

Metode na temelju prednostne relacije in njihova uporaba v postopkih večkriterijskega skupinskega odločanja: študija primera

Andrej Bregar

Informatika, d. d., Vetrinjska ulica 2, 2000 Maribor

andrej.bregar@informatika.si

Izvleček

Enega ključnih pristopov k odločitveni analizi predstavljajo metode na temelju prednostne relacije in psevdokriterija. Članek podaja celovit pregled metod iz te skupine, pri čemer obravnava njihovo uporabo v kontekstu individualnega in skupinskega odločanja ter implementacijo v obliki odločitvenih sistemov. S študijo primera iz domene informacijskih in komunikacijskih tehnologij potrdi učinkovitost združitevno-razdružitevne metode dihotomijskega sortiranja pri reševanju problemov večkriterijskega skupinskega odločanja z nenatančnimi in mehкими preferenčnimi informacijami.

Ključne besede: sistemi za podporo odločanju, večkriterijska odločitvena analiza, skupinsko odločanje, prednostna relacija, študija primera.

Abstract

Outranking Methods and Their Application in Group Decision-Making: a Case Study

One of key approaches to decision analysis is based on the concepts of outranking and pseudocriterion. The paper gives a comprehensive overview of outranking methods in the context of individual and group decision-making, as well as from the perspective of their implementation in the form of decision support systems. By presenting a case study from the information and communications technology domain, it confirms the efficiency of an aggregation-disaggregation dichotomic sorting procedure for multiple criteria group decision-making with imprecise and fuzzy preferences.

Keywords: decision support systems, multiple criteria decision analysis, group decision-making, outranking relation, case study.

1 UVOD

Obstajajo številni modeli in sistemi za podporo individualnemu ali skupinskemu odločanju. Zanje velja, da slonijo na različnih preferenčnih strukturah, med katerimi sta bržkone najbolj razširjeni funkcija koristnosti in prednostna relacija. Čeprav je bila dokumentirana uporaba mnogih metod, ki temeljijo na psevdokriteriju in prednostni relaciji [1, 2, 8, 10, 12, 13, 18, 30], so bile redke med njimi dovolj celovito ovrednotene – z eksperimenti, na realnih primerih in s pridobivanjem povratnih informacij od odločevalcev glede osebnega zadovoljstva s potekom in rezultati postopka odločanja. Podobno velja tudi za združitevno-razdružitevno proceduro sortiranja, ki je bila vpeljana v sklopu lastnih raziskav s ciljem samodejnega konvergentnega usmerjanja postopka skupinskega odločanja proti konsenzni rešitvi [7].

Značilnosti te metode so bile proučene samo na podlagi eksperimentalne simulacijske študije [5]. Namen članka je tako:

1. s študijo primera ovrednotiti učinkovitost uporabe skupinske združitevno-razdružitevne metode dihotomijskega sortiranja alternativ na temelju prednostne relacije;
2. s študijo primera pokazati, da so lahko metode, temelječe na prednostni relaciji, uspešno uporabljene v postopkih skupinskega odločanja;
3. opraviti celovit pregled individualnih in skupinskih metod iz družine prednostne relacije.

Preostanek članka sestoji iz sedmih razdelkov. V razdelku 2 so predstavljeni glavni koncepti psevdokriterija in prednostne relacije. Razdelka 3 in 4 poda-

jata pregled obstoječih odločitvenih metod in sistemov, ki temeljijo na teh konceptih ter služijo podpori individualnemu kot tudi skupinskemu odločanju. Teoretične osnove skupinske združitevno-razdružitevne odločitvene metode, ki je ovrednotena s študijo primera, so v strnjeni obliki, ki zadošča za razumevanje primera, povzete v razdelku 5. Šesti razdelek je jedro članka. Najprej definira odločitveni problem in kvantitativni model, nato pa po korakih sistematično opiše iterativni postopek iskanja konsenza. Dobljeni rezultati so v sedmem razdelku interpretirani na podlagi izbrane podmnožice kriterijev modela vrednotenja skupinskih odločitvenih metod in sistemov [6]. Opravljena je tudi osnovna primerjava z rezultati predhodne simulacijske študije. Osmi razdelek poda sklepe in izpostavi smernice nadaljnjega dela.

