Izjemen uspeh na 61. mednarodni matematični olimpijadi

Boštjan Kuzman

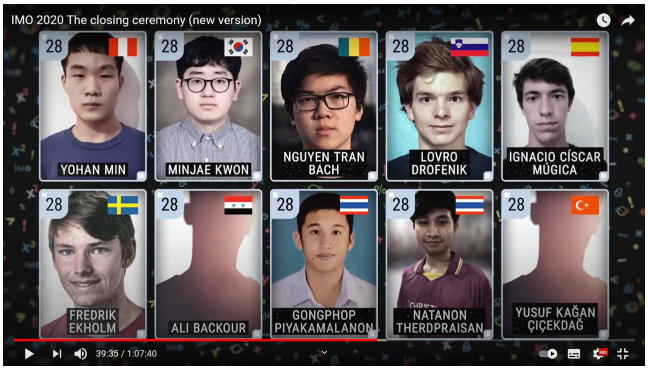
61. Mednarodna matematična olimpijada (v nadaljevanju MMO) je zaradi epidemije Covid-19 namesto v ruskem Sankt Petersburgu potekala 21. in 22. septembra 2020 na daljavo tako, da so tekmovalci večine držav naloge reševali v svoji domovini pod nadzorom mednarodnih predstavnikov. Slovenski tekmovalci so naloge reševali v Plemljevi vili na Bledu, kjer so preživeli nekaj dni skupaj s švicarsko ekipo. Največji uspeh je dosegel *Luka Horjak* s I. gimnazije v Celju, ki je osvojil prvo zlato medaljo na MMO v zgodovini samostojne Slovenije. S 33 točkami od 42 možnih je osvojil absolutno 22. mesto med 616-imi tekmovalci iz 105-ih držav. Njegov izjemen uspeh so dopolnili še *Lovro Drofenik* (I. gimnazija v Celju) s srebrno medaljo, *Job Petrovčič* (Gimnazija Bežigrad) z bronasto medaljo ter *Tevž Lotrič* (Gimnazija Kranj), *Jan Genc* (II. gimnazija Maribor) in *Jaka Vrhovnik* (I. gimnazija v Celju) s pohvalo.

Za radovedne bralce pa predstavimo rešitev ene izmed letošnjih nalog. Tretja naloga prvega dneva olimpijade je po tradiciji kombinatorična in med najslabše reševanimi – letos je bil povprečni rezultat pri tej nalogi komaj 0,94 točke od sedmih možnih. Naloga je enostavno razumljiva, a brez ustrezne ideje je težko priti do rešitve. S pravim namigom pa je rešitev čudovito preprosta.

SLIKA 1.
Luka Horjak je osvojil prvo slovensko zlato medaljo doslej.

Naloga. Na mizi je $4n$ kamnov, katerih mase so $1, 2, 3, \ldots, 4n$. Vsak kamen je pobarvan z eno od n barv in z vsako barvo so pobarvani štirje kamni. Dokaži, da lahko razdelimo kamne na dva kupa z enako skupno maso, tako da vsak kup vsebuje natanko dva kamna vsake barve.

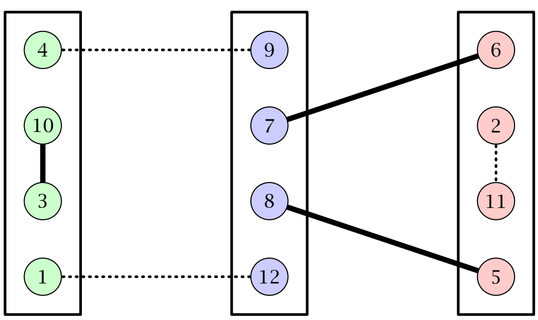
Rešitev. Vsako množico štirih kamnov iste barve si predstavljamo kot eno vozlišče grafa, v katerem vsak par kamnov z vsoto 4n+1 predstavlja eno povezavo. Dobljeni (multi)graf ima lahko zanke ali več različnih povezav med istim parom vozlišč. Graf ni nujno povezan, ampak ima lahko več komponent, vsaka od njih pa ima vsa vozlišča stopnje 4. Zato ima vsaka komponenta grafa Eulerjev obhod sode dolžine, v katerem lahko izmenično izberemo vsako drugo pove-



SLIKA 2.
Lovro Drofenik je prejel srebrno medaljo za doseženih 28 točk, kar je tretji najboljši slovenski dosežek vseh časov.

zavo. Kamne, ki predstavljajo krajišča izbranih povezav, zložimo na en kup, preostale na drugega. Tako smo na prvi kup zbrali po dva kamna vsake barve, skupna masa pa je ravno polovica celotne.

Zgled. Denimo, da imamo 12 kamnov različnih mas, od tega štiri rdeče z masami 2, 5, 6, 11, štiri modre z masami 7, 8, 9, 12 in štiri zelene z masami 1, 3, 4, 10. Če združimo po štiri kamne iste barve v eno vozlišče in povežemo pare kamnov z vsoto 13, dobimo povezan multigraf s šestimi povezavami in tremi vozlišči stopnje 4. Zaporedje povezav $(4,9)-(7,6)-(2,11)-(5,8)-(12,1)-(3,10)$ predstavlja Eulerjev obhod v tem grafu. Če izberemo vsako drugo povezavo (označeno črtkano) in zberemo njene kamne, ima ustrezni kup $\{1,2,4,9,11,12\}$ po dva kamna vsake barve, vsota mas pa je ravno polovica celotne.



Barvni sudoku

V 8×8 kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do 8 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve (pravokotnikih 2×4) nastopalo vseh osem števil.

		8	7	6		3	2
	3						
5			3		1	6	
	7		8				3
1					6		
		6	4		7		
				8			
		2					1

REŠITEV BARVNI SUDOKU

4	1	8	7	6	5	3	2
2	3	5	6	1	8	4	7
5	2	4	3	7	1	6	8
6	7	1	8	5	4	2	3
1	5	7	2	3	6	8	4
3	8	6	4	2	7	1	5
7	4	3	1	8	2	5	6
8	6	2	5	4	3	7	1