

# NEVIDNOST

LINDA BITENC<sup>1</sup> IN MIHA RAVNIK<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani,

<sup>2</sup>Institut »Jožef Stefan«

Ključne besede: ogrinjalo nevidnosti, transformacijska optika, negativni lomni količnik, metamateriali

V članku je predstavljena ideja oblikovanja ogrinjala nevidnosti s pomočjo transformacijske optike. Transformacija prostora in s tem geometrija širjenja elektromagnetnega valovanja je tesno povezana z lastnostmi medija, skozi katerega se valovanje širi, kar pomeni, da potrebujemo ustrezno krajevno odvisnost lomnega količnika, tudi z negativnimi vrednostmi. Zahtevano se – v principu, vsaj v zelo določenem frekvenčnem območju in ob primernem obvladovanju izgub svetlobe – lahko doseže z umetno oblikovanimi optičnimi metamateriali, katerih lastnosti so posledica njihove strukture na skali pod valovno dolžino svetlobe. Predstavljen je tudi eksperiment dvodimenzionalnega cilindričnega plašča nevidnosti v mikrovalovnem frekvenčnem območju.

## INVISIBILITY

In this contribution we present the concept for creating an invisibility cloak using transformation optics. Coordinate transformation and the geometry of propagation of electromagnetic waves are closely connected to the properties of the medium through which the waves travel, meaning that appropriate spatially dependent refractive index profiles are needed, including with negative values. Negative refractive index is connected to new material properties which are not present in conventional materials. Today, in principle, the required material parameters can be realised with the use of optical metamaterials, whose properties are determined by their structure, subjected to limitations in the material absorption and sufficient frequency width of the response. We also present an experiment of two-dimensional invisibility cloak at microwave frequencies.

## Uvod

Predmet vidimo, ker zaznamo od njega odbito, oddano ali sipano svetlobo. Odboj lahko preprečimo z uporabo popolnih absorberjev, katerih pomanjkljivost je, da ustvarijo senco, ki opazovalcu izda njihovo prisotnost. Tudi z ustrezno geometrijo objekta lahko onemogočimo odboj nazaj proti viru elektromagnetnega valovanja. Omenjena tehnika se uporablja npr. pri letalih, ki jih želijo skriti pred radarjem. Očitno pa je, da bo na ta način oblikovano letalo nezaznavno le iz smeri vpadnega valovanja, iz vseh drugih smeri pa ne bo učinka nevidnosti. Za popolno nevidnost predmeta moramo torej doseči, da se bo vpadno elektromagnetno valovanje širilo v prostoru enako, kot če predmeta ne bi bilo. Ker po navadi ne želimo spremeniti lastnosti izbranega

predmeta z namenom, da bi ga naredili nevidnega, oz. bi bilo to zelo težko, če sploh mogoče, za to uporabimo tako imenovani plašč nevidnosti. S tem imamo v mislih optično napravo, ki naredi predmet nezaznaven v nekem frekvenčnem območju elektromagnetnega valovanja, pri čemer posplošimo pojem nevidnosti, ki ga navadno povezujemo z vidno svetlobo, na – vsaj v principu – poljubno frekvenčno območje [1].

Svetloba se v prostoru širi tako, da potuje po najkrajši optični poti, kar je znano kot Fermatov princip. V splošni teoriji relativnosti pa se pot svetlobe lahko ukrivi. Einstein je namreč prišel do spoznanja, da gravitacijsko polje prostor deformira. Spremeni se metrika prostora, ki podaja informacijo o tem, koliko je prostor na nekem delu stisnjen oz. raztegnjen [5, 20]. Ker je oblika Maxwellovih enačb invariantna na transformacijo v prostor z novo metriko, iz tega sledi, da se svetloba širi v skladu z novimi koordinatami, zaradi česar se žarek pri potovanju mimo telesa z veliko maso (npr. Sonca) ukrivi. Če bi nam uspelo na podoben način poljubno spremeniti metriko prostora tako, da bi elektromagnetno valovanje vodili okoli predmeta in nato nazaj na njegovo prvotno trajektorijo, ga zunanji opazovalec ne bi mogel zaznati [11, 2].

Pot širjenja svetlobe lahko spreminjamo s pomočjo medija s krajevno odvisnim lomnim količnikom. Kot primer omenimo lečo, na kateri se žarek zlomi v skladu z lomnim zakonom. Skratka, optične lastnosti medija, skozi katerega potuje svetloba, določajo poti žarkov [2, 19]. Na ta način lahko z uporabo medijev oblikujemo zelene učinke geometrije in s tem svetlobo poljubno usmerjamo, kar nam omogoča zanimive aplikacije, med njimi tudi plašč nevidnosti. Pristop, ki nam s pomočjo koordinatnih transformacij omogoča načrtovanje ustreznih lastnosti materialov, ki nato zeleno usmerjajo elektromagnetno valovanje, imenujemo transformacijska optika [2, 19].

Za ustrezne optične transformacije – torej zelene poti in trajektorije svetlobnih žarkov – lahko potrebujemo optične materiale z lastnostmi, ki jih v naravi ne najdemo, na primer negativni lomni količnik. Zato potrebujemo optične metamateriale. To so umetno oblikovani materiali, sestavljeni iz struktur, manjših od valovne dolžine elektromagnetnega valovanja, ki določajo njihove lastnosti. Odziv metamaterialov se lahko izrazi z efektivno permeabilnostjo in dielektričnostjo, pri čemer se z ustreznim načrtovanjem njihovih sestavnih (mikro ali nano) struktur doseže zelene optične lastnosti [5, 15].

V nadaljevanju bomo opisali primer transformacij, s katerimi dosežemo, da se elektromagnetno valovanje izogne delu prostora, v katerega lahko skrijemo predmet. Predstavili bomo primer plašča nevidnosti v sferičnih koordinatah. Komentirali bomo tudi pomen negativnega lomnega količnika in način oblikovanja metamaterialov, s katerimi ga lahko dosežemo.