2 PSEVDOKRITERIJ IN PREDNOSTNA RELACIJA

Odločitveni problem je opisan s kvantitativnim modelom, ki odraža več različnih, praviloma nasprotujočih si ciljev. Le-ti so formalno obravnavani kot množica kriterijev $X = \{x_1, \dots, x_n\}$, katerim pripadajo funkcije $g_j(\cdot)$, $j = 1, \dots, n$. Z upoštevanjem kriterijskih funkcij so analizirane razpoložljive alternative iz dane množice $A = \{a_1, \dots, a_m\}$, tako da je vsaka od njih opredeljena z vektorjem $(g_1(a_i), \dots, g_n(a_i))$. Povsem običajno je, da so numerične vrednosti alternativ pri nekaterih kriterijih podvržene nenatančnosti, negotovosti in nedoločenosti [30, 33].

Te tri pojave upošteva koncept psevdokriterija s svojimi pragovi indifferenca, preference in veta. Zanj velja, da ne zahteva tranzitivnosti in popolne primerljivosti, zato naj bi privedel do uporabnih rezultatov tudi takrat, kadar zaradi dvomljivih podatkov odpoje druge metode. Pri pravem kriteriju ne obstajajo pragovi, zaradi česar je predpostavljena stroga preferenca ene alternative nad drugo, kakor hitro se pojavi razlika v kriterijskih vrednostih. Če smo soočeni z negotovostjo v podatkih ter nenatančnostjo meritev in matematičnega modela, pa je razumno vpeljati prag indifferenca q_j , ki predstavlja največjo mogočo razliko $|g_j(a) - g_j(b)|$, pri kateri je odločevalcu še vseeno, ali je glede na kriterij x_j bolj zaželena alternativa $a \in A$ ali alternativa $b \in A$. Vendar v splošnem meja med enakovrednostjo in prednostjo ni ostra. Za izogibanje hipni spremembi je vpeljan prag preference p_j . Kadar je pozitivna razlika dovolj majhna, to je $|g_j(a) - g_j(b)| \leq q_j$, sta varianti a in b obravnavani kot enakovredni. Za strogo prednost je potrebno, da je razlika zadostno velika, kar pomeni, da je $g_j(a) - g_j(b) > p_j$. Primer, ko je

$q_j < g_j(a) - g_j(b) \leq p_j$, pa je pojmovan kot človekovo obotavljanje med enakovrednostjo in strogo prednostjo, kar je ponazorjeno z relacijo šibke preference.

Psevdokriterij dovoljuje majhno kompenzacijo slabosti pri nekaj kriterijih s prednostmi pri drugih kriterijih. Vendar celo občutne tovrstne pridobitve ne smejo kompenzirati vseh izgub. Z namenom preprečitve kompenzacije prevelikih pomanjkljivosti, do katere pride, če je prva alternativa boljša od druge pri podmnožici kriterijev, toda bistveno slabša pri vsaj enem od preostalih kriterijev, je definiran prag veta v_j . To je maksimalna razlika $g_j(b) - g_j(a)$, merjena pri x_j , pri kateri varianta a ne glede na $X \setminus \{x_j\}$ ne more biti več obravnavana kot boljša od b .

Za vrednosti pragov velja, da je $0 < q_j < p_j < v_j$. Pragova q_j in p_j omogočata koncept skladnosti, medtem ko je prag v_j odgovoren za nesoglasje. Koncept nesoglasja je mišljen kot pomembno orodje v modeliranju delne nekompenzacije. Prag v_j tako opredeljuje pogoje, pod katerimi lahko nesoglasen kriterij sam, brez upoštevanja katerega koli drugega morebitno nesoglasnega kriterija, uveljavi veto na prednostni relaciji. Če je torej vrednost v_j presežena pri vsaj enem kriteriju x_j , zahteva princip nesoglasja negacijo vseh prednostnih relacij, izpeljanih za $X \setminus \{x_j\}$.

