

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **18** (1990/1991)

Številka 4

Strani 194-201

Janez Strnad:

ZAKAJ SE LAHKO DRSAMO IN SMUČAMO

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/18/1050-Strnad.pdf>

© 1991 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2009 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

ZAKAJ SE LAHKO DRSAMO IN SMUČAMO?

V ameriški reviji *The Physics Teacher*, ki je posvečena poučevanju fizike v srednji šoli, je urednik razdelka o preprostih poskusih novembra 1987 poročal o poskusih v vakuumu. Omenil je, da se ledišče z naraščajočim tlakom zniža, in navrgel, da se je mogoče drsati, ker se ob znižanju ledišča pri povečanem tlaku pod drsalko stali led. Maja 1989 je revija objavila ugovor bralca. Kljub temu, da je bil dopisnik z iste univerze kot urednik, je trajalo skoraj dve leti do objave odziva. Po mnenju dopisnika se ledišče zaradi tlaka premalo zniža, da bi se ob hladnem vremenu led pod drsalko zaradi tega stalil. Urednik se je branil, češ da vsaj pri temperaturi okoli $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ pojava, ki ga je omenil, ne gre spregledati. Poleg tega je pri zavijanju drsalka nagnjena proti ledu in se dotika ledu na manjši ploskvi, zaradi česar je tlak precej visok.

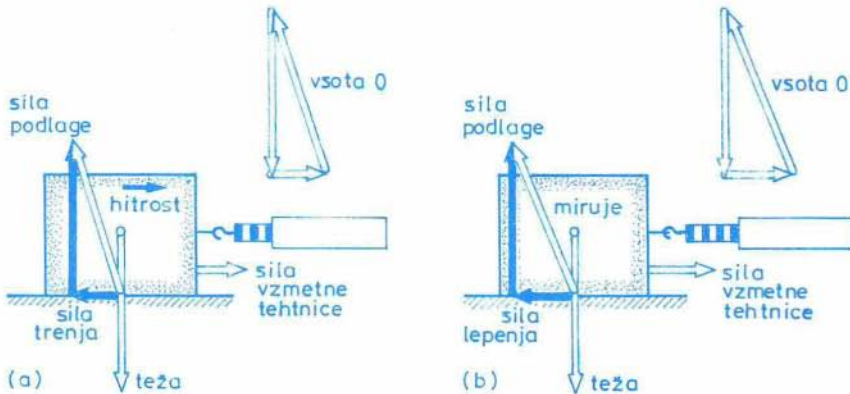
Odzivi bralcev na članke so skoraj vedno poučni. Ob njih se najprej vprašamo, kdo ima prav, če odziv nasprotuje prvotnemu mnenju. Ali se zares lahko drsamo in smučamo zato, ker se zaradi povečanega tlaka pod drsalko ali smučko zniža ledišče in se led ali sneg stali v zelo tanko plast vode?

Najprej malo premislimo. Tališče ledu, ledišče, se z naraščajočim tlakom zniža. Tako je tudi pri drugih snoveh, ki imajo v trdnem stanju manjšo gostoto kot v kapljevinskem. Pri snoveh, ki imajo v trdnem stanju večjo gostoto kot v kapljevinskem, pa se tališče z naraščajočim tlakom zviša. Pri navadnem zračnem tlaku 1 bar se led tali pri temperaturi $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, pri tlaku 2 bara pa pri temperaturi $-0,007\text{ }^{\circ}\text{C}$. Če je led pri tem tlaku pri temperaturi med $-0,007$ in $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, se začne taliti. Tlak je treba povišati na 134 barov, da se zniža ledišče do temperature $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$. Merjenja kažejo, da ima navadno led temperaturo zraka nad njim. Pri temperaturi zraka nekaj stopinj Celzija pod ničlo znižanje ledišča zaradi povišanega tlaka pod drsalko že ne more imeti pomembne vloge.

