

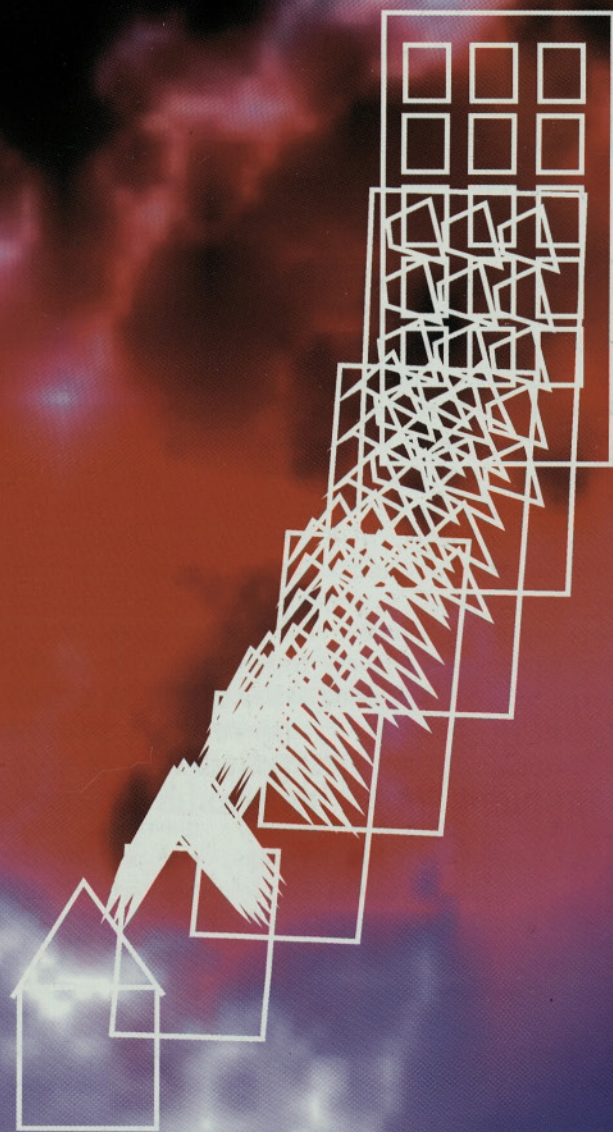
# GRADBENI VESTNIK

---

GLASILO  
ZVEZE DRUŠTEV  
GRADBENIH  
INŽENIRJEV  
IN TEHNIKOV  
SLOVENIJE

---

**FEBRUAR**  
**2000**



## Glavni in odgovorni urednik:

Prof.dr. Janez **DUHOVNIK**

## Lektor:

Alenka **RAIČ - BLAŽIČ**

## Tehnični urednik:

Danijel **TUDJINA**

## Uredniški odbor:

Doc.dr. Ivan **JECELJ**

Andrej **KOMEL**, u.d.i.g.

Mag. Gojmir **ČERNE**

Doc.dr. Franci **STEINMAN**

Prof.dr. Miha **TOMAŽEVIČ**

## Tisk:

**Tiskarna TONE TOMŠIČ**, d.d.

Ljubljana

Količina: 1000 Izvodov

Revijo izdaja ZVEZA DRUŠTEV GRADBENIH INŽENIRJEV IN TEHNIKOV SLOVENIJE, Ljubljana, Karlovška 3, telefon/faks: 01 422-46-22, ob finančni pomoči Ministrstva RS za znanost in tehnologijo ter Fakultete za gradbeništvo in geodezijo Univerze v Ljubljani.

Letno izide 12 števil. Letna naročnina za individualne naročnike znaša 3000 SIT; za študente in upokojene 1500 SIT; za gospodarske naročnike (podjetja, družbe, ustanove, obrtnike) 35000 SIT za 1 izvod revije; za naročnike v tujini 100 USD. V ceni je všteti DDV.

Žiro račun se nahaja pri Agenciji za plačilni promet, Enota Ljubljana, številka: 50101-678-47602.

## Navodila avtorjem za pripravo člankov in drugih prispevkov

1. Uredništvo sprejema v objavo znanstvene in strokovne članke s področja gradbeništva in druge prispevke, pomembne in zanimive za gradbeno stroko.

2. Znanstvene in strokovne članke pred objavo pregledata dva recenzenta, ki ju določi glavni in odgovorni urednik.

3. Besedilo prispevkov mora biti napisano v slovenščini.

4. Besedilo mora biti izpisano z dvojnimi presledki med vrsticami.

5. Prispevki morajo imeti naslov, imena in priimke avtorjev ter besedilo prispevka.

6. Besedilo člankov mora obvezno imeti: naslov članka (velike črke); imena in priimke avtorjev; naslov POVZETEK in povzetek v slovenščini; naslov SUMMARY, naslov članka v angleščini (velike črke) in povzetek v angleščini; naslov UVOD in besedilo uvoda; naslov naslednjega poglavja (velike črke) in besedilo poglavja; naslov razdelka in besedilo razdelka (neobvezno); naslov SKLEP in besedilo sklepa; naslov ZAHVALA in besedilo zahvale (neobvezno); naslov LITERATURA in seznam literature; naslov DODATEK in besedilo dodatka (neobvezno). Če je dodatkov več, so dodatki označeni še z A, B, C, itn.

7. Poglavja in razdelki so lahko oštevilčeni.

8. Slike, preglednice in fotografije morajo biti oštevilčene in opremljene s podnapisi, ki pojasnjujejo njihovo vsebino. Slike in fotografije, ki niso v elektronski obliki, morajo biti priložene prispevku v originalu in dveh kopijah.

9. Enačbe morajo biti na desnem robu označene z zaporedno številko v okroglem oklepaju.

10. Uporabljeni in citirani dela morajo biti navedena med besedilom prispevka z oznako v obliki [priimek prvega avtorja, leto objave]. V istem letu objavljena dela istega avtorja morajo biti označena še z oznakami a, b, c, itn.

11. V poglavju LITERATURA so dela opisana z naslednjimi podatki: priimek, ime avtorja, priimki in imena drugih avtorjev, naslov dela, način objave, leto objave.

12. Način objave je opisan s podatki: knjige: založba; revije: ime revije, založba, letnik, številka, strani od do; zborniki: naziv sestanka, organizator, kraj in datum sestanka, strani od do; raziskovalna poročila: vrsta poročila, naročnik, oznaka pogodbe; za druge vrste virov: kratek opis, npr. v zasebnem pogovoru.

13. Pod črto na prvi strani, pri prispevkih, krajših od ene strani pa na koncu prispevka, morajo biti navedeni obsežnejši podatki o avtorjih: znanstveni naziv, ime in priimek, strokovni naziv, podjetje ali zavod, naslov.

14. Prispevke je treba poslati glavnemu in odgovornemu uredniku prof. dr. Janezu Duhovniku na naslov: FGG, Jamova 2, 1000 LJUBLJANA. V spremnem dopisu mora avtor članka napisati, kakšna je po njegovem mnenju vsebina članka (pretežno znanstvena, pretežno strokovna) oziroma za katero rubriko je po njegovem mnenju prispevek primeren. Prispevke je treba poslati v treh izvodih in v elektronski obliki (WORD, EXCEL, AVTODAC, DESIGNER).

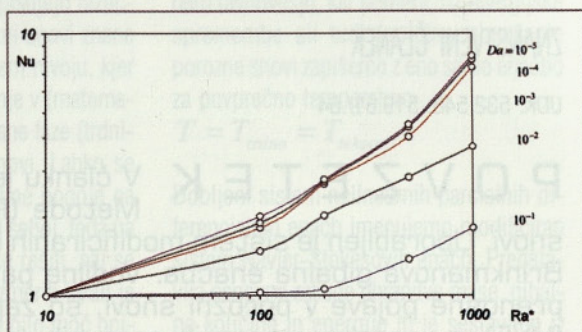
Uredniški odbor

## VSEBINA - CONTENTS

Članki, študije, razprave  
Articles, studies, proceedings

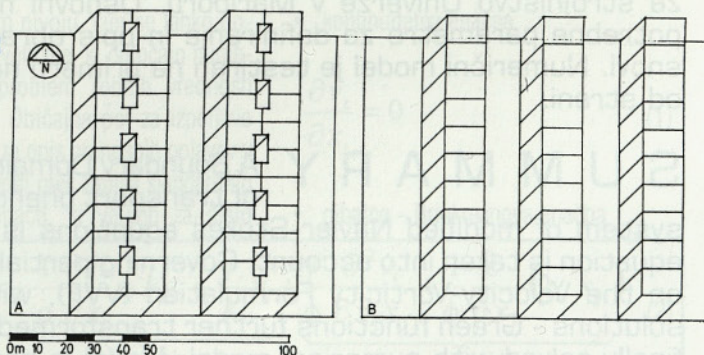
Stran 26  
Renata Jecl

**MODELIRANJE PRENOSNIH POJAVOV V  
POROZNI SNOVI Z ROBNO OBMOČNO  
INTEGRALSKO METODO  
BOUNDARY-DOMAIN INTEGRAL  
METHOD FOR TRANSPORT PHENOMENA  
IN POROUS MEDIA**



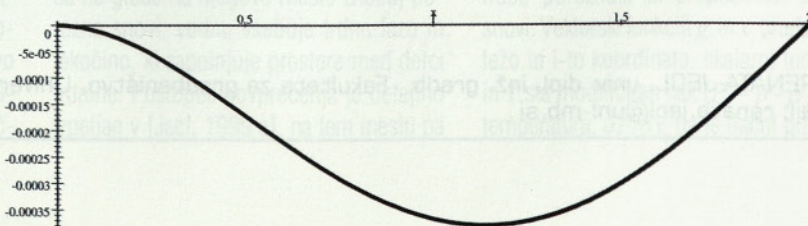
Stran 36  
Živa Kristl

**SVETLOBNI JAŠKI KOT DODATEN VIR  
DNEVNE SVETLOBE V STAVBAH  
LIGHT WELLS AS COMPLEMENTARY  
DAYLIGHT SOURCE IN BUILDINGS**



Stran 45  
Svitan Gaborovič, Matej Mencinger

**IZRAČUN UPOGIBNICE S PROGRAMOM SCIENTIFIC  
NOTEBOOK  
CALCULATING DEFLECTION LINE USING SCIENTIFIC  
NOTEBOOK**



# MODELIRANJE PRENOSNIH POJAVOV V POROZNI SNOVI Z ROBNO-OBMOČNO INTEGRALSKO METODO

## BOUNDARY-DOMAIN INTEGRAL METHOD FOR TRANSPORT PHENOMENA IN POROUS MEDIA

ZNANSTVENI ČLANEK

UDK: 532.546: 519.61/64

RENATA JECL

**P O V Z E T E K** V članku je prikazana uporaba Robno Območne Integralne Metode (ROIM) za reševanje prenosnih pojavov v porozni snovi. Uporabljen je sistem modificiranih Navier-Stokesovih enačb, pri čemer je upoštevana Brinkmanova gibalna enačba. Vodilne parcialne diferencialne enačbe, s katerimi opišemo prenosne pojave v porozni snovi, so zapisane na osnovi Hitrostno-Vrtinčne formulacije (HVF), z uporabo ustreznih osnovnih rešitev (Greenovih funkcij) prevedene v integralno obliko, zapisane v diskretni obliki in rešene z uporabo računalniškega modela. Model temelji na uporabi računalniškega paketa BEEAS -Boundary Element Engineering Analysis Sistem- razvitega v Laboratoriju za prenosne pojave v trdninah in tekočinah na Fakulteti za strojništvo Univerze v Mariboru. Osnovni model je dopolnjen, tako da zajema vse potrebne parametre za definiranje in opis obravnavanega prenosnega pojava v porozni snovi. Numerični model je testiran na primeru naravne konvekcije v porozni kotanji, greti od strani.

**S U M M A R Y** A Boundary Domain Integral Method (BDIM) for the solution of transport phenomena in porous media is presented. The system of modified Navier-Stokes equations is used, where the Brinkman momentum equation is taken into account. Governing partial differential equations are written based on the Velocity-Vorticity Formulation (VVF), with the use of appropriate fundamental solutions - Green functions further transformed into integral equations, discretized and finally solved with numerical model. Model is based upon the computer package BEEAS -Boundary Element Engineering Analysis Sistem- which has been developed in the Laboratory for transport phenomena in solids and fluids at the Faculty of Mechanical engineering, University of Maribor. The numerical model that include all necessary data for modeling of the transport phenomena in porous media is incorporated into the main code. Numerical model is tested on a case of natural convection in a porous cavity heated from the side.

*Avtor:*

Dr. RENATA JECL, univ. dipl. inž. gradb., Fakulteta za gradbeništvo, Univerza v Mariboru, Smetanova 17,  
e-mail: renata.jecl@uni-mb.si

## UVOD

Porozna snov je pojem, ki se pojavlja v mnogih področjih znanosti in tehnologije od hidrologije, gradbeništva, procesnega strojništva, geotehnike, mikroelektronike do kemije. V gradbeništvu srečujemo porozno snov pri toku podtalnice v vodnjakih in galerijah, gibanju vlage skozi in pod inženirskimi zgradbami, transportu polutantov v podtalnici, pri pojmu prenosa vode skozi gradbeni material (opeka, beton, asfalt) in pri prehodu toplote skozi sloje toplotne izolacije. Porozna snov je material, sestavljen iz trdnega dela in por, za katere predpostavimo, da so med seboj povezane, saj je le tako možen tok skozi [Bear, 1991].

Prenosni pojavi so transportni procesi, ki opisujejo razširjanje različnih spremenljivk (npr. snov, gibalna količina, toplota) skozi porozno snov. V zadnjih desetletjih so se ti procesi intenzivno preučevali, tako eksperimentalno kot tudi teoretično. Z razvojem natančnih instrumentov in novih eksperimentalnih tehnik je možno danes izmeriti množico fizikalnih lastnosti porozne snovi, razvoj računalništva pa je omogočil tudi modeliranje in simuliranje različnih prenosnih pojavov.

Robno-območna integralska metoda (ROIM) je izpeljanka klasične metode robnih elementov (MRE). Metoda robnih elementov se je začela intenzivno uporabljati po izdaji prve knjige avtorja C.A. Brebbie s področja potencialnega toka leta 1978 [Brebbia, 1978]. Metoda se je kmalu razširila tudi na probleme toka viskozne, nestisljive tekočine, kjer so ohranitvene enačbe v integralski obliki robno-območnega tipa, saj se kot neznanke v sistemu diskretnih enačb pojavljajo tako robne kot območne vrednosti spremenljivk. Tako je iz klasične metode robnih elementov nastala izpeljanka, imenovana robno-območna integralska metoda. Bistvo ROIM je hitrostno-vrtinčna formulacija (HVF), ki z vpeljavo vrtinčnosti omogoča numerično ločitev kinematike (hitrost) in kinetike toka (vrtinč-

nosti, temperatura). Metoda je še posebej učinkovita pri reševanju problemov, za katere poznamo osnovne rešitve oziroma Greenove funkcije. V odvisnosti od oblike integralske enačbe se uporablja več osnovnih rešitev, ki lahko zajemajo vpliv geometrije in snovskih lastnosti (Helmholtzova) ali poleg tega še vpliv hitrosti (difuzivno-konvektivna osnovna rešitev) [Škerget, 1989].

