



## DOLOČANJE STATIČNEGA IN DINAMIČNEGA MODULA ELASTIČNOSTI BUKOVE VEZANE PLOŠČE

### DETERMINATION OF DYNAMIC AND STATIC MODULUS OF ELASTICITY OF BEECH PLYWOOD

Miran Merhar<sup>1\*</sup>

UDK 630\*862:539.32

Izvirni znanstveni članek / Original scientific article

Prispelo / Received: 13. 11. 2020

Sprejeto / Accepted: 1. 12. 2020

#### Izvelek / Abstract

**Izvelek:** V raziskavi smo primerjali vrednosti dinamičnega in statičnega modula elastičnosti 7- in 11-slojne vezane plošče z različnimi kombinacijami usmeritve tkiva posameznih slojev furnirjev. Dinamični modul smo določili iz lastnih frekvenc prvega in drugega nihajnega načina nihanja, kjer smo uporabili Bernoulli-Eulerjevo enačbo, statični modul pa s 4-točkovnim upogibnim testom. Rezultati so pokazali, da ima vezana plošča največji modul elastičnosti pri usmeritvi tkiva zunanjskega sloja 0°, nato pa z naraščanjem kota modul pada. Dinamični modul je od statičnega v povprečju za 12 % večji pri 7-slojnih ploščah in za 14 % pri 11-slojnih ploščah. Dinamični modul, določen iz druge lastne frekvence, je v primerih, kjer ni vpliva striga, enak modulu iz prve lastne frekvence, ko pa se pojavi vpliv striga, se modul zniža. Iz omenjene raziskave lahko potrdimo, da sta tako statični kot tudi dinamični način določanja modula elastičnosti vzorcev vezane plošče ustrezna, vendar pa je treba pri dinamičnem načinu preveriti vpliv striga.

**Gljučne besede:** vezana plošča, bukev, modul elastičnosti, nihanje, statični test, strig

**Abstract:** The study compared the values of the dynamic and static modulus of elasticity of 7- and 11-layer plywood with different combinations of the grain orientation of individual veneer layers. The dynamic modulus of elasticity was determined from the natural frequencies of the first and second vibration modes using the Bernoulli-Euler equation, and the static modulus was determined using the 4-point bending test. The results showed that the plywood has the highest modulus of elasticity at the orientation of the wood grain of the outer layer 0°, and that the modulus decreases with increasing angle. The dynamic modulus is on average 12% higher than the static modulus for 7-layer boards and 14% higher for 11-layer boards. The dynamic modulus determined from the second natural frequency is equal to the modulus determined from the first natural frequency when there is no shear influence, but when shear influence occurs the value of the modulus decreases. From the above mentioned investigations it can be confirmed that both static and dynamic methods are suitable for determining the modulus of elasticity of plywood samples, but it is necessary to check the shear influence in the dynamic method.

**Keywords:** plywood, beech, modulus of elasticity, vibration, static test, shear

## 1 UVOD

### 1 INTRODUCTION

Vezana plošča je danes razširjen material v gradbeni in pohištveni industriji. Običajno je narajena iz luščenega furnirja različnih drevesnih vrst, kjer je v notranjih plasteh plošče furnir slabše kvalitete, na zunanjih vidnih pa boljše. Za uporabo vezane plošče v izdelkih, kjer so zunanji sloji vidni, se lahko na zunanjih slojih uporabi tudi plemeniti furnir.

Les ima izrazito anizotropne lastnosti, ki jih lahko v določenih primerih, ko usmeritev tkiva v vzdolžni, radialni in tangencialni smeri sovпада s koordinatnim sistemom vzorca, smatramo kot ortotropne. V primeru bukovine (*Fagus sylvatica*) je tako razmerje modulov elastičnosti med tangencialno, radialno in vzdolžno smerjo 1:2:12 (Kollmann & Côte, 1975), v primeru smreke (*Picea abies*) pa celo 1:1,7:40. Ker pa je vezana plošča sestavljena iz slojev furnirja z različnimi usmeritvami tkiva, lahko omenjena razmerja na nivoju plošče močno zmanjšamo. Na mehanske lastnosti vezane plošče je možno vplivati z mehanskimi lastnostmi uporabljenega lesa (Wilczyński & Warmbier, 2012) oz. z uporabljenega drevesno vrsto (Kallakas et al., 2020),

<sup>1</sup> Univerza v Ljubljani, Biotehniška fakulteta, Oddelek za lesarstvo, Rožna dolina, Cesta VIII/34, 1000 Ljubljana, SLO

\* e-pošta: miran.merhar@bf.uni-lj.si; telefon: 01-320-3629

številom slojev, kot tudi z usmeritvami tkiva posameznih slojev ter tehnološkim postopkom izdelave plošče (Bal, 2016; Šega & Šernek, 2018; Biadała et al., 2020). Na togost vezane plošče pa lahko vplivamo tudi z uporabo umetnih vlaken (Bal, 2014; Sikora et al., 2019; Svoboda et al., 2019).

Ker na mehanske lastnosti vezane plošče vplivamo na različne načine, so se z določanjem mehanskih lastnosti ukvarjali že številni avtorji. Nekateri so določali module elastičnosti s statičnimi testi, kjer so primerjali teoretično izračunane vrednosti z izmerjenimi (Wilczyński & Warmbier, 2012), drugi pa preučevali vpliv dimenzije preizkušanca na natančnost izmerjenega modula elastičnosti (Yoshihara, 2012a). Dinamične metode so bile uporabljene tudi za določanje modula elastičnosti gradbenih sten iz vezanega lesa v naravni velikosti (Guan et al., 2015; Guan et al., 2019).

Med metodami za določanje lastnosti lesa je zaradi enostavnosti najbolj razširjen 3- in 4- točkovni upogibni in torzijski test plošč (Brancheriau et al., 2002; Krüger & Wagenführ, 2020) ter dinamične metode, kjer na podlagi izmerjenih lastnih frekvenc upogibnega, torzijskega in vzdolžnega nihanja določimo module elastičnosti in strižne module. Pri upogibnem nihanju je lahko vzorec vpet konzolno (Hoffmann & Wertheimer, 2000; Merhar & Bučar, 2008; Roohnia, 2014), kjer je potrebno upoštevati togost vpetja, ali pa ima prosta oba konca (Haines et al., 1996; Yoshihara, 2012b; Gorišek et al., 2018; Merhar & Humar, 2020). Pri slednjem lažje zadostimo robnim pogojem, da sta strig in moment na obeh prostih koncih enaka nič. Tako pri konzolnem vpetju kot pri prostih koncih pa se lahko pri razmerju med dolžino in debelino vzorca, ki je manjša od 20, prične pojavljati vpliv striga (Heardon, 1958; Huang, 1960; Chui & Smith, 1990; Ip & Tse, 2001).

