

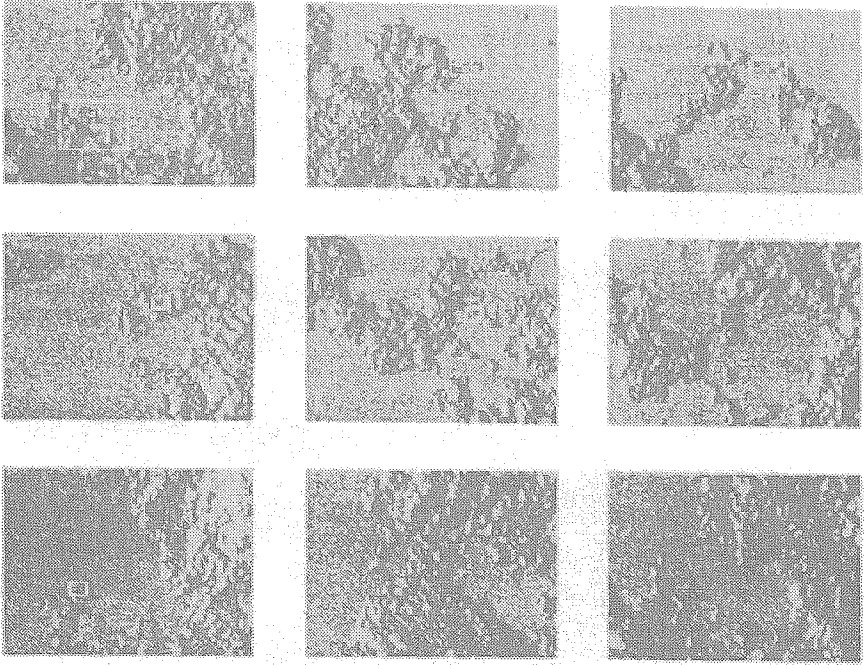
## Kako dolga je slovenska obala?

Na prejšnjem geodetskem dnevu so bili geodeti izzvani, da naj izmerijo dolžino slovenske obale. To so tudi storili in si s tem prislužili zahvalo že kar v uvodnem delu zadnjega geodetskega srečanja v Portorožu. Tam smo tudi izvedeli, da je dolžina 46,2 km. Pa to res drži? Moj namen seveda ni dvomiti v natančnost opravljenega dela. Ravno nasprotno, prepričan sem, da so bile meritve opravljene kar se da skrbno in natančno. Predstavil bi rad le nekoliko drugačen pogled na merjenje dolžin v naravi.

S problemom merjenja dolžin v naravi se je ukvarjal že angleški znanstvenik Lewis F. Richardson okoli leta 1925. Ko si je zastavljal vprašanja o vijugastih državnih mejah, je preveril enciklopedije Španije in Portugalske ter Belgije in Nizozemske. Odkril je neskladja dvajsetih odstotkov pri oceni skupnih meja. Španska enciklopedija navaja, da ima Španija 992 km skupne meje s Portugalsko, portugalska enciklopedija pa trdi, da ima Portugalska 1 220 km skupne meje s Španijo. Kdo ima torej prav? Na prvi pogled bi rekli, da je nekdo opravil svoje delo zelo površno, vendar vemo, da si geometri s svojo natančno optično opremo takšnih napak ne bi privoščili. Razlog za tako veliko razliko se verjetno skriva v dejstvu, da je vseh španskih meja bistveno več kot portugalskih in zato so imeli Španci ob izmeri svojih meja lomne točke bistveno bolj redko posejane kot Portugalci. Je mogoče s pomočjo današnje tehnologije (sateliti, laserska natančnost) pričakovati boljše ujemanje? Odgovor je negativen in dejstvo je, da popolne natančnosti ne bo nikoli.

Benoit Mandelbrot se je okoli leta 1960 ukvarjal s podobnim vprašanjem. V članku *Kako dolga je obala Britanije?* se je spraševal, kaj je bistvo obrisa obale? Njegova analiza tega vprašanja je bila videti smešna ali pa zelo napačna. Trdil je, da ima v nekem pogledu vsaka obala neskončno dolžino. V drugačnem pogledu je dolžina odvisna od merila. Vzemimo metodo merjenja. Geometer nastavi merilno šestilo na en meter in z njim hodi po obali. Končno število metrov, ki jih izmeri, je le približek resnične dolžine, ker šestilo preskoči zavoje in izbokline, manjše od enega metra. Geometer si vseeno zapiše število. Potem nastavi šestilo na manjšo dolžino, na primer na četrta metra in postopek ponovi. Rezultat je nekoliko večja dolžina, ker šestilo zajame več podrobnosti in ker so potrebni več kot štiri četrtrmetrski koraki za dolžino, ki jo je premeril en sam metrski korak. Geometer si spet zapiše število, nastavi šestilo na en decimeter in ponovno začne meriti. S tem miselnim poskusom lahko ocenimo učinek opazovanja predmeta z različnih razdalj, pri različnih merilih. Opazovalec, ki skuša uganiti dolžino angleške obale s satelita, napravi nižjo oceno kakor opazovalec, ki prehodi vsak zaliv in vsak rtič, ta pa spet nižjo od polža, ki se splazi prek vsakega kamenčka.

