

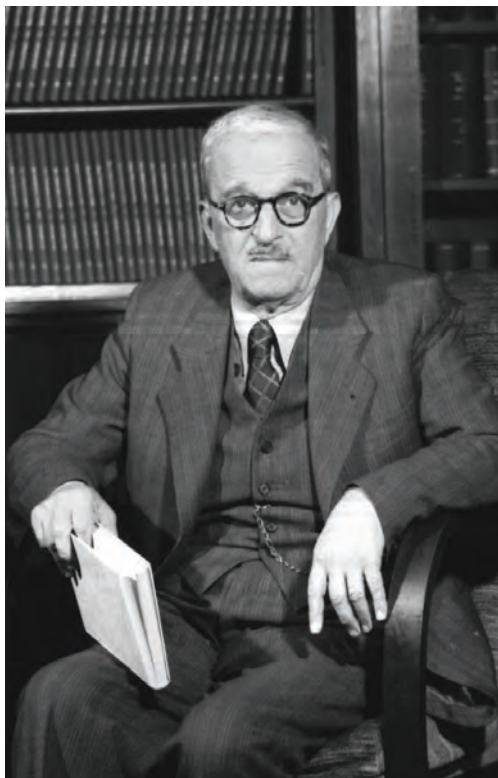
# Plemljev trikotnik

*Marko Razpet*

Leta 2019 mineva sto let od ustanovitve ljubljanske univerze. Njen prvi rektor je bil prof. dr. Josip Plemelj (1873-1967), svetovno znani matematik. Študiral je na Dunaju, kjer tudi doktoriral iz matematike in nekaj časa delal kot asistent in privatni docent, leta 1907 pa je bil imenovan za profesorja matematike na univerzi v Černovicah, na skrajnem vzhodu takratne Avstro-Ogrske. Med njegova glavna raziskovalna področja štejemo diferencialne in integralske enačbe, funkcijsko teorijo in teorijo potenciala. Za raziskave v teoriji potenciala je prejel tudi dve prestižni nagradi. Po prvi svetovni vojni se je vrnil domov in se posvetil delu na ljubljanski univerzi, na kateri je dolga leta predaval matematiko bodočim inženirjem ter profesorjem matematike in fizike. Štejemo ga za očeta moderne slovenske matematike.

Prof. Plemelj je že kot dijak na klasični gimnaziji v Ljubljani pokazal veliko nadarjenost za matematiko. Samostojno jo je študiral vnaprej, tako da je lahko pomagal dijakom, ki so bili v višjih letnikih kot on. V 5. razredu je prof. Vincenc Borštner (1843-1917) dijakom dal razmeroma težko konstrukcijsko geometrijsko nalogo (N), ki je zahtevala samo s šestilom in neoznačenim ravnilom načrtati trikotnik z znano osnovnico, višino nanjo in razliko notranjih kotov ob tej osnovnici. Dijaki naloge niso znali rešiti, toda mladi Plemelj je čez nekaj časa le našel pravilno rešitev in jo tudi pokazal na tabli. Profesor Borštner se je rešitvi zelo začudil, ker je bila drugačna, kot jo je poznal on, in ga je seveda zelo zanimalo, kako jo je našel. Plemelj je potem razložil, da je nalogo najprej ugnal s trigonometrijo, nato pa je iz rezultata spoznal, kako se jo da rešiti s konstrukcijo.