V literaturi zasledimo večinoma raziskave o vezanih ploščah z medsebojno pravokotnimi usmeritvami posameznih slojev, medtem ko raziskav, kjer bi imele plošče orientirane posamezne sloje pod koti, manjšimi od 90°, v literaturi ni zaslediti. Prednost takšnih plošč je v tem, da v primerjavi s ploščami, ki imajo plasti usmerjene pravokotno eno na drugo, modul elastičnosti pada počasneje s povečevanjem kota med orientacijo tkiva zunanega sloja plošče in osjo vzorca. Namen raziskave je tako izdelati 7- in 11-slojne veza-

ne plošče z različnimi usmeritvami tkiva posameznih slojev, iz katerih bomo naredili preizkušance z različnimi usmeritvami zunanega sloja tkiva. Preizkušancem bomo določili module elastičnosti z dinamičnim in statičnim testom. Rezultate posameznih testov bomo medsebojno primerjali in tako določili morebitna odstopanja vrednosti, dobljena z različnimi testi, kot tudi uporabnost obeh metod pri določanju modula elastičnosti vzorcev, sestavljenih iz slojev furnirja z različnimi usmeritvami tkiva.

## 2 MATERIAL IN METODE

### 2 MATERIAL AND METHODS

#### 2.1 PRIPRAVA VZORCEV

##### 2.1 PREPARATION OF SPECIMENS

Za potrebe eksperimenta smo kupili po naročilu narejen bukov luščen furnir (*Fagus sylvatica*) s tangencialno strukturo in nominalne debeline 1,5 mm. Furnir je bil narejen iz enega hloda brez vizualnih napak z enakomernim letnim prirastkom. Liste furnirja velikosti 1400 mm x 600 mm smo najprej uravnovesili v laboratoriju pri konstantni temperaturi 22 °C in relativni zračni vlažnosti 45 % do konstantne ravnovesne vlažnosti lesa 6,7 %. Po uravnovešanju smo izbrali furnirje brez vizualnih napak s čim bolj homogeno teksturo ter jih obrezali na dimenzije 600 mm x 600 mm.

Iz izbranih furnirjev smo izdelali 7- in 11-slojne vezane plošče z različnimi usmeritvami posameznih slojev furnirja kot prikazuje preglednica 1. Za izdelavo plošč smo uporabili melamin-urea-formaldehidno lepilo Meldur H97, ki smo mu dodali 1 % katalizatorja  $\text{NH}_4\text{Cl}$  ter 5 % polnila (ržena moka) za zvišanje viskoznosti. Zmes smo nato 15 minut mešali z električnim mešalnikom, dokler nismo dobili homogene mešanice. Lepilo smo nanašali z valjčkom, količina nanosa je znašala 180 g/m<sup>2</sup>. Sestavljene plošče smo nato stiskali pri temperaturi 130 °C in tlakom stiskanja 1,6 MPa, s časom stiskanja za 7-slojno ploščo 10 minut, za 11-slojno ploščo pa 13 minut. Po stiskanju smo plošče zložili eno na drugo, jih obtežili in pustili en teden, da so se uravnovesile. Po uravnovešanju smo plošče obrezali na dimenzijo 550 mm x 550 mm in izmerili njihove debeline. 7-slojne plošče so imele debelino 9,9 mm, 11-slojne pa 15,6 mm.

Preglednica 1. Orientacija posameznih slojev izdelane vezane plošče.

Table 1. Grain orientations of the individual layers of the produced plywood.

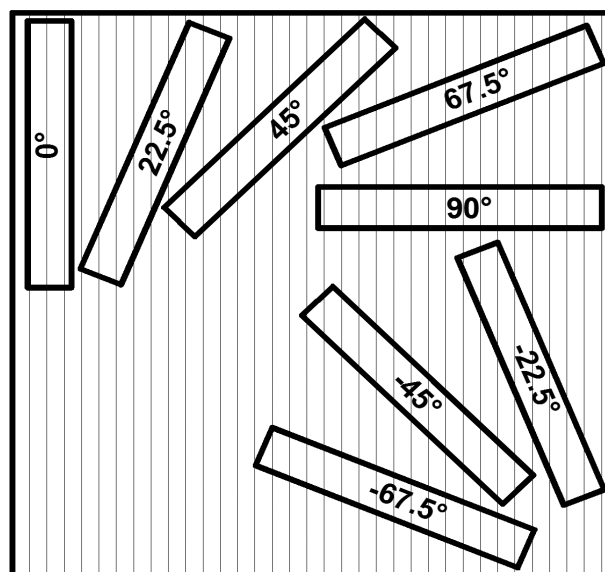
Sloj / Ply no.	7 slojev / layers		11 slojev / layers	
	7A (°)	7P (°)	11A (°)	11P (°)
1	0	0	0	0
2	45	90	30	90
3	-45	0	-30	0
4	90	90	60	90
5	-45	0	-60	0
6	45	90	90	90
7	0	0	-60	0
8	-	-	60	90
9	-	-	-30	0
10	-	-	30	90
11	-	-	0	0

Standard za določanje modula elastičnosti z upogibnim testom, ki ga bomo opisali kasneje, določa, da je razdalja med podporama 20-kratnik debeline vzorca. V našem primeru smo se tako odločili, da bomo naredili vzorce z razmerjem dolžine/debeline, ki bo imelo vrednost 27. Iz 7-slojnih plošč smo nato izrezali vzorce dimenzije 270 mm x 40 mm, iz 11-slojnih plošč pa vzorce dimenzije 410 mm x 40 mm. Iz 7-slojnih plošč z oznakami 7A in 11-slojnih z oznakami 11A smo izrezali vzorce pod koti v razmiku 22,5°, in sicer 0°, 22,5°, 45°, 67,5°, 90°, -22,5°, -45° in -67,5° (slika1), iz plošč 7P in 11P pa zaradi simetrije samo pod koti 0°, 22,5°, 45°, 67,5° in 90°, kjer kot označuje orientacijo prvega sloja furnirja glede na koordinatno os vzorca (x-y-z) (slika 2). Za vsako kombinacijo smo naredili po dva vzorca ob predvidevanju, da med njima ne bi smelo biti večjih odstopanj, saj so bile vezane plošče narejene iz furnirja z enakomernimi mehanskimi lastnostmi. Če bi prišlo do večjih odstopanj modulov elastičnosti, bi naredili dodatne vzorce.

## 2.2 DOLOČANJE DINAMIČNEGA MODULA ELASTIČNOSTI

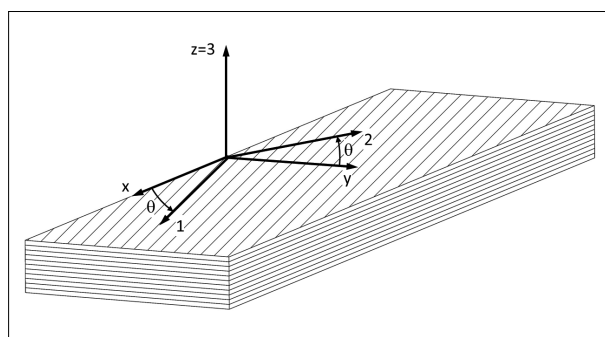
### 2.2 DETERMINATION OF DYNAMIC MODULUS OF ELASTICITY

Module elastičnosti vzorcev smo določili na dva načina. Prvi je bil na osnovi lastne frekvence prostega nihanja vzorca, drugi pa na osnovi podajnosti statično obremenjenega vzorca.