## Ogrinjalo nevidnosti z uporabo transformacijske optike

### Transformacije prostora

Sprememba faze elektromagnetnega valovanja na poti  $\Delta x$  je enaka  $(\frac{\omega}{c})n\Delta x$ , kjer je  $\omega$  kotna hitrost,  $c$  hitrost svetlobe,  $n$  lomni količnik, produkt  $n\Delta x$  pa imenujemo optična pot. Uvedemo preslikavo  $\Delta x' = n\Delta x$ , ki ohrani fazo valovanja, hkrati pa predstavlja transformacijo koordinat. Lomni količnik je, kot smo že prej omenili, lahko prostorsko odvisen. Uporabili bomo Maxwellovi enačbi pri izbrani frekvenci in upoštevali linearno konstitutivno relacijo,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu\mu_0\mathbf{H}, \quad \nabla \times \mathbf{H} = i\omega\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}. \quad (1)$$

Ker so Maxwellove enačbe invariantne na koordinatne transformacije, imajo v novem prostoru enako obliko [11, 2]

$$\nabla' \times \mathbf{E}' = -i\omega\mu'\mu_0\mathbf{H}', \quad \nabla' \times \mathbf{H}' = i\omega\varepsilon'\varepsilon_0\mathbf{E}'. \quad (2)$$

V novem koordinatnem sistemu zapišemo polji  $\mathbf{E}$  in  $\mathbf{H}$  ter  $\mu$  in  $\varepsilon$ , ki se transformirata kot tenzorja, saj po navadi postaneta anizotropna. Dobimo torej [8]

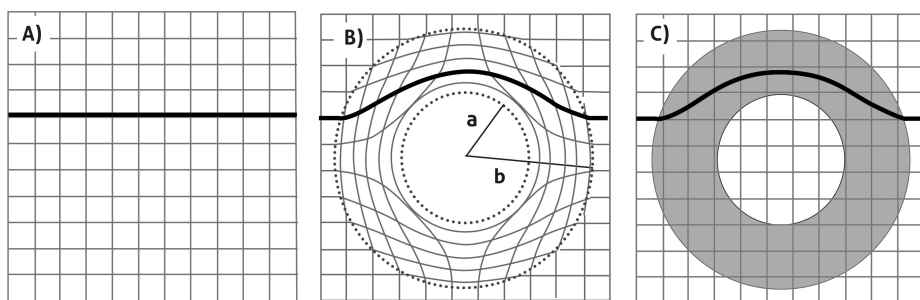
$$\begin{aligned} \mathbf{E}'(\mathbf{x}') &= (A^T)^{-1}\mathbf{E}(\mathbf{x}), & \mathbf{H}'(\mathbf{x}') &= (A^T)^{-1}\mathbf{H}(\mathbf{x}), \\ \varepsilon' &= \frac{A\varepsilon A^T}{\det A}, & \mu' &= \frac{A\mu A^T}{\det A}, \end{aligned} \quad (3)$$

kjer je  $A$  Jacobijeva matrika,  $A_{ij} = \frac{\partial x'_i}{\partial x_j}$  [14].

Invarianca Maxwellovih enačb na koordinatne transformacije je ključna lastnost, ki nam v transformacijski optiki omogoča tesno povezavo med preslikavo koordinat in lastnostmi medija. Maxwellove enačbe pretvorjene v prostor z novo metriko predstavljajo enolično obnašanje svetlobe, lahko pa ga interpretiramo na dva načina. Pri prvem razumemo, da tenzorja na levi in desni strani enačaja v enačbah (3) predstavljata iste lastnosti materiala, a v drugih prostorih (topološka interpretacija). Pri drugi možni interpretaciji pa sta oba tenzorja zapisana v običajnem prostoru kartezičnih koordinat (v Evklidski metriki), a predstavljata različne lastnosti materiala (materialna interpretacija). Razliko lahko vidimo na sliki 1.

Primer (A) predstavlja prazen prostor v kartezičnih koordinatah, v katerem je pot žarka narisana z odebeljeno črto. Primera (B) in (C) predstavljata transformiran prostor, v katerem veljajo Maxwellove enačbe s transformiranimi količinami (2). Primer (B) prikazuje prazen prostor, v katerem je znotraj kroga z radijem  $b$  upoštevana koordinatna transformacija. Slika (C) prikazuje primer, kjer se ohranijo kartezične koordinate, spremenijo pa se lastnosti medija na kolobarju med radijema  $a$  in  $b$ . Na ta način lahko najprej izračunamo želeno transformacijo praznega prostora in jo nato s

pomočjo enačb (3) prevedemo na lastnosti materiala, ki jih potrebujemo za doseg želenega učinka [14]. To nam omogoča dejstvo, da imata sprememba metrike prostora in lomni količnik medija (oz.  $\varepsilon$  in  $\mu$ ) enako vlogo v Maxwellovih enačbah [20].



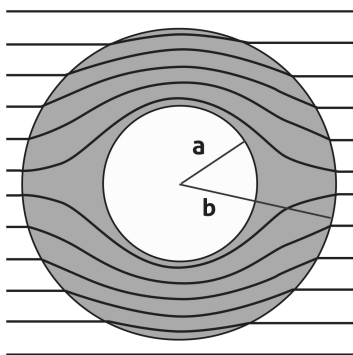
**Slika 1.** Prikaz poti žarka, označene z debelejšo črno črto, skozi prazen prostor kartezičnih koordinat (A) in skozi transformiran prostor prikazan s transformacijo metrike (B) ter s profilom lomnega količnika (C).

Do sedaj smo obravnavali poljubno preslikavo. Izkaže pa se, da je koordinatna transformacija, prikazana na sliki 1, tudi ustrezna transformacija za načrtovanje plašča nevidnosti. Zavedati se moramo, da to ni edina možna preslikava, je pa enostavna in zato primeren zgled. Obravnavamo dvodimenzionalen prostor.

