



Geogebra v šoli

Geogebra in the school

Σ Povzetek

V prispevku je opisan primer medpredmetne povezave med matematiko in likovno umetnostjo z uporabo programa za dinamično geometrijo. Predstavljeni sta dve šolski uri, v katerih so dijaki hkrati z učenjem osnovnih geometrijskih pojmov in zakonitosti usvojili tudi osnove dela z Geogebro. V samem članku je opisan tudi primer ustvarjalne domače naloge, ki je povezala matematiko z likovno umetnostjo. Ogledate si lahko delovni list za dijake in nekaj najzanimivejših slik, ki so jih ustvarili.

Ključne besede: Geogebra, program za dinamično geometrijo, geometrija, geometrijski objekti, umetniške slike, ustvarjalnost, medpredmetne povezave

Klara Pugelj

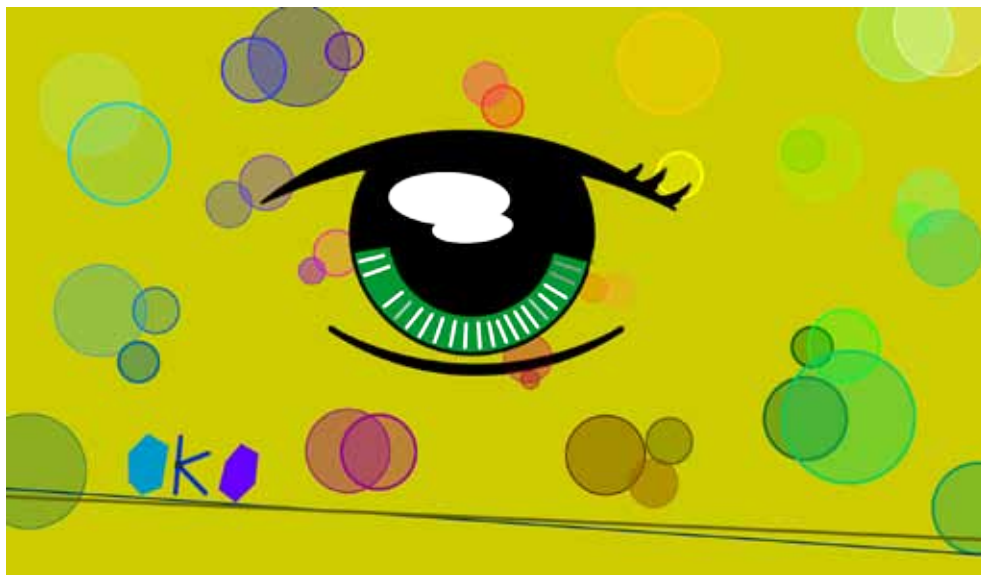
Srednja šola Venon Pilon

Ajdovščina

Σ Abstract

The article describes an example of intercurricular cooperation between mathematics and fine arts, which was carried out with the usage of a program for rendering dynamic geometry. We present two lessons with help of which pupils, learning the basics of geometrical concepts and laws, managed to learn the basics of how to work with Geogebra at the same time. The article also describes an example of creative homework, which is connected to mathematic as well as to fine arts.

Keywords: Geogebra, program for dynamic geometry, geometry, geometrical objects, paintings, creativity, inter-subject cooperation



[Slika 1] Avtor Žiga Smrekar

α Uvod

Uporaba tehnologije je danes sestavni del vsakdanjega življenja, zato mora šola poskrbeti, da se dijaki usposobijo za njeno uporabo. Informacijsko-komunikacijska tehnologija je med drugim sredstvo za razvoj matematičnih pojmov, omogoča pa tudi, da dijaki razvijajo svoje ideje. Tako lahko s pomočjo ustreznega računalniškega programa, kot je na primer Geogebra (program za dinamično geometrijo), medpredmetno povežemo matematiko in likovno umetnost.