Slika 1. Načrt izreza vzorcev iz 7-slojne vezane plošče tipa A. Vrednost kota označuje usmerjenost prvega sloja furnirja glede na koordinatno os vzorca.

Figure 1. Cutting plan for 7-ply plywood type A. The angle value specifies the orientation of the first veneer layer with respect to the coordinate axis of the specimen.



Slika 2. Vezana plošča s koordinatnim sistemom vzorca (x-y-z) in koordinatnim sistemom glede na usmerjenost tkiva (1-2-3).

Figure 2. Plywood with specimen coordinate system (x-y-z) together with grain orientation coordinate system (1-2-3).

Dinamični modul elastičnosti smo določili na osnovi Bernoulli-Eulerjeve diferencialne enačbe, ki opisuje prečno nihanje vzorca (Thomson, 1986; Tongue, 1996):

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = -c^2 \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} \quad 1$$

kjer je  $z$  produkt prostorsko  $u(x)$  in časovno odvisne funkcije  $q(t)$

$$z = u(x)q(t) \quad 2$$

$c$  pa

$$c = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad 3$$

$\rho$  je gostota materiala,  $A$  prečni prerez vzorca,  $E$  modul elastičnosti in  $I$  vztrajnostni moment prereza. Če vstavimo enačbo 2 v enačbo 1 in upoštevamo robne pogoje prostega nihanja vzorca na obeh koncih, da sta strig in moment enaka nič,

$$u''(0) = 0, u''(L) = 0$$

$$u'''(0) = 0, u'''(L) = 0 \quad 4$$

dobimo z upoštevanjem gornjih pogojev frekvenčno enačbo za prosto nihanje:

$$\cos(\eta L) \cos(\eta L) = 1 \quad 5$$

kjer je

$$\eta = \sqrt{\frac{\omega}{c}} \quad 6$$

prve tri rešitve enačbe 5 pa so:

$$\eta_1 L = 4,73, \eta_2 L = 7,853, \eta_3 L = 10,996 \quad 7$$

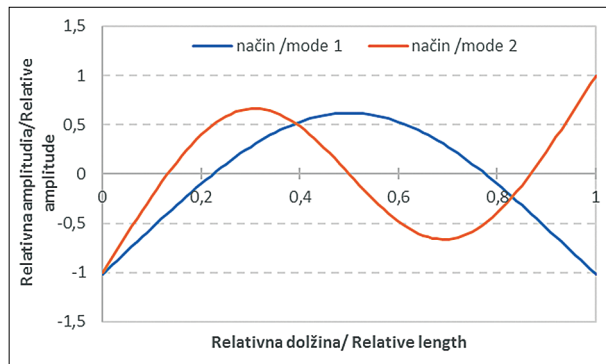
Če zapišemo funkcijo  $u(x)$ , ki smo jo dobili pri reševanju enačbe 1 in opisuje prostorsko odvisno nihanje vzorca:

$$z_j(x) = C_j \left[ \sin\left(\frac{\eta_j L}{L} x\right) + \sinh\left(\frac{\eta_j L}{L} x\right) + D \left( \cos\left(\frac{\eta_j L}{L} x\right) + \cosh\left(\frac{\eta_j L}{L} x\right) \right) \right] \quad 8$$

$$D = \frac{\sinh(\eta_j L) - \sin(\eta_j L)}{\cos(\eta_j L) - \cosh(\eta_j L)}$$

kjer je  $C_j$  konstanta, ki jo določimo iz začetnih pogojev.

Če upoštevamo prvo in drugo rešitev frekvenčne enačbe (enačba 7), dobimo prostorsko odvisno obliko nihanja prostega vzorca za prvi in drugi nihajni način, kot je prikazano na sliki 3.



Slika 3. Oblika upogibnega nihanja prosto vpetega vzorca v prvih dveh nihajnih načinih.

Figure 3. The shape of the bending vibration of the free-free specimen in the first two vibration modes.

Iz slike 3 je razvidno, da ima prosti vzorec prvega nihajnega načina vozlišče na razdalji malo več kot 0,2 L ter malo manj kot 0,8 L. Natančno razdaljo poiščemo iz enačbe 8, tako da poiščemo rešitev enačbe:

$$z(x) = 0 \quad 9$$

ki znaša  $x_1 = 0,22 L$  ter  $x_2 = 0,78 L$  za prvi nihajni način, ter  $x_1 = 0,13 L$  in  $x_2 = 0,87 L$  za drugi nihajni način. Če pri reševanju enačbe 1 upoštevamo še:

$$\omega = c\eta^2 \quad 10$$

ter enačbo 6, lahko zapišemo:

$$\omega_j = \eta_j^2 c = \frac{(\eta_j L)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad 11$$

oziroma enačbo za modul elastičnosti

$$E = \frac{\omega_j^2 L^4 \rho A}{(\eta_j L)^4 I} = \frac{(2\pi v_j)^2 L^4 \rho A}{(\eta_j L)^4 I} \quad 12$$

kjer je  $v_j$  lastna frekvenca  $j$ -tega načina nihanja.

Za določanje modula elastičnosti smo uporabili prvo in drugo lastno frekvenco nihanja vzorca. V ta namen smo vzorce podprli na lokaciji vozlišč nihanja, ki so se za prvi nihajni način nahajale na  $0,22 L$  ter  $0,78 L$ , za drugi nihajni način pa na  $0,13 L$  in  $0,87 L$ . Vzorce smo nato vzbudili s kladivom, tako da so prosto prečno nihali. Časovni posnetek nihanja smo posneli z mikrofonom Bruel & Kjaer Tip 4939, merilno kartico NI USB 6361 ter programom LabVIEW proizvajalca National Instruments, kjer je frekvenca vzorčenja znašala  $100 \text{ kHz}$ . Iz časovnega posnetka smo nato s hitro Fourierjevo transformacijo (FFT) dobili frekvenčni spekter nihanja, iz katerega smo nato določili prvo in drugo frekvenco prečnega nihanja vzorca. Modul elastičnosti smo nato izračunali s pomočjo enačbe 12.