Trenje

Sila trenja F_t je komponenta sile podlage v nasprotni smeri gibanja na telo, ki drsi s konstantno hitrostjo po ravni podlagi. Sila trenja je na širokem območju hitrosti in komponente sile podlage pravokotno na podlago F_n (slika 1a) sorazmerna s to silo. Zato je smiselno vpeljati *koeficient trenja*

$$k_t = F_t / F_n$$



Slika 1. Sile na telo, ki enakomerno drsi po vodoravni podlagi (a) ali miruje (b)

Podlaga lahko deluje na telo z vzdolžno komponento tudi, ko telo miruje; to je *sila lepenja*. Ta sila ima zgornjo mejo *največjo silo lepenja* F_l (slika 1b). *Koeficient lepenja*

$$k_l = F_l / F_n$$

ki je večji od koeficienta trenja, je pravzaprav koeficient trenja pri hitrosti 0.

Za telo, ki enakomerno drsi navzdol po klanecu z nagibom β , velja

$$k_t = \operatorname{tg} \beta$$

Vzdolžna komponenta teže telesa F_g je namreč tedaj enako velika kot sila trenja $F_t = F_g \sin \beta$ in pravokotna komponenta teže enako velika kot sila klanca na telo v tej smeri $F_n = F_g \cos \beta$.

Če telo miruje na klanecu, je sila lepenja manjša od največje sile lepenja. Ko povečamo nagib do kota β_l in telo zdrsne, velja enačba

$$k_l = \operatorname{tg} \beta_l$$

Koeficient trenja in koeficient lepenja sta odvisna od snovi, iz katerih sta podlaga in telo, od obdelave dotikajočih se ploskev, od njune čistoče in od tega, kaj se je z njima prej dogajalo. Močno ju zmanjšamo, če med telo in podlago damo kapljevino. Merjenja sile trenja in sile lepenja so razmeroma nenatančna, zato po navadi zapišemo koeficienta samo z enim mestom ali kvečjemu z dvema.

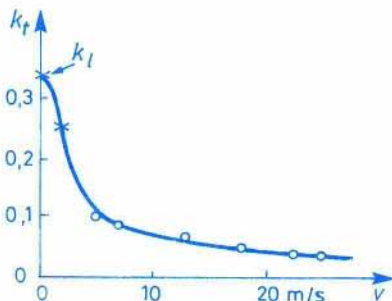
Lepenje in trenje pojasnimo takole. Dotikajoči se ploskvi nista popol-

noma gladki in drobne vzpetine podlage segajo v vdolbine telesa. Ko telo drsi po podlagi ali ga silimo, da se premakne, spreminjajo drobne vzpetine obliko in nekatere se strgajo. Pri tem se majhna območja telesa in podlage segrejejo do precej visoke temperature.

Zgodovina

Trenje štejemo po krivici med bolj dolgočasne zadeve v fiziki. Če dobro preudarimo, bi bilo brez njega življenje popolnoma drugačno. V starih časih je veljala Aristotelova trditev, da mora - po naše - na opazovano telo delovati od nič različna rezultanta sil, da se telo giblje premo enakomerno. Mislil je pač na voz, ki ga vleče konj, a je trenje popolnoma spregledal. I. Newton je osnovne zakone mehanike preskusil najprej na gibanju planetov okoli Sonca, pri katerem ni trenja. Dandanes lahko delamo poskuse brez trenja, na primer, z zračno progjo, pri kateri iz drobnih lukenj izteka zrak, tako da se po njej gibljejo vozički na zračni blazini.