## OSNOVNE ENAČBE

V splošnem so enačbe, ki opisujejo različne prenosne pojave v porozni snovi znane in zapisane na mikroskopskem nivoju, kjer se osredotočamo na dogajanje v (matematični) točki znotraj obravnavane faze (trdna ali tekočina) porozne snovi. Lahko se celo zgodi, da poznamo robne pogoje na površinah, ki ločijo faze med seboj, toda na tem nivoju enačb ni mogoče rešiti, saj se geometrija površine ne da izmeriti in/ali je preveč kompleksna, da bi jo bilo moč opisati. Posledično sta opis in rešitev prenosnega pojava na mikroskopskem nivoju nemogoča in tudi nepraktična. Zato je potrebno ustrezne enačbe zapisati na višjem, makroskopskem nivoju, kjer se lahko določijo merljive veličine, ki določajo numerično rešljiv problem robnih vrednosti [Nield, 1992]. Običajna pot za izpeljavo vodilnih enačb za opis prenosnih pojavov v porozni snovi vodi prek zapisa standardnih ohranitvenih enačb, ki veljajo za čisto

zapišemo kar vodilni sistem makroskopskih enačb za opis prenosnih pojavov v porozni snovi, pri čemer smo upoštevali naslednje predpostavke:

- trdna faza porozne snovi je homogena, izotropna in nedeformabilna,
- tekoča faza oziroma tekočina je nestisljiva, viskozna, enofazna (vse pore so zapolnjene z eno samo tekočino) in newtonska,
- porozna snov je zasičena, kar pomeni da so vse pore zapolnjene s tekočino,
- povprečni temperaturi trdne in tekoče faze sta enaki - porozna snov je v termodinamičnem ravnovesju, kar pomeni, da energijske spremembe ali tudi toplotno obnašanje porozne snovi zapišemo z eno samo enačbo za povprečno temperaturo

$$T = T_{trdno} = T_{tekoče}$$

Dobljeni sistem nelinearnih parcialnih diferencialnih enačb imenujemo modificiran sistem Navier-Stokesovih enačb. Predstavlja osnovne zakone ohranitve mase, gibalne količine in energije in je sestavljen iz kontinuitetne enačbe, gibalne - Brinkmanove enačbe in energijske enačbe [Jecl, 2000 a].

- kontinuitetna enačba

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

- gibalna - Brinkmanova enačba

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial v_i}{\partial t} + \frac{1}{\phi^2} \frac{\partial v_j v_i}{\partial x_j} = - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + F_i g_i - \frac{\gamma}{K} v_i}_{\text{Darcyjev zakon}} + \underbrace{\frac{\bar{\gamma}}{\phi} \frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1}{\phi} \frac{\partial}{\partial x_j} (2\gamma'' s_{ij})}_{\text{Brinkmanov člen}} \quad (2)$$

tekočino, za katere pogosto uporabljamo izraz Navier-Stokesove enačbe in njihovega povprečenja po definiranim reprezentativnem elementarnem

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial v_j T}{\partial x_j} = \bar{a}_p \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( a_p'' \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (3)$$

volumnu (REV), ki mora biti določen tako, da ne glede na njegovo mesto znotraj porozne snovi, vedno vsebuje trdno fazo in tekočino, ki zapolnjuje prostore med delci trdnine. Postopek povprečenja je detajlno izpeljan v [Jecl, 1999 a], na tem mestu pa

- energijska enačba

kjer so  $v_j$ ,  $\phi$ ,  $K$  kapilarna ali filtracijska hitrost, poroznost in propustnost porozne snovi. Vektorski funkciji  $g_i$  in  $x_i$  predstavljata težo in  $i$ -to koordinato, skalarni funkciji  $P$  in  $T$  sta modificiran tlak ( $P = p - \rho g_i r_i$ ) in temperatura,  $\partial P / \partial x_i$  pa je tlačni gradient v

smeri toka. Fizikalna lastnost  $\rho$  je gostota tekočine,  $S_{ij}$  pa predstavlja tenzor deformacijskih hitrosti  $S_{ij} = 1/2(\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i)$ . Vpliv naravne konvekcije je upoštevan v gibalni enačbi z uporabo Bousinesqove aproksimacije, kjer je vpliv temperature na gostoto tekočine upoštevan le pri členu prostorninskih sil, pri vseh drugih členih pa je gostota konstantna. Za spremembo gostote uporabimo splošen izraz  $\rho = \rho_0(1+F)$ , pri čemer je povezava med gostoto in temperaturo podana s funkcijo  $F$  kot  $F = \rho - \rho_0 / \rho_0 = \beta_T(T - T_0)$ .  $\rho_0$  predstavlja referenčno gostoto pri temperaturi  $T_0$ ,  $\beta_T$  pa je koeficient temperaturnega volumenskega razteka. Naslednja fizikalna lastnost je kinematična viskoznost  $\gamma$  ( $\gamma = \mu / \rho$ ), ki je razdeljena na konstantni in spremenljivi del kot  $\gamma = \bar{\gamma} + \gamma''$ . Koeficient  $\sigma$  predstavlja razmerje toplotnih kapacitet trdne in tekoče faze  $\sigma = \phi + (\rho_s c_s / \rho c) (1 - \phi)$ , kjer sta  $\rho_s$  in  $c_s$  gostota in specifična toplota trdne faze. Koeficient  $\bar{a}_p$  je konstantni del toplotne difuzivnosti,  $a_p$  pa spremenljivi del, pri čemer velja  $a_p = \bar{a}_p + a_p''$ . Toplotna difuzivnost je v splošnem izračunana kot  $a_p = \lambda_p / \rho c$ , kjer je  $\lambda_p$  toplotna prevodnost porozne snovi definirana kot  $\lambda_p = (1 - \phi) \lambda_s + \phi \lambda$  in  $\lambda_s$  toplotna prevodnost trdne faze porozne snovi.

Brinkmanov člen v gibalni enačbi predstavlja viskozni upor oziroma viskozno vlečno silo zaradi gibanja tekoče okrog trdne faze na njenih skupnih oziroma kontaktnih površinah [Kaviany, 1999]. Z Brinkmanovo enačbo lahko zadovoljimo brez-zdrsne robnemu pogoju (no-slip boundary condition) oziroma pogoju, da je hitrost na neprepustnih robovih, ki omejujejo porozno snov, enaka nič. Brinkmanov člen je v našem primeru sestavljen iz dveh delov, kar predstavlja pomembno novost v primerjavi z deli v literaturi [Tong, 1985], [Lauriat, 1987]. Prvi del (uporabljen v citiranih delih) predstavlja konstantno viskozno silo, drugi del pa omogoča upoštevanje spremenljive viskoznosti, kar je še posebej ugodno pri obravnavanju poroznih snovi, zasičenih z ne-newtonsko tekočino. Pomembno je poudariti, da je Brinkmanova enačba neke vrste interpolacija med Navier-

Stokesovo enačbo za čisto tekočino in Darcyjevim zakonom za porozno snov z upoštevanjem vztrajnostnih učinkov [Nield, 1992]. V limiti, ko se poroznost približuje enoti ( $\phi \rightarrow 1$ ) in gre posledično propustnost proti neskončnosti ( $K \rightarrow \infty$ ), se namreč Brinkmanova enačba prevede v Navier-Stokesovo enačbo za čisto tekočino, ko pa se vrednost propustnosti zmanjšuje in približuje nič ( $K \rightarrow 0$ ), postane Brinkmanov člen zanemarljivo majhen in gibalna enačba (2) se prevede v Darcyjev zakon [Vasseur, 1990].

### HITROSTNO-VRTINČNA FORMULACIJA

Modificirane Navier-Stokesove enačbe lahko zapišemo v obliki različnih formulacij, npr. hitrostno-tlačna, vrtinčno-tokovna, hitrostno-vrtinčna, formulacija kazenskih funkcij. Izbira ustrezne formulacije je odvisna od izbire metode numeričnega izračuna. V našem delu uporabimo hitrostno-vrtinčno formulacijo, ki kaže svojo učinkovitost ob uporabi robno-območne integralske metode. Z vpeljavo vektorja vrtinčnosti  $\omega_i$ , ki predstavlja rotor hitrostnega polja

$$\omega_i = e_{ijk} \frac{\partial v_k}{\partial x_j} \quad (4)$$

kjer je  $e_{ijk}$  permutacijski enotski tenzor, razdelimo računsko shemo gibanja tekočine na kinematični in kinetični del. S tem modificirane Navier-Stokesove enačbe zapišemo v obliki prenosnih enačb za kinematiko, kinetiko vrtinčnosti in temperaturno kinetiko [Škerget, 1995].

Z uporabo operatorja rotor neposredno pri definiciji vrtinčnosti in ob upoštevanju kontinuitetne enačbe (1) lahko kinematiko formuliramo v obliki vektorske eliptične Poissonove enačbe za hitrostni vektor

$$\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} + e_{ijk} \frac{\partial \omega_k}{\partial x_j} = 0, \quad (5)$$

ki podaja kompatibilnost hitrostnega in vrtinčnega polja v dani točki prostora in časa.

Prenosno enačbo kinetike vrtinčnosti pre-

dstavlja difuzivno-konvektivna parcialna diferencialna enačba, ki jo dobimo kot rotor gibalne enačbe v obliki

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_i}{\partial \tau_v} + v_j \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} &= \phi \bar{\gamma} \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial x_j \partial x_j} + \\ &\phi^2 e_{ijk} g_k \frac{\partial F}{\partial x_j} + \omega_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\phi^2 \gamma}{K} \omega_i \\ &+ \phi \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \gamma'' \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (6)$$

ki opisuje prerazporeditev vektorja vrtinčnosti v tokovnem polju. Nova spremenljivka  $\tau_v$  je modificirani vrtinčni časovni korak  $\tau_v = \tau / \phi$ , ki ga vpeljemo zato, da lahko uporabimo idejo HVF pri transformaciji gibalne enačbe, zadnji člen enačbe (6) pa je prispevek zaradi (morebitnih) nelinearnih fizikalnih lastnosti, definiran kot  $f_{ij} = \phi (\nabla \gamma \times s_{ij})$ .

V energijsko enačbo vpeljemo modificirani temperaturni časovni korak  $\tau_t$  kot  $\tau_t = t / \sigma$  in zapišemo prenosno enačbo temperaturne kinetike v obliki difuzivno-konvektivne parcialne diferencialne enačbe

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \tau_T} + v_j \frac{\partial T}{\partial x_j} &= \bar{a}_p \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( a_p'' \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

ki opisuje prerazporeditev temperature v tokovnem polju.

Za izboljšanje konvergence vezane hitrostno-vrtinčne iterativne sheme uporabimo namesto enačbe (5) parabolizirano kinematično enačbo

$$\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial v_i}{\partial t} + e_{ijk} \frac{\partial \omega_k}{\partial x_j} = 0, \quad (8)$$

kjer je  $\alpha$  relaksacijski parameter, ki omogoča da je vodilna hitrostna enačba (5) izpolnjena samo v ustaljenem stanju ( $t \rightarrow \infty$ ), ko časovni odvod odpade. V shemi rešitve morajo biti enačbe (6), (7) in (8)

rešene iterativno, pri čemer moramo podati še ustrezne robne pogoje. Za kinematiko so robni pogoji lahko Dirichletovi, Neumannovi ali Cauchyjevi, robne pogoje za kinetiko vrtničnosti pa izračunamo direktno iz rezultatov kinematike s pomočjo definicije vrtničnosti, ki je podana z enačbo (4) [Škerget, 1999].

## INTEGRALSKE ENAČBE

S pomočjo hitrostno-vrtnične formulacije je potrebno zapisane parcialne diferencialne enačbe transformirati v integralske z uporabo tehnike utežnih ostankov v kombinaciji s primernimi osnovnimi rešitvami oziroma Greenovimi funkcijami.

Splošna nelinearna časovno odvisna difuzivno-konvektivna parcialna diferencialna enačba, s katero opišemo transport poljubne funkcije polja  $u$ , ki je lahko poljubna skalarna ali vektorska funkcija (hitrost, vrtničnost, temperatura), ima obliko

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( a \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial v_j u}{\partial x_j} + I_u = 0, \quad (9)$$

kjer je  $a$  difuzivnost in  $I_u$  izvorni člen. Če difuzivnost zapišemo v obliki vsote konstantnega in spremenljivega dela kot  $a = \bar{a} + a''$ , lahko enačbo (9) razdelimo na linearni in nelinearni del kot

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial v_j u}{\partial x_j} = \bar{a} \frac{\partial^2 u}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( a'' \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + I_u. \quad (10)$$

Enačba (10) predstavlja paraboličen problem začetnih robnih vrednosti, zato je potrebno matematičen opis problema zaključiti z znanimi robnimi in začetnimi pogoji, npr. Dirichletovimi na delu roba  $\Gamma_1$  in Neumanovimi na  $\Gamma_2$

$$\begin{array}{lll} u = \bar{u} & t & \text{na } \Gamma_1 \quad \text{za } t > t_0, \quad (11) \\ -k \frac{\partial u}{\partial x_j} n_j = \frac{\partial u}{\partial n} = \bar{q}_n & t & \text{na } \Gamma_2 \quad \text{za } t > t_0, \quad (12) \\ u = \bar{u}_0 & & \text{v } \Omega \quad \text{za } t = t_0. \quad (13) \end{array}$$

Parametra  $a$  in  $k$  interpretiramo različno, odvisno od obravnavane vodilne enačbe, z ustreznim ohranitvenim zakonom.

Ker so končni rezultati oziroma njihova konvergenca močno odvisni od izbrane osnovne rešitve, ki se uporablja pri transformaciji diferencialnih enačb v integralske, bomo uporabili dve osnovni rešitvi, in sicer:

- modificirano Helmholtzovo, ki zajema vpliv geometrije in snovske lastnosti, za kinematični del in
- difuzivno-konvektivno, ki zajema vpliv geometrije, snovske lastnosti poleg tega pa še vpliv hitrosti, za kinetični del izračuna.

## 1. Kinematika

V enačbi (10) lahko časovni odvod aproksimiramo z uporabo izraza končnih razlik

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_F - u_{F-1}}{\Delta t} \quad (14)$$

in jo zapišemo v obliki modificirane Helmholtzove parcialne diferencialne enačbe

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{u}{\bar{a} \Delta t} + b_i = 0. \quad (15)$$

Upoštevamo, da vsaka komponenta vektorja hitrosti  $v_i$  iz enačbe (8) zadošča enačbi (15) in dobimo

$$\frac{\partial^2 v_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{v_i}{\alpha \Delta t} + b_i = 0, \quad (16)$$

kjer člen navidezni telesnih sil  $b_i$  vključuje začetne hitrostne pogoje in vrtnični del toka

$$b_i = \beta v_{i,F-1} + e_{ijk} \frac{\partial \omega_k}{\partial x_j}. \quad (17)$$

Integralska enačba, ki opisuje transport hitrostnega polja v tridimenzionalnem poroznem prostoru je izpeljana z uporabo tehnike utežnih ostankov [Jecl, 1999 b] in dobi obliko

$$\begin{aligned} c(\xi) v_i(\xi) + \int_I v_i \frac{\partial u^*}{\partial n} d\Gamma &= \\ &= \int_I \left( \frac{\partial v_i}{\partial n} + e_{ijk} \omega_k n_j \right) u^* d\Gamma - \\ &- \int_{\Omega} e_{ijk} \omega_k \frac{\partial u^*}{\partial x_j} d\Omega + \\ &+ \beta \int_{\Omega} v_{i,F-1} u^* d\Omega, \quad (18) \end{aligned}$$

kjer je  $u^*$  modificirana Helmholtzova osnovna rešitev [Žagar, 1995],  $\beta$  pa parameter, definiran kot  $\beta = 1 / \alpha \Delta t$ .