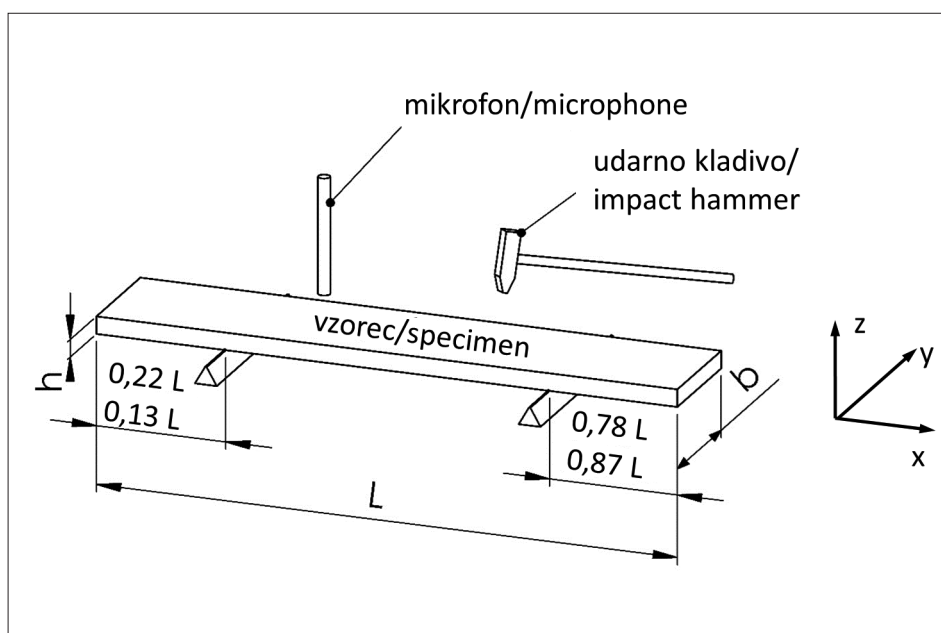
## 2.3 DOLOČANJE STATIČNEGA MODULA ELASTIČNOSTI

### 2.3 DETERMINATION OF STATIC MODULUS OF ELASTICITY

Vzorcem smo določili module elastičnosti tudi iz statičnega testa s 4-točkovnim upogibnim testom po standardu EN408-2010 (SIST, 2010). Razdalja med podporami je znašala pri 7-slojnih vzorcih  $178 \text{ mm}$ , pri 11-slojnih pa  $276 \text{ mm}$ , medtem ko je bila razdalja med obremenitvama pri 7-slojnih vzorcih  $58 \text{ mm}$ , pri 11-slojnih pa  $90 \text{ mm}$ . Hitrost pomika je znašala  $1,8 \text{ mm/min}$  za 7-slojne vzorce, ter  $2,7 \text{ mm/min}$  za 11-slojne vzorce. Vzorce smo obremenili do porušitve, nato pa v linearnem območju med  $20 \%$  in  $30 \%$  maksimalne sile določili modul elastičnosti po enačbi:

$$E_{m.g} = \frac{3al^2 - 4a^3}{4bh^3 \left( \frac{w_2 - w_1}{F_2 - F_1} \right)} \quad 13$$

kjer sta  $F_1$  in  $F_2$  sili pri upogibu  $w_1$  in  $w_2$ ,  $b$  in  $h$  sta širina in debelina vzorca,  $l$  razdalja med podporama,  $a$  pa razdalja med podporo in mestom obremenitve.



Slika 4. Eksperimentalni sistem za določanje dinamičnega modula elastičnosti.

Figure 4. Experimental system for determination of dynamic modulus of elasticity.

### 3 REZULTATI IN DISKUSIJA

#### 3 RESULTS AND DISCUSSION

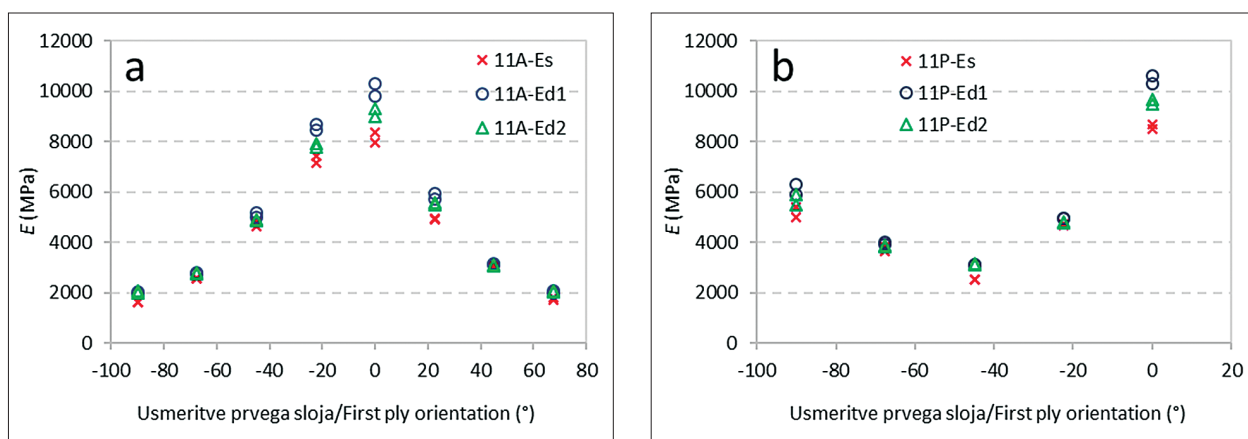
Na sliki 5 so za 11-slojne vzorce prikazani statični ter dinamični moduli elastičnosti, določeni iz lastnih frekvenc prvega in drugega nihajnega načina. Dinamični moduli so pri vseh kombinacijah usmeritve tkiva večji od statičnih, pri obeh pa se vrednosti za oba vzorca z enakimi kombinacijami usmeritve slojev ne razlikujeta bistveno, kar potrjuje našo predpostavko, da zadostujeta po dva vzorca za vsako kombinacijo, še zlasti, ker so plošče narejene iz furnirjev s podobnimi lastnostmi. Največje vrednosti modulov imajo vzorci z usmeritvijo zunanega sloja furnirja  $0^\circ$ , saj ima zunanji sloj z vzdolžnim modulom največji vpliv pri upogibnih deformacijah. Pri tej usmeritvi znaša povprečni dinamični modul, določen iz lastne frekvence prvega načina nihanja, 10040 MPa, iz drugega 9159 MPa, statični pa 8159 MPa. S povečevanjem kota usmeritve moduli padajo, tako pri vzorcih tipa A kot tudi tipa P, kjer pa se modul pri slednjih zopet poveča, ko se usmeritev zunanega sloja približuje  $-90^\circ$ . Moduli, določeni iz lastne frekvence drugega nihajnega načina, so v nekaterih primerih rahlo manjši od modulov, določenih iz lastne frekvence prvega nihajnega načina, kar kaže na povečan vpliv striga.

Ker se vrednosti med dinamičnimi in statičnimi moduli zelo malo razlikujejo, smo izračunali njihovo

medsebojna razmerja, ki so prikazana na sliki 6. Razmerja med povprečnimi dinamičnimi moduli iz prvega nihajnega načina in statičnimi moduli nihajo med 1,02 in 1,23 oz. v povprečju 1,14. Višje vrednosti dinamičnih modulov so skladne z literaturo, kjer avtorji navajajo podobne ugotovitve (Gorišek et al., 2018).