Zdrava pamet narekuje, da se morajo ocene kljub naraščanju bližati neki določeni končni vrednosti, ki pomeni pravo dolžino obale. Skratka, meritve naj bi se stekale. Če bi bila obala evklidski lik, na primer krog, bi seštevanje manjših in manjših daljic resnično konvergiralo. Mandelbrot pa je odkril, da z manjšanjem merila izmerjena dolžina obale narašča prek vseh meja, kajti zalivi in rti razkrivajo vse manjše zalivčke in rtičke – vsaj do atomskih razdalj, pri katerih se postopek končno ustavi. Morda.



*Fraktalna obala; računalniško izdelan obris obale: vsakršne podrobnosti so zgolj naključne, fraktalna dimenzija je povsod enaka, tako da obstajata pri kakršnikoli povečavi nazobčanost in neurejenost enaki*

Za vajo izmerimo angleško obalo kar s pomočjo zemljevida. Na primer, če je zemljevid v merilu 1:1 000 000, mi pa merimo obalo s petcentimetrskimi odseki, potem manipuliramo v bistvu s 50 km velikim odsekom v naravi. Sledi polaganje ravnila ob angleško obalo, tako da dosežemo čim boljše ujemanje, hkrati pa štejemo število prehojenih korakov. Ko opravimo s petcentimetrskimi odseki, si izberemo manjše merilo. In postopek ponovimo. Spodnja tabela prikazuje nekaj dobljenih rezultatov:

<i>velikost odseka v naravi</i>	<i>dolžina obale</i>
<i>500 km</i>	<i>2 600 km</i>
<i>100 km</i>	<i>3 800 km</i>
<i>54 km</i>	<i>5 770 km</i>
<i>17 km</i>	<i>8 640 km</i>



*Aproksimacija angleške obale;  
pri natančnejši aproksimaciji s krajšimi intervali se dolžina hitro večja*

Zgornji zgled lepo ponazarja dejstvo: čim manjši so odseki, s katerimi merimo, tem večja je končna dolžina obale. Še posebej velike razlike nastanejo ob škotski obali, ki ima izredno veliko zalivov različnih velikosti. Nekoliko manjše razlike bi dobili, če bi merili državno mejo zvezne države Utah, ki ima skoraj ravne meje. Pa pogledjmo rezultate:

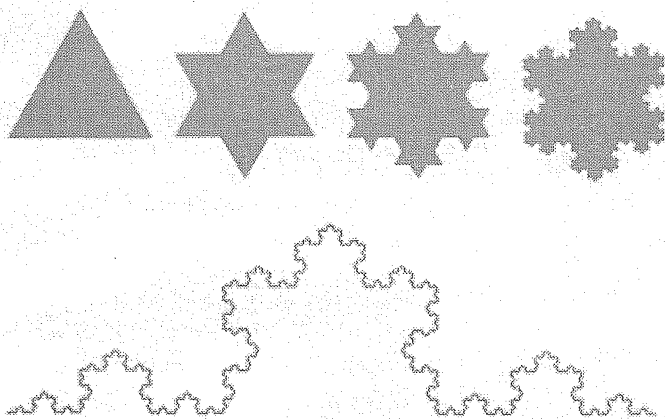
<i>velikost odseka v naravi</i>	<i>dolžina meje</i>
<i>500 km</i>	<i>1 450 km</i>
<i>100 km</i>	<i>1 780 km</i>
<i>50 km</i>	<i>1 860 km</i>
<i>20 km</i>	<i>1 890 km</i>

Opazimo, da se z manjšanjem intervala razdalje bistveno počasneje večajo kot v primeru angleške obale, večajo pa se le. Državna meja ameriške zvezne države Utah je bistveno manj nazobčana kot angleška obala, povsem ravna pa tudi ni.