## 2. Kinetika

Najbolj stabilno integralsko predstavitev lahko formuliramo z uporabo osnovne rešitve difuzivno-konvektivne PDE s konstantnimi koeficienti. Zato je potrebno hitrostni vektor  $v_j$  razdeliti na konstantni del ( $v_j$  - dominantna hitrost) in spremenljivi del ( $v_j$  - variabilni ostanek), kot  $v_j = \bar{v}_j + v_j'$ . Ponovno uporabimo aproksimacijo časovnega odvoda z izrazom končnih razlik (14) ter enačbo (10) zapišemo v obliki nehomogene difuzivno-konvektivne diferencialne enačbe

$$\bar{a} \frac{\partial^2 u}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \bar{v}_j u}{\partial x_j} - \frac{u}{\Delta t} + b_i = 0. \quad (19)$$

Upoštevamo, da vsaka komponenta vektorja vrtničnosti iz prenosne enačbe kinetike vrtničnosti (6) ustreza enačbi (19) in dobimo

$$\begin{aligned} \phi \bar{\gamma} \frac{\partial^2 \omega_i}{\partial x_j \partial x_j} - \bar{v}_j \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} - \\ - \frac{\omega_i}{\Delta \tau_v} + b_i = 0, \quad (20) \end{aligned}$$

kjer vektor navideznih telesnih sil  $b_i$  vsebuje vpliv konvekcije zaradi variabilnega dela hitrosti, deformacije, vzgonski člen, spremembo vrtinčnosti zaradi lastnosti porozne snovi, začetne pogoje, nelinearni oziroma variabilni del difuzije in člen deformacijskih hitrosti v obliki

$$b_i = -\frac{\partial v_j'' \omega_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \omega_j v_i}{\partial x_j} + \phi^2 e_{ijk} g_k \frac{\partial H}{\partial x_j} - \frac{\phi^2 \gamma}{K} \omega_i + \frac{\omega_{i,F-1}}{\Delta \tau_v} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \phi \gamma'' \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial f_{ij}}{\partial x_j} \quad (21)$$

Ponovno uporabimo metodo utežnih ostankov in enačbo (20) transformiramo v integralno ter dobimo

$$c(\xi) \omega_i(\xi) + \int_{\Gamma} \omega_i \frac{\partial U^*}{\partial n} d\Gamma = \frac{1}{\phi \bar{\gamma}} \int_{\Gamma} \left( \phi \gamma \frac{\partial \omega_i}{\partial n} - \omega_i v_n - v_i \omega_n + \phi^2 e_{ijk} g_k F n_j + f_{ij} n_j \right) U^* d\Gamma + \frac{1}{\phi \bar{\gamma}} \int_{\Omega} \left( \omega_i v_j'' - v_i \omega_j - \phi^2 e_{ijk} g_k F - \phi \gamma'' \frac{\partial \omega_i}{\partial x_j} - f_{ij} \right) \frac{\partial U^*}{\partial x_j} d\Omega - \frac{1}{\phi \bar{\gamma}} \int_{\Omega} \frac{\phi^2 \gamma}{K} \omega_i U^* d\Omega + \beta \int_{\Omega} \omega_{i,F-1} U^* d\Omega \quad (22)$$

Enačba (22) opisuje prerezporeditev vektorja vrtinčnosti v tridimenzionalnem poroznem prostoru, pri čemer je  $U^*$  modificirana difuzivno-konvektivna osnovna rešitev, podana z  $U^* = \phi \gamma u^*$ ,  $\beta$  je parameter, definiran kot  $\beta = 1 / \phi \bar{\gamma} \Delta \tau_v$ ,  $\gamma$  kinematična viskoznost ( $\gamma = \bar{\gamma} + \gamma''$ ),  $u^*$  pa eliptična difuzivno-konvektivna osnovna rešitev [Žagar, 1995].

Prenosna enačba temperaturne kinetike (7) je po svoji zgradbi podobna prenosni enačbi vrtinčnosti, s katero je vezana prek vzgonskega člena  $Fg_i$ , pri čemer je  $F = -\beta_i(T - T_0)$ ; ujema se tudi s splošno nelinearno difuzivno-konvektivno enačbo (10). Po analognem postopku kot za kine-

tiko vrtinčnosti zapišemo tudi integralno enačbo temperaturne kinetike v obliki

$$c(\xi) T(\xi) + \int_{\Gamma} T \frac{\partial U^*}{\partial n} d\Gamma = \frac{1}{\bar{a}_p} \int_{\Gamma} \left( a_p \frac{\partial T}{\partial n} - T v_n \right) U^* d\Gamma + \frac{1}{\bar{a}_p} \int_{\Omega} \left( v_j'' T - a_p'' \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \frac{\partial U^*}{\partial x_j} d\Omega + \beta \int_{\Omega} T_{i,F-1} U^* d\Omega \quad (23)$$

kjer je  $U^*$  ponovno modificirana difuzivno-konvektivna osnovna rešitev podana z  $U^* = a_p u^*$ ,  $\beta$  pozitivno število, definirano kot  $\beta = 1 / \bar{a}_p \Delta \tau_T$  in  $u^*$  eliptična difuzivno-konvektivna osnovna rešitev. Enačba (23) opisuje prerezporeditev temperature v tridimenzionalnem poroznem prostoru.

### DISKRETNA OBLIKA INTEGRALSKIH ENAČB

Ker je numerični model prirejen za obrav-

porabo integralov, ki so funkcije geometrije, časovnega koraka in snovskih lastno-

sti. V naslednjem koraku zapišemo enačbe še za vsa robna in območna vozlišča, kar nam da vezani matrični sistem nelinearnih enačb, zapisan za primer ravninske formulacije:

- za kinematiko

za izračun neznanih komponent vektorja hitrosti in normalnih odvodov hitrostnih komponent:

$$[H] \{v_i\} = [G] \left\{ \frac{\partial v_i}{\partial n} \right\} + e_{ij} [G] \{ \omega n_j \} - e_{ij} [D_j] \{ \omega \} + \beta [B] \{ v_i \}_{F-1}, \quad (24)$$

- za kinetiko vrtinčnosti

za izračun neznanih robnih vrednosti vrtinčnega fluksa in neznanih območnih vrednosti vrtinčnosti:



$$[H]\{\omega\} = \frac{1}{\phi\gamma} [G] \left\{ \phi\gamma \frac{\partial \omega}{\partial n} - \omega v_n - \phi^2 e_{ij} n_i g_j \beta_T T' \right\} + \frac{1}{\phi\gamma} [D_i] \left\{ \omega v_i + \phi^2 e_{ij} g_j \beta_T T' \right\} - \frac{\phi}{K} [B]\{\omega\} + \beta [B]\{\omega\}_{F-1}, \quad (25)$$

- za temperaturno kinetiko

$$[H]\{T\} = \frac{1}{a} [G] \left\{ a \frac{\partial T}{\partial n} - T v_n \right\} + \frac{1}{a} [D_i] [v_i] \{T\} + \beta [B]\{T\}_{F-1}, \quad (26)$$

za izračun neznanih robnih odvodov temperatur oziroma temperatur in za izračun notranjih območnih vrednosti temperatur.

$[H]$ ,  $[G]$ ,  $[D_i]$ ,  $[B]$  so matrike sestavljene iz integralov, ki predstavljajo že omenjeno integracijo po robnih elementih in notranjih celicah, zapisanih za vsa robna in notranja vozlišča.

## POSTOPEK REŠEVANJA

Izpeljani vezani sistem diskretiziranih enačb rešujemo z uporabo tehnike podobmočij, kar pomeni razdelitev celotnega območja rešitve na podobmočja, na katerih uporabimo opisani numerični postopek v nespremenjeni obliki. Končni sistem enačb celotnega podobmočja dobimo z združitvijo sistemov enačb posameznih podobmočij, upoštevajoč kompatibilitetne in ravnotežne pogoje na vmesnih robovih. Predpisovanje pogojev na vmesnih robovih pomeni, da dobimo v končni fazi mnogo bolj prazne systemske matrike, ki so primernejše za iterativno reševanje [Hriberšek, 1996]. Uporabljen diskretni model predstavlja vsako podobmočje, sestavljeno iz štirih nezveznih 3-točkovnih kvadratnih robnih elementov in ene zvezne 9-točkovne kvadratne celice.

Numerične rešitve so ovrednotene na podlagi dopoljenega računalniškega paketa BEEAS -Boundary Element Engineering Analysis System- razvitega v Laboratoriju za prenosne pojave v trdninah in tekočinah na Fakulteti za strojništvo Univerze v Mariboru. Osnovnemu paketu so dodani potrebni parametri, s katerimi opišemo obravnavani

prenosni pojav v porozni snovi. Učinkovitost metode ter pravilnost delovanja predlagane numerične sheme bomo prikazali na primeru naravne konvekcije v vertikalni kotanji, ki je eden izmed najpogostejše obravnavanih prenosnih pojavov v porozni snovi [Bories, 1987].

## NARAVNA KONVEKCIJA V POROZNI KOTANJI

Obravnavamo dvodimenzionalno vertikalno

kotanjno, zapolnjeno s homogeno, nedeformabilno, porozno snovjo, popolnoma zasičeno z newtonsko tekočino. Kotanja ima eno vertikalno steno greto, drugo hladno, zgornja in spodnja stena pa sta toplotno izolirani. Zaradi temperaturne razlike prihaja do sprememb gostote tekočine, posledica tega pa je pojav vzgonskih sil, ki poganjajo tekočino. Ob topli steni se tekočina dviguje, ob hladni pa spušča. Geometrija in robni pogoji so podani na sliki 1. Za porozno snov predpostavimo, da ima konstantno poroznost in propustnost ter da je hidrodinamično in toplotno izotropna. Tekočina, s katero je porozna snov zasičena, je v toplotnem ravnovesju s trdno fazo. Fizikalne lastnosti nestisljive tekočine so konstantne razen spremembe gostote v členu prostorninskih sil pri gibalni enačbi, kar ustreza Boussineskovski aproksimaciji.

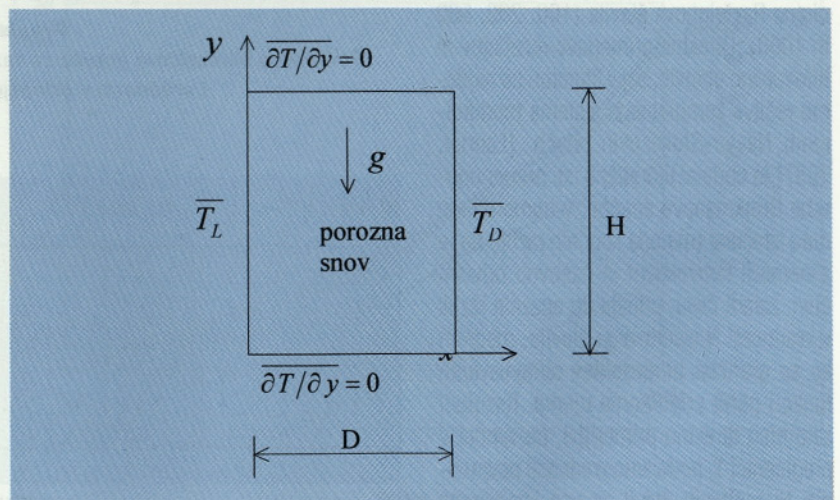
Začetni in robni pogoji, ki ustrezajo geometriji, prikazani na sliki 1, so naslednji:

$$v_x = v_x = 0 \quad \text{za } x = 0, D \text{ in } y = 0, H \quad (27)$$

$$\frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{za } y = 0, H \quad (28)$$

$$T = T_L = 0.5 \quad \text{za } x = 0 \quad (29)$$

$$T = T_D = -0.5 \quad \text{za } x = D \quad (30)$$



Slika 1. Geometrija in robni pogoji za porozno kotanjno

Ob upoštevanju Brinkmanove gibalne enačbe se v literaturi pri pretvarjanju osnovnih enačb v brezdimenzijsko obliko pojavlja člen, imenovan Darcyjevo število  $Da$  [Bear, 1991], [Bories, 1987]. V našem primeru - ob uporabi ROIM - je propustnost  $K$  zadosten parameter za definiranje porozne snovi, Darcyjevo število pa uporabimo zaradi primerjave z rezultati iz literature [Lauriat, 1987]. Vodilni parametri problema naravne konvekcije v porozni kotanji so tako:

- poroznost  $\phi$ ,
- propustnost porozne snovi  $K$ , ki jo definiramo v obliki omenjenega Darcyjevega števila kot  $Da = K / \phi D^2$ ,
- razmerje višine in širine kotanje  $A=H/D$ ,
- modificirano (porozno) Rayleighovo število  $Ra^* = g \beta K D \Delta T / \gamma \alpha_p$ ,

- razmerje toplotnih kapacitet  $\sigma = \phi + \rho_s c_{p,s} / \rho c_p (1 - \phi)$ ,

kjer so  $D, H, \Delta T$  širina in višina kotanje ter temperaturna razlika med levo in desno steno.

Numerični model smo testirali na več primerih [Jecl, 2000 b], pri čemer na tem mestu detajlno prikazujemo rezultate za naravno konvekcijo v kvadratni kotanji ( $A=1$ ), greti od strani za različna modificirana Rayleighova števila (100, 200, 500 in 1000). Direktno primerjave rezultatov ni bilo možno opraviti, saj v literaturi ne najdemo rešitve kompletnega sistema modificiranih Navier-Stokesovih enačb. [Lauriat, 1987] je obdelal teoretično isti primer uporabe Brinkmanove enačbe, v numeričnem delu izračuna (metoda končnih razlik) pa je zanemaril konvektivni in časovno odvisni člen, zaradi česar prihaja do opaznih razlik v vrednosti Nusseltovega števila, medtem ko se grafična porazdelitev obravnavanih funkcij polja popolnoma ujema. Rezultati zato niso direktno primerljivi, pa vendar v preglednici 1. podajamo vrednosti povprečnih Nusseltovih števil za vse izračunane primere, pri čemer so v oklepaju spodaj

podane vrednosti po referenčnem članku [Lauriat, 1987]. Za velika Darcyjeva števila  $Da > 10^{-2}$ , ko metoda končnih razlik, uporabljena v primerjalnem članku, ne konvergira, daje robno-območna integralna metoda rezultate, ki so blizu rezultatom za čisto tekočino, kar se popolnoma ujema s teoretičnimi izhodišči uporabe Brinkmanove enačbe [Vasseur, 1990]. V območju  $10^{-2} < Da < 10^{-3}$  so vrednosti Nusseltovega števila dobljene z robno-območno integralno metodo pričakovano nekoliko višje (zaradi konvektivnega člena), ko pa se Darcyjevo število zmanjšuje, pa so vrednosti, dobljene z metodo končnih razlik, višje. Po obeh metodah dobljeni rezultati se, z nadaljnjim zmanjševanjem Darcyjevega števila, praktično ne spreminjajo več, kar potrjuje hipotezo, da je vpliv Brinkmanovega člena na skupni prenos toplote (Nusseltovo število) zanemarljiv, ko je Darcyjevo

število manjše od  $10^{-3}$ .

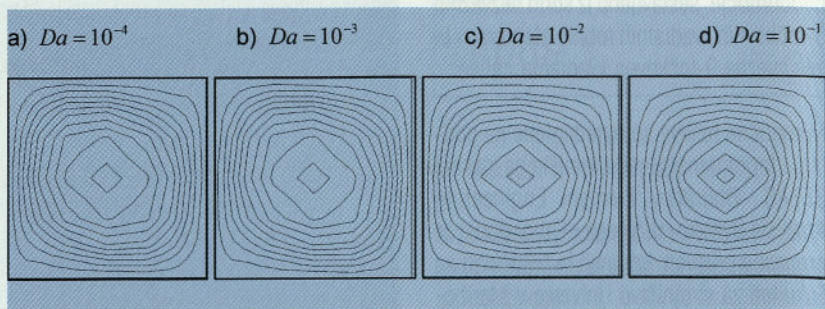
Za ponazoritev izračunanih primerov prikazujemo primer razporeditve tokovnic in izoterm, kar predstavlja prerazporeditev hitrosti in temperature v kvadratni kotanji, greti od strani. Na sliki 2. so prikazane tokovnice za Rayleighovo število  $Ra^*=500$ , poroznost  $\phi=0.5$ , razmerje toplotnih kapacitet  $\sigma=1$  in različna Darcyjeva števila  $Da=10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$  in  $10^{-1}$  in na sliki 3. izoterme za isti primer. Vpliv povečanja Darcyjevega števila je podoben za vsa modificirana Rayleighova števila, pa zato podajamo le en tipičen primer, iz katerega so razvidne bistvene karakteristike, skupne vsem izračunanim primerom.