Preferenčni model, ki temelji na pragovih psevdokriterija, upošteva štiri situacije: indifferenco I , šibko preferenco Q , strogo preferenco P in neprimerljivost R . Vse štiri situacije je mogoče izraziti s prednostno relacijo aSb , katere pomen je izjava »alternativa a je vsaj tako dobra kot alternativa b « in ki je definirana kot združena relacija I, Q, P in R :

$$\begin{aligned} (aSb) \wedge \neg (bSa) &\Rightarrow (aPb) \vee (aQb) \Rightarrow a \succ b, \\ (aSb) \wedge (bSa) &\Rightarrow aIb, \\ \neg (aSb) \wedge \neg (bSa) &\Rightarrow aRb. \end{aligned}$$

Kadar se zgodi, da nobena od alternativ v paru ne more biti obravnavana niti kot boljša niti kot slabša niti kot enako zaželena kakor druga, pride do neprimerljivosti. Slednja je pogosto edina vrsta informacije, ki jo je človek sposoben ali pripravljen dati. V takšnih okoliščinah privede izpeljava delnega vrstnega reda alternativ do uporabnejših rezultatov, saj je lahko zaradi pomanjkljivih podatkov popolni vrstni red nekorekten in varljiv.

Konstrukcija prednostne relacije sloni na dveh konceptih:

- Test skladnosti upošteva pragova q_j in p_j . Njegov cilj je poiskati skupino kriterijev, ki so v skladu s trditvijo aSb , in oceniti relativni vpliv teh kriterijev.

- Test nesoglasja upošteva prag v_j . Njegov cilj je izločiti kriterije, katerih nasprotovanje je dovolj močno, da zmanjša na podlagi skladnosti pridobljeno verodostojnost izjave aSb .

3 METODE NA TEMELJU PSEVDOKRITERIJA IN PREDNOSTNE RELACIJE

Na prednostni relaciji med alternativami temeljijo metode ELECTRE (I do IV, TRI) [29] in PROMETHEE (I do VI, dopolnjuje jih interaktivna geometrijska analiza GAIA) [4]; najbolj znana in pogosto uporabljena med njimi je ELECTRE III. Metode izvajajo kriterijske parne primerjave alternativ. Z njimi dobljene pozitivne ali negativne rezultate združujejo in tako vzpostavijo prednostne relacije, ki so odraz preferenc odločevalcev, vezanih na omejene razpoložljive informacije. Vsaka prednostna relacija podaja nadvlado ene alternative nad drugo. Takšen pristop ne upošteva aksioma popolne razvrstljivosti, niti v smislu linearnosti niti v smislu tranzitivnosti. Ker vodi zato k neprimerljivosti, je namesto popolnega izpeljan delni vrstni red alternativ. To pomeni, da nekaterim variantam ni mogoče nedvoumno dodeliti ustreznega mesta in da ni treba, da imajo izhodi postopek kardinalne numerične oblike, temveč zadoščajo ordinalne informacije. Kadar so variante neposredno primerjane druga z drugo, gre za relativno vrednotenje, katerega končni rezultat je poiskani vrstni red. Nasprotno je pri absolutnem ocenjevanju vsaka alternativa obravnavana neodvisno od drugih; njena vrednost se določi s primerjavo z referencami vnaprej specificiranih kategorij ali razredov. Tedaj je vsaka varianta uvrščena v enega izmed obstoječih razredov, pri čemer njena pripadnost ne vpliva na pripadnosti drugih variant. V tem primeru govorimo o klasifikaciji ali sortiranju.

Bržkone najznačilnejša in najpogosteje uporabljena metoda sortiranja alternativ, ki temelji na konceptih psevdokriterija in prednostne relacije, je ELECTRE TRI [27]. Po njej se z gledujeta metodi PROMETHEE CLUSTER in PROMETHEE TRI [17]. Prva je namenjena nominalni klasifikaciji, druga pa služi ordinalnemu sortiranju. Za opredelitev kategorij uporabljata osrednje alternative, kar pomeni, da je alternativa a uvrščena v tisto kategorijo C^h , za katero je razlika med mrežnimi tokovi odgovarjajoče središčne alternative r_h in ovrednotene alternative a minimalna. Ker je v splošnem težko vnaprej določiti verodostojne osrednje alternative in ker kategorije niso nujno

urejene, je bila razvita metoda PROMSORT [1]. Ta zagotovi, da so poleg osrednjih alternativ upoštevani še referenčni profili za razmejevanje kategorij, da so članstva alternativ konsistentna z razvrstitvenimi tokovi in da so razredi urejeni ordinalno.