Kot pripravnica za matematiko na Gimnaziji Vič sem se skupaj s svojo mentorico Nives Mihelič Erbežnik, profesorico za ma-

tematiko na Gimnaziji Vič, odločila, da dijakom prvega letnika predstavim ta program in jih spodbudim k razvijanju kreativnosti z domačo nalogo, ki bo osmislila matematično vsebino in povezala matematiko in umetnost.

β Prvo srečanje z geogebro

Z mentorico sva timsko izvedli dve šolski uri, pri katerih so dijaki v parih, vsak par na svojem računalniku, spoznali osnove uporabe Geogebre. Obe učni uri sem vodila jaz, mentorica pa mi je bila pri tem v pomoč. Za dijake sem pripravila naslednji učni list:

Geogebra je prosto dostopen program za dinamično geometrijo. Najdemo ga na spletni strani www.geogebra.org.

1. naloga: Osnovni geometrijski pojmi

- a) Nariši tri nekolinearne **točke**.
- b) Nariši tri kolinearne točke in **premico**, na kateri ležijo te tri točke.
- c) Narisani premici nariši **vzporednico** in **pravokotnico** skozi točko, ki ne leži na tej premici.

Če kliknemo z desnim miškinim gumbom na geometrijski objekt, ga lahko **skrijemo**, **prikažemo** ali **skrijemo njegov opis**, **vklopimo sled objekta**, ga **preimenujemo**, **zberišemo** ali mu **spremenimo katero od lastnosti**.

- d) Spremeni lastnosti narisanih točk in premic: pravokotnico odebeli in pobarvaj rdeče, pri narisanih točkah uporabi za slog krogec rdeče barve velikosti 5, vzporednico pobarvaj modro in uporabi slog črtkano.
- e) Nariši **poltrak** in ga poimenuj *h*.
- f) Nariši **daljico** *UV* in odčitaj njeno dolžino.
- g) K daljici *UV* načrtaj **skladno daljico**.

2. naloga: Krožnica in krog

Nadaljujmo risanje v **novem oknu**, v katerem vključimo vidnost koordinatnih osi in koordinatne mreže.

- a) Nariši **krožnico** s središčem v točki $S(1, 2)$ in polmerom 4.
- b) Nariši tri premice k tej krožnici: **sekanto**, **tangento** in **mimobežnico**.
- c) Nariši še **tetivo** skozi dve točki na krožnici.
- d) Izračunaj **dolžino narisane tetive**, **obseg krožnice** in **ploščino kroga**, ki ga krožnica omejuje.
- e) V novem geometrijskem oknu nariši naslednji dve krožnici:
 - krožnico *c* s središčem v točki $A(-2, 2)$, ki vsebuje točko $B(-3, 2)$,
 - krožnico *d* s središčem v točki $C(-2, 5)$ in polmerom 2.

V kakšni **medsebojni legi** sta krožnici?

- f) Krožnico c vzporedno premakni tako,
- da se bosta krožnici sekali v dveh točkah;
 - da krožnici ne bosta imeli skupnih točk;
 - da bosta krožnici koncentrični.

3. naloga: Konveksna in konkavna množica

- a) Naštej nekaj primerov **konveksnih množic** in jih tudi nariši.
b) Nariši nekaj primerov **konkavnih množic**.

4. naloga: Večkotnik

- a) Nariši **6-kotnik** in ga obarvaj rdeče. Robovi naj bodo debeline 4.
b) Ali si narisal **konveksen 6-kotnik**?
c) Nariši vse **diagonale** narisane 6-kotnika.
d) Koliko diagonal ima narisani 6-kotnik?
e) Nariši **pravilni 10-kotnik** in **pravilni 20-kotnik**.
f) Nariši **trikotnik** z oglišči $A(-1, -2)$, $B(5, 2)$ in $C(1, 5)$.
g) Nariši vse tri **težiščnice** in označi **težišče**.
h) Izračunaj **ploščino trikotnika**.
i) Nariši **premico** $y = -x - 4$ in prezrcali trikotnik čez to premico. Ali se je trikotniku spremenila **orientacija**?
j) Prezrcali trikotnik čez točko $T(-4, 4)$. Ali se je trikotniku spremenila orientacija?