V testnem primeru je bila uporabljena račununska mreža  $10 \times 10$  podobmočij. Časovni koraki so se zmanjševali od  $Dt=10^6$

$Da / Ra^*$	100	200	500	1000
$10^{-1}$	<b>1.026</b>	<b>1.061</b>	<b>1.370</b>	<b>1.815</b>
	-	-	-	-
$10^{-2}$	<b>1.479</b> (1.46)	<b>2.016</b> (1.70)	<b>2.823</b> (2.58)	<b>3.691</b> (3.30)
$10^{-3}$	<b>1.816</b> (1.88)	<b>2.666</b> (2.41)	<b>4.030</b> (3.80)	<b>7.410</b> (5.42)
$10^{-4}$	<b>1.895</b> (2.14)	<b>2.718</b> (2.84)	<b>4.370</b> (4.87)	<b>7.921</b> (7.37)
$10^{-5}$	<b>2.010</b> (2.15)	<b>2.765</b> (3.02)	<b>4.474</b> (5.37)	<b>8.200</b> (8.41)

**Preglednica 1.**

Povprečno Nusseltovo število za različna Rayleighova in Darcyjeva števila [ vrednosti v oklepaju po [ Lauriat, 1987 ] ]



**Slika 2.**

Tokovnice za različna Darcyjeva števila pri  $Ra^* = 500, A = 1, \phi = 0.5, \sigma = 1$

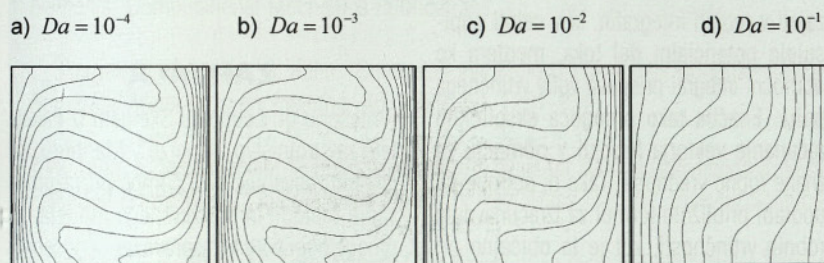
(ustaljeno stanje) za vsa modificirana Rayleighova števila in za Darcyjevo število  $Da=10^{-1}$ ,  $\Delta t=0.01$  za  $Ra^*=100, 200, 500$  in  $\Delta t=0.001$  za  $Ra^*=1000$  pri  $Da=10^{-2}$ ,  $\Delta t=0.001$  za  $Ra^*=100, 200, 500$  in  $\Delta t=0.0001$  za  $Ra^*=1000$  pri  $Da=10^{-3}$ ,  $\Delta t=0.0001$  za  $Ra^*=100$  in  $\Delta t=0.00001$  za  $Ra^*=200, 500, 1000$  pri  $Da=10^{-4}$  ter nazadnje  $\Delta t=0.00005$  za  $Ra^*=100, 200$  in  $\Delta t=0.00005$  za  $Ra^*=500, 1000$  pri  $Da=10^{-5}$ .

Brinkmanove enačbe [Vasseur, 1990]. Ob uporabi Brinkmanove gibalne enačbe (ki je za stopnjo višja od Darcyjeve) smo torej zadostili predpostavljenemu brez-zdrsnemu robnemu pogoju (27), ki določa, da je hitrost na robovih porozne kotalnje enaka nič.

Iz razporeditve izoterm (slika 3) lahko vidimo, da je v primeru majhnega Darcyjevega števila konvektivno gibanje znotraj kotalnje relativno močno, pa so izoterme

$Da=10^{-3}$  ter spremembo temperaturnega polja v primeru povečanja Darcyjevega števila oziroma povečanja propustnosti  $K$ .

Bistven kazalec pravilnosti numerične sheme je trend naraščanja Nusseltovega števila ob zmanjševanju Darcyjevega števila, prikazan na sliki 4, iz katere je razvidno, da Nusseltovo število, ki karakterizira prenos toplote, narašča z modificiranim Rayleighovim številom ter da je vpliv naraščanja Darcyjevega števila ravno nasproten, namreč z njegovim povečevanjem (kar pomeni s povečevanjem propustnosti  $K$ ) se Nusseltovo število zmanjšuje. Vpliv Darcyjevega števila na skupni prenos toplote je zanemarljiv, ko je  $Da < 10^{-3}$ .



Slika 3.

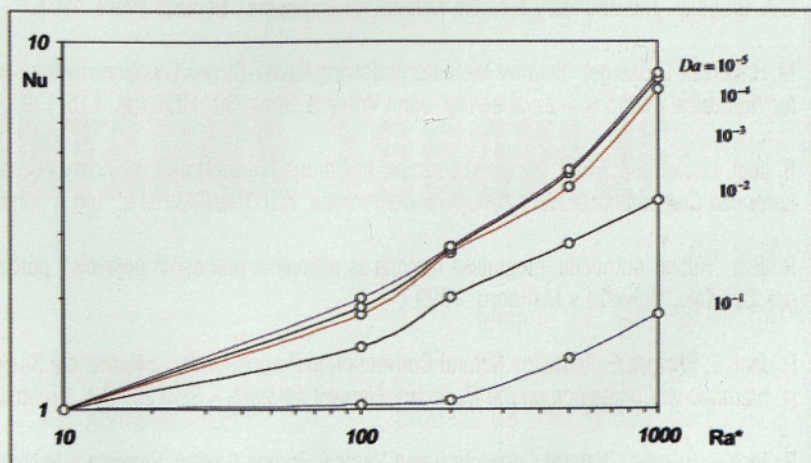
Izoterme za različna Darcyjeva števila pri  $Ra^* = 500$ ,  $A = 1$ ,  $\phi = 0.5$ ,  $\sigma = 1$

Porazdelitev tokovnic za  $Da=10^{-4}$  in  $Da=10^{-3}$  je praktično identična - tokovnice so razporejene blizu trdne stene, ki omejuje porozno snov, kar nakazuje da je maksimalna hitrost blizu roba. Taka slika je pričakovana, saj je Darcyjevo število dovolj majhno, da postane viskozni Brinkmanov člen zanemarljiv ( $Da \rightarrow 0$ ) in Darcyjev zakon bi pri tako majhnih vrednostih Darcyjevega števila zadovoljivo opisal gibanje tekočine v porozni kotalnji (Darcyjev zakon ne upošteva brez-zdrsnega robnega pogoja pa je maksimalna hitrost na robu, ki omejuje porozno snov [Tong, 1985]). Z naraščanjem Darcyjevega števila (slike 2b), 2c), 2d)) pa so tokovnice relativno bolj in bolj redko razporejene ob trdni steni, kar je posledica dejstva, da postaja Brinkmanov viskozni člen vedno bolj pomemben in vpliva na upočasnitev toka v bližini trdnih robov. Položaj maksimalne hitrosti se pomika vedno bolj proti centru kotalnje; na robu, ki omejuje porozno snov, pa je hitrost enaka nič. Razporeditev tokovnic postaja vedno bolj podobna razmeram v čisti tekočini, kar se ujema s teoretičnimi izhodišči uporabe

dokaj zvite. Ko Darcyjevo število narašča, postajajo viskozni učinki močnejši in vplivajo na upočasnitev z vzgonom povzročene gibanja. Razporeditev izoterm je vedno bolj linearna, prenos toplote pa je vsota kondukcije in konvekcije. Tudi izoterme kažejo skoraj identično sliko za  $Da=10^{-4}$  in

## SKLEP

V prispevku je prikazana teoretična osnova za numerično modeliranje prenosnih pojavov v porozni snovi z uporabo robno-območne integralske metode (ROIM), izpeljani numerični algoritem pa testiran na primeru naravne konvekcije v porozni kotalnji, greti od strani. Rešitev temelji na uporabi modificiranih Navier-Stokesovih enačb z upoštevanjem Brinkmanove gibalne enačbe, ki so s Hitrostno Vrtinčno Formulacijo (HVF) zapisane ločeno za kinematični in kinetični del izračuna. Parcialne diferencialne enačbe so



Slika 4.

Povprečno Nusseltovo število za  $100 < Ra^* < 1000$  in  $10^{-5} < Da < 10^{-1}$

ob uporabi metode utežnih ostankov in ustreznih osnovnih rešitev transformirane v integralske in diskretizirane. Eliptična modificirana Helmholtzova osnovna rešitev je uporabljena v kinematičnem delu, eliptična difuzivno-konvektivna osnovna rešitev pa v kinetičnem delu izračuna. V računskem postopku je uporabljena tehnika podobmočij, pri čemer je vsako podobmočje sestavljeno iz štirih nezveznih 3-točkovnih kvadratnih robnih elementov in ene zvezne 9-točkovne kvadratne celice. Rezultati, dobljeni z ROIM, potrjujejo osnovne predpostavke uporabnosti Brinkmanove enačbe, ki jo je priporočljivo uporabiti pri obravnavi naravne konvekcije v konfiguracijah, kjer je porozna snov omejena s trdno steno. Enačba namreč zadosti brez-zdrsnemu robnemu pogoju na trdni steni, kateremu z uporabo Darcyjevega zakona ni mogoče zadostiti. Numerični rezultati, dobljeni z ROIM, potrjujejo hipotezo, da je vpliv Darcyjevega števila zanemarljiv v primerih, ko je Darcyjevo število manjše od  $10^{-3}$ . Dobljeni

rezultati dokazujejo, da je robno-območna integralska metoda učinkovita alternativa do sedaj najpogosteje uporabljanim numeričnim metodam, kot sta metoda končnih elementov in metoda končnih diferenc, za reševanje prenosnih pojavov v porozni snovi. V primerjavi z omenjenima metodama je bistvena prednost ROIM, ki izhaja iz hitrostno vrtnične formulacije, da se vrednosti hitrosti, ki so potrebne za izračun vrtničnosti, izračunavajo ločeno - direktno v kinematičnem delu izračuna. V enačbi kinematike so namreč robni hitrostni pogoji zajeti v robnih integralih, ki v celoti popisujejo potencialni del toka, medtem ko območni integral prispeva vpliv vrtničnega polja. Enačba tako omogoča eksplicitno računanje vektorja hitrosti v območju za znane robne vrednosti. Tako ni potrebe po uporabi približnih formul za izračunavanje robnih vrtničnosti, kot je to običajno pri klasičnih območnih metodah. Slabost metode je velika poraba računalniškega časa, kar pa smo delno že zmanjšali z uporabo

tehnike podobmočij, saj bi bile sicer rezultirajoče sistemske matrike izredno velike in polne (zapisane simultano za vsa robna in notranja vozlišča). Nadaljnji razvoj metod za reševanje sistemov enačb, ki nastanejo kot posledica diskretizacije v robno-območni integralski metodi bo vsekakor pomenil še večjo ekonomičnost metode, ki se bo odražala v zmanjšanju potrebne količine pomnilnika ter procesorskega in dejanskega časa izračuna, s čimer bo ROIM ne samo kvalitativno temveč tudi ekonomsko primerljiva z drugimi numeričnimi metodami.

## ZAHVALA

Profesorju dr. Leopoldu Škergetu iz Fakultete za strojništvo Univerze v Mariboru, se iskreno zahvaljujem za pomoč pri razumevanju metode in numeričnega modela, za mnoge pogovore in razprave ter za nesebično posredovanje znanja, izkušenj in novih znanstvenih idej.

## LITERATURA

- J. Bear, Y. Bachmat: 'Introduction to Modelling of Transport Phenomena in Porous Media'. Kluwer Academic Publishers, 1991.
- S. Bories: 'Natural convection in porous media'. *Advances in transport Phenomena in Porous Media*. Martinus Nijhoff Publishers, 1987, pp. 79-141.
- C.A. Brebbia: 'The Boundary Element Method for Engineers'. Pentech Press, 1978.
- M. Hriberšek, L. Škerget: 'Iterative Methods in Solving Navier-Stokes Equations by the Boundary Element method'. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. John Wiley & Sons, 39, 1996, pp. 115-139.
- R. Jecl, L. Škerget: 'Fluid Transport Process in Porous Media Using Boundary Domain Integral Method'. *Proceeding of the 4th European Computational Fluid Dynamics Conference*, K.D. Papailiou et al. (ed.), John Wiley & Sons, 1998; pp. 1180-1185.
- R. Jecl: 'Robno-območna integralska metoda za reševanje prenosnih pojavov v porozni snovi'. Doktorska disertacija. *Fakulteta za gradbeništvo*, Univerza v Mariboru, 1999.
- R. Jecl, L. Škerget, E. Petrešin: 'Natural Convection in Porous Media: a Numerical Study of Brinkman Model', *Proceedings of the 21st International Conference on the Boundary Element Methods - BEM'21*, C.A. Brebbia et al. (ed.), WIT Press, 1999; pp. 145-154.
- R. Jecl, L. Škerget: 'Natural Convection in a Vertical Porous Cavity'. Sprejeto v objavo v ZAMM, John Wiley & Sons, 2000.
- R. Jecl, L. Škerget, E. Petrešin: 'BDIM for transport phenomena in porous media'. Sprejeto v objavo v *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, John Wiley & Sons, 2000.

- M. Kaviany: 'Principles of Heat Transfer in Porous Media - second edition. Springer-Verlag, 1999.
- G. Lauriat, V. Prasad: 'Natural Convection in a Vertical Porous Cavity: A Numerical Study for Brinkman-Extended Darcy Formulation'. *Journal of Heat Transfer*, American Society of Mechanical Engineers (ASME), 109, 1987, pp. 688-696.
- D.A. Nield, A. Bejan: 'Convection in Porous Media'. Springer Verlag, 1992.
- L. Škerget, A. Alujevič, C.A. Brebbia, G. Kuhn: 'Natural and forced convection simulation using the velocity-vorticity approach'. *Topics in Boundary Element Research*, Springer Verlag, 5, 1989, pp. 49-86.
- L. Škerget, Z. Rek: 'Boundary-domain integral method using a velocity-vorticity formulation'. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, Computational Mechanics Publications, 15, 1995, pp. 359-370.
- L. Škerget, M. Hriberšek, G. Kuhn: 'Computational Fluid Dynamics by Boundary-Domain Integral Method'. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46, 1999, pp. 1291-1311.
- T.W. Tong, E. Subramanian: 'A Boundary-Layer Analysis for Natural Convection in Vertical Porous Enclosures-Use of the Brinkman-Extended Darcy Model'. *International Journal of Heat Mass Transfer*, Elsevier Science, 28, 1985, pp. 563-571.
- P. Vasseur, C.H. Wang, M. Sen: 'Natural Convection in an Inclined Rectangular Porous Slot: the Brinkman-Extended Darcy Model'. *Journal of Heat Transfer*, American Society of Mechanical Engineers (ASME), 112, 1990, pp. 507-511.
- I. Žagar, L. Škerget: 'Integral formulations of a diffusive-convective transport equation'. *Boundary Element Applications in Fluid Mechanics*, Computational Mechanics Publications, 1995, pp. 153-176.

Med prvimi čestita "Gradbenemu vestniku"



# CEMENTARNA TRBOVLJE

delniška družba

matična št. 5034582

žiro račun št. 52700-601-11630

1420 Trbovlje

Kolodvorska cesta 5

poštni predal 76

telefon: h.c.: 03 / 56 52 300

tajništvo: 03 / 56 52 400

prodaja: 03 / 56 52 321, 56 52 322

telefax: 03 / 56 52 440, 56 52 441

# SVETLOBNI JAŠKI KOT DODATEN VIR DNEVNE SVETLOBE V STAVBAH

## LIGHT WELLS AS COMPLEMENTARY DAYLIGHT SOURCE IN BUILDINGS

ZNANSTVENI ČLANEK

UDK: 692.7 : 72.017 : 535.3

ŽIVA KRISTL

**P O V Z E T E K** V članku so predstavljeni rezultati meritev in analiz, opravljenih na modelu večnadstropne stavbe, zasnovane na principu globinskega tlorisa, ki uporablja svetlobni jašek kot dopolnilni vir svetlobe. Geometrija stavbe je zasnovana kot kompaktna longitudinalna struktura, daljše stranice so usmerjene proti vzhodu in zahodu. Prostori v jedru stavbe so dodatno osvetljeni s pomočjo svetlobnih jaškov, kar obenem omogoča tudi nadzor toplotnih pribitkov. Na podlagi študija osvetljevanja globokih prostorov smo razvili tri tipe inovativnih sistemov vodenja svetlobe v jedro stavbe. Meritve osvetljenosti so bile izvedene na modelih pod umetnim nebom. Pokazale so, da najboljše rezultate dosega svetlobni jašek s širokim zgornjim in ozkim spodnjim delom, v katerega je nameščena reflektivna stena. V vseh primerih so bile referenčne vrednosti presežene.

**S U M M A R Y** This paper presents the results of the illumination measurements and analyses, carried out on the scale model of a deep-plan multi-storey building using light wells as an additional source of daylight. The design of the building is based on a compact longitudinal structure, longer sides facing east and west. To additionally daylight the central areas of the building and at the same time to control the heat gains and losses, three types of innovative light-guiding systems with several variations were devised. The illuminance measurements on the scale models were carried out under artificial sky. The measurements showed that the best results were obtained by using light well with wide upper and narrow lower part into which the reflecting wall was placed. In all the cases the reference values were reached.