Metode, ki temeljijo na prednostni relaciji, zahtevajo opredelitev množice parametrov, na podlagi katerih zgradijo preferenčni model. Neposredna in hkratna določitev vrednosti vseh parametrov predstavlja znatno miselno breme. Zato je bil v kontekstu metode ELECTRE TRI zasnovan interaktiven pristop k izpeljavi vrednosti na podlagi primerkov alternativ, ki jih je odločevalec zmožen nedvoumno razvrstiti v razpoložljive razrede [13, 27]. Izpeljava modela, katerega parametri so čim boljša preslikava »učnih« primerkov, je optimizacijski problem. Hkratna določitev vseh preferenčnih parametrov je izvedena z nelinearnim matematičnim programom. V primeru omejitve postopka na iskanje izključno vektorja uteži $w=(w_1, \dots, w_n)$ ob neupoštevanju učinka veta pa je podproblem rešljiv z linearnim programom [26].

Miettinen in Salminen [25] sta opredelila iskalni postopek v prostoru uteži kriterijev. Njuna metoda ne razvrsti alternativ, temveč najde vektorje uteži, za katere je najboljša določena varianta, ki jo izbere uporabnik. Postopek je interaktiven ali neinteraktiven. Če je neinteraktiven, so izračunani različni vektorji, ki osvetlijo problem z različnih vidikov. Če je interaktiven, odločevalec postopno omejuje dopustna območja uteži oz. relacije med njimi, tako da dodaja vedno natančnejše opisne informacije. Tako se povečuje izrazna moč modela.

Nepopolna informacija o utežeh in pragovih zadošča tudi pri modeliranju psevdokriterija s ternarnim AHP [32]. Ta razširja binarni AHP, ki izvaja parne primerjave na podlagi dvojiških vrednosti, kot sta »dobro« in »slabo«, z vmesnim izidom »neodločeno«. Za k -ti kriterij tako veljata v primeru stroge preference a_i pred a_j ternarni primerjavi $t_k(a_i, a_j)=\theta$ in $t_k(a_j, a_i)=1/\theta$, ob šibki preferenci $t_k(a_i, a_j)=\theta$ in $t_k(a_j, a_i)=1$ ter ob indiferenci $t_k(a_i, a_j)=t_k(a_j, a_i)=1$. Celó število $\theta (\geq 2)$ je izbrano poljubno in določa moč stroge preference. V skladu s Saatyevovo metodo AHP je izračunan lastni vektor matrike $v=(v_j)$. Ob predpostavki aditivne neodvisnosti kriterijev so alternative ovrednotene po pravilu $u_i=w^T \cdot v_j$, pri čemer je vektor uteži $w=(w_i)$ element na podlagi matrike A definirane množice omejitvev $W=\{w:A \cdot w \geq 0, w > 0\}$. Ker je lahko vrednost u_i izračunana glede na kateri

koli vektor $w \in W$, mora algoritem razvrščanja za vsako varianto rešiti ustrezeni linearni program, ki poišče optimalno razporeditev uteži w^* , pri kateri je ocena u_i bodisi maksimizirana bodisi minimizirana. Tako sta dobljena dva delna vrstna reda alternativ – padajoči $C_1 \rightarrow \dots \rightarrow C_q$ in naraščajoči $D_p \leftarrow \dots \leftarrow D_1$. Reda sta združena z operacijo preseka. Variante, katerim je dodeljeno isto mesto, so neprimerljive.

Fernandez idr. [16] so definirali vrednostno relacijo bližine, ki upošteva koncepta skladnosti in nesoglasja z izjavo »objekt x je iz odločevalčevega vidika vsaj tako dober kot objekt y «. Če je mogoče, so posamezni objekti sortirani po dominanci, sicer pa po preferenčni bližini. Uteži kriterijev so izpeljane na podlagi informacij, ki so prisotne v referenčni množici T , in ne na podlagi dejanskih vrednotenih alternativ. Odločevalec mora v obliki binarnih relacij podati še dodatne informacije o pomembnosti kriterijev, tako da za vsak par kriterijev pove, ali sta kriterija enakovredna ali pa je eden pomembnejši od drugega. Rezultat so oblikovane množice indifferenčne SI , šibke preference LI in stroge preference MI . Za indukcijo uteži je uporabljen linearni program, katerega omejitve zagotavljajo združljivost s presojami, vsebovanimi v SI , LI in MI , ter z interpretacijo relacij šibke/stroge preference, indifferenčne in neprimerljivosti med pari referenčnih učnih objektov $(x^k, x^l) \in (T \times T)$.