5. naloga: Drsniki

- a) Kreiraj **drsnik** za parameter na intervalu od -3 do 3 s prirastkom $0,5$ in ga poimenuj k .
b) Kreiraj drsnik za parameter na intervalu od -5 do 5 s prirastkom 1 in ga poimenuj n .
c) Nariši **graf linearne funkcije** $f(x) = kx + n$.
d) Z orodjem za izbiro in premik objektov povleci drsnika in opazuj lego premice.
e) Kreiraj drsnik za kot na intervalu od 0° do 360° s prirastkom 1° in ga poimenuj α .
Drsnik odebeli. Nato nariši **kot z dano velikostjo** α . Nariši tudi oba **kraka** (poltraka) in ju pobarvaj zeleno. Z orodjem za izbiro in premik objektov povleci drsnik in opazuj velikost kota.

6. naloga

Na spletni strani <http://am.fmf.uni-lj.si/pajcevina-a4b72334/pajcevina.htm> si oglej, kako narišemo pajčevino v Geogebri. Nariši jo tudi ti.

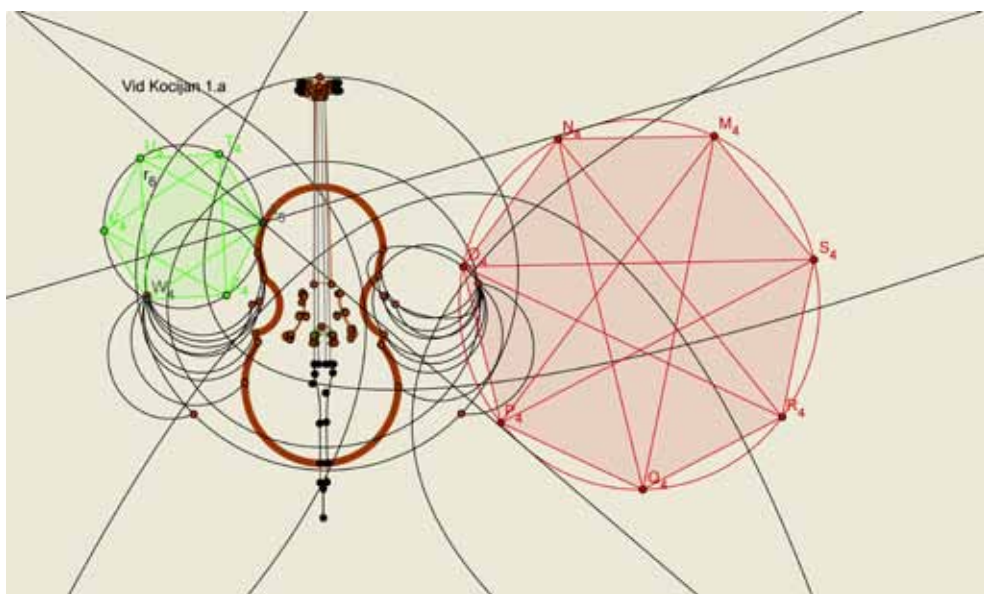
Domača naloga

V Geogebri nariši sliko, na kateri naj bodo poljubno izbrani geometrijski objekti (krožnica, točka, večkotnik, kot, premica ...). Za navdih so ti lahko slike nadrealističnih slikarjev **Joa-na Mirója** in **Wassilyja Kandinskega**, ki jih najdeš na spletu s pomočjo spletnega brskalnika. Oba sta znana po svojih abstraktnih slikah, ki vsebujejo različne geometrijske objekte.