Na sliki 6 so prikazana tudi razmerja med dinamičnim modulom iz drugega in prvega nihajnega načina. Modula sta pri vzorcih, narejenih iz plošče tipa A in usmeritvah prvega sloja tkiva  $-90^\circ$  in  $-67,5^\circ$ , skoraj enaka, saj razmerji znašata 1,02 in 1,01, nato pa se prične razlikovati, kar je razvidno iz padanja razmerja vse do vrednosti 0,9 pri kotu  $0^\circ$ . S povečevanjem kota pa razmerje prične zopet rasti vse do vrednosti 1,01, ki jo doseže pri usmeritvi tkiva  $67,5^\circ$ . Pri vzorcih, narejenih iz plošče tipa P, pa je razmerje pri kotu  $-90^\circ$  najmanjše in znaša 0,93, nato narašča do 1,01 pri kotu  $-45^\circ$ , potem pa zopet pada do vrednosti 0,92 pri usmeritvi tkiva  $0^\circ$ .

Vzrok nihanja razmerja med dinamičnim modulom elastičnosti iz druge in prve lastne frekvence ter odstopanja od vrednosti 1 leži v Bernoulli-Eulerjevi enačbi (enačba 1). Omenjena enačba namreč ne upošteva vpliva striga na lastno frekvenco prečnega nihanja vzorca, kjer se velikost vpliva spreminja z razmerjem dolžine in debeline vzorca  $L/h$ , razmerjem modula elastičnosti v vzdolžni sme-



Slika 5. Moduli elastičnosti za 11-slojno vezano ploščo pri različnih usmeritvah prvega sloja, določeni iz statične ( $E_s$ ) in dinamične analize:  $E_{d1}$  – moduli iz frekvence prvega nihajnega načina,  $E_{d2}$  – moduli iz frekvence drugega nihajnega načina. a) vzorci, narejeni iz plošče z oznako A. b) vzorci, narejeni iz plošče z oznako P.

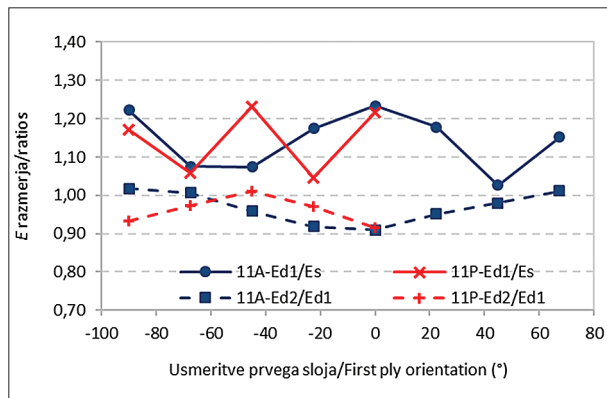
Figure 5. Modulus of elasticity for 11-layer samples for different combinations of layer orientations from static ( $E_s$ ) and dynamic tests:  $E_{d1}$  - modulus of elasticity determined from natural frequency of the first bending mode,  $E_{d2}$  - modulus of elasticity determined from natural frequency of the second bending mode. a) Samples made from plywood type A. b) Samples made from plywood type P.

ri vzorca in strižnim modulom v ravnini nihanja  $E_x/G_{xz}$  ter načinom lastnega nihanja vzorca. Tako se pri razmerju  $L/h$ , manjšem od 20 ter  $E/G$  večjem od 10 (Brancheriau & Bailleres, 2002; Brancheriau, 2006), vpliv striga na lastne frekvence prične močno pove-

čevati in se še dodatno poveča pri višjih nihajnih načinih lastnega nihanja, kaže pa se v večji podajnosti vzorca oz. posledično v nižjih lastnih frekvencah. V primeru neupoštevanja vpliva striga lahko tako izračunamo module elastičnosti, ki so bistveno manjši od dejanskih.

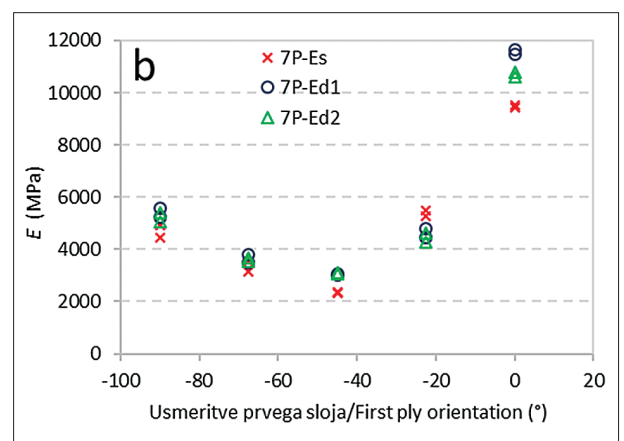
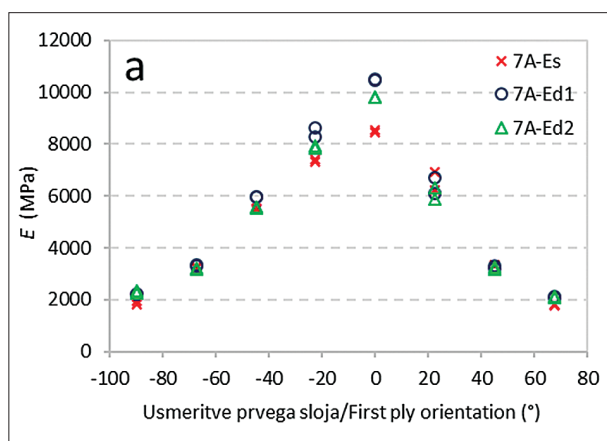
V našem primeru je razmerje  $L/h$  večje od 20 in znaša 26,3, vendar se vpliv striga kljub temu pojavi pri višjih nihajnih načinih in večjem razmerju  $E/G$ , kot je to v primeru vzorcev tipa A in usmeritvijo tkiva zunanjega sloja  $0^\circ$ . Pri tej vrednosti je izmerjen modul elastičnosti največji, s tem pa je najvišje tudi razmerje  $E/G$  in največji vpliv striga. Vpliv razmerja  $E/G$  je tako lepo viden iz razmerja dinamičnih modulov, ki ima najnižje vrednosti pri usmeritvi tkiva zunanjega sloja  $0^\circ$  in znaša 0,91, kjer je tudi modul največji, nato pa vpliv pada, vrednosti razmerij modulov pa se zopet približujejo 1.