Gre za preslikavo iz tako imenovanega virtualnega oz. elektromagnetnega prostora, ki je na sliki označen s črko A, v fizični prostor, označen s črko B. Virtualni prostor je prazen, zato elektromagnetno valovanje sledi ravnim linijam, ki se v transformiranem fizičnem prostoru zdijo ukrivljene. Preslikava namreč točko preslika v krožnico končne velikosti, v našem primeru z radijem  $a$ , in prostor znotraj radija  $b$  temu primerno deformira. V delu prostora  $r < a$  se ustvari »luknja«, kamor elektromagnetno valovanje ne more prodreti, temveč potuje okoli praznega območja ter se nato vrne na začetno trajektorijo in nadaljuje pot enako, kot če predmeta ne bi bilo. Tako oblikovana optična naprava ustvari iluzijo, da se elektromagnetno valovanje širi skozi prazen prostor, medtem ko je notranjost razširjene točke skrita zunanjemu opazovalcu [11, 6]. S transformacijo na sliki 1 bi torej lahko oblikovali cilindrično ogrinjalo nevidnosti. S podobno transformacijo lahko oblikujemo tudi sferično ogrinjalo, če si na shemi namesto krožnic s polme-

roma  $a$  in  $b$  predstavljamo sferi. Iz enačb (3) opazimo, da lahko na splošno komponente transformiranega tenzorja zavzamejo katerokoli vrednost, s tem pa lahko lomni količnik v materialu, s katerim bi morali nadomestiti transformacijo, zavzame tudi negativne vrednosti. Posledično je bila realizacija takega plašča nevidnosti do odkritja metamaterialov nemogoča [2].

### Primer ogrinjala nevidnosti v sferičnih koordinatah



**Slika 2.** Trajektorije žarkov elektromagnetnega valovanja skozi del prostora z medijem, ki ustreza koordinatni transformaciji, prikazani z enačbo (4). Slika predstavlja shemo prečnega prereza sferičnega ogrinjala nevidnosti.

Predstavimo zgled načrtovanja potrebnega profila lomnega količnika z uporabo transformacijske optike za primer sferičnega ogrinjala nevidnosti, ki je prikazano na sliki 2. Uporabimo sferno simetrično preslikavo, ki celoten volumen krogle s polmerom  $b$  preslika v del krogle z notranjim radijem  $a$  in zunanjam radijem  $b$ . Določimo transformacijo:

$$r' = f(r) = \frac{b-a}{b}r + a; \quad 0 \leq r \leq b \quad \text{in} \quad (4)$$

$$r' = r; \quad r > b.$$

Preslikava je zvezna, saj na zunanjem radiju oba pogoja določata  $r'(b) = b$ . Da lahko želeno preslikavo dosežemo z optično napravo (medijem) končne velikosti, je smiselno, da transformacijo definiramo na omejenem prostoru, medtem ko del prostora  $r > b$  ostane nespremenjen.

Ker je transformacija sferno simetrična, velja, da so enotski vektorji v obeh prostorih ekvivalentni, kar opišemo z zvezo,

$$\frac{x_{i'}}{r'} = \frac{x_i}{r} \delta_{i'i}. \quad (5)$$

Če izrazimo  $r'$  in ga vstavimo v enačbo preslikave (4), dobimo zvezo med  $x'$  in  $x$ , ki jo potrebujemo za izračun Jacobijeve matrike. Z nekaj računanja lahko zapišemo Jacobijevo matriko kot (glej [14])

$$A_{i'j} = \frac{\partial x_{i'}}{\partial x_j} = \frac{r'}{r} \delta_{i'j} - \frac{ax_i x_k}{r^3} \delta_{i'i} \delta_{kj}.$$

S pomočjo determinante Jacobijeve matrike lahko določimo ustrezne parametre medija za izvedbo ogrinjala nevidnosti. S krajšim računom lahko pokažemo, da je determinanta Jacobijeve matrike enaka (glej [14])

$$\det A = \frac{r' - a}{r} \left( \frac{r'}{r} \right)^2. \quad (6)$$

Zdaj imamo vse potrebne elemente, da izračunamo  $\varepsilon'$  in  $\mu'$  po enačbi (3). Ker smo predpostavili, da je prostor koordinat  $\vec{r}$  prazen, sta oba tenzorja v začetnem prostoru enaka identiteti. Z upoštevanjem transformacije dobimo  $\varepsilon'$  in  $\mu'$  izražena z enačbo

$$\varepsilon' = \mu' = \frac{b}{b-a} \left( I - \frac{2ar' - a^2}{r'^4} \vec{r}' \otimes \vec{r}' \right) \quad (7)$$

(glej [14]), kjer je  $I$  identična matrika.

Iz enačbe (7) želimo izraziti posamezne komponente dielektričnosti in permeabilnosti. Izberemo orientacijo koordinatnega sistema, za katero vemo, da se bo izraz poenostavil, torej  $\vec{r}' = (r, 0, 0)$ . Ker je preslikava sferno simetrična, je ugodno izbrati sferne koordinate in bazo. V matriki tenzorskega produkta tako ostane le ena komponenta in dobimo (slika 3) (glej [11])

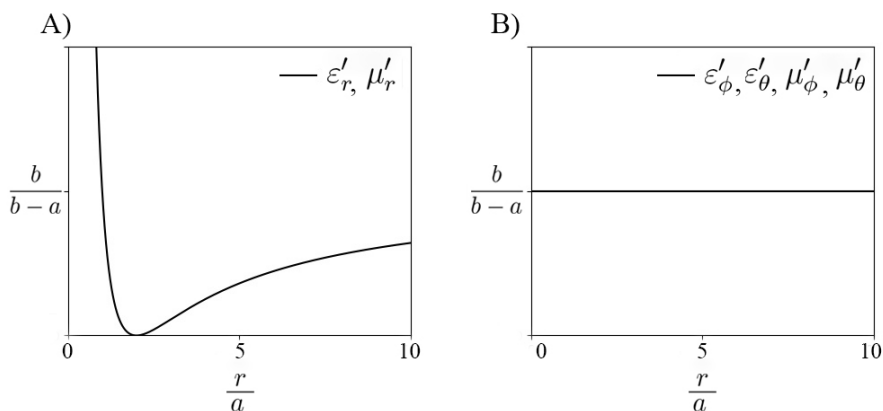
$$\varepsilon'_r = \mu'_r = \frac{b}{b-a} \frac{(r' - a)^2}{r'^2},$$

$$\varepsilon'_\phi = \mu'_\phi = \varepsilon'_\theta = \mu'_\theta = \frac{b}{b-a}.$$

### Slabosti in omejitve

Dobra lastnost ogrinjala nevidnosti, oblikovanega s pomočjo obravnavane transformacije prostora, je, da bo delovalo neodvisno od oblike predmeta in njegove sestave. Poleg tega nam transformacijska optika omogoča neposredno teoretično oblikovanje ogrinjala z ustrezno transformacijo.