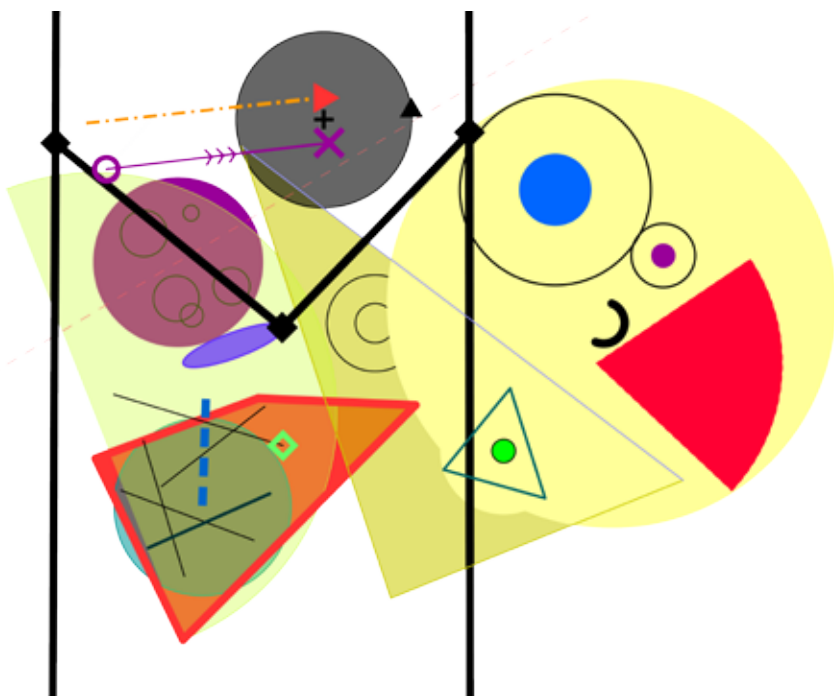
Narisanih naj bo najmanj **30 objektov** in med njimi **najmanj 5 različnih**. Objekti naj bodo **vsaj treh barv in različnih slogov**. Na sliki naj bo napisano tvoje ime, priimek in razred. Sliko shrani kot **ImePriimek.ggb** (na primer JanezNovak.ggb).

Prvo šolsko uro so se dijaki spoznavali z Geogebro. Raziskali so vse menije (datoteka, urejanje, pogled, možnosti, orodja, okno in pomoč), samostojno našli in preizkusili vsa orodja v orodni vrstici in odkrili, da vsak izraz v algebrskem oknu ustreza določenemu geometrijskemu objektu, ki so ga konstruirali na risalni površini. Rešili smo prve tri naloge na delovnem listu. Ker so se dijaki prvič srečali z Geogebro, so naloge reševali vodeno

z mojo pomočjo. Novih ukazov so se učili z opazovanjem, saj so lahko moje delo spremljali preko projekcije na tablo. Pokazala sem jim, kje najdemo posamezen ukaz, nato pa so dijaki sami narisali, kar je naloga od njih zahtevala. Ker sem tudi jaz sočasno reševala naloge, so lahko svoje rešitve preverili na tabli. Pri tem smo definirali nove geometrijske pojme in jih predstavili v Geogebri.



[Slika 2] Avtor Vid Kocijan



[Slika 3] Avtor Urban Merhar

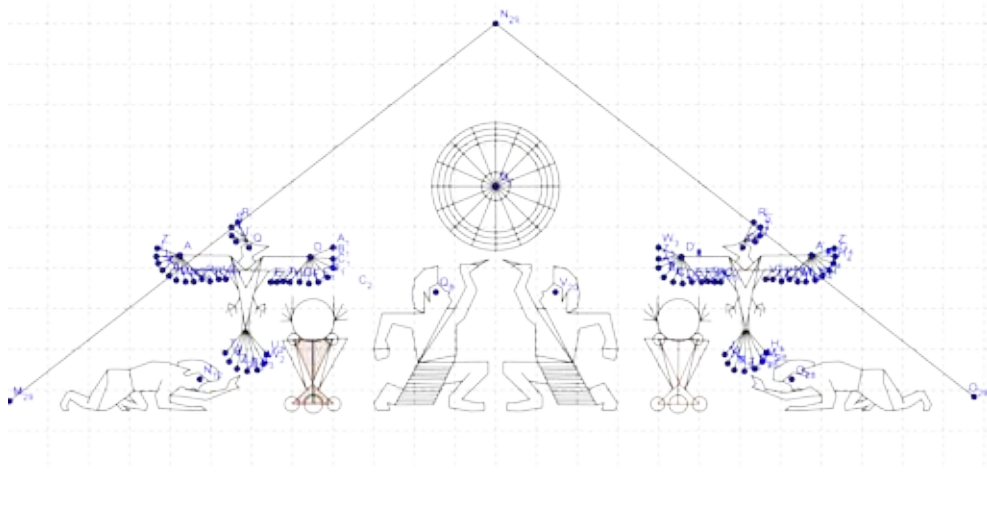
V naslednji šolski uri smo rešili še preostale tri naloge. Ob koncu druge ure so dijaki dobili tudi domačo nalogo, ki jih je spodbudila k ustvarjalnosti, osmislila matematično vsebino in povezala matematiko z likovno umetnostjo.