Podobno nihajo moduli pri 7-slojnih vzorcih, kar prikazuje slika 7, njihova razmerja pa slika 8. Dinamični moduli so večji od statičnih, njihova razmerja nihajo med 0,97 pa do 1,23, oz. v povprečju 1,10 za vzorce tipa A, ter med 0,86 do 1,22, oz. v povprečju 1,12 za vzorce tipa P. Ravno tako so razmerja med dinamičnim modulom iz druge in modulom iz prve lastne frekvence najvišja pri najnižjih modulih elastičnosti, oz. najnižja pri najvišjih modulih elastičnosti.



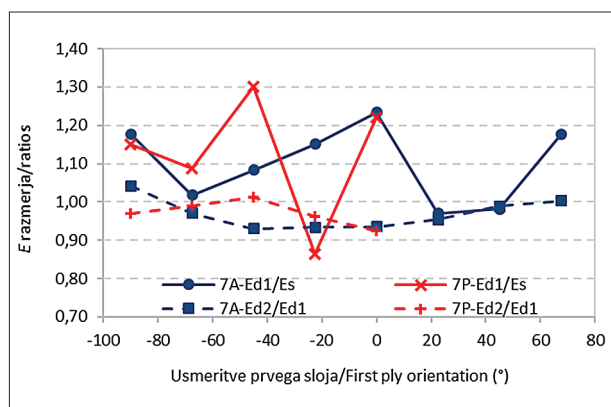
Slika 6. Razmerja med povprečnimi vrednostmi dinamičnega in statičnega modula elastičnosti ( $E_{d1}/E_s$ ), ter razmerja med dinamičnim modulom iz druge in prve lastne frekvence ( $E_{d2}/E_{d1}$ ) za 11-slojne vzorce tipa A (11A) in tipa P (11P).

Figure 6. Relationships between mean dynamic and static ( $E_{d1}/E_s$ ) modulus of elasticity and relationships between mean dynamic modulus from second and first natural frequency ( $E_{d2}/E_{d1}$ ) for 11-layer samples of type A (11A) and type P (11P).



Slika 7. Moduli elastičnosti za 7-slojno vezano ploščo pri različnih usmeritvah prvega sloja, določeni iz statične ( $E_s$ ) in dinamične analize:  $E_{d1}$  – moduli iz frekvence prvega nihajnega načina,  $E_{d2}$  – moduli iz frekvence drugega nihajnega načina. a) vzorci, narejeni iz plošče z oznako A. b) vzorci, narejeni iz plošče z oznako P

Figure 7. Modulus of elasticity for 11-layer samples for different combinations of layer orientations from static ( $E_s$ ) and dynamic tests:  $E_{d1}$  - modulus of elasticity determined from natural frequency of the first bending mode,  $E_{d2}$  - modulus of elasticity determined from natural frequency of the second bending mode. a) Samples made from plywood type A. b) Samples made from plywood type P.



Slika 8. Razmerja med povprečnimi vrednostmi dinamičnega in statičnega modula elastičnosti ( $E_{d1}/E_s$ ) ter razmerja med dinamičnim modulom iz druge in prve lastne frekvence ( $E_{d2}/E_{d1}$ ) za 7-slojne vzorce tipa A (7A) in tipa P (7P).

Figure 8. Relationships between mean dynamic and static ( $E_{d1}/E_s$ ) modulus of elasticity and between mean dynamic modulus from second and first natural frequency ( $E_{d2}/E_{d1}$ ) for 7-layer samples of type A (7A) and type P (7P).

Iz razmerij dinamičnih modulov iz drugega in prvega nihajnega načina lahko sklepamo na natančnost določitve dinamičnega modula iz lastne frekvence prvega nihajnega načina. V primeru, da je razmerje enako 1, pomeni, da je dinamičen modul elastičnosti določen iz lastne frekvence prvega načina enak modulu, določenemu iz lastne frekvence drugega načina, s tem pa lahko potrdimo, da so določeni moduli enaki dejanskim. V nasprotnem primeru, ko je razmerje manjše od 1, pa pomeni, da se je pojavil vpliv striga. Ker je bilo pri vzorcih 11A razmerje pri usmeritvi zunanega tkiva  $-90^\circ$ ,  $-67,5^\circ$  in  $67,5^\circ$  praktično enako 1, nato pa se je razmerje pričelo zmanjševati s povečevanjem modula elastičnosti in s tem tudi  $E/G$  razmerja, lahko zatrdimo, da je zmanjševanje razmerij modulov posledica povečevanja vpliva striga. Tako lahko z gotovostjo trdimo, da je dinamični modul, določen iz druge lastne frekvence prečnega nihanja vzorca, manjši od dejanskega zaradi vpliva striga. Poraja pa se vprašanje glede vpliva striga na modul, določenega iz prve lastne frekvence, saj zmanjševanje razmerja modulov pomeni, da se vpliv striga povečuje z večanjem  $E/G$  kot tudi z načinom prostega nihanja vzorca, še vedno pa ne moremo trditi, kolikšen je vpliv pri prvem nihajnem načinu. Če bi želeli dolo-

čiti vpliv striga še na prvi način in s tem na njegovo lastno frekvenco oz. dinamični modul, bi bilo potrebno namesto Bernoulli-Eulerjeve diferencialne enačbe upoštevati Timoshenkovo, ki pri prečnem nihanju upošteva tudi vpliv striga (Brancheriau & Bailleres, 2002; Merhar & Humar, 2020).

## 4 ZAKLJUČKI

### 4 CONCLUSIONS

Iz opravljene raziskave lahko potrdimo, da sta tako dinamični kot statični način določanja modulov elastičnosti primerna za določanje elastičnih lastnosti vzorcev iz vezane plošče s poljubnimi kombinacijami usmeritev tkiva posameznih slojev furnirja. Vrednosti dinamičnih modulov, določenih iz lastnih frekvenc prvega nihajnega načina so večje od statičnih modulov pri 7-slojnih ploščah v povprečju za 12 % in pri 11-slojnih za 14 %. S primerjanjem dinamičnih modulov, določenih iz prve in iz druge lastne frekvence, lahko potrdimo točnost obeh modulov, ko je njuno razmerje enako 1. V nasprotnem primeru, ko je razmerje med modulom iz druge lastne frekvence in modulom iz prve manjše od 1, pa točnosti modulov ne moremo potrditi, saj se pojavi vpliv striga, ki pa se z višanjem načina nihanja samo še povečuje. Vpliv se kaže v lastni frekvenci, ki je nižja, kot bi bila, če ne bi bilo vpliva striga, posledično pa je nižji tudi modul elastičnosti, če za izračun uporabimo Bernoulli-Eulerjevo enačbo, ki vpliva striga ne upošteva. V takšnih primerih bi bila bolj smiselna uporaba Timoshenkove enačbe (Brancheriau & Bailleres, 2002; Merhar & Humar, 2020), ki upošteva vpliv striga na prečno nihanje vzorca.