Po drugi strani ima obravnavani pristop močne omejitve. Spomnimo se preslikave prostora iz slike 1. Žarki imajo v novem prostoru daljšo pot, saj morajo obiti »luknjo«, hkrati pa mora žarek priti na drugo stran območja



**Slika 3.** Odvisnost radialnih (A) in kotnih (B) komponent dielektričnosti in permeabilnosti od radija pri določeni vrednosti parametrov  $a$  in  $b$ .

z enako fazo, kot če bi potoval skozi prazen prostor. Zato potrebujemo frekvenčno odvisne parametre materiala in posledično lahko zadostimo pogojem transformacije le pri eni frekvenci [11].

Zavedati se moramo še ene mogoče očitne lastnosti našega ogrinjala. Opazovalec, skrit v njem, bi bil sicer neviden za zunanjšega opazovalca, hkrati pa bi bil v popolni temi. Namreč, če vodimo svetlobo okrog odprtine, potem tudi nič svetlobe ne more priti do našega skritega opazovalca in posledično on ne vidi zunanjšega sveta [2].

Preslikava, opisana v poglavju Primer ogrinjala nevidnosti v sferičnih koordinatah, za realizacijo sicer ne potrebuje negativnih vrednosti lomnega količnika, a na splošno poljubna preslikava lahko zahteva tudi negativne vrednosti. Primer preslikave oz. optične naprave, ki zahteva negativni lomni količnik, je popolna leča (oz. leča z negativnim medijem) [10].

### Negativni lomni količnik

Lomni količnik je definiran kot  $n = \frac{c}{v}$ , kjer je  $c$  svetlobna hitrost v vakuumu in  $v$  fazna hitrost svetlobe v snovi [17]. Lahko ga izrazimo tudi kot

$$n = \sqrt{\mu\epsilon}. \quad (8)$$

Materiali, ki imajo eno od vrednosti  $\epsilon$  in  $\mu$  negativno, dovoljujejo le nepropagirajoče rešitve za elektromagnetno valovanje. To vidimo iz enačbe

$$|k|^2 = \epsilon\epsilon_0\mu\mu_0\omega^2.$$

Negativni produkt  $\varepsilon\mu$  namreč pomeni, da je valovni vektor imaginaren in se posledično valovanje v materialu eksponentno zaduši. Negativna vrednost dielektričnosti pri optičnih frekvencah je značilna za kovine, za katere vemo, da se svetloba v njih ne more širiti. Običajni materiali, ki so prepustni za elektromagnetno valovanje, imajo pozitivni vrednosti  $\varepsilon$  in  $\mu$ , kar pomeni tudi pozitiven in realen lomni količnik. Očiten zgled za materiale s pozitivnim lomnim količnikom v vidnem spektru so na primer voda, zrak in steklo. Sedaj pridemo do vprašanja, ali bi lahko obstajal tudi material, ki bi imel tako dielektričnost kot permeabilnost negativni. Pri teoretični obravnavi omenjenega primera je bilo ugotovljeno, ne samo da bi tak material lahko obstajal, temveč tudi da bi imel zanimive lastnosti, ki jih niso zasledili še pri nobenem znanem materialu, med drugim bi imel negativni lomni količnik in povzročil naj bi obraten Dopplerjev pojav [15]. Prvi, ki je proučeval lastnosti medija z  $\varepsilon$  in  $\mu < 0$ , je bil Victor Veselago, ruski fizik, ki je leta 1968 objavil članek [18], v katerem je predstavil naslednja spoznanja.

V primeru, ko sta dielektričnost in permeabilnost negativni, je njun produkt pozitiven in efektivni lomni količnik realen. Iz tega sledi, da so materiali z  $\varepsilon$  in  $\mu < 0$  prepustni za elektromagnetno valovanje. Vzrok za njihove drugačne lastnosti izvira iz razlike med fazno in grupno hitrostjo valovanja. Grupna hitrost, definirana kot  $v_g = \frac{d\omega}{dk}$ , opisuje energijski tok valovanja in si jo lahko predstavljamo kot hitrost celotnega valovnega paketa. Fazna hitrost,  $v_p = \frac{\omega}{k}$ , opisuje širjenje valovnega čela, to je množica točk z enako fazo, kar vidimo kot hitrost potovanja vrhov in dolin. Pri valovanju v običajnih materialih sta hitrosti, čeprav se lahko razlikujeta po velikosti, paralelni. Obravnavajmo sedaj posledice negativnih  $\varepsilon$  in  $\mu$ . Sprememba predznaka  $\varepsilon$  in  $\mu$  je v Maxwellovih enačbah (1) enakovredna spremembi predznaka magnetnega polja, medtem ko rešitev valovne enačbe,

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} = \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2},$$

ostane enaka, kar pomeni, da se ohrani tudi valovni vektor. Zaradi inverzije magnetnega polja ima Poyntingov vektor, definiran kot  $\mathbf{P} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ , nasprotno smer. Iz tega sledi, da je pri obravnavanih materialih smer energijskega toka, določena s Poyntingovim vektorjem, nasprotna smeri valovnega vektorja, torej se valovi širijo v nasprotno smer kot žarki valovanja, kar je prikazano na sliki 5 [10, 12].