*Avtor:*

asist.dr. Živa Kristl, univ. dipl. inž. arh., Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Katedra za stavbe in konstrukcijske elemente, Jamova cesta 2, 1000 Ljubljana, P.P. 3422, Slovenija, tel: +386 61 1768 609 fax: +386 61 1250 688 e-mail: zkristl@fgg.uni-lj.si

### 1. UVOD

Človeško življenje je tesno povezano z vidom in vidnim okoljem, saj skoraj 90 odstotkov informacij iz okolja sprejmemo prav

s pomočjo vida. Vidno okolje je tridimenzionalni vzorec svetlobe, barv in fizičnega okolja, ki ga lahko razdelimo na dve komponenti: pasivno (naravno ali umetno okolje brez svetlobe) in aktivno (svetlobo). Svetlo-

ba naredi okolje vidno. Svetlobo privedemo v stavbe zaradi ljudi. Zato moramo pri oblikovanju dnevne osvetlitve upoštevati njihove vizualne in zaznavne potrebe ter vedeti, v kakšnih pogojih dobro in brez težav

vidijo. Človeško vidno udobje ne temelji samo na zadostni količini svetlobe. Zagotoviti moramo tudi primerno kakovost.

Dnevno osvetljevanje ima velik vpliv na celotno zasnovano stavbo in njen odnos do okolja. Ko obravnavamo notranje funkcionalne vidike dnevnega osvetljevanja, se moramo zavedati, da stavbo vidimo od znotraj in od zunaj. Oblikovanje in nameščanje svetlobnih odprtij glede na potrebe po svetlobi v prostorih obenem pomeni tudi oblikovanje zunanosti stavbe in njenega odnosa do okolja.

Dnevno in umetno osvetljevanje sta poleg drugega prepleteni tudi na področju porabe energije. Dobro dnevno osvetljevanje v večini primerov omogoča produktivno delo in občutek udobja ob manjši porabi energije kot umetno osvetljevanje. Danes obstajata dva osnovna principa za zmanjšanje porabe energije v stavbah v zimskem obdobju: povečanje toplotnih dobitkov in zmanjšanje toplotnih izgub. V primeru stavbe, predstavljene v tem članku, smo se odločili za drugi pristop, ker stoji stavba v gosto pozidanem območju. Zmanjšanje

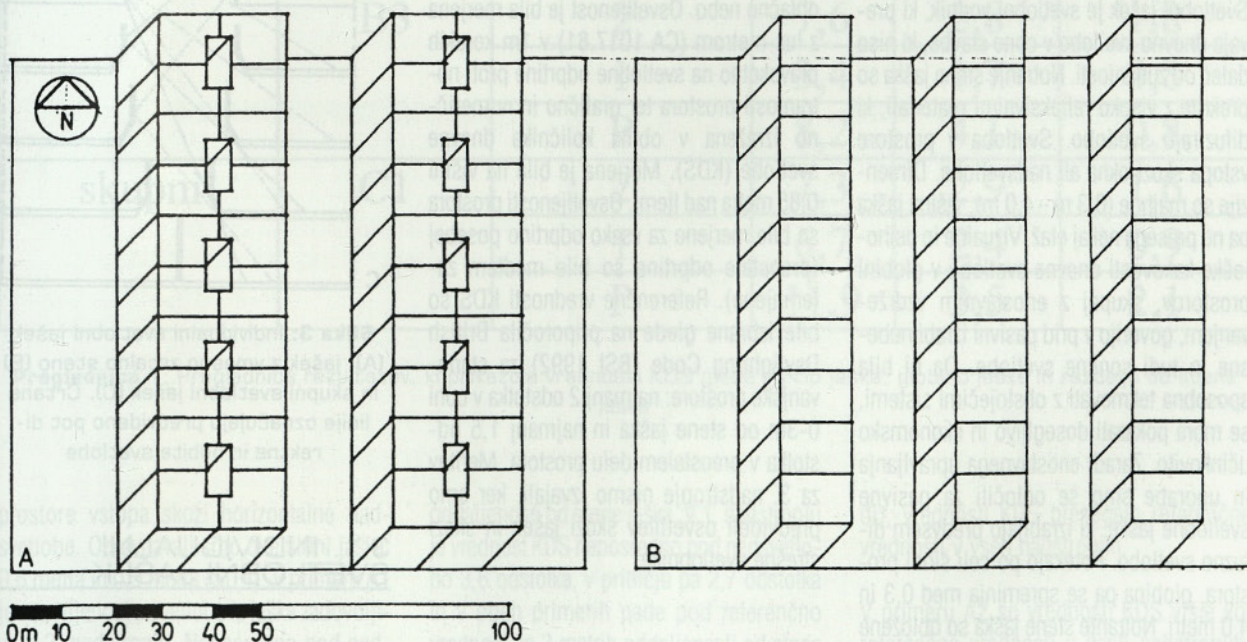
toplotnih izgub smo dosegli z globinskim tlorisom in zmanjšano površino izpostavljenega ovoja pri enaki tlorisni površini. Lokacija je narekovala vzhodno-zahodno orientacijo. Širine klasično zasnovanih stavb so omejene z globino, do katere še prodre svetloba z oboda stavbe, in se gibljejo okoli 14 metrov. Z uporabo svetlobnih vodnikov, ki pripeljejo dnevno svetlobo v jedro zgradbe, pa zlahka dosežemo širino 20 in več metrov širino (Sl. 1). Na ta način si pri isti kvadraturi stavbe lahko privoščimo manj nadstropij in 20-25 odstotkov več zelenih površin v okolici stavbe, saj so kleti dovolj široke, da vanje namestimo vse potrebne parkirne prostore [Kristl, 1993, 1994]. Vzhodno-zahodna orientacija stavbe lahko povzroči poletno pregrevanje in probleme z bleščanjem. V primeru stavbe, opisane v članku, smo se tem problemom izognili z zmanjšanjem površine zunanje fasade (in s tem povečanjem globine prostorov pri isti kvadraturi) in namestitvijo dvojnega steklenega plašča na fasado, ki deluje kot tamponska cona in odzračevalnik. Zaradi velike globine prostorov je bilo potrebno jedro stavbe dodatno osvetliti. Izmed več možnosti [Majoros, 1998] smo izbrali

svetlobne jaške, ki so omogočali dnevno osvetlitev prostorov in ohranili energetske in urbanistične prednosti kompaktno zasnovane stavbe.

Pri študiju literature smo ugotovili, da je bilo kljub prednostim uporabe dnevne svetlobe v stavbah na področju osvetljevanja globokih prostorov opravljenega malo dela. Zanimive primere osvetljevanja s svetlobnimi jaški najdemo v delu nekaterih avtorjev [Fontoynot, 1986], [Bouchet, 1996], [Elicabe Urriol, 1987] in [Leslie, 1986]. Nekaj primerov je tudi realiziranih, predvsem v južni Evropi [DenOuden, 1992] in [Solsona 1990], kjer je tradicija uporabe svetlobnih vodnikov najdaljša.

## 2. MODEL STAVBE

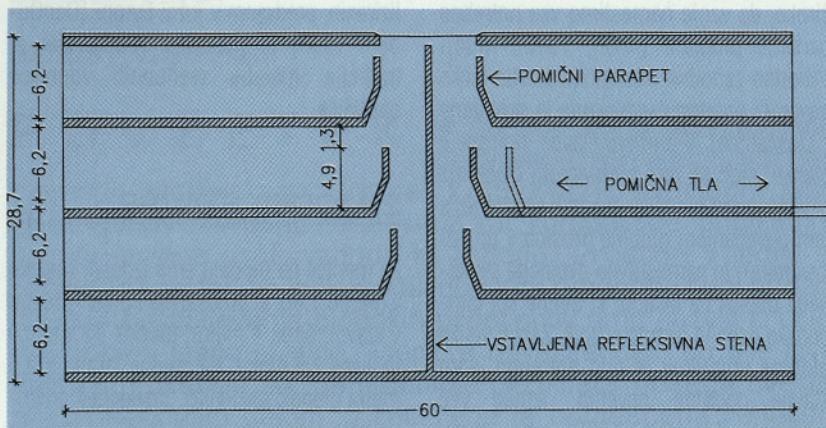
Za meritve na modelu smo izdelali maketo v merilu 1:40, ki predstavlja tipičen prostor v stavbi, širok 4 metre, globok 12 metrov in visok 2,5 metra. Na prednji strani je 2,5 metra globok steklenjak, zasteklitev prekrija celo steno. Na zadnji steni, ki meji na



**Slika 1:** Globina vzhodno-zahodno orientiranih nizov klasično zasnovanih stavb (b) je omejena na 14 metrov, medtem ko stavbe s svetlobnimi jaški zlahka dosežejo globino 20 metrov in več (a)

Ž. KRISTL: Svetlobni jaški kot dodaten vir dnevne svetlobe

jašek, je vertikalna nadsvetloba z dimenzijo 4 x 0,6 metra, višina parapeta je 1,8 metra. Okna modela so nezastekljena, tako da je potrebno izmerjene vrednosti zmanjšati za faktor svetlobne prepustnosti stekel. Stene in strop so pobarvani z belo mat barvo, reflektivnost je 80 odstotna. Tla so rjava, reflektivnost je 30 odstotna. V vseh primerih je bil uporabljen isti model prostora, h kateremu smo dodajali različno oblikovane in visoke jaške ter s tem simulirali osvetljenost prostora glede na tip jaška in glede na etažo (Sl. 2).



Slika 2: Dimenzije osnovnega tipa svetlobnega jaška in ustrezeni model

Svetlobni jašek je svetlobni vodnik, ki prevaja dnevno svetlobo v cone stavbe, ki niso daleč od zunanosti. Notranje stene jaška so prekrile z visoko reflektivnimi materiali, ki difuzirajo svetlobo. Svetloba v prostore vstopa skozi okna ali nadsvetlobe. Dimenzije so majhne (0,3 m - 4,0 m), višina jaška pa ne presega nekaj etaž. Vizualne in psihološke kakovosti dnevne svetlobe v globini prostorov, skupaj z enostavnim vzdrževanjem, govorijo v prid pasivni izrabi nebesne in tudi sončne svetlobe. Da bi bila sposobna tekmovali z obstoječimi sistemi, se mora pokazati dosegljivo in ekonomsko učinkovito. Zaradi enostavnega upravljanja in uporabe smo se odločili za pasivne svetlobne jaške, ki izrabljajo predvsem difuzno svetlobo. Potekajo po celi širini prostora, globina pa se spreminja med 0,3 in 4,0 metri. Notranje stene jaška so obložene z aluminijско folijo, ki zrcalno odbija svetlobo. Največja globina jaška je dosegla osem metrov.

Oblikovali smo tri osnovne tipe svetlobnih jaškov: individualni svetlobni jašek (Sl. 3a), kjer vsakemu prostoru pripada samostojen svetlobni jašek, svetlobni jašek z vmesno zrcalno steno (Sl. 3b), pri katerem je v sredino jaška nameščena zrcalna stena in skupni svetlobni jašek (Sl. 3c), pri katerem so vsi prostori osvetljeni s pomočjo skupnega svetlobnega jaška.

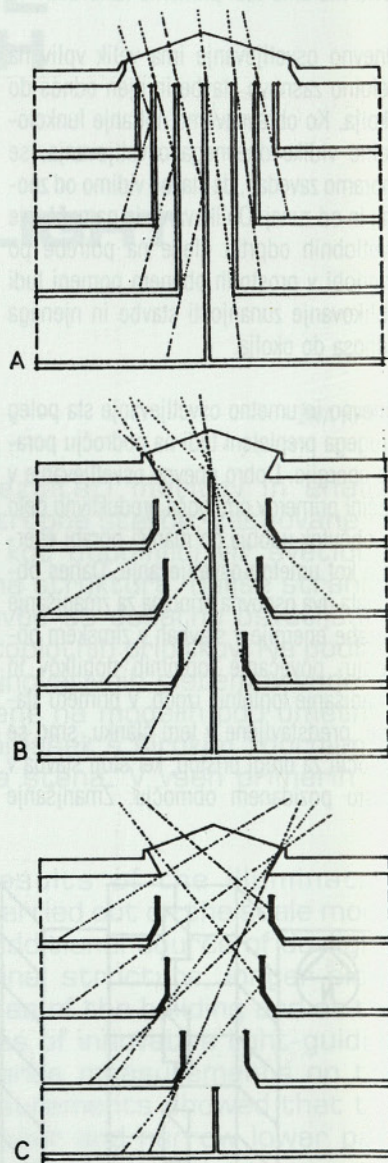
Meritve smo izvajali na Tehnični univerzi v Budimpešti pod umetnim nebom. Za meritve je bilo uporabljeno standardno CIE

oblačno nebo. Osvetljenost je bila merjena z lux-metrom (CA 1017.81) v 1m korakih pravokotno na svetlobne odprtine proti notranjosti prostora ter grafično in numerično izražena v obliki količnika dnevne svetlobe (KDS). Merjena je bila na višini 0,85 metra nad tlemi. Osvetljenosti prostora so bile merjene za vsako odprtino posebej (preostale odprtine so bile medtem zatemnjene). Referenčne vrednosti KDS so bile izbrane glede na priporočila British Daylighting Code (BSI 1992) za stanovanjske prostore: najmanj 2 odstotka v coni 0-3m od stene jaška in najmanj 1,5 odstotka v preostalem delu prostora. Meritev za 3. nadstropje nismo izvajali, ker smo predvideli osvetlitev skozi jašek in skozi strešne svetlobnike.

### 3. REZULTATI MERITEV

Numerični rezultati meritev so prikazani v

preglednici 1.



Slika 3: Individualni svetlobni jašek (A), jašek z vmesno zrcalno steno (B) in skupni svetlobni jašek (C). Črtane linije označujejo predvideno pot direktne in odbite svetlobe

### 3.1. INDIVIDUALNI SVETLOBNI JASEK

Individualni svetlobni jaški so zasnovani tako, da vsakemu prostoru pripada samostojen svetlobni jašek. Svetloba iz jaška v



tip jaška	Varianta	nadstropje	vrednost KDS (%) razdalja od stene jaška		
			1m	2m	3m
individualni	A1	2	7,0	5,0	2,5
		1	3,6	1,9	1,4
		P	2,7	1,3	0,8
	A2	2	13,7	9,1	4,0
		1	8,9	4,7	2,4
		P	6,9	3,3	1,6
z vmesno zrcalno steno	B1	2	2,3	2,1	1,9
		1	3,1	3,0	2,8
		P	8,2	8,2	7,4
	B2	2	1,4	1,3	1,1
		1	2,4	2,5	2,1
		P	14,4	12,5	7,2
	B3	2	7,6	2,8	1,8
		1	3,4	1,7	0,8
		P	8,2	4,1	0,8
skupni	C1	2	7,3	2,9	1,6
		1	6,7	2,4	0,9
		P	11,9	3,5	2,1

**Preglednica 1:** Preglednica rezultatov, ki prikazuje vrednosti KDS glede na tip jaška, globino jaška in razdaljo od stene jaška

prostore vstopa skozi horizontalne nadsvetlobe. Obravnavali smo dve širini jaška: 0,6 metra in 0,9 metra (Sl. 4). V primeru A1 je osvetljenost s svetlobo iz jaška zadovoljiva v 2. nadstropju. Neposredno pod nadsvetlobo je vrednost KDS 6,9 odstotka in postopoma pada do 2,4 odstotka na 3m

oddaljenosti od stene jaška. V 1. nadstropju je vrednost KDS neposredno pod nadsvetlobo 3,6 odstotka, v pritličju pa 2,7 odstotka in v obeh primerih pade pod referenčno vrednost na 3 metrih oddaljenosti od stene jaška. Če kombiniramo svetlobo iz obeh virov (skozi jašek in prek odprtine na fasa-

di), vrednosti KDS presegajo referenčne vrednosti v vseh nadstropjih.