γ Kaj smo se naučili?

Dijaki so se naučili uporabljati orodja v orodni vrstici, kar pomeni narisati točko, premico, krožnico, večkotnik, poltrak, kot ... Spoznali so, kako objekte premikamo, preimenujemo in jim spreminjamo lastnosti. Med drugim pa so se naučili tudi narisati graf linearne funkcije in narediti objekte dinamične s pomočjo drsnika. Tako smo združili učenje geometrije z učenjem novega računalniškega programa. Ker je program

prosto dostopen na internetu (www.geogebra.org), so si ga dijaki namestili na svojem domačem računalniku in doma nadaljevali raziskovanje vseh funkcij, ki jih program omogoča.

Dijaki so se tako naučili uporabljati program, ki jim bo v nadaljevanju njihovega šolanja v veliko pomoč. Geogebra ima namreč za vsakega srednješolca veliko uporabno vrednost, saj združuje geometrijo in algebro ter omogoča tako konstrukcije geometrijskih objektov kot načrtovanje grafov funkcij. Z vsemi objekti je mogoče računati in jih dinamično spreminjati. V obeh učnih urah so dijaki hkrati ponovili, kaj že vedo o geometrijskih objektih iz osnovne šole in spoznali nekatere nove pojme in zakonitosti.



[Slika 4] Avtor Urban Kavčič

δ Domača naloga

Da bi z mentorico spodbudili dijake k samoizobraževanju, učenju v novi situaciji, raziskovanju in razvijanju njihove ustvarjalnosti, sva jim dali naslednjo domačo nalogo. Narisati so morali sliko v Geogebri, ki je vsebovala poljubno izbrane geometrijske objekte (krožnico, točko, večkotnik, kot, premico itd.). Na sliki je moralo biti najmanj 30 objektov in med njimi najmanj 5 različnih. Objekti so morali biti vsaj treh barv in različnih slogov. Za navdih so jim bile slike nadrealističnih slikarjev Joana Mirója in Wassilyja Kandinskega, ki so jih poiskali na spletu s pomočjo spletnega brskalnika. Oba sta namreč znana po svojih abstraktnih slikah, ki vsebujejo različne geometrijske objekte. Kot dodatna motivacija je bila desetim najboljšim in najizvirnejšim dijakom obljubljen odlična ocena pri matematiki.

Dijaki so se potrudili in nastale so nekatere izjemne slike, ki si jih lahko v članku ogledate. S pomočjo Alenke Pikl Osole, profesorice za likovno umetnost na Gimnaziji Vič, smo izbrale deset dijakov z najboljšimi izdelki. V ocenjevanje dijaki niso bili vključeni. Naš kriterij pri izbiri izdelkov je bila izvirnost izdelka, kar pomeni, da smo iskale enkratne, neponovljive, nenavadne in izjemne slike. Pri pouku likovne umetnosti so se v eni izmed naslednjih ur pogovorili o nastalih izdelkih in tako na narisane geometrijske objekte pogledali tudi skozi umetniške oči. Pri pouku matematike smo si ogledali vse izdelke in razglasili nagrajene dijake.