Ko smo obravnavali omejitve v izvedbi ogrinjala nevidnosti, smo že omenili, da potrebujemo disperzijo. Obravnavajmo sedaj še zahteve na nivoju energije. Za gostoto energije velja enačba (glej [18])

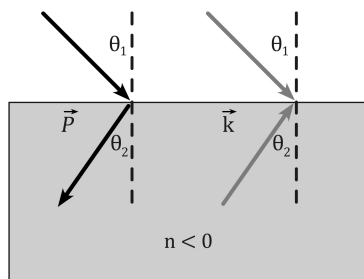
$$w = \frac{1}{2} \frac{\partial(\varepsilon \varepsilon_0 \omega)}{\partial \omega} \mathbf{E}^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial(\mu \mu_0 \omega)}{\partial \omega} \mathbf{H}^2, \quad (9)$$



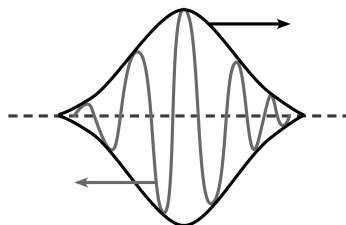
ki se v primeru, da  $\varepsilon$  in  $\mu$  nista frekvenčno odvisni, poenostavi v enačbo

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}^2 + \frac{1}{2}\mu\mu_0\mathbf{H}^2, \quad (10)$$

iz katere sledi, da bi bila v primeru, kjer sta tako  $\varepsilon$  kot  $\mu$  negativni, skupna energija negativna, kar pa seveda ni mogoče. Iz tega sledi, da morata biti  $\varepsilon$  in  $\mu$  frekvenčno odvisni [18].



**Slika 4.** Črni puščici predstavljata smer žarkov valovanja torej smer širjenja energije, medtem ko sivi puščici prikazujeta smer valovnega vektorja na meji med praznim prostorom ter sredstvom z negativnim lomnim količnikom.



**Slika 5.** S črno puščico je prikazana smer grupne hitrosti torej smer energijskega toka, s puščico sive barve pa smer valovanja oz. fазne hitrosti v sredstvu z negativnim lomnim količnikom.

Lomni zakon drži tudi za lom v materiale z negativnim lomnim količnikom,

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2},$$

kjer pridemo do spoznanja, da je lomni kot pri prehodu iz medija s pozitivnim v medij z negativnim lomnim količnikom negativen, kar pomeni, da žarek ostane na isti strani vpadne pravokotnice, kot je prikazano na sliki 4. Kot zgled si zamislimo slamico v kozarcu vode. Ker ima voda večji lomni količnik kot zrak, se svetloba na prehodu med medijema lomi k vpadni pravokotnici, zato se zdi, da je slamica zlomljena. Če bi voda imela negativni lomni količnik  $-1$ , bi bila potopljen in nepotopljen del slamice kot preslikana čez gladino vode.

## Optični metamateriali

Optični metamateriali so umetno narejeni materiali, katerih optične lastnosti primarno izhajajo iz njihove praviloma mikroskopske strukture in manj

iz same kemične sestave snovi. Posebej oblikovane sestavne enote določajo odziv materiala na elektromagnetno valovanje. Zgodovina metamaterialov sega veliko dlje od njihovega uradnega odkritja. Že v srednjem veku so bili obrtniki seznanjeni z učinki, ki jih povzročijo steklu dodani kovinski nanodelci. Tako modificirano steklo ima namreč značilno barvo, odvisno od velikosti in oblike dodanih delcev. Svetovno znan primer je Likurgova čaša [21], narejena iz stekla z dodanimi zlatimi nanodelci, ki izvira še iz rimskih časov. Čaša se zdi zelenkaste barve, kadar je osvetljena od zunaj – svetloba se torej odbije – in rdečkaste barve, kadar je osvetljena od znotraj, torej da svetloba potuje skozi steklo čaše. Lastnost je posledica površinskih plazmonov na površini zlatih delcev [21].

Odziv optičnega metamateriala na elektromagnetno valovanje, ki ima valovno dolžino veliko večjo od razdalj med gradniki materiala in njihovih velikosti, lahko opišemo z dielektričnostjo in permeabilnostjo, ki predstavljata efektiven odziv sistema. Svetloba ima veliko večjo valovno dolžino od strukture zlatih delcev v steklu Likurgove čaše, zato vidimo samo efektiven odziv snovi – torej zeleno ali rdečo barvo. V takem primeru si torej nehomogen material lahko predstavljamo kot homogenega in njegov odziv opišemo z  $\varepsilon$  in  $\mu$ . Prednost teh optičnih metamaterialov je, da z ustrezno oblikovanimi osnovnimi gradniki lahko dosežemo optične lastnosti, kakršnih ne zasledimo pri običajnih materialih. Med drugim lahko v določenem – praviloma ozkem – frekvenčnem območju dosežemo hkrati negativne vrednosti  $\varepsilon$  in  $\mu$  [15, 12].

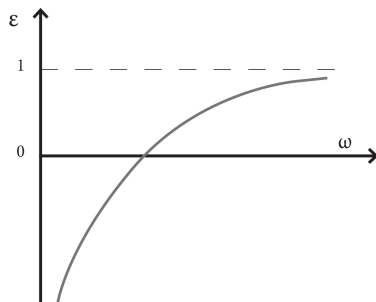
### Električni odziv materiala

Podobno kot plazmo sestavlja plin nabitih delcev (ionov in elektronov) so v kovini prosto gibajoči se elektroni, zato se lahko odvisnost dielektrične konstante kovine opiše z odvisnostjo dielektričnosti plazme,

$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad \omega_p^2 = \frac{\rho e^2}{\varepsilon_0 m_e}, \quad (11)$$

kjer je  $\omega_p$  plazemska frekvenca,  $\rho$  številska gostota elektronov,  $e$  osnovni električni naboj in  $m_e$  masa elektrona. Iz frekvenčne odvisnosti dielektrične konstante iz enačbe (11) opazimo, da je za  $\omega < \omega_p$ , dielektričnost negativna (slika 6).