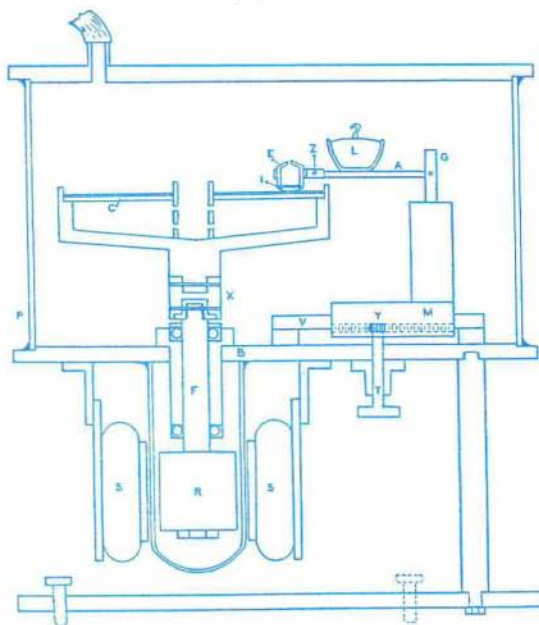
Nekaj ugotovitev o trenju je zapisal v *Beležke* Leonardo da Vinci na začetku 16. stoletja. Prva sistematična dognanja o trenju je objavil leta 1699 Francoz Guillaume Amontons, ne da bi jih sodobniki opazili. Na novo jih je ugotovil francoski vojaški inženir Charles Augustine de Coulomb leta 1785. Njegove ugotovitve je izpopolnil francoski general A.J. Morin leta 1830. Tedaj so mislili, da je koeficient trenja neodvisen od hitrosti, ker so pač merili pri razmeroma majhni hitrosti. Šele pozneje so Anglež Francis Galton in drugi spoznali, da koeficient trenja z naraščajočo hitrostjo pojema in da pri zelo majhni hitrosti preide v koeficient lepenja (slika 2). Da je koeficient trenja na ledu manjši kot na drugih sorodnih snoveh zaradi znižanja ledišča pri povišanem tlaku, je trdil Osborne Reynolds leta 1901.



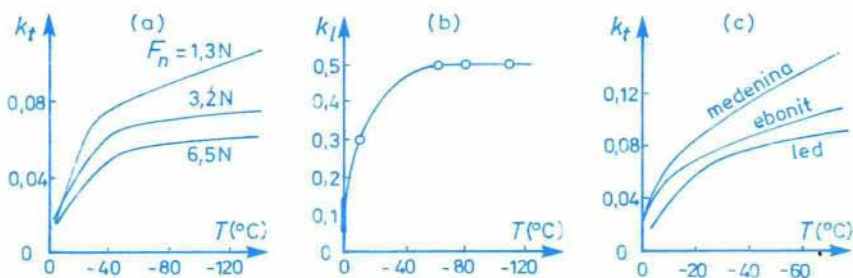
Slika 2. Odvisnost koeficienta trenja kovine na tej kovini od hitrosti. Križca kaže ta podataka A. J. Morina, krožci pa merjenja F. Galtona. Danes vemo, da dobimo tak izid samo pri običajnih kovinskih površinah, koeficient trenja za kovinski telesi z zelo čistima površinama je mnogo večji.

Kaj pa kažejo merjenja? Najbolje je pogledati v knjige in revije, saj poskusi te vrste niso preprosti. Večinoma sicer ne najdemo tistega, kar iščemo, a na srečo naletimo na to kdaj pozneje, ko iščemo kaj drugega. Tako zasledimo temeljito poročilo, ki sta ga F.P.Bowden in T.P.Hughes v članku *The mechanism of sliding on ice and snow* (Mehanizem drsenja po ledu in snegu) objavila v *Proceedings of the Royal Society* (Razpravah Kraljeve družbe, to je angleške akademije znanosti) leta 1939.

Bowden in Hughes, sicer člana laboratorija za fizikalno kemijo v Cambridgeu, sta delala poskuse na raziskovalni postaji na sedlu Jungfrauojch 3346 metrov nad morjem v švicarskih Alpah. V ta namen so izkopali v sneg votlino, v kateri se temperatura ni nikoli dvignila čez $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$. Za poskuse so zgradili posebno napravo (slika 3). V njej je elektromotor (RS) okoli navpične osi vrtel vodoravno ploščo (C). Z gredjo (F) so jo toplotno izolirali od motorja. Plošča je bila votla in jo je bilo mogoče posebej hladiti, tudi z utekočinjenim zrakom. Zgoraj so nanjo pritrdili ledeno ali sneženo podlago. Nad njo je spodnji del ročice (A) nosil telo iz ledu ali druge snovi (I), ki je drselo po plošči. Z vijakom (TY) so lahko ročico prestavljali bližje ali dalje od osi. Na zgornji del ročice so polagali uteži (L) in tako spreminjali silo, pravokotno na