## 5 POVZETEK

### 5 SUMMARY

Plywood is now a widely used material in the construction and furniture industries. It is usually produced from peeled veneers of various tree species, with the veneers being of inferior quality in the inner layers of the board and better in the outer, visible layers. Wood has pronounced anisotropic properties, which can be considered orthotropic in certain cases, if the orientation of the grain in the longitudinal, radial and tangential directions coincides with the coordinate system of the sample. However, since plywood consists of veneer layers



with different grain orientations, high anisotropy can be greatly reduced at the level of the plywood. The mechanical properties of the plywood can thus be influenced by the mechanical properties of the wood or tree species used, the number of layers as well as the grain orientations of the individual layers and the technological production process in panel manufacture. In the literature there are mainly studies on plywood with mutually perpendicular orientations of individual layers, while studies where the boards would have oriented individual layers at angles of less than 90° are much rarer. The advantage of such boards is that, compared to boards with mutually perpendicular orientations of the layers, the modulus of elasticity decreases more slowly with increasing angle between the grain orientation of the outer layer of the board and the axis of the sample.

In the study, beech peeled veneer (*Fagus sylvatica*) with a tangential structure and a nominal thickness of 1.5 mm was used to produce 7- and 11-ply plywood boards with different grain orientations of the individual layers. The boards were produced from conditioned beech veneer with an equilibrium moisture content of 6.7%. Selected veneers were used to produce panels with different orientations of the individual veneer layers, as shown in Table 1. The melamine-urea-formaldehyde adhesive Meldur H97 was used to produce the boards, to which 1% NH<sub>4</sub>Cl catalyst and 5% filler (rye flour) were added to increase the viscosity. The mixture was then stirred with an electric mixer for 15 minutes until a homogeneous mixture was achieved. The adhesive was applied with a roller with the application of 180 g/m<sup>2</sup>. The plywood was then compressed at a temperature of 130°C and a compression pressure of 1.6 MPa. The pressing time was 10 and 13 minutes for the 7-layer and 11-layer boards, respectively. After pressing, the plates were stacked on top of each other and conditioned for 1 week. The 7-layer plates were 9.9 mm thick and the 11-layer plates were 15.6 mm thick.

From boards with different grain orientations of individual veneer layers, 40 mm wide and 270 mm and 410 mm long samples were cut from the boards for the 7- and 11-layer boards, respectively. The samples from the 7A and 11A plates were cut at an angle difference of 22.5°, namely 0°, 22.5°, 45°, 67.5°, 90°, -22.5°, -45° and -67.5°, (Figure 1)

and the samples from the 7P and 11P boards were cut only at the angles of 0°, 22.5°, 45°, 67.5° and 90° due to symmetry (Figure 2).

The modulus of elasticity was determined in two ways. The first was based on the natural frequencies of the first and second transverse vibration mode using the Bernoulli-Euler equation. The samples were supported at the location of the nodes, which was 0.22 L and 0.78 L for the first mode and 0.13 L and 0.87 L for the second mode (Figure 3). The samples were then excited with a hammer so that they could vibrate freely (Figure 4). The vibration was recorded with a Bruel & Kjaer Type 4939 microphone, an NI USB 6361 data acquisition card and National Instruments' LabVIEW program with a sampling frequency of 100 kHz. The frequency spectrum of the vibration was then obtained from the time records by Fast Fourier Transform (FFT), from which the frequencies of the first- and second transverse vibration modes of the sample were determined (Equation 12).

The second method of determination was a static 4-point bending test according to EN408-2010, in which the distance between the supports for 7- and 11-layer specimens was 178 and 276 mm, respectively, and the distance between the loads was 58 and 90 mm, respectively. The loading rate was 1.8 mm/min for 7-layer specimens and 2.7 mm/min for 11-layer specimens. The specimens were loaded until failure, and then the Young's modulus was determined according to Equation 9 in the linear range between 20% and 30% of maximal force (Equation 13).

The dynamic moduli are larger than the static ones in all combinations of grain orientation. Specimens with a veneer outer layer orientation of 0° have the highest modulus values, since the outer layer with a longitudinal modulus has the greatest influence on flexural stiffness. For this orientation, the mean dynamic modulus determined from the natural frequency of the first and second vibration modes is 10040 MPa and 9159 MPa, respectively, and the static modulus is 8159 MPa (Figure 5). With increasing orientation angle, the modulus decreases for both type A and type P specimens and increases again for the latter when the orientation of the outer layer approaches -90°.

The dynamic moduli of both frequencies are almost identical in the samples of the type A plate

at the orientations of the first grain layer  $-90^\circ$  and  $-67.5^\circ$ , as their ratio is 1.02 and 1.01, respectively (Figure 6), and then the difference begins to increase, which is shown by the decrease of the ratio to a value of 0.9 at an angle of  $0^\circ$ . As the angle increases, the ratio begins to grow again, up to a value of 1.01, which is reached at a grain orientation of  $67.5^\circ$ . For specimens made from type P plates, the ratio is smallest at an angle of  $-90^\circ$  and is 0.93, then increases to 1.01 at  $-45^\circ$  and decreases to 0.92 at  $0^\circ$  grain orientation.

The ratio of the dynamic moduli changes due to the influence of shear, which is not considered in the Bernoulli-Euler equation. The influence of the shear starts to increase considerably at a L/h (length/thickness) ratio of less than 20 and an E/G of more than 10, which is further increased by higher vibration modes. For plates with 11 layers, the L/h ratio is greater than 20 and is 26.3, but the shear effect still occurs at higher vibration modes and a higher E/G ratio, as in the case of type A samples and a grain orientation of the outer layer of  $0^\circ$ . At this value, the measured modulus of elasticity is highest, and thus the E/G ratio and its influence is also highest. The influence of the E/G ratio is therefore clearly visible in the dynamic modulus ratio, which has the lowest values at a grain orientation of the outer layer of  $0^\circ$  and is 0.91, where the modulus is also highest. Then the influence decreases and the value of the modulus ratio approaches 1. A similar situation is given for samples with 7 layers (Figures 7 and 8).

From the ratios of the dynamic moduli from the second and first vibration modes we can confirm the accuracy of the determination of the dynamic modulus from the natural frequency of the first vibration mode. If the ratio is equal to 1, it means that the dynamic modulus of elasticity determined from the natural frequency of the first vibration mode is equal to the modulus determined from the natural frequency of the second vibration mode, and thus we can confirm that the moduli are equal to the actual moduli. Otherwise, if the ratio is less than 1, it means that the influence of shear has occurred, and thus the accuracy of a given modulus of elasticity is questionable. In the latter case, it is more appropriate to use the Timoshenko equation, which also takes into account the influence of shear.

## ZAHVALA

### ACKNOWLEDGEMENT

Zahvala gre Javni agenciji za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije za finančno podporo v okviru programske skupine P2-0182, Dominiku Kodermanu za pomoč pri pripravi vzorcev ter Bogdanu Šegi za nasvete pri pripravi vezanih plošč.