Za kovine je plazemska frekvenca navadno v ultravijoličnem frekvenčnem območju [12]. Iz odvisnosti  $\omega_p$  vidimo, da lahko plazemsko frekvenco zmanjšamo, če zmanjšamo številsko gostoto elektronov ali povečamo njihovo efektivno maso. Zahtevano lahko dosežemo z oblikovanjem materiala, sestavljenega iz prepleta efektivnih »žic«, ki so lahko organizirane v mrežo [12]. Elektronska gostota je tako efektivno močno zmanjšana v primerjavi s celim kosom kovine, saj se elektroni nahajajo le v žicah, med katerimi je



**Slika 6.** Shema frekvenčne odvisnosti dielektrične konstante plazme.

veliko praznega prostora.

$$\rho_{\text{eff}} = \frac{\rho\pi R^2}{A^2},$$

pri čemer je  $\rho$  elektronska gostota v žicah,  $A$  razdalja med žicami in  $R$  njihov polmer. Poleg tega je efektivna masa elektronov povečana zaradi lastne induktivnosti žic [12]

$$m_{\text{eff}} = \ln\left(\frac{A}{R}\right) \mu_0 e^2 \pi R^2 \rho \frac{1}{2\pi}.$$

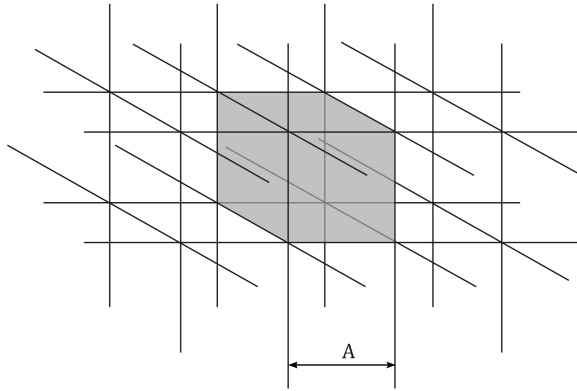
Če so žice tanke in razmaki med njimi primerno veliki, na primer nekaj mikronov za radij žice in nekaj milimetrov za razmake med njimi, lahko znižamo plazemsko frekvenco na mikrovalovno območje [12]. Struktura, prikazana na sliki 7, se tako efektivno obnaša kot redka plazma.

Resonanca v odzivu metamateriala pa nam lahko omogoči večji odziv materiala v okolici resonančne frekvence, zato se danes široko raziskuje različne geometrije optičnih metamaterialov. Znan primer so periodično urejene žice s prekinitvami, katerih dielektrični odziv se opisuje z Drude-Lorentzovim modelom [10],

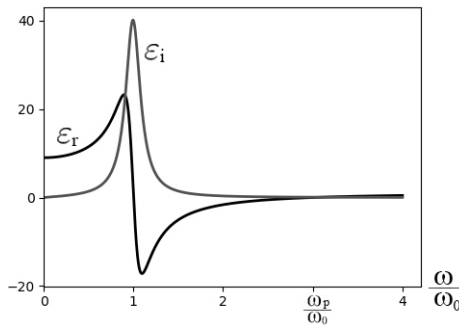
$$\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2 - \omega_0^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\Gamma},$$

kjer  $\Gamma$  predstavlja izgube,  $\omega_p$  (plazemska frekvenca) in  $\omega_0$  (resonančna frekvenca) pa sta določeni zgolj z geometrijskimi parametri na enak način, kot je bilo predstavljeno na primeru materiala, ki je prikazan na sliki 7. Za

## Nevidnost



**Slika 7.** Metamaterial sestavljen iz tankih neskončnih žic, urejenih v osnovno kubično mrežo.



**Slika 8.** Primer frekvenčne odvisnosti realne in imaginarni komponente dielektričnosti pri določeni vrednosti parametrov  $\Gamma$  in  $\omega_p$  ( $\Gamma/\omega_0 = 0,2$ ,  $\omega_p/\omega_0 = 3$ ).

$\omega_0 < \omega < \omega_p$  je realni del dielektričnosti negativen (slika 8). S spreminjanjem resonančne frekvence preko spreminjanja materialnih in geometrijskih parametrov se lahko torej nastavlja frekvenčno območje, kjer je dielektričnost negativna.

Z Drude-Lorentzovim modelom lahko razložimo tudi, zakaj v naravi ni znanega materiala z negativnim lomnim količnikom. Odziv snovi določajo elektroni, vezani v harmonskem potencialu z resonančno frekvenco  $\omega_0$ . Tako vezani elektroni se obnašajo kot harmonski oscilatorji, ki jih vzbuja oscili-

rajoče električno polje. Pri frekvencah elektromagnetnega valovanja pod resonančno nihajoči elektroni lahko sledijo polju in posledično inducirana polarizacija kaže v smeri polja. Podobno kot relativni odmik glede na smer vzbujanja pri klasičnem harmonskem oscilatorju, v vzbujanem dielektriku inducirana polarizacija nad resonančno frekvenco elektromagnetnega valovanja spremeni predznak. Nad resonančno frekvenco, in hkrati v njeni bližini, je odziv materiala torej negativen [10].

Resonančne frekvence dielektričnosti se navadno pojavljajo pri relativno visokih frekvencah, na primer za kovine v optičnem frekvenčnem območju, medtem ko so resonance v magnetnih sistemih praviloma pri nižjih frekvencah [10]. Negativna dielektričnost in permeabilnost se torej značilno ne pojavljata v enakem frekvenčnem območju, kljub temu da bi v splošnem fizikalne zakonitosti dovoljevale obstoj takega materiala [10].

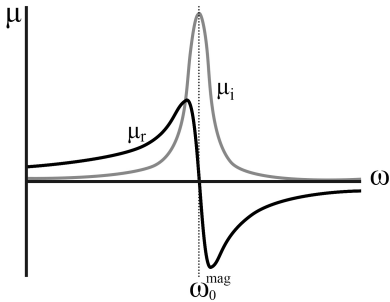
### Magnetni odziv materiala

Magnetni odziv tipičnih materialov (na primer kovin) pri frekvencah nad GHz območjem praviloma postane majhen [7], zato potrebujemo umetno oblikovane materiale, pri katerih je magnetni odziv prisoten tudi pri višjih frekvencah.