Slika 3. Naprava F.P.Bowdena in T.P.Hughesa iz leta 1939



Slika 4. Merjenja F.P.Bowdena in T.P.Hughesa iz leta 1939: temperaturna odvisnost koeficienta trenja za led na ledu pri treh različnih obremenitvah (a), koeficienta lepenja za led na ledu (b) in koeficienta trenja za ebonitno in medeninasto smučko na ledu (c). Pri ponovitvi so merjenja v enakih okoliščinah večkrat dala nekoliko drugačen izid in so navedena povprečja za več merenj.

podlago. Ročico je nit (Z) povezovala z vzmetjo v obliki traku, na katero so pritrčili zrcalce in nanj usmerili ozek svetlobni curek. Odklon curka na steni je meril silo trenja. Vse skupaj so lahko pokrili s steklenim poveznikom (P), iz katerega so izsesali zrak. Pokazalo se je, da je bil poveznik odveč. Zrak je bil tako čist, da se površina teles na zraku ni nič umazala. Pri merjenju sile trenja je telo drselo po ledu ali snegu večinoma s hitrostjo 4 m/s.

Najprej so se prepričali, da je koeficient trenja neodvisen od velikosti stične ploskve. Nato so merili temperaturno odvisnost koeficienta trenja ledu na ledu. Pri zelo nizki temperaturi je meril ta koeficient 0,11 in je bil le okoli dvakrat manjšji od koeficienta trenja sorodnih snovi; koeficient trenja kalcita po kalcitu meri na primer 0,2. Pri temperaturi okoli -40 °C se je koeficient trenja ledu po ledu značilno spremenil, za 30 % pri spremembi temperature za deset stopinj (slika 4a). Koeficient trenja drugih snovi se le neznatno spremeni pri tolikšni temperaturni spremembi, pri kovinah je sprememba celo zanemarljiva. Podobno temperaturno odvisnost je kazal tudi koeficient lepenja ledu na ledu (slika 4b).

Koeficient trenja drugih snovi na ledu so merili, ker jih je zanimal vpliv toplotne prevodnosti. Poskuse so delali z medeninasto in ebonitno smučko z dolžino 1,5 cm, širino 0,5 cm in debelino 0,5 cm. Pri temperaturi 0 °C je bil koeficient trenja za obe smučki skoraj enak. Pri nižji temperaturi pa je bil za ebonit, ki je toplotni izolator, manjši kot za medenino (slika 4c). Pri višji temperaturi - smučki so tudi segreli na 10 °C - je bil koeficient trenja za medenino manjši kot za ebonit. Naposled so uporabili tudi votlo ebonitno smučko, pri kateri so toplotno prevajanje izdatno izboljšali, če so vanjo natočili

živo srebro. Koeficient trenja se je povečal v nekaterih primerih celo za 70 %, ko so to naredili.

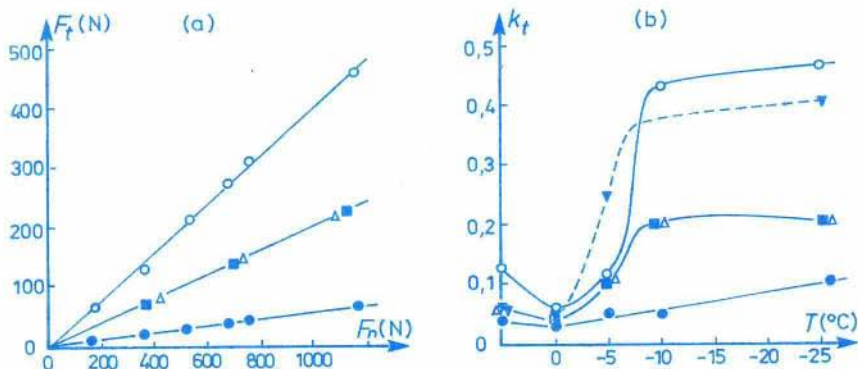
Nato so preverili učinek voska. Iz lesa hikorija, severnoameriškega oreha, so izdelali 4,5 cm dolgo, 1,3 cm široko in 0,2 mm debelo smučko. Pri temperaturi $-3\text{ }^{\circ}\text{C}$ se je koeficient trenja lesene smučke zmanjšal od 0,08 na 0,03, koeficient trenja kovinske smučke pa samo od 0,03 na 0,025, ko so smučko namazali.

