označimo koncentracijo virusa, dobimo enačbo

$$V(t) = V_0 \exp(-ct)$$

in od tod

$$dV/dt = -cV, \quad V(0) = V_0.$$

Tu je V_0 znana koncentracija na začetku zdravljenja. Ker poznamo razpolovni čas, poznamo tudi c . Nato sta Perelson in Ho poskusila koncentracijo virusa modelirati s preprosto enačbo

$$dV/dt = P - cV.$$

Tu je P hitrost produkcije virusov. Pri nezdravljenem bolniku v drugi fazi je leva stran v zadnji enačbi 0 (koncentracija virusa se ne spreminja in je enaka V_0) in tako $P = cV_0$. Ker poznamo desno stran v tej enačbi, zdaj poznamo P v drugi fazi. Tako izračunani P je velik, kar pomeni, da virus sploh ne spi. To je bilo izredno pomembno odkritje. Podrobnejši eksperimenti so dali še točnejše podatke. Z njimi so zgradili boljše modele in ugotovili, da je P v drugi fazi zelo velik. Odkrili so tudi, da ima okuženi limfocit T življenjsko dobo le dva dni. V drugi fazi brez večjih simptomov se torej telo ves čas močno bojuje z virusom. Imunski sistem sčasoma začne odpovedovati. Pred tem so mislili, da je zdravljenje bolje prihraniti za zadnjo fazo, ker virus hitro postane odporen na posamezno zdravilo.

Našli so še druge antivirusne kemikalije. Matematična obravnava je pokazala, da je edino smiselno in visoko učinkovito uporabljati koktejl treh antivirusnih zdravil, ki delujejo na različne tarče na virusu. Pacienti morajo to terapijo izvajati redno in doživljenjsko.

Perelson je leta 2014 pomagal razviti tudi zelo učinkovito zdravilo za hepatitis C.

Precej prostora v knjigi je namenjenega nihanju in valovanju in revolucionarnim idejam, ki jih je leta 1807 v obravnavi parcialne diferencialne enačbe za pretok toplote uvedel Joseph Fourier.

Avtor se je zelo potrudil, da je v zgodbe o razvoju matematične analize vključil prispevke matematičark. Še posebej dobro je poljudno razložil delo Sophie Germain in Sofje Kovalevske. Manj znano je, da sta med drugo svetovno vojno Mary Cartwright in John Littlewood pomagala razrešiti probleme novo konstruiranih radarjev. Ojačevalci signala so bili nelinearni in so se pri delovanju v robnih razmerah začeli obnašati kaotično. Matematično znanje o nelinearnih dinamičnih sistemih, temelječe na delu Henrija Poincaréja, je pokazalo, da ni šlo za napako konstruktorjev. Ti so potem lažje odpravili problem. Nelinearni in kompleksni dinamični sistemi so sicer Strogatzova specialnost.

LITERATURA

- [1] D. Watts in S. Strogatz, *Collective Dynamics of Small-World Networks*, Nature **393** (1998), 440–442.
- [2] L. Russo, *The Forgotten Revolution, How Science Was Born in 300 BC and Why it Had to Be Reborn*, Springer Verlag, 2004.
- [3] P. Legiša, *Arhimed*, Presek **17** (1989/1990), 2–5, dostopno na www.presek.si/17/966-Legisa.pdf, ogled 13. 5. 2020.

Peter Legiša