*Zahodni del Združenih držav Amerike; meja Utaha je precej manj nazobčana od angleške obale*

Za boljše razumevanje si oglejmo Kochovo krivuljo, saj je le-ta v marsičem zelo podobna zgoraj opisanemu problemu. Vzemimo enakostranični trikotnik s stranico trideset centimetrov. Potem pa si zamislimo transformacijo – določen, dobro definiran skupek pravil, ki jih je mogoče zlahka ponavljati. Na srednjo tretjino vsake stranice pritrdimo enakostraničen trikotnik s trikrat manjšo stranico od prvotnega. Nastane Davidova zvezda. Obris novega lika niso več tri tridesetcentimetre dajljice, temveč dvanajst desetcentimetrskih. Namesto treh rogov jih je sedaj šest. Vzemimo vsako od dvanajstih stranic in ponovimo transformacijo, tako da na njeno srednjo tretjino posadimo manjši trikotnik. In spet tako naprej v neskončnost. Obris postaja vse bolj nazobčan. Krivulja spominja na nekakšno idealizirano snežinko. Imenuje pa se po švedskem matematiku Helgu von Kochu, ki jo je prvi opisal leta 1904.



*Kohova krivulja; »Grob, a živ model obale«, je o njej dejal Mandelbrot*

Po premisleku postane jasno, da ima Kochova krivulja nekaj zanimivih lastnosti. Nikoli ne seka same sebe, kajti novi trikotnički na vsaki stranici so vedno dovolj majhni, da se

ne dotikajo drug drugega. Vsaka transformacija doda nekaj malega ploščine, vendar ostane celotna ploščina končna in pravzaprav ni veliko večja od prvotnega trikotnika. Če bi prvotnemu trikotniku orisali krog, Kochova krivulja ne bi nikoli pogledala iz njega. Sama krivulja pa je neskončno dolga, prav tako dolga kakor evklidska premica, ki se razteza od enega roba neomejenega vesolja do drugega. Tako kot prva transformacija nadomesti tridecimetrsko daljico s štirimi desetcentimetrskimi, tudi vsaka nadaljnja transformacija pomnoži celotno dolžino s štirimi tretjinami. Ta paradoksalni rezultat, neskončna dolžina na končnem prostoru je pretresla marsikatero matematiko ob prelomu stoletja. Kochova krivulja je bila pošastna, brez vsakega spoštovanja do običajnega pojmovanja likov in na vsak način skoraj patološko drugačna od česarkoli v naravi. In vendar obstaja neverjetna podobnost med nazobčanostjo obale in to krivuljo.

Kako dolga je torej slovenska obala?

#### Literatura:

Gleick, J., *Kaos – rojstvo nove znanosti*, Državna založba Slovenije, Ljubljana, 1991

Peitgen, H.-O., *Chaos and fractals. New frontiers of science*, New York [etc.], Springer, Cop. 1992

Sergej Čapelnik

Območna geodetska uprava Slovenj Gradec, Slovenj Gradec

Prispelo za objavo: 1997-11-18

## Vzemimo najboljše, pustimo ostalo

### SPREJETI IN IZKORISTITI TEHNOLOŠKE DAROVE, KI SE NAM RAZKRIVAJO PRED VRATI?!

Danes se ves svet pospešeno odpira in povezuje v omrežje. Prav vsi po vrsti, čeprav z različnimi nameni in razlogi upajo, da jih bo vrtinec razcveta omrežja potegnil s seboj in jim tako omogočil neskončne možnosti za napredek in razvoj. Utemeljitev je povsem jasna in očitna. Internet in vse, kar je z njim povezano, je v velikem vzponu in vsi razmišljajo samo o tem, kako bi postali del tega.

Kaj pa mi, geodeti? Ali smo pripravljeni hvaležno sprejeti vse tehnološke darove, ki se nam razkrivajo pred vrati? Ali kaj razmišljamo o tem, kako izkoristiti vse prednosti novih tehnologij, ki se nam dobesedno ponujajo kar same od sebe? Vse kaže da! Ideje in razmišljanja avtorjev strokovnega prispevka Navidezna evidenca – resnična vizija? (Geodetski vestnik, št. 3/97, str. 218, Web [http://www.igea.si/navdz\\_2.html](http://www.igea.si/navdz_2.html)), nadalje Pregledni sloj zemljiškokatastrskih načrtov na Internetu (Web [http://www.sigov.si/gic/projekti/psi/\\_index.html](http://www.sigov.si/gic/projekti/psi/_index.html)) in kot prvi primer, Register prostorskih enot na Intranetu (Geodetski vestnik, št. 1/97, str. 44, IntraWeb <http://192.168.236.19/rpe/>) dokazujejo, da smo se geodeti začeli zavedati, da postaja Internet gonilna sila razvoja in tehnološko središče, v katerem naj iščemo svoj košček prostora pod soncem.

### INFORMACIJSKI VIRI NA VOLJO V VSAKEM TRENUTKU?

Vsi se strinjamo, da je danes za večino uporabnikov odločilnega pomena, da so ključni informacijski viri na voljo v vsakem trenutku, ko se pojavijo potrebe po