

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik 9 (1981/1982)

Številka 2

Strani 68-70

Tomaž Pisanski:

PROBLEM ŠTIRIH BARV

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/9/537-Pisanski.pdf>

© 1981 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2009 DMFA - založništvo

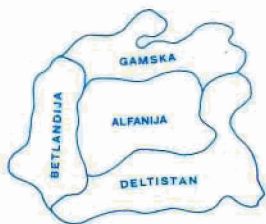
Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

PROBLEM ŠTIRIH BARV

Zanimivo je, da v matematiki obstaja mnogo problemov, ki se jih da enostavno zastaviti, rešiti pa jih je sila težko. Eden takih je tudi *problem štirih barv*.

Denimo, da moramo pobarvati poljuben zemljevid. Države barvamo z različnimi barvami tako, da sta sosednji državi (državi, ki imata skupno mejo) vedno različnih barv (drugače na zemljevidu ne bi vedeli, kje poteka meja med njima). Doslej se je za vse stvarne in umišljene zemljevide pokazalo, da je dovolj imeti na razpolago štiri barve. Čeprav se s tem problemom že dolgo časa ukvarjajo matematiki, jim je šele pred kratkim uspelo dokazati, da je vsak zemljevid mogoče pravilno pobarvati s štirimi barvami. Matematika Appel in Haken, ki sta leta 1976 rešila problem štirih barv, sta pri reševanju uporabljala računalnik, kar je za reševanje čisto matematičnih problemov precej nenavadno.

Primer na sliki 1 pokaže, da potrebujemo za nekatere zemljevide vsaj štiri barve (tri barve so torej premalo).

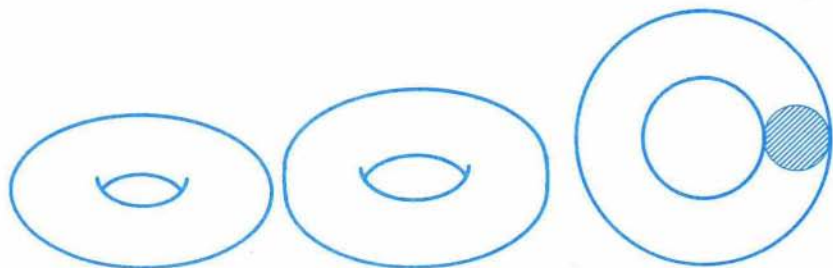


Slika 1

Vsaka od štirih držav na sliki meji na vsako drugo, zato moramo vsako pobarvati s svojo barvo.

Prvi dokument v zvezi s problemom štirih barv je pismo znanega angleškega matematika in logika DeMorgana z dne 23. oktobra 1852 prijatelju, slavnemu matematiku Hamiltonu. V njem piše, da mu je njegov učenec Frederick Guthrie zastavil problem štirih barv in da ga sam ni znal rešiti. Frederickov starejši brat Francis je namreč opazil, da se s štirimi barvami da na zemljevidu Anglije ločiti vse grofije. Kasneje so se s problemom štirih barv ukvarjali mnogi matematiki pa tudi mnogi amaterji. Kempe je na primer leta 1880 objavil "rešitev" problema štirih barv. Šele leta 1980 je angleški matematik Heawood našel luknjo v Kempejevem dokazu. Hkrati je Heawood dokazal, da se vsak zemljevid da pobarvati z največ petimi barvami. Tudi pisca tega prispevka je pred nekaj leti zbudil prijatelj-matematik in mu ob štirih zjutraj povedal, da je problem končno rešil. Po enournem zaslišanju pa je sam našel "luknjo" v svojem "dokazu".

Problem štirih barv za matematiko ne bi bil tako pomemben, če ne bi matematiki ob poskusih reševanja tega problema odkrili mnoge zelo pomembne matematične metode. Ves čas, ko smo govorili o zemljevidih smo mislili na zemljevide, ki jih rešujemo v ravnini ali na zemlji, torej na površini krogle. Problem pa lahko prenesemo tudi na druge ploskve. V bodočnosti bodo morda obstajali umetni planetoidi v obliki svitka (torusa).



Slika 2

Denimo, da je tak planetoid obložen s posebnimi ploščami, za katere moramo že od daleč videti, kje se stikajo. Plošče (države) moramo torej barvati z različnimi barvami tako, da pokrijejo torus in da sta dve sosednji vedno pobarvani z različnima barvama. To je torej problem barvanja zemljevidov na svitku. Čeprav je ta problem na videz dosti bolj zamotan od problema štirih barv, ga je rešil že v prejšnjem stoletju Heawood. Dokazal je, da se da vsak zemljevid na torusu pobarvati s sedmimi barvami. Našel pa je tudi tak zemljevid za katerega sedem barv res potrebujemo. Čeprav je po svoji naravi problem barvanja topološki, sodi danes bolj v teorijo grafov.. Vsaki državi priredimo točko (glavno mesto). Tako dobimo toliko točk, kolikor držav imamo na zemljevidu. Po dve točki povežemo s črto, če sta glavni mesti sosednjih držav. Strukturo, ki jo sestavljajo točke in povezave, imenujemo v matematiki graf. Problem barvanja zemljevida lahko sedaj prevedemo v problem barvanja točk grafa. Točke grafa (glavna mesta držav) barvamo tako, da sta sosednji točki (torej točki, ki ju veže povezava) pobarvani z različnima barvama. Več o tem morda kdaj drugič!

Tomaž Pisanski