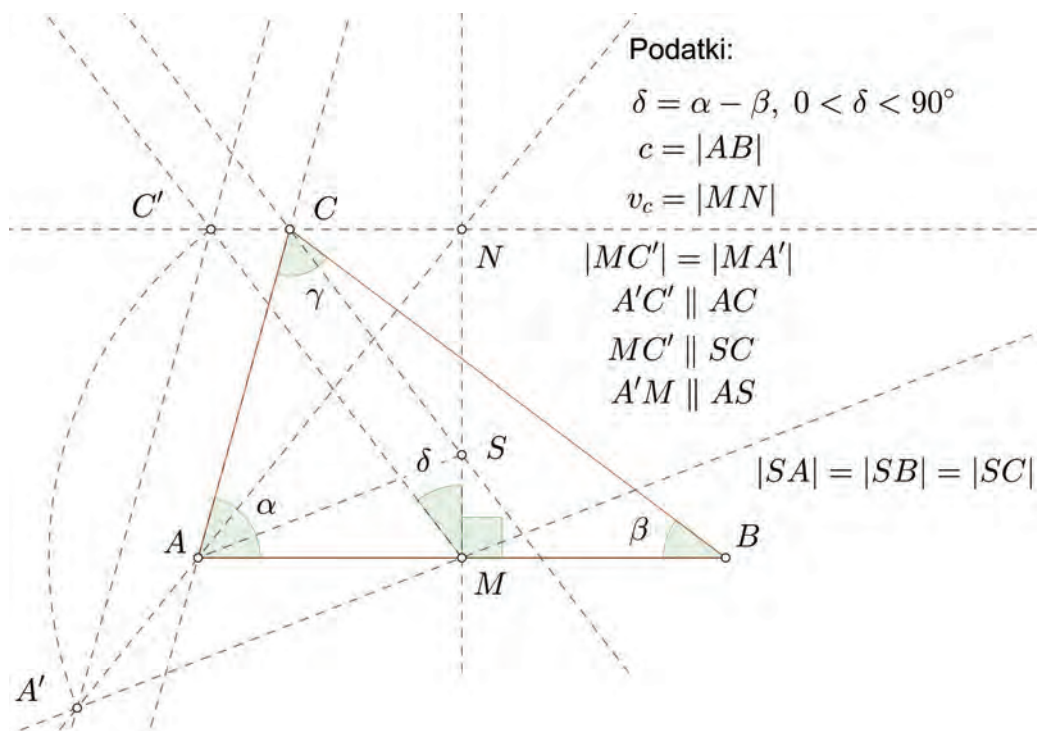
Prof. Plemelj je o nalogi (N) večkrat premišljeval tudi kasneje in našel še druge rešitve, nobene pa dolgo časa ni objavil, vse do leta 1949, ko je na Bledu, Plemljevem rojstnem kraju, potekal prvi kongres Zveze društev matematikov, fizikov in astronomov Jugoslavije. Na blejskem kongresu je sodeloval tudi prof. Plemelj in poleg svoje življenjske poti predstavil tri rešitve naloge (N), tudi tisto, ki jo je pokazal na gimnaziji. Njegov referat s temi rešitvami je bil kasneje, leta 1951, objavljen v zborniku kongresa v Beogradu. Zapisal pa je tudi, da je sam našel še 9 rešitev, zadnjo v noči na 1. januar 1940. Potemtakem naj bi prof. Plemelj poznal 12 rešitev naloge (N).



V tistem času v Sloveniji še ni izhajala nobena strokovna matematična revija, kaj šele znanstvena. Šele leta 1951 je začel izhajati *Obzornik za matematiko in fiziko (OMF)*. Na srečo pa smo imeli poljudnoznanstveno revijo *Proteus* in urednika, fizika dr. Lava Čermelja (1889-1980), ki je ravno tako kot Plemelj študiral na Dunaju matematiko in fiziko in se je dovolj dobro spoznal tudi na geometrijo.

V 12. letniku (1949/1950) *Proteusa*, v številki 4/5, je dr. Čermelj v rubriki *Za bistre glave* objavil kot *Vprašanje števil. 6* nalogo (N) z omembo prof. Plemelja in njegove zgodbe v zvezi s to nalogo. Objavil pa jo je zato, da bi jo reševali dijaki in študentje in morebiti našli kakšno novo rešitev. Na koncu je Čermelj zapisal, da je prof. Plemelj že sam našel kakih 20 različnih rešitev. To bi pomenilo, da je

prof. Plemelj po letu 1940 našel še kakih 8 rešitev, ki so nam neznane. Morda jih je prof. Plemelj poslal dr. Čermelju in so nekje v arhivih *Proteusa* ali pa jih je urednik samo nekje videl ali pa samo zanje slišal. Zgodovina slovenske matematike bi bila hvaležna, če bi se to vprašanje razčistilo. Plemljeva zapuščina namreč ne priča o tolikšnem številu (približno 20) različnih rešitev naloge (N). Verjetno pa Plemljev prispevek v zborniku omenjenega kongresa ni bil slovenskim bralcem tako dosegljiv kot *Obzornik za matematiko in fiziko*, ki je objavil ponatis tega prispevka šele leta 1992. Na *Vprašanje števil. 6* je v 7. številki 12. letnika *Proteusa* odgovoril prof. Plemelj sam in pokazal tri rešitve, tiste, ki so bile predstavljene na blejskem kongresu in kasneje objavljene v njegovem zborniku. Na *Vprašanje števil. 6* sta v 8. in 9. številki istega