V primeru A2 so vrednosti KDS višje kot referenčne vrednosti v vseh nadstropjih. Vrednosti so visoke predvsem v 2. nadstropju. V 1. nadstropju je vrednost KDS v

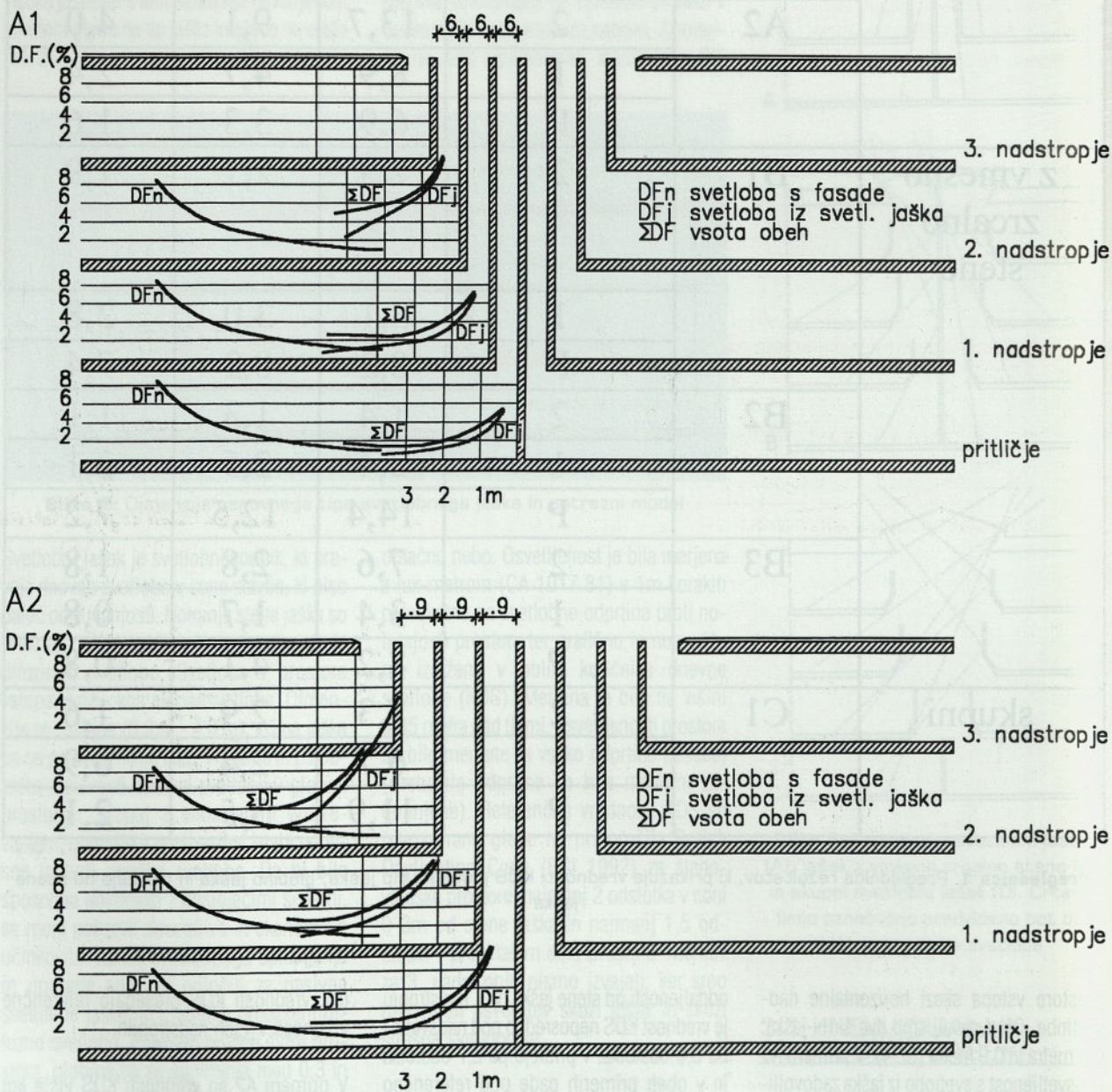
Ž. KRISTL: Svetlobni jaški kot dodaten vir dnevne svetlobe

kritični coni (na razdalji 3-4 m od stene jaška) 2,1 odstotka. Če kombiniramo svetlobo iz obeh virov, vrednost KDS preseže 2,5odstotka. V pritličju je vrednost KDS na oddaljenosti 1metra od stene jaška 6,9 odstotka in pade na 1,6 odstotka na 3 metrih oddaljenosti od stene jaška. Če kombiniramo osvetljenosti iz obeh virov,

osvetljenost v kritičnem območju presega 2 odstotka.

Če primerjamo A1 in A2, vidimo, da povečanje širine jaška znatno izboljša vrednosti KDS, posebno v pritličju, kjer zaradi širšega jaška prostor prejme večji delež direktne svetlobe. Da bi dosegli optimalno

in enakomernejšo osvetljenost v vseh nadstropjih in obenem zmanjšali celotno širino sistema jaškov, bi morali širino jaškov določiti glede na njihovo višino: ožji jaški se uporabijo za 3. in 2. nadstropje, širši pa za 1. nadstropje in pritličje.



Slika 4: Prerez referenčnega prostora, ki prikazuje obliko individualnih svetlobnih jaškov (širina 0,6 m v primeru A1 in 0,9 m v primeru A2) in izmerjene vrednosti KDS

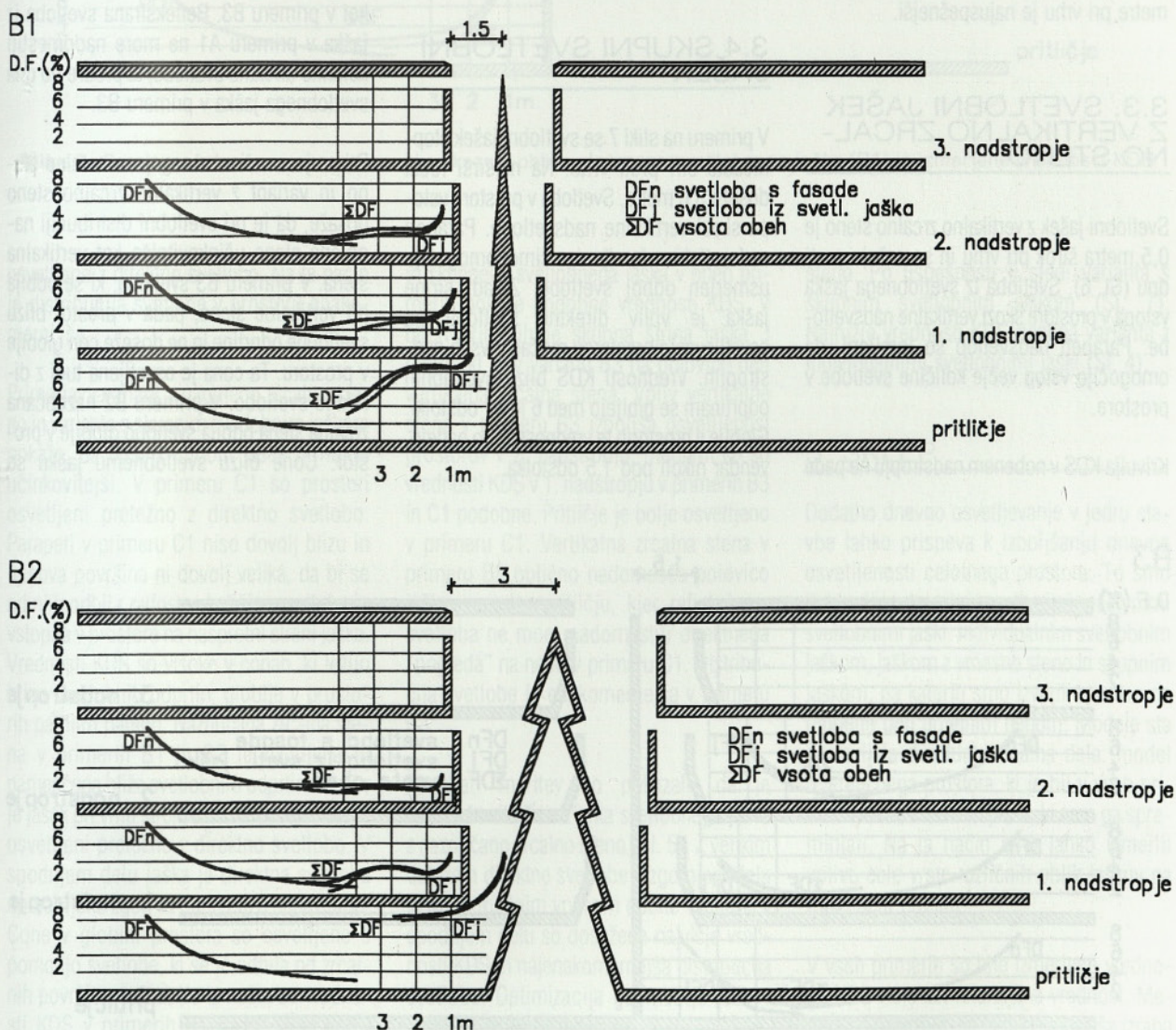
### 3.2 SVEJTOBNI JAŠEK Z NAZOBČANO ZRCALNO STENO

Svetlobni jašek z nazobčano vmesno steno, nameščeno v sredino jaška, je stopničast in se širi proti vrhu (Sl. 5). Svetloba iz jaška vstopa v prostore skozi vertikalne nadsvetlobe. V primeru B1 je jašek pri dnu širok 0,5 metra in pri vrhu 1,5 metra. Nagib zrcalne stene je  $85^\circ$ . V vseh nadstropjih so vrednosti KDS višje kot referenčne vrednosti. Za-

radi nazobčane nagnjene stene odbita svetloba doseže cone globlje v prostoru, kar je posebej pomembno za kritično cono, ki je 3-4 metre oddaljena od stene jaška. Na ta način se izboljša tudi enakomernost razporeditve svetlobe. Vrednosti KDS v 2. nadstropju dosega 2,2 odstotka, v 1. nadstropju pa 3 odstotke. Vrednosti ostanejo na tem nivoju tudi v kritičnih conah. V prtiličju je prostor dobro osvetljen neposredno pod nadsvetlombo in dosega vrednost KDS 8 odstotkov na razdalji 1 metra od stene

jaška. V najnižji točki pade na 2 odstotka.

V primeru B2 je jašek pri dnu širok 0,5 metra in pri vrhu 3,0 metra. Naklon zrcalne stene je  $72^\circ$ . Vrh jaška je širok, zato vanj lahko vstopi velika količina direktne svetlobe, ki se prek odbojev prenaša v nižje dele jaška. Vpliv odbite svetlobe je posebej viden globlje v prostorih (okoli 3 metre od stene jaška). Vrednosti KDS v 2. nadstropju dosežejo 1,3 odstotka na razdalji 1 metra od stene jaška in ostanejo na tem nivoju skozi



**Slika 5:** Prerez referenčnega prostora, ki prikazuje obliko svetlobnih jaškov z nazobčano vmesno steno (širina 1,5 m v primeru B1 in 3,0 m v primeru B2) in izmerjene vrednosti KDS

Ž. KRISTL: Svetlobni jaški kot dodaten vir dnevne svetlobe

celo kritično območje. V 1. nadstropju so vrednosti KDS višje, 2,4 odstotka 1 meter od stene jaška in nato rahlo padajo, vendar nikoli pod 1,5 odstotka. V pritličju doseže vrednost KDS 15 odstotkov neposredno pod nadsvetlobo in pade na 2 odstotka v najnižji točki.

Primerjava rezultatov variant B1 in B2 pokaže, da širši jaški izkoriščajo prednosti direktne komponente, medtem ko ožji jaški bolje delujejo pri odbiti svetlobi globlje v prostorih. Jašek, ki kombinira oba principa, npr. dimenzij 0,5 metra pri dnu in 3,0 metre pri vrhu je najuspešnejši.

### 3.3. SVETLOBNI JAŠEK Z VERTIKALNO ZRCALNO STENO

Svetlobni jašek z vertikalno zrcalno steno je 0,5 metra širok pri vrhu in se zožuje proti dnu (Sl. 6). Svetloba iz svetlobnega jaška vstopa v prostore skozi vertikalne nadsvetlobe. Parapeti nadsvetlob so lomljeni, da omogočijo vstop večje količine svetlobe v prostore.

Krivulja KDS v nobenem nadstropju ne pade

pod referenčne vrednosti. Najvišje vrednosti doseže v 2. nadstropju, kjer je bilo na oddaljenosti 1 metra od stene jaška izmerjeno 7,5 odstotkov, na 2 metrih 2,8 odstotkov in na 3 metrih 1,8 odstotka KDS. V 1. nadstropju in pritličju so bile izmerjene vrednosti KDS nižje in so se gibale okoli 1 odstotka v najnižji točki. Vpliv direktne svetlobe je jasno viden v območju 0 metrov do 3 metre od stene jaška. Ker je zrcalna stena vertikalna, refleksirana svetloba prav tako dosega območja blizu nadsvetlobam in ne prodre globlje v prostore.

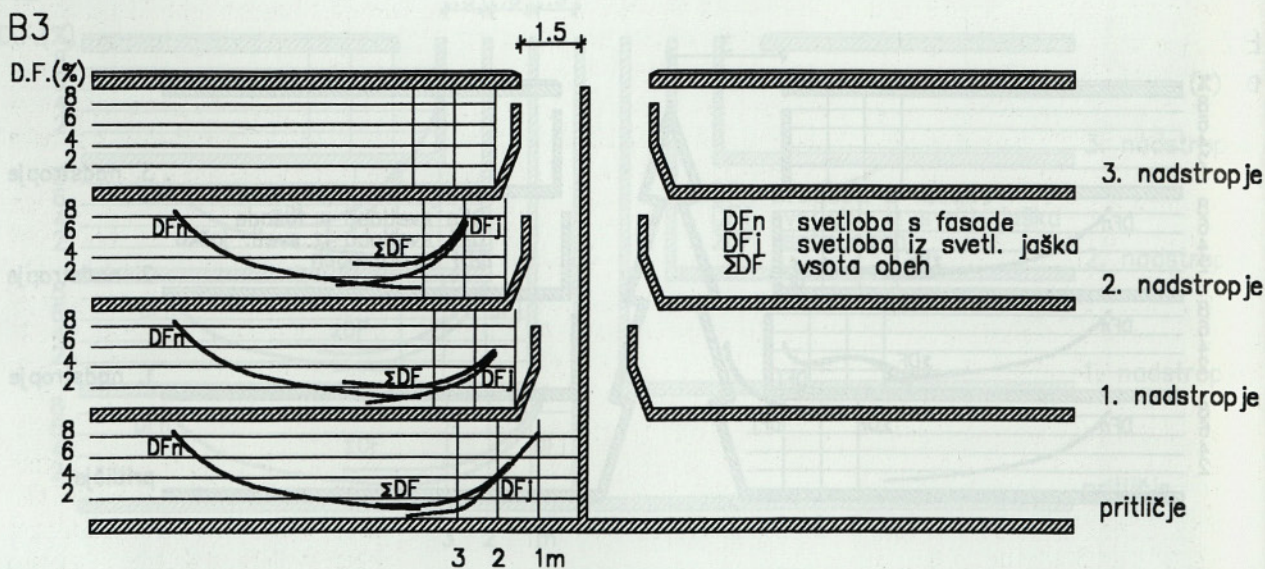
### 3.4. SKUPNI SVETLOBNI JAŠEK

V primeru na sliki 7 se svetlobni jašek stopničasto širi proti vrhu. Na najširši točki doseže 3,0 metre. Svetloba v prostore vstopa skozi vertikalne nadsvetlobe. Parapeti nadsvetlob so lomljeni, s čimer omogočijo usmerjen odboj svetlobe. Zaradi širine jaška je vpliv direktne svetlobe na osvetljevanje prostorov močan v vseh nadstropjih. Vrednosti KDS blizu svetlobnih odprtina se gibljejo med 6 in 11 odstotki. Globlje v prostorih te vrednosti hitro padejo, vendar nikoli pod 1,5 odstotka.