Merili so tudi električni upor med drobno elektrodo v smučki in podlago iz ledu, ki so mu dodali pred strditvijo nekaj kalijevega klorida. Pri temperaturi okoli $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ je bil upor razmeroma velik, čeprav je bil koeficient trenja majhen. Blizu ledišča pa se je upor stokrat zmanjšal. Pri nižji temperaturi je sicer nastala plast vode, a le na ločenih majhnih predelih. V bližini ledišča pa je nastala plast vode po vsej površini ledu. Njena debelina je bila tako majhna, da je ni bilo mogoče videti. S podatkom za koncentracijo kalijevega klorida so z izmerjenim električnim uporom ocenili debelino plasti na 0,07 mm.

Poskusi s smučko na podlagi iz snega so dali podobne izide, le da je bil koeficient trenja večji kot na ledeni podlagi. Za povozčeno leseno smučko so namerili na ledu koeficient trenja 0,04, na snegu pa 0,09. Pretežni del tega povečanja so pripisali dodatni sili zaradi odzivanja snega.

Nekaj poskusov so naredili na prostem s pravimi smučmi. Par smučiči iz hikorija so povezali, nanju postavili breme in ju z vzmetno tehtnico vlekli s hitrostjo 10 cm/s. Za koeficient trenja so namerili 0,06, za koeficient lepenja pa 0,08. Po nekajkratni vožnji po isti sledi sta se zmanjšala oba, koeficient trenja in koeficient lepenja. Oba koeficienta sta bila za prave smučiči manjša kot za model smučke.

Po drugi svetovni vojni je F.P.Bowden nadaljeval z delom na Inštitutu za raziskovanje snega in plazov na sedlu Weissfluhjoch nad Davosom. O tem je poročal v članku *Friction on snow and ice* (Trenje na snegu in ledu) leta 1953 v isti reviji. To pot se je omejil na prave smučiči na snegu. Uporabil je smučiči, katerih drsno ploskev je prevlekel s smučarskim lakom, z norveškim in s švicarskim smučarskim voskom in obložil s plastično snovjo politetrafluoretilenom. Pri temperaturi $-11\text{ }^{\circ}\text{C}$ je nameril za te smučiči po vrsti koeficiente trenja 0,42; 0,2; 0,2 in 0,05 (slika 5a). Tudi pri smučeh je raziskal temperaturno odvisnost koeficienta trenja in opazil, da je pri znižanju temperature od -5 na $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ koeficient trenja izdatno zrasel (slika 5b). O izrazitem povečanju koeficienta trenja za smučiči in sani pri zelo nizki temperaturi so poročali že prej številni polarni raziskovalci, na primer J.M.Scott in F.Nansen. Pri temperaturi med -30 in $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ se jim je zdelo, da se gibljejo smučiči in



Slika 5. Merjenje F.P.Bowdena iz leta 1953: sila trenja v odvisnost od obremenitve, koeficient trenja je konstanten (a) in temperaturna odvisnost koeficienta trenja za smuči na snegu (b): o lakirana drsna ploskev, ∇ namazana s parafinom, Δ namazana s švicarskim smučarskim voskom, \bullet obložena s politetrafluoretilenom.

sani po pesku. Zaradi tega je Bowden meril tudi silo trenja smuči na pesku in ugotovil, da zares ni mnogo večja kot na snegu pri nizki temperaturi. Raziskal je še vpliv površinske napetosti in ugotovil, da so za oblogo smuči pripravne snovi, ki jih voda ne omoči.