letnika *Proteusa* odzvala bralca s pravilnima rešitvama, ki pa sta po Čermeljevi pripombi že v Plemljevi zbirki. Na uredništvo pa so prihajali tudi napačni in pomanjkljivi odgovori.

Naloga (N) je že zelo stara. Zasedimo jo že vsaj leta 1805 v neki obsežni nemški zbirki geometrijskih nalog, pa tudi kasneje, ko so v šolah še dajali velik pomen geometriji in geometrijskim konstrukcijam. V ameriški reviji *The Ohio Journal of Education* so leta 1855, podobno kot *Proteus*, nalogo (N) ponudili svojim bralcem v reševanje. V uredništvo so prav tako kot v *Proteusu* prihajale pravilne, pomanjkljive in nepravilne rešitve. V letu 1995/1996 so isto nalogo reševali tekmovalci na 35. nemški matematični olimpijadi. Pri nas se nanjo spomnimo ob kakšni okrogli obletnici v zvezi s prof. Plemljem. Geometrijske

konstrukcije lahko danes izvajamo s primernim računalniškim orodjem, na primer z *GeoGebro* in *Mathematico*. Na spletnih straneh *Wolfram Demonstrations Project* je zbranih 13 različnih rešitev naloge (N) z uporabo *Mathematice*.

Viri:

- AS 2012, Plemlj Josip, škatla 3, mapa 58, J. Plemlj, Razni matematični zapiski in rokopisi.*  
 Mitja Brodar, 1949/1950: *Odgovor na vprašanje št. 6. Za bistré glave. Proteus, 12 (8): 285.*  
 Lavo Čermelj, 1949/1950: *Vprašanje št. 6. Za bistré glave. Proteus, 12 (4/5): 166.*  
 Ivan Munda, 1949/1950: *Odgovor na vprašanje št. 6. Za bistré glave. Proteus, 12 (9): 323–324.*  
 Josip Plemlj, 1949/1950: *Odgovor na vprašanje št. 6. Za bistré glave. Proteus, 12 (7): 243–245.*  
 Josip Plemlj, 1992: *Iz mojega življenja in dela. Obzornik za matematiko in fiziko, 39 (6): 188–192.*  
<http://demonstrations.wolfram.com/ThePlemeljConstructionOfATriangle1>.

## Fosilni morski ježki iz fliša

*Matija Križnar, Jure Ušeničnik*

Strme flišnate stene ob slovenski obali so znane po mnogih zanimivih najdbah ihnofosilov oziroma fosilnih sledov. Med okaminami redkeje odkrijejo tudi fosilne ostanke nevretenčarjev, kot so predvsem foraminifere, školjke in polži ter ostanke rakov in celo iglokožcev. O eocenskem kačjerepu smo v *Proteusu* že poročali in kot smo predvideli, to gotovo ni bil edini ostanek iglokožca s tega območja.

Že leta 1994 je bil ob poti med Fieso in Piranom odkrit nenavadni fosil, za katerega smo sklepali, da sodi med ostanke morskega ježka (slika 1). Primerek si je

ogledal slovenski paleontolog Vasja Mikuž ter ga tudi strokovno raziskal. Fosil je ohranjen na plošči peščenjaka, ki vsebuje tudi pogoste fosilne sledi. Ohranjenih je osemindvajset kalcitnih ploščic nepravilnega morskega ježka. Kljub nekoliko prepereli površini ploščic so primerki pripisali rodu *Sanchezaster*. Predstavlja prvo najdbo v Sloveniji. Ob pregledovanju primerka so na površini plošče zasledili tudi drobne bodice, verjetno pripadajoče istemu osebku. Opisani primerki sodi med zelo redke najdbe v flišnatih plasteh.

Drugi primerki je bil odkrit pod klifi na obali med strunjanškimi solinami in