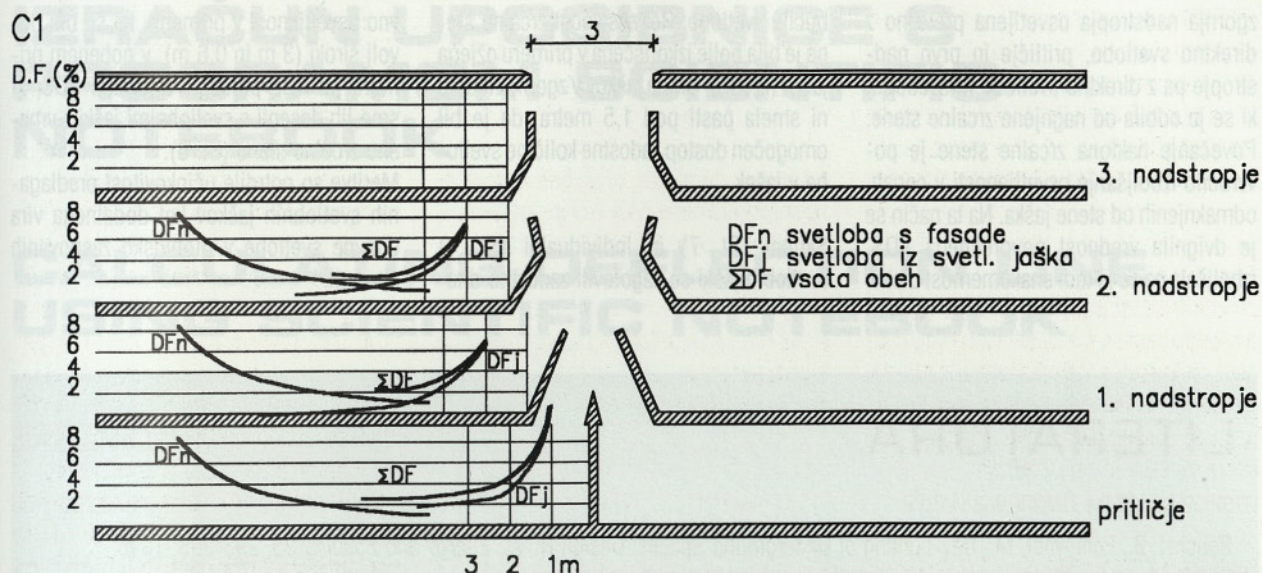
## 4. RAZPRAVA

Primerjava variant z individualnimi jaški in variant z zrcalno vertikalno steno je pokazala razlike vrednosti KDS, kadar svetloba v prostore prodira skozi vertikalne ali horizontalne odprtine. V obeh primerih so nadsvetlobe (horizontalne in vertikalne) visoke 0,6 metrov. Čeprav je jašek v primeru B3 širši, so vrednosti KDS v 1. in 2. nadstropju nižje kot v primeru A1. V slednjem je pod nadsvetlobo uporaben prostor, ki tej obliki jaška doda nekaj prednosti uporabe. V pritličju so vrednosti KDS v primeru A1 nižje kot v primeru B3. Refleksirana svetloba iz jaška v primeru A1 ne more nadomestiti količine direktne svetlobe, ki prodre do dna svetlobnega jaška v primeru B3.

Primerjava variant z nagnjeno zrcalno steno in variant z vertikalno zrcalno steno pokaže, da je pri svetlobni distribuciji nagnjena stena učinkovitejša kot vertikalna stena. V primeru B3 svetloba, ki se odbija od vertikalne stene, pada v prostor blizu svetlobne odprtine in ne doseže con globlje v prostoru. Ta cona je osvetljena tudi z direktno svetlobo. V primeru B2 nazobčana zrcalna stena odbija svetlobo globlje v prostor. Cone blizu svetlobnemu jašku so



Slika 6: Prerez referenčnega prostora, ki prikazuje obliko svetlobnih jaškov z ravno vertikalno zrcalno steno (B3) in izmerjene vrednosti KDS



**Slika 7:** Prerez referenčnega prostora, ki prikazuje obliko skupnega svetlobnega jaška (C1) in izmerjene vrednosti KDS

osvetljene z direktno svetlobo. Na ta način je distribucija svetlobe v prostoru enakomernejša.

Primerjava variant z nagnjeno zrcalno steno in variante s skupnim svetlobnim jaškom pokaže, da širši svetlobni jašek ni nujno učinkovitejši. V primeru C1 so prostori osvetljeni pretežno z direktno svetlobo. Parapeti v primeru C1 niso dovolj blizu in njihova površina ni dovolj velika, da bi se od njih odbila zadostna količina svetlobe in vstopila v prostore na nasprotni strani jaška. Vrednosti KDS so visoke v conah, ki ležijo blizu svetlobnih odprtih, globlje v prostorih pa hitro padejo. Nazobčana zrcalna stena v primerih B1 in B2 je nagnjena in nameščena bliže svetlobnim odprtinam. Ker je jašek pri vrhu širok, sta 2. in 3. nadstropje osvetljeni pretežno z direktno svetlobo. V spodnjem delu jaška je direktna svetloba uporabljena zgolj za cone blizu nadsvetlob. Cone v globini prostora so osvetljene s pomočjo svetlobe, ki se je odbila od zrcalnih površin v jašku. Na ta način so vrednosti KDS v primerih B1 in B2 višje kot v primeru C1. Tudi distribucija svetlobe je enakomernejša v primerih B1 in B2.

Primerjava jaška z vertikalno zrcalno steno

in skupnega svetlobnega jaška v obeh primerih pokaže podobne vrednosti KDS. V obeh primerih je skupna širina jaška 3 metre, ki jo v varianti B3 na polovico deli vertikalna zrcalna stena. Vpliv vertikalne stene v primeru B3 izboljša osvetljenost prostorov v 2. nadstropju, medtem ko so vrednosti KDS v 1. nadstropju v primerih B3 in C1 podobne. Pritličje je bolje osvetljeno v primeru C1. Vertikalna zrcalna stena v primeru B3 optično nadomešča polovico jaška, razen v pritličju, kjer refleksirana svetloba ne more nadomestiti direktnega "pogleda" na nebo v primeru C1. Distribucija svetlobe je enakomernejša v primeru B3.

Rezultati meritev so pokazali, da je najučinkovitejša varianta svetlobnega jaška z nazobčano zrcalno steno (Sl. 5). Z velikim deležem direktno svetlobe v zgornjem delu jaška in močnim vplivom odbite svetlobe v spodnjem delu so dosežene najvišje vrednosti KDS in najenakomernejša distribucija svetlobe. Optimizacija geometrije jaškov lahko še izboljša rezultate.

Varianta z vertikalno zrcalno steno (Sl. 6) je prav tako zadovoljiva, čeprav ne dosega uspešnosti variante z nazobčano zrcalno

steno. Po uspešnosti ji sledi varianta s skupnim svetlobnim jaškom (Sl. 7). Najnižje vrednosti KDS dosega varianta z individualnimi svetlobnimi jaški (Sl. 4).

## 5. SKLEP

Dodatno dnevno osvetljevanje v jedru stavbe lahko prispeva k izboljšanju dnevne osvetljenosti celotnega prostora. To smo dokazali s tremi inovativnimi pasivnimi svetlobnimi jaški: individualnim svetlobnim jaškom, jaškom z vmesno steno in skupnim jaškom, na katerih smo izvedli meritve na modelih pod umetnim nebom. Modele sta sestavljala dva funkcionalna dela: model referenčnega prostora, ki je bil v vseh primerih enak, in model jaška, ki smo ga spreminjali. Na ta način smo lahko izmerili vplive cele vrste različnih oblik jaškov na referenčni prostor.

V vseh primerih so bile izmerjene vrednosti KDS višje kot referenčna vrednost. Meritve so pokazale, da je bila najboljša izraba dnevne svetlobe dosežena z uporabo svetlobnega jaška z nazobčano reflektivno vmesno steno, ki je imel širok zgornji in ozek spodnji del (Sl. 5). Na ta način so bila

Ž. KRISTL: Svetlobni jaški kot dodaten vir dnevne svetlobe

zgornja nadstropja osvetljena pretežno z direktno svetlobo, pritličje in prvo nadstropje pa z direktno svetlobo in svetlobo, ki se je odbila od nagnjene zrcalne stene. Povečanje naklona zrcalne stene je povzročilo izboljšanje osvetljenosti v conah, odmaknjenih od stene jaška. Na ta način se je dvignila vrednost povprečnega KDS, izboljšala pa se je tudi enakomernost distri-

bucije svetlobe. Refleksivnost zrcalne stene je bila bolj izkoriščena v primeru ožjega jaška (0,5 m). Širina jaškov v zgornjem delu ni smela pasti pod 1,5 metra, da je bil omogočen dostop zadostne količine svetlobe v jašek.

Skupni (Sl. 7) in individualni (Sl. 4) svetlobni jaški so zagotovili zadostno dne-

vno osvetljenost v primerih, ko so bili dovolj široki (3 m in 0,6 m), v nobenem primeru pa niso presegli vrednosti KDS, ki smo jih dosegli s svetlobnimi jaški z vmesno zrcalno steno (Sl. 6).

Meritve so potrdile učinkovitost predlaganih svetlobnih jaškov kot dodatnega vira dnevne svetlobe v globinsko zasnovanih stavbah.

## LITERATURA

- Bouchet, B., Fontoynot, M., Day-lighting of Underground Spaces: Design Rules, *Energy and Building* 23, 293-298, 1996.
- British Standards Institution, Code of Practice for Daylighting, *British Standard BS 8206: Part 2*, BSI, London, 1992.
- CIE (1970 1<sup>st</sup> Edition), Daylight, *Technical Report Pub. No 16*, CIE, Dunaj.
- Den Ouden, C., Steemers, T.C., (Eds.), *Building 2000*, Kluwer Academic Publishers, 1992.
- Elicabe Urriol, J.J., Lara, M.A., Piacentini, R.D., Passive Solar Light Ducts, *Applied Energy* 28, 95-105, 1987.
- Fontoynot, M.R., Fluery, B.A., Daylighting for Large Enclosures, *Proceedings of the International Daylighting Conference*, Bales, E.J., McCluney, R. (Eds.), Long Beach, California, ZDA, 333-344, 1986.
- Kristl, Ž., A Proposal of Multi-storey Residential Building, *Proceedings of ISES Solar World Congress*, Budimpešta, Madžarska, 243-247, 1993.
- Kristl, Ž., Light Ducts and Energy Saving in Residential Buildings, *Proceedings of ISES Solar World Congress*, Lyon, Francija, 1321-1326, 1994.
- Lam, W.M.C., *Perception & Lighting as Formgiver for Architecture*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1992.
- Leslie, R.P., Kroner, W.M., Givoni, B., Light/Ventilation wells for Large Office Buildings, *Proceedings of the International Daylighting Conference*, Long Beach, California, ZDA, 304-313, 1986.
- Majoros, A., *Daylighting*, PLEA & Department of Architecture, The University of Queensland, Brisbane, 1998.
- Solsona, X., Badinier, C., Coch, H., New Daylighting Components: a Sun-Duct in Building Retrofitting, *Proceedings of the 2nd European Conference on Architecture Paris 1989*, Kluwer Academic Publishers, 1990.
- Vischer, J.C., The Effects of Daylighting on Occupants, *Proceedings of the International Daylighting Conference*, Bales, E.J., McCluney, R. (Eds.), Long Beach, California; ZDA, 419-429, 1986.
- Vischer, J.C., *Environmental Quality of Offices*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1989.

# IZRAČUN UPOGIBNICE S PROGRAMOM SCIENTIFIC NOTEBOOK

## CALCULATING DEFLECTION LINE USING SCIENTIFIC NOTEBOOK

STROKOVNI ČLANEK

UDK: 681.3.06 : 517

SVITAN GABORVIČ, MATEJ MENCINGER

### POVZETEK

V raziskovalni dejavnosti, tehniki in v pedagoškem procesu se že nekaj časa uporabljajo programi za simbolično računanje. V članku so prikazane nekatere možnosti uporabe programa Scientific Notebook, ki je sinteza na Latexu temelječega programa za obdelavo teksta in programa za simbolično in numerično računanje Maple. Prednost programa v primerjavi s podobnimi programi je njegova prijaznost do uporabnika.

**Ključne besede:** Scientific Notebook, simbolično računanje, upogibnica, Maple, Mathematica

### SUMMARY

Software for symbolic computation is used in science, engineering, and teaching some times ago. In our paper some possible application of Scientific Notebook is presented. Scientific Notebook is a synthesis of a text processor based on Latex and Maple – a program for symbolic and numeric computation. The advantage of Scientific Notebook comparing it with some other similar software products is its user friendliness.

**Keywords:** Scientific Notebook, symbolic computation, deflection line, Maple, Mathematica

#### Avtorja:

Mag. Svitan Gaborovič, dipl. univ. inž., Fakulteta za gradbeništvo Maribor, Smetanova 17, 2000 Maribor

Mag. Matej Mencinger, profesor, Fakulteta za gradbeništvo Maribor, Smetanova 17, 2000 Maribor

#### UVOD

Program Scientific Notebook (SNB) je sinteza dveh programov: programa Scientific Word, ki je na LaTeXu temelječ vizualni

program za obdelavo matematičnega teksta, in programa Maple, ki je eden od uveljavljenih programov za simbolično in numerično računanje. Dodan je še program za generiranje vprašalnikov (kvizov). Program

Maple "pozna" vso višjo matematiko ter seveda rešuje tudi diferencialne enačbe in sisteme algebrskih in diferencialnih enačb, kar bo v tem članku delno prikazano. SNB uporabljamo pri pouku in preverjanju znanja

iz matematike, pri strokovnih predmetih, ki zahtevajo mnogo računskega dela, in pri raziskovalnem delu. Program Scientific Notebook uporabljamo zato, ker se ga je enostavno naučiti in je zato primeren kot začetni korak k algebrskim računalniškim sistemom. Program SNB je sicer (vsaj, kar se simboličnega računanja tiče) nekoliko manj zmogljiv od klasičnih algebrskih računalniških sistemov, je pa zato uporabniku prijazen program. Poleg tega vse več (tujih) strokovnih revij sprejema besedila samo v LaTeXu, kar je dodaten razlog za uporabo programa SNB ali pa programa Scientific Workplace.

Program je uporaben predvsem v pedagoškem procesu za študente in učitelje. Z njim si lahko pomagamo pri reševanju nalog in njihovem sestavljanju. Z njim lahko pišemo tekste, ki vsebujejo formule, sestavljamo prosojnice za predavanja, ali pa napisan tekst projiciramo direktno iz računalnika. V tem primeru lahko sliko na ekranu ustvarjamo pred avditorijem, tako kot pri klasičnem predavanju na tabli. Program omogoča vključitev slik, narisanih z drugimi programi, animacij in zvoka.

Program sicer ni primeren za projektiranje. Z njim ne bomo reševali sistema 1000 linearnih enačb (problem, ki se pojavlja pri gradbenih konstrukcijah), ker je nemogoče vse te enačbe vnesti v matriko  $1000 \times 1$ , kot bi to bilo potrebno, če bi hoteli uporabiti SNB (pa tudi program v resnici ne omogoča zapisa takšne matrike), vendar se je pokazala njegova uporabna vrednost tudi na področjih, kjer je potrebno računanje takšne vrste, kot ga program omogoča; na primer pri raziskovalnem delu.

V tem članku bo prikazana uporaba programa SNB na preprostem primeru izračuna upogibnice. Zaradi primerjave je omenjen tudi enak izračun s klasičnim algebrskim računalniškim sistemom.

## OSNOVNI PRIJEMI

Pri simboličnem računanju je osnovno pravo programa SNB naslednje: zapiši tako,

kot bi zapisal s svinčnikom na list papirja, nato pa: izračunaj, reši, izvrši postopek, ... Pri slednjem nam pomaga roletni menu 'Maple'.

Če želimo, na primer, izračunati nedoločeni integral funkcije  $f(x) = \sin x$ , zapišemo  $\int \sin x \, dx$ , se s kurzorjem postavimo na konec integrala, in kliknemo **Maple + Evaluate**. Če želimo rešiti enačbo  $f(x) = 0$ , jo natipkamo, se postavimo na konec enačbe in kliknemo **Maple + Solve + Exact** (ali **Maple + Solve + Numeric**, če iščemo numerično rešitev). Sisteme algebrskih (in diferencialni) enačb ter diferencialne enačbe z robnimi pogoji smo vajeni pisati v stolpce. V programu **SNB** nam takšen zapis omogoča  $n \times 1$  dimenzionalna matrika (vektor), ki jo priključimo z ukazom **Insert + Matrix**. Vanjo po vrsti zapišemo enačbe (in / ali robne pogoje), računanje pa izvršimo z ukazom **Maple + Solve** (za sisteme algebrskih enačb) oziroma z **Maple + Solve ODE** za reševanje (sistemov) navadnih diferencialnih enačb (z robnimi pogoji).