ε Evalvacija

Dijaki so bili nad domačo nalogo navdušeni. Za oddajo naloge so imeli na voljo dva tedna in vsi, razen dveh dijakov, so se potrudili in nalogo naredili samostojno. Zanje je bila še posebej zanimiva, ker je vsebovala sodobno

tehnologijo in se je razlikovala od drugih domačih nalog. Čeprav smo jim bile profesorice na voljo za kakršno koli vprašanje, ki se jim je pojavilo pri raziskovanju programa in ustvarjanju, dijaki pri uporabi programa niso imeli težav in niso potrebovali dodatnih pojasnil.

Z Geogebro so se dijaki prvič srečali in njeno uporabo hitro usvojili. Ni se jim bilo težko naučiti novega programa, saj jim delo z računalnikom ni tuje. Najlažje jim je bilo narisati osnovne geometrijske pojme, kot so na primer točka in premica, najtežje pa jim je bilo ustvariti drsnik, saj nekateri niso bili zbrani in so preslišali postopek oblikovanja le-tega. Pri spreminjanju debeline roba večkotnika so nekateri namesto tega spremenili debelino ene stranice, saj se niso z miško postavili v notranjost večkotnika, ampak na njegov rob.

Dijaki so rešili vse naloge na delovnem listu, razen zadnje (6. naloge), ki se je je lotilo le nekaj dijakov, saj je drugim zmanjkalo časa. Kdor je želel, jo je potem rešil za domačo nalogo. Ker so delali v parih, so si lahko med seboj pomagali. Pri tem so bili glasnejši, vendar samega poteka učne ure niso motili.

ζ Sklep

Z odzivom dijakov sem bila zelo zadovoljna, saj so z zanimanjem raziskovali vse možnosti programa, ki jih ta omogoča. To potrjuje tudi dejstvo, da so se pri domači nalogi potrudili in pokazali veliko ustvarjalnosti.

Pri učni uri, pri kateri dijaki uporabljajo računalnike, je profesorjevo vodenje dijakov zahtevnejše kot pri klasični učni uri, saj dijaki kaj hitro del pozornosti preusmerijo na računalnik in začnejo početi druge stvari, ki jih ne bi smeli. Zato je dobro, da sta v razredu dva profesorja, tako da lahko eden izmed njiju opravlja vlogo usmerjevalca uporabe računalnika v skladu s cilji učne ure. Obenem pa lahko drugi učitelj dijakom tudi pomaga in prispeva k bolj konstruktivnemu učenju.

Smiselno se mi zdi izvesti nekaj učnih ur z računalnikom v vsakem letniku pri učni snovi, ki jo je mogoče obravnavati s pomočjo ustreznega računalniškega programa. Učne ure z računalnikom so lahko uvodne motivacijske ure v določeno poglavje, lahko pa s pomočjo računalnika poglobimo ali utrdimo znanje matematike. Pomembno je, da s takimi dejavnostmi sledimo ciljem pouka matematike, vzporedno pa pri dijakih lahko poleg matematične kompetence razvijamo tudi druge (uporaba IKT, samoiniciativnost in ustvarjalnost). Takšne učne ure večini dijakov predstavljajo nov izziv, saj so dejavni na drugačen način kot pri pouku brez računalnika.

V prihodnje si želim izpeljati še kakšno podobno učno uro, ki bo povezala matematiko še s kakšnim drugim učnim predmetom. Pri tem bo moj cilj usmerjen v približevanje matematike interesom dijakov in prikazu njene uporabne vrednosti na različnih področjih njihovega delovanja.

η Viri in literatura:

1. spletna stran <http://www.geogebra.org> (31. 5. 2011).
2. spletna stran <http://am.fmf.uni-lj.si/pajcevina-a4b72334/pajcevina.htm> (31. 5. 2011).
3. Kavka, D., Šparovec, J., Pavlič, G., Rugelj, M. (2006). Linea. Ljubljana: Modrijan.
4. Legiša, P. (2000). Matematika 1, Geometrija v ravnini. Ljubljana: DZS.