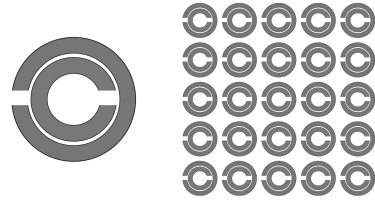
Magnetni odziv lahko dosežemo s tokovno zanko, podobno kot so pri naravnih materialih magnetne lastnosti pogosto posledica tokov zaradi kroženja elektronov (spin). Tok po zanki lahko ustvarimo s pomočjo indukcije. Induciran tok v izbranem metamaterialnem gradniku je navadno (pre)šibek in sledi, da je šibek tudi magnetni moment zanke. Strukturo zato preoblikujemo tako, da dobimo resonančno obliko odziva in posledično veliko večji odziv v okolici resonančne frekvence. Primer resonančne strukture z magnetnim odzivom so tako imenovani resonatorji z razcepljenim obročem (*split ring resonators*) oz. s kratico SRR, ki so v prikazani geometriji sestavljeni iz dveh zank, ki sta na nasprotnih straneh prekinjeni, kot lahko vidimo na sliki 10. Struktura ima tako induktivnost kot kapacitivnost in se efektivno obnaša kot nihajni krog z resonančno frekvenco  $\omega_0^{mag} = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  [7]. Resonančno odvisnost permeabilnosti lahko vidimo na sliki 9.

### Primer materiala z negativnim lomnim količnikom

Poglejmo si sedaj primer materiala, ki združuje strukturo sestavljeno iz SRR (za magnetni resonančni odziv) in mreže žic (za električni resonančni odziv). Pri samem oblikovanju materiala je pomembno, kako sestavimo posamezne enote v dvo- ali tridimenzionalno strukturo, da bomo dosegli čim večji magnetni odziv. Za čim večjo magnetno aktivnost materiala morajo biti elementi zloženi tako, da bodo prestregli čim več magnetnega pretoka [12].

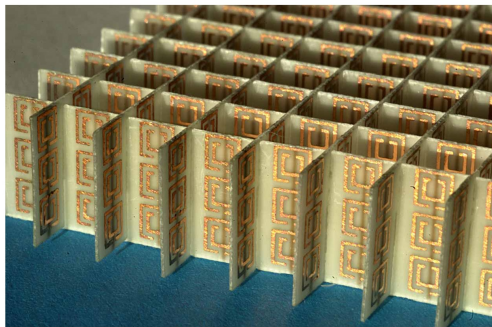


**Slika 9.** Shema resonančne odvisnosti realne in imaginarne komponente permeabilnosti magnetnega materiala, prikazane na sliki 10, od frekvence.



**Slika 10.** Shema optičnega metamateriala, sestavljenega iz resonatorjev z razcepljenim obročem.

Primer optičnega metamateriala, oblikovanega za mikrovalovne frekvence, je prikazan na sliki 11. V tem frekvenčnem območju je z upoštevanjem ustrezne geometrije potrebna značilna velikost vzorca materiala velikostnega reda 1 cm, medtem ko bi morali biti SRR za resonanco pri optičnih frekvencah velikostnega reda 100 nm, kar je veliko težje doseči [7]. Slabost metamaterialov s kovinskimi strukturami, pri katerih želene odzive materiala dobimo s pomočjo pojavov povezanih s prostimi elektroni v kovini, je, da so izgube zaradi absorpcije zelo velike. Danes se zato široko razvijajo vsedielektrični metamateriali [4].



**Slika 11.** Metamaterial z negativnim lomnim količnikom v mikrovalovnem frekvenčnem območju. Značilna velikost strukture je velikostnega reda 1 cm [15].

### Eksperimentalna realizacija ogrinjala nevidnosti

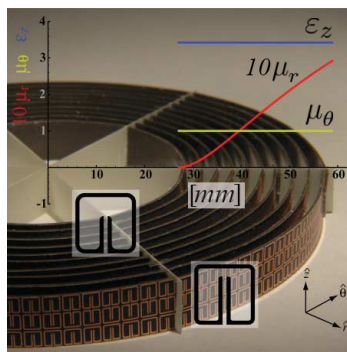
Eksperiment, s katerim so po teoretičnih napovedih poskušali realizirati ogrinjalo nevidnosti, so izvedli leta 2006 [13]. Izbrali so cilindrično geometrijo in oblikovali dvodimenzionalno ogrinjalo za delovanje v mikrovalovnem območju. Za predmet, ki so ga skrili v ogrinjalo, so izbrali prevoden valj. Transformacija prostora je podobna tisti, ki smo jo predstavili v poglavju Primer ogrinjala nevidnosti v sferičnih koordinatah, le da moramo tu upoštevati cilindrično geometrijo. Izbrali so elektromagnetno valovanje polarizirano v smeri osi  $z$ , zato so relevantne komponente  $\varepsilon'_z$ ,  $\mu'_r$  in  $\mu'_\theta$ .

$$\varepsilon'_z = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2 \frac{r' - a}{r'}, \quad \mu'_r = \frac{r' - a}{r'} \quad \text{in} \quad \mu'_\theta = \frac{r'}{r' - a}. \quad (12)$$

Za lažje implementiranje lastnosti materiala lahko izberemo reducirane parametre, ki opisujejo enako disperzijsko relacijo,

$$\varepsilon'_z = \left(\frac{b}{b-a}\right)^2, \quad \mu'_r = \left(\frac{r' - a}{r'}\right)^2 \quad \text{in} \quad \mu'_\theta = 1. \quad (13)$$

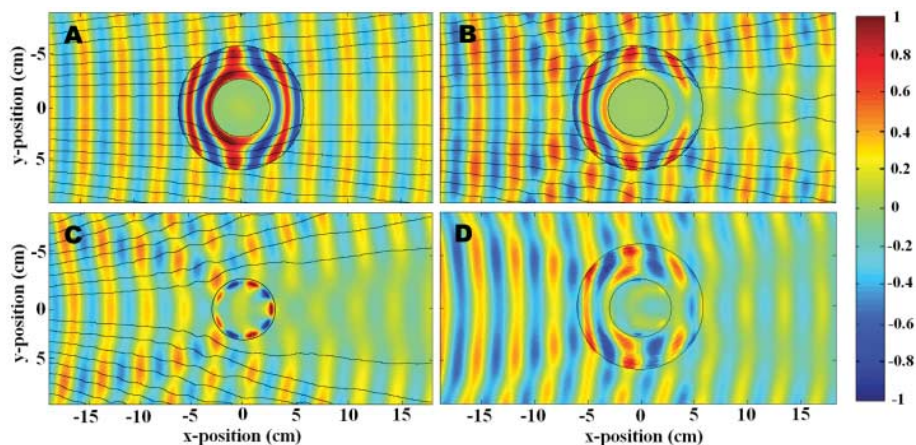
Disperzija namreč določa dinamiko valovanja v plašču. Edina omejitev te izbire je, da transformacija na robu plašča ni več zvezna, iz česar sledi, da se zaradi neujemajoče impedance na prehodu pojavijo odboji. Ogrinjalo nevidnosti – torej ustrezno konstruiran optični metamaterial – je prikazano na sliki 12.