## VIRI

### REFERENCES

- Bal, B. C. (2014). Some physical and mechanical properties of reinforced laminated veneer lumber. *Construction and Building Materials*, 68, 120-126. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.06.042>
- Bal, B. C. (2016). Some technological properties of laminated veneer lumber produced with fast-growing poplar and eucalyptus. *Maderas: Ciencia y Tecnología*, 18(3), 413-424. DOI: <https://doi.org/10.4067/S0718-221X2016005000037>
- Biadała, T., Czarnecki, R., & Dukarska, D. (2020). Water resistant plywood of increased elasticity produced from European wood species. *Wood Research*, 65(1), 111-123.
- Brancheriau, L. (2006). Influence of cross section dimensions on Timoshenko's shear factor - Application to wooden beams in free-free flexural vibration. *Annals of Forest Science*, 63(3), 319-321. DOI: <https://doi.org/10.1051/forest:2006011>
- Brancheriau, L., & Bailleres, H. (2002). Natural vibration analysis of clear wooden beams: A theoretical review. *Wood Science and Technology*, 36(4), 347-365. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00226-002-0143-7>
- Brancheriau, L., Bailleres, H., & Guitard, D. (2002). Comparison between modulus of elasticity values calculated using 3 and 4 point bending tests on wooden samples. *Wood Science and Technology*, 36(5), 367-383. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00226-002-0147-3>
- Chui, Y. H., & Smith, I. (1990). Influence of rotatory inertia, shear deformation and support condition on natural frequencies of wooden beams. *Wood Science and Technology*, 24(3), 233-245. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF01153557>
- Gorišek, Ž., Plavčak, D., Straže, A., & Merela, M. (2018). Tehnološke lastnosti in uporabnost lesa velikega pajesena v primerjavi z lesom velikega jesena/ Technological properties and usability of chinese sumac wood in comparison with ash wood. *Les/Wood*, 67(2), 29-44. DOI: <https://doi.org/10.26614/les-wood.2018.v67n02a03>
- Guan, C., Liu, J., Zhang, H., Wang, X., & Zhou, L. (2019). Evaluation of modulus of elasticity and modulus of rupture of full-size wood composite panels supported on two nodal-lines using a vibration technique. *Construction and Building Materials*, 218, 64-72. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.05.086>
- Guan, C., Zhang, H., Zhou, L., & Wang, X. (2015). Dynamic determination of modulus of elasticity of full-size wood composite panels using a vibration method. *Construction and Building*

- Materials, 100, 201-206. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2015.10.008>
- Haines, D. W., Leban, J. M., & Herbé, C. (1996). Determination of Young's modulus for spruce, fir and isotropic materials by the resonance flexure method with comparisons to static flexure and other dynamic methods. *Wood Science and Technology*, 30(4), 253-263. DOI: <https://doi.org/10.1007/bf00229348>
- Hearmon, R. F. S. (1958). The influence of shear and rotatory inertia on the free flexural vibration of wooden beams. *British Journal of Applied Physics*, 9(10), 381-388. DOI: <https://doi.org/10.1088/0508-3443/9/10/301>
- Hoffmann, J. A., & Wertheimer, T. (2000). Cantilever beam vibration. *Journal of Sound and Vibration*, 229(5), 1269-1276. DOI: <https://doi.org/10.1006/jsvi.1999.2572>
- Huang, T. C. (1960). The effect of rotatory inertia and of shear deformation on the frequency and normal mode equations of uniform beams with simple end conditions. *Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME*, 28(4), 579-584. DOI: <https://doi.org/10.1115/1.3641787>
- Ip, K. H., & Tse, P. C. (2001). Determination of dynamic flexural and shear moduli of thick composite beams using natural frequencies. *Journal of Composite Materials*, 35(17), 1553-1569. DOI: <https://doi.org/10.1106/U0FU-9BR5-JNTG-B57R>
- Kallakas, H., Rohumaa, A., Vahermets, H., & Kers, J. (2020). Effect of different hardwood species and lay-up schemes on the mechanical properties of plywood. *Forests*, 11(6), 1-13. DOI: <https://doi.org/10.3390/f11060649>
- Kollmann, F. F. P., & Côte, W. A. (1975). *Principles of wood science and technology*. Solid Wood. Berlin, Germany: Springer-Verlag.
- Krüger, R., & Wagenführ, A. (2020). Comparison of methods for determining shear modulus of wood. *European Journal of Wood and Wood Products*. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00107-020-01565-2>
- Merhar, M., & Bučar, B. (2008). Determination of correction coefficient for dynamic modulus of elasticity obtained by analysing the frequency response of a clamped cantilever specimen. *Holz als Roh- und Werkstoff*, 66(3), 233-235. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00107-007-0219-z>
- Merhar, M., & Humar, M. (2020). The influence of wood modification on transfer function of a violin bridge. *Drvna Industrija*, 71(2), 163-169. DOI: <https://doi.org/10.5552/drwind.2020.1966>
- Roohnia, M. (2014). An estimation of dynamic modulus of elasticity in cantilever flexural timber beams. *Drvna Industrija*, 65(1), 3-10. DOI: <https://doi.org/10.5552/drind.2014.1229>
- Sikora, A., Svoboda, T., Zaborsky, V., & Gaffova, Z. (2019). Effect of selected factors on the bending deflection at the limit of proportionality and at the modulus of rupture in laminated veneer lumber. *Forests*, 10(5), 11. DOI: <https://doi.org/10.3390/f10050401>
- SIST (2010). *Timber structures - Structural timber and glued laminated timber- Determination of some physical and mechanical properties*. In *SIST EN 408:2010*
- Svoboda, T., Sikora, A., Zaborsky, V., & Gaffova, Z. (2019). Laminated veneer lumber with non-wood components and the effects of selected factors on its bendability. *Forests*, 10(6), 17. DOI: <https://doi.org/10.3390/f10060470>
- Šega, B., & Šernek, M. (2018). Križno lamelirani les – lastnosti in zahteve / Cross-laminated timber – characteristics and requirements. *Les/Wood*, 67(2), 33-42. DOI: <https://doi.org/10.26614/les-wood.2018.v67n02a05>
- Thomson, W. T. (1986). *Theory of vibration with application* (2nd ed.). London ; Sydney: G. Allen & Unwin.
- Tongue, B. H. (1996). *Principles of vibration*. New York ; Oxford: Oxford University Press.
- Wilczyński, M., & Warmbier, K. (2012). Elastic moduli of veneers in pine and beech plywood. *Drewno*, 188, 47-56.
- Yoshihara, H. (2012a). Influence of the specimen depth to length ratio and lamination construction on Young's modulus and in-plane shear modulus of plywood measured by flexural vibration. *BioResources*, 7(1), 1337-1351.
- Yoshihara, H. (2012b). Off-axis Young's modulus and off-axis shear modulus of wood measured by flexural vibration tests. *Holzforchung*, 66(2), 207-213. DOI: <https://doi.org/10.1515/HF.2011.118>