Zelo prikladna možnost, ki jo **SNB** (med drugim) ponuja uporabniku, je definiranje funkcije, s katero lahko v nadaljevanju simbolično računamo. Funkcijo definiramo z ukazom **Maple + Define + New Definition**. Funkcijo je smiselno definirati, če jo večkrat uporabljamo, ali pa iz drugih razlogov (eden je podan v nadaljevanju). Naslednji 'osnovni' prijem, ki ga bomo v nadaljevanju uporabili, je zapis funkcije, podane (z različnimi funkcijskimi predpisi) po intervalih. Tu se SNB spet izkaže kot uporabniku prijazen program, saj takšno funkcijo zapišemo kar 'po domače' (tj. z zavitim oklepajem), le da je tokrat potrebna malo več 'predznanja'. Če želimo, na primer, zapisati odsekovno podano funkcijo

$$f(x) = \begin{cases} f_1, & \text{če je } x \in [x_1, x_2] \\ f_2, & \text{če je } x \in [x_2, x_3] \\ \vdots & \\ f_n, & \text{če je } x \in [x_n, x_{n+1}] \end{cases}, \quad (1)$$

v formuli (1) moramo v matriko (ki jo priključimo z ukazom **Insert + Matrix**) dimenzije  $n \times 3$  vstaviti (po vrsti): v prvi stolpec funkcijske predpise iz formule (2)

$$f_1, f_2, \dots, f_n \quad (2)$$

v drugi stolpec 'if', v tretji stolpec pa neenačbe iz formule (3).

$$x_k \leq x \leq x_{k+1}. \quad (3)$$

## PRIMER: UPOGIBNICA

Sedaj lahko rešimo preprost primer, ki ga objavlja naslov članka.

**Primer.** Poišči enačbo upogibnice nosilca (palice dolžine  $l$ ), ki je v točki  $x=0$  togo vpet, točki  $x=l$  pa podprt s členkom. Nosilec je obremenjen s silo, katere prazdelitev po palici je podana s formulo (4) (glej sliko 1).

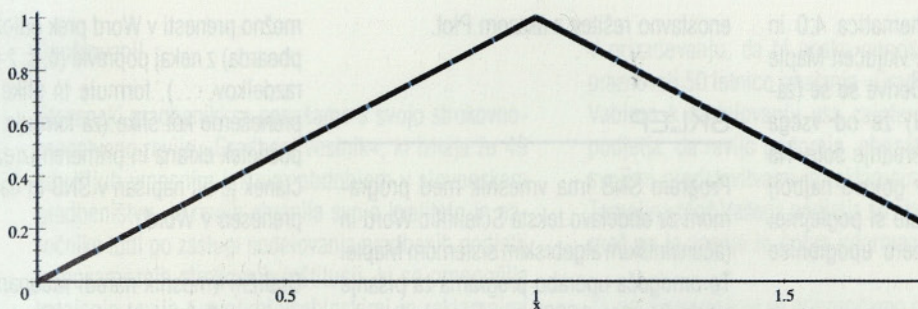
$$p(x) = \begin{cases} x, & \text{če je } 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ l-x & \text{če je } \frac{l}{2} \leq x \leq l \end{cases}. \quad (4)$$

**Opomba.** V tem prispevku je prikazana najkrajša rešitev, ki jo omogoča SNB. Program omogoča tudi reševanje diferencialnih enačb z Laplaceovo transformacijo in reševanje parcialnih diferencialnih enačb!

**Rešitev.** Rešiti moramo diferencialno enačbo v formuli (5)

$$EJv''''(x) = p(x) \quad (5)$$





Slika 1. Graf obtežbe

z robni pogoji,  $v(0)=0$ ,  $v'(0)=0$ ,  $v(l)=0$  in  $v''(l)=0$  (glej n.pr. [Umek, 1982]). V zgornji enačbi je  $p$  obtežba (za primer nezvezne obtežbe glej [Kovačič, 2000]),  $E$  in  $J$  pa sta Youngov modul in vztrajnostni moment palice.

Najprej (z **Define+New Definition**) definiramo funkcijo v formuli (6).

$$p(x) = \begin{cases} x & \text{if } 0 \leq x \leq \frac{l}{2} \\ l-x & \text{if } \frac{l}{2} \leq x \leq l \end{cases} \quad (6)$$

Nato enačbo (5), skupaj z robni pogoji,  $v(0)=0$ ,  $v'(0)=0$ ,  $v(l)=0$  in  $v''(l)=0$ , vstavimo v  $5 \times 1$  matriko v formuli (7)

$$\begin{aligned} EIv'''' &= p(x) \\ v(0) &= 0 \\ v'(0) &= 0 \\ v(l) &= 0 \\ v''(l) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Rešitev dobimo z ukazom **Maple+Solve ODE+Exact** (formula (8)). Graf rešitve (glej sliko 2)

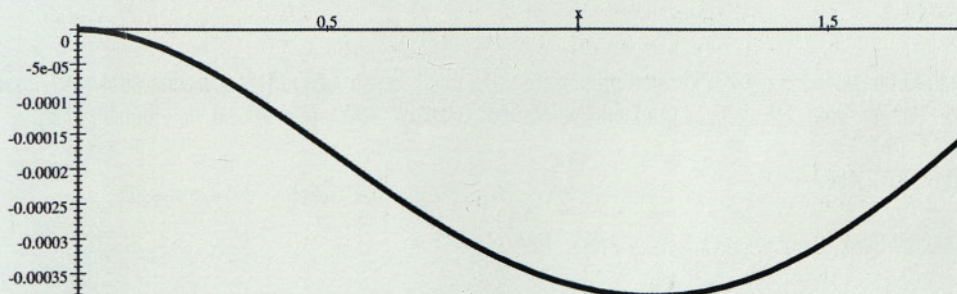
za izbrane parametre  $l=2$ ,  $E=15$  in  $I=10$  dobimo z ukazom Maple+Plot2D + Rectangular (sliko lahko popravljamo z ukazom Edit+Properties).

### NEKAJ BESED O DRUGIH PROGRAMIH ZA SIMBOLIČNO RAČUNANJE

Pri nas najbolj razširjeni programi<sup>1</sup> za simbolično računanje so Derive for Windows

<sup>1</sup> Omenjene so najnovejše verzije programov

$$v(x) = \begin{cases} \frac{160x^4l - 32l^5 + 75x^2l^3 - 105x^3l^2}{57600I} & \text{if } x \leq 0 \\ \frac{32x^5 + 75x^2l^3 - 105x^3l^2}{57600I} & \text{if } x \leq \frac{l}{2} \\ \frac{-32x^5 + 2l^5 + 160x^4l - 265x^3l^2 + 155x^2l^3 - 20xl^4}{57600I} & \text{if } \frac{l}{2} < x \end{cases} \quad (8)$$



Slika 2. Graf upogibnice

4.0, Matlab 5.3.1, Mathematica 4.0 in Maple 6. V paketu SNB je vključen Maple 5 Release 4. Za program Derive so se (zaradi cene in primernosti) že od vsega začetka bolj ogrele naše srednje šole. Na fakultetah je pri nas prav gotovo najbolj razširjena Mathematica, zato si pogledimo, kako se v zgornjem primeru upogibnice obnese Mathematica 3.0.

Funkcijo oblike (4), podano po intervalih, definiramo v Mathematici (glej [Wolfram, 1996], [Wolfram, 1998]) z ukazom  $p = \mathbf{If}[x < 1/2, x, 1 - x]$ . Diferencialno enačbo rešimo z ukazom DSolve, vendar Mathematica obtežbe

$p = \mathbf{If}[x < 1/2, x, 1 - x]$  v diferencialni enačbi (5) ne obravnava tako kot Maple, zato v tem primeru ne dobimo rešitve na tako enostaven način. Kontinuitetne pogoje, ki jih je Maple rešil kar sam, moramo tu reševati 'sami' (sisteme linearnih algebrskih enačb v Mathematici rešimo z ukazom Solve). Za risanje grafov imamo tu spet

enostavno rešitev z ukazom Plot.

## SKLEP

Program SNB ima vmesnik med programom za obdelavo teksta Scientific Word in računalniškim algebrskim sistemom Maple. To omogoča uporabo programa za pisanje teksta [Hunter, 1996] in računanje [Hardy, 1995] hkrati, medtem ko specializirani programi omogočajo le eno od teh možnosti. Kot program za obdelavo teksta je SNB primeren za pisanje oblikovno manj zahtevnih tekstov (seminarske naloge, poročila, članki), medtem ko je za pisanje knjig potrebna profesionalna verzija programa - Scientific Workplace. Ker Scientific Word temelji na Latexu, je uporaben predvsem za pisanje prispevkov za revije, ki sprejemajo rokopise v tej obliki (ZAMM, Wave Motion, International Journal for Numerical Methods in Engeneering), medtem ko direktne kompatibilnosti z Wordom ni. Čisti tekst je

možno prenesti v Word prek odložišča (clipboarda) z nekaj popravki (č, š, ž-ji, naslovi razdelkov, ...), formule in slike pa lahko prenesemo kot slike (za formule naredimo posnetek ekrana in primeren izrez). Tudi ta članek je bil napisan v SNB in na tak način prenesen v Word.

Grafični vmesnik naredi računanje s SNB vsaj za začetnika enostavnejše, kot je računanje s klasičnim algebrskim računalniškim sistemom. Seveda pa se je potrebno tudi tukaj nekaterih prijemov naučiti, če želimo program uporabljati učinkovito (glej [Gaborovič, 2000] za primere). Razlika je v količini potrebnega učenja, ki je v primeru SNB mnogo manjša. Sama učinkovitost računanja je odvisna od učinkovitosti algebrskega računalniškega sistema, ki je vgrajen v program. Podrobna primerjava algebrskih računalniških sistemov presega namen tega članka. V primeru, ki smo ga obdelali, pa se je SNB (vgrajen Maple V Release 4) izkazal za boljšega v primerjavi z Mathematico 3.0.

## LITERATURA

Gaborovič, S., Uporaba programa Scientific Notebook v matematiki, Fakulteta za gradbeništvo Maribor, 2000.

Hardy, D. W., Walker C. L., Doing Mathematics with Scientific WorkPlace, Brooks/Cole Publishing Company, 1995.

Hunter R., Bagby S., Creating Documents with Scientific Workplace and Scientific Word, Pacific Grove, California, Brooks/Cole Publishing Company, 1996.

Kovačič B., Analiza uporabe in natančnosti različnih metod pri statičnih preizkusih konstrukcij, 2. Mednarodno strokovno posvetovanje Geodezija včeraj - danes - jutri, Fakulteta za gradbeništvo Maribor, Maribor, 2000, (elektronski vir - optični disk).

Umek A., Trdnost, Maribor, VTŠ, 1982.

Wolfram S., The Mathematica Book, Cambridge University Press, 1996.

Wolfram S., Mathematica, A Sytem for Doing Mathematics by Computer, Cambridge University Press, 1998.

Spoštovani!

Slovenski gradbeniki se ponajbolj s svojo strokovno-znanstveno revijo »Gradbeni vestnik«, ki izhaja že 49 let. Kljub vmesnim kriznim obdobjem v slovenskem gradbeništvu, je revija ohranila svojo kvaliteto in naročnike tudi po zaslugi sodelovanja gradbenih podjetij in posameznih strokovnih inštitucij, ki so omogočila izdajanje revije s svojimi vsebinskimi in reklamnimi prispevki.

»Gradbeni vestnik« je revija, s katero predstavljamo slovenski in tuji strokovni javnosti naše znanstvene in strokovne dosežke z vseh področij gradbeništvu, obenem z njo izobražujemo in stanovsko povezujemo kolege, saj je revija tudi člansko glasilo Zveze gradbenih inženirjev in tehnikov Slovenije (od maja 1998 stalne članice Evropske zveze gradbenih inženirjev – ECCE).

V prizadevanju, da bi enako ponosni prihodnje leto praznovali 50 letnico izhajanja »Gradbenega vestnika«, vabimo k sodelovanju vsa zainteresirana gradbena podjetja, da revijo podprejo, obogatijo in počastijo s svojimi predstavitvami in reklamnimi oglasi. Temeljna moč Vašega podjetja so strokovnjaki, njihova moč pa je znanje in dobra informacija!

Za reklamne oglase se priporočamo po naslednjem ceniku:

1/1 barvni oglas na naslovnici	200.000,00 SIT
1/1 črno-beli	100.000,00 SIT
1/2 barvni	100.000,00 SIT
1/2 črno-beli	50.000,00 SIT
1/4 črno-beli	25.000,00 SIT

V ceno je všteti DDV. Rabat ponavljanja oglasa znaša 10%.

ZDGITS

**Spoštovani!**

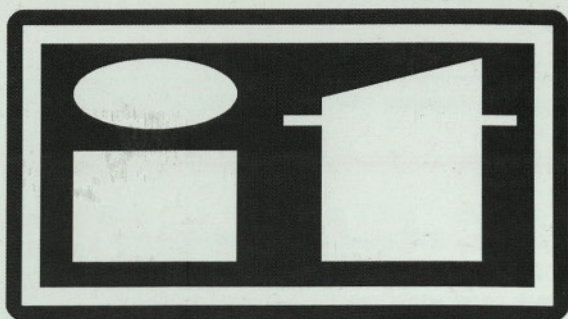
**Sporočamo Vam spremembo telefonske številke ZDGITS, ki se glasi:**

**- tajništvo tel./fax: (01) 422 - 46 - 22**

**- računovodstvo: (01) 422 - 46 - 20**

**E-mail: [gradb.zveza@siol.net](mailto:gradb.zveza@siol.net)**

Administracija ZDGITS



## PRIPRAVLJALNI SEMINARJI TER IZPITNI ROKI ZA STROKOVNE IZPITE V GRADBENIŠTVU, ARHITEKTURI IN KRAJINSKI ARHITEKTURI V LETU 2000

MESEC	SEMINAR	IZPITI		
		GRADBENIKI	ARHITEKTI	KRAJINARJI
Maj	22. - 26.	pisni: 20.5.	ustni: 8. - 11.5.	ustni: 8. - 11.5.
Junij		ustni: 5. - 8.6.		
September	18. - 22.			
Oktober	23. - 27.	pisni: 21.10.	pisni: 21.10.	pisni: 21.10.
November	20. - 24.	ustni: 6. - 9.11. pisni: 18.11.	ustni: 6. - 9.11.	ustni: 6. - 9.11.
December	18. - 22.	ustni: 4. - 7.12.		

**A. PRIPRAVLJALNE SEMINARJE** organizira **Zveza društev gradbenih inženirjev in tehnikov Slovenije (ZDGITS)**, Karlovška 3, 1000 Ljubljana (telefon/fax: 01 / 422-46-22). Arhitekti in krajinarji so vabljeni na predavanja iz splošnega dela izpitnega programa (prvi trije dnevi) in plačajo 33.000,00 SIT. Cena 5-dnevnega seminarja za gradbenike znaša 65.000,00 SIT. V ceno je všteti DDV.

Seminar ni obvezen! Izvedba seminarja je odvisna od števila prijav (najmanj 20 kandidatov). Udeležca prijavi k seminarju plačnik. Prijavo v obliki dopisa je potrebno poslati organizatorju najkasneje 20 dni pred pričetkom določenega seminarja. Prijava mora vsebovati: priimek, ime, poklic (zadnja pridobljena izobrazba), in naslov prijavljenega kandidata ter naslov in davčno številko plačnika. Samoplačnik mora k prijavi priložiti kopijo dokazila o plačilu.

Žiro račun ZDGITS je 50101-678-47602; davčna številka 79748767.

**B. STROKOVNI IZPITI** potekajo pri **Inženirski zbornici Slovenije (IZS)**, Dunajska 104, 1000 Ljubljana. Informacije je mogoče dobiti pri ge. Terezi Rebernik od 10.00 do 12.00 ure, po telefonu 01 / 568-46-71!