* * *

Opisana merjenja pričajo, da imata led in sneg pri zmernih temperaturah pod ničlo razmeroma majhen koeficient trenja, ker nastane med ledom ali snegom in drsečim telesom tanka vodna plast. Kako nastane ta plast, če je ne povzroči znižanje ledišča pri povišanem tlaku? Nastane zaradi dela sile trenja. Ob drsenju po ledu se namreč sprošča toplota, zaradi katere se zviša temperatura do ledišča in se tanka plast ledu stali. Čeprav del toplote nekoristno odteče v okolico, preostali del zadostuje, da nastane plast vode, ki je pri nizki temperaturi zelo tanka in pri nekoliko višji temperaturi debelejša. V bližini ledišča utegne biti plast še nekoliko debelejša zaradi znižanja ledišča pri povišanju tlaka. Prepričajmo se o tem s preprostim računom, ki se naslanja na Bowdenovega in Hughesovega.

Vzemimo, da se pri temperaturi $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ smuča smučar z maso 70 kg na več kot 2 m dolgih in v povprečju 7 cm širokih smučeh. Pri koeficientu trenja 0,05 se mora klanec na 100 metrih spustiti za več kot 5 m, se pravi, da mora biti njegov nagib večji kot okoli 3° . Pri blagem nagibu dobimo silo trenja, ko težo 700 newtonov pomnožimo z 0,05, torej $F_t = 35\text{ N}$. Ko se

smuči premaknejo za 1 cm, opravi ta sila delo $35 \text{ N} \cdot 0,01 \text{ m} = 0,35 \text{ J}$. Zaradi dovedenega dela se segreje led do ledišča in stali. Izgub toplote ni treba upoštevati, ker traja premik zelo kratek čas. Kilogramu ledu je treba dovesti 2100 joulov toplote, da ga segrejemo za eno stopinjo, in 335 000 joulov, da ga pri temperaturi 0°C stalimo. Skupaj da to $(2100 \cdot 10 + 335\,000)$ joulov = $= 356\,000 \text{ J}$. Kako debelo plast ledu stali toplota $0,35 \text{ J}$ na površini $2 \cdot 2 \text{ m} \cdot 0,07 \text{ m} = 0,28 \text{ m}^2$? Ker je gostota ledu približno 1000 kg/m^3 , velja enačba $0,35 \text{ J} = 356\,000 \text{ Jkg}^{-1} \cdot 1000 \text{ kgm}^{-3} \cdot 0,28 \text{ m}^2 \cdot d$ in dobimo za debelino naposled $d = 3,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}$. Premer molekule vode meri nekaj 10^{-10} m , tako da nastane plast vode z debelino deset in več molekul. To zadostuje, da se gibljejo smuči po tanki plasti kapljevine in je zaradi tega koeficient trenja razmeroma majhen.

Naredili smo le zelo grobo oceno, ki pa ji zaupamo, ker smo jemali neugodne podatke. Računali smo, kot da bi se sneg dotikal vse drsne ploskve smučke. Podatka o efektivni površini, na kateri se sneg zares dotika drsne ploskve, ni, toda merjenja pri kovinah so pokazala, da je efektivna površina pogosto celo tisočkrat manjša od drsne ploskve. Pri snegu, ki je mehkejši, bi morda lahko računali z desetkrat manjšo efektivno površino ($0,028 \text{ m}^2$), kar bi dalo desetkrat debelejšo plast vode. Najbrž bi smeli vzeti nekajkrat večjo pot kot 1 cm, ne da bi bilo treba upoštevati izgubo toplote. V tem primeru pa bi morali upoštevati tudi hitrost smuči.

Tako smo opisali poskuse in naredili približne račune, ki podpirajo misel, da se lahko smučamo in drsamo zato, ker se zaradi trenja pod smučmi ali drsalkami stali sneg ali led in nastane tanka plast vode. Podrobnosti o tem pojavu dandanes skrbno raziskujejo v laboratorijih tovarn smuči in smučarskih mašč. A najbrž tudi razglabljanje o starejših poskusih ni bilo dolgočasno.

Janez Strnad

V fizikalnih knjigah je razširjena napačna trditev, da je led spolzek zaradi tanke plasti vode, ki nastane, ker se led stali pod povišanim tlakom. Led je zares spolzek zaradi tanke plasti vode, toda ta nastane zaradi toplote, ki se razvije pri trenju, ne zaradi povišanega tlaka. Taljenje zaradi povišanega tlaka je stranski pojav kvečjemu pri drsanju in nepomembno pri smučanju in drugih primerih drsenja po ledu in snegu...