**Slika 12.** Dvodimenzionalno ogrinjalo nevidnosti, ki deluje v mikrovalovnem frekvenčnem območju [13].

Parameter  $\mu'_r$  ima radialno odvisnost, zato so SSR orientirani tako, da njihove osi kažejo v radialni smeri, hkrati pa se s spreminjanjem njihovih geometrijskih parametrov doseže ustrezne vrednosti  $\varepsilon'_z$  in  $\mu'_r$ . Za frekvenco,

pri kateri naj bi ogrinjalo delovalo, so izbrali 8,5 GHz, iz česar sledi, da mora biti  $\frac{\lambda}{a_{\theta}} \gg 10$ . Na sliki 13 A vidimo primer simulacije, ki upošteva zvezen medij. Na sliki 13 B so pri simulaciji upoštevali reducirane parametre, nezvezen medij in absorpcijo. Primer C predstavlja sipanje na prevodnem valju brez plašča, primer D na sliki 13 pa predstavlja dejanski eksperiment z ogrinjalom. Polja na drugi strani predmeta so oslabljena zaradi absorpcije materiala, sicer pa vidimo, da ogrinjalo močno zmanjša tako senco kot odboje [13]. Opisani je eden prvih, če ne prvi primer realizacije, je pa danes to široko aktivno področje raziskav, tako osnovnih kot aplikativnih in industrijskih [16, 3, 9].



**Slika 13.** Profil elektromagnetnega valovanja, ki vpada na plašč nevidnosti iz slike 14. Primera A in B predstavljata simulacijo, primera C in D pa predstavljata eksperiment [15].

## Zaključek

Zmožnost poljubnega usmerjanja elektromagnetnega valovanja bi nam omogočila izvedbo številnih zanimivih optičnih naprav, med katerimi je tudi ogrinjalo nevidnosti. Odkritje metamaterialov in negativnega loma danes omogoča, da se z razvojem metamaterialov z majhnimi izgubami in magnetno aktivnostjo tudi v optičnem frekvenčnem območju praktične izvedbe načrtovanih naprav vedno bolj približujejo teoretičnim napovedim. V prispevku smo obravnavali primer uporabe transformacijske optike za načrtovanje ogrinjala nevidnosti, poleg tega pa smo predstavili, kako lahko oblikujemo materiale z negativnim lomnim količnikom ter kakšne so njihove lastnosti.



## LITERATURA

- [1] P. Alitalo in S. Tretyakov, *Electromagnetic cloaking with metamaterials*, Materials Today **12** (2009), 22–29.
- [2] H. Chen, C. T. Chan in P. Sheng, *Transformation optics and metamaterials*, Nature Materials **9** (2010), 387–396.
- [3] P. Cheben, R. Halir, J. H. Schmid, H. A. Atwater in D. R. Smith, *Subwavelength integrated photonics*, Nature **560** (2018), 565–572.
- [4] S. Jahani in Z. Jacob, *All-dielectric metamaterials*, Nature Nanotechnology **11** (2016), 23.
- [5] U. Leonhardt in T. G. Philbin, *General relativity in electrical engineering*, New Journal of Physics **8** (2006), 247.
- [6] U. Leonhardt in T. Tyc, *Broadband invisibility by non-Euclidean cloaking*, Science **323** (2009), 110–112.
- [7] Y. Liu in X. Zhang, *Metamaterials: a new frontier of science and technology*, Chemical Society Reviews **40** (2011), 2494.
- [8] G. W. Milton, M. Briane in J. R. Willis, *On cloaking for elasticity and physical equations with a transformation invariant form*, New Journal of Physics **8** (2006), 248.
- [9] F. Monticone in A. Alù, *Metamaterial, plasmonic and nanophotonic devices*, Reports on Progress in Physics **80**, (2017).
- [10] J. B. Pendry in D. R. Smith, *Reversing light with negative refraction*, Physics Today **57** (2004), 37.
- [11] J. B. Pendry, D. Schurig in D. R. Smith, *Controlling electromagnetic fields*, Science **312** (2006), 1780.
- [12] J. B. Pendry, *Negative refraction*, Contemporary Physics **45** (2004), 191.
- [13] D. Schurig, J. J. Mock, B. J. Justice, S. A. Cummer, J. B. Pendry, A. F. Starr in D. R. Smith, *Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies*, Science **314** (2006), 977.
- [14] D. Schurig, J. B. Pendry in D. R. Smith, *Calculation of material properties and ray tracing in transformation media*, Optics Express **14** (2006), 9794.
- [15] D. R. Smith, J. B. Pendry in M. C. K. Wiltshire, *Metamaterials and negative refractive index*, Science **305** (2004), 788.
- [16] I. Staude in J. Schilling, *Metamaterial-inspired silicon nanophotonics*, Nature Photonics **11** (2017), 274–284.
- [17] J. Strnad, *Fizika 2. del: Električna. Optika*, Fakulteta za matematiko in fiziko, Ljubljana, 2020, 194–200.
- [18] V. G. Veselago, *The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$* , Soviet Physics Uspekhi **10** (1968), 509.
- [19] L. Xu in H. Chen, *Conformal transformation optics*, Nature Photonics **9** (2014), 15–23.
- [20] The Professor Harry Messel International Science School, *Metamaterials and the science of invisibility – Prof. John Pendry*, dostopno na [youtu.be/f0iZraLdNuM](https://youtu.be/f0iZraLdNuM), ogled 27. 3. 2020.
- [21] *Lycurgus Cup*, dostopno na [www.sciencedirect.com/topics/engineering/lycurgus-cup](https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/lycurgus-cup), ogled 26. 3. 2020.