PROAFTN je večkriterijska metoda nominalne klasifikacije, ki spada v skupino nadzorovanih algoritmov učenja in omogoča določitev mehkih relacij indifferenčne z generalizacijo indeksov skladnosti in nesoglasja [2]. Slednji so izračunani podobno kot v sklopu metod ELECTRE III in ELECTRE TRI, tako da so upoštevani prototipi oz. profili kategorij. Greco idr. [19] so preučili ekvivalenco med modelom presoj v obliki produkcijskih pravil ter modelom na podlagi prednostne relacije. Njihov pristop inducira odločitvena pravila iz grobih aproksimacij prednostne relacije, izraženih z učnimi primerki. Nato iz množice odločitvenih pravil izpelje uteži kriterijev in pragove veta, ki določajo model na podlagi testov skladnosti in nesoglasja.

Siskos idr. [31] so uporabili sortiranje z metodo ELECTRE TRI v kombinaciji z združitevno-razdružitevno analizo za zaposlitveno ocenjevanje strokovnjakov s področja informacijskih in komunikacijskih tehnologij. Uteži so bile v ta namen razporejene enakomerno, medtem ko so bile vrednosti preferenčnih parametrov za profile kategorij in kriterije aproksimirane glede na trideset referenčnih alternativ, ki so

bile izbrane v sklopu interaktivnega dela s programsko opremo za ELECTRE TRI, tako da je bila minimizirana napaka klasifikacije.

4 METODE SKUPINSKEGA ODLOČANJA

Razmeroma malo skupinskih odločitvenih metod modelira presoje v obliki prednostne relacije [21, 24]. Klasične metode iz družine ELECTRE obravnavajo utež relativne pomembnosti kriterija kot število glasov, dodeljenih temu kriteriju. Tako poenostavijo vrednotenje alternativ, ker so glasovi različnih članov skupine preprosto sešteti z namenom določitve uteži koalicije. Leyva-López in Fernández-González [22] sta definirala metodo ELECTRE-GD, katere cilj je izpeljava skupinskega vrstnega reda alternativ iz individualnih razvrstitev in pripadajočih mehkih prednostnih relacij. Ohranila naj bi naravno heuristiko združevanja pravil večine in nekaterih vplivnih manjšin, hkrati pa naj bi razrešila protislovja med razvrstitvami in mehкими prednostnimi relacijami, ki nastopijo v primeru netranzitivnosti le-teh. Čeprav naj bi bila po mnenju avtorjev demokratična, lahko zagotovi le kompromis, saj so udeleženci odločitvenega postopka prisiljeni sprejeti odločitev, dobljeno po pravilih moderatorja.

Skupinski PROMETHEE [3] ne privede nujno do enotnih mnenj odločevalcev, ker temelji na funkciji utežene vsote in ima zato kompenzacijski značaj. Vendar ga dopolnjuje interaktivna grafična analiza GAIA, ki je učinkovit pripomoček za iskanje kompromisa. Ideje analize GAIA so nadgradili Espinasse idr. [15]. Definirali so šest različnih tipov ravnin, ki nakazujejo na podobnosti in razhajanja v prepričanjih odločevalcev, izraženih s prednostnimi funkcijami in utežmi. Učinkovitost pristopa je odvisna od sposobnosti moderatorja za usmerjanje skupine h kompromisu ali konsenzu. Interpretacija GAIA ravnin predstavlja za moderatorja precejšnje miselno breme, zato je bila vpeljana množica pojasnjevalnih pravil.

Odločitveni sistem JUDGES [9] primerja vrstne rede alternativ posameznih članov skupine. Sistem uporablja štiri grafične pripomočke, ki nakazujejo na (ne)soglasja. Prvi razpozna podobna/različna mnenja na podlagi hierarhičnega grozdenja razvrstitev posameznikov. Drugi predstavi porazdelitve mnenj v obliki grafa. Preostala dva pa sta namenjena analizi grafov in simulaciji učinka različnih naborov pravil skupinskih presoj. Sistem JUDGES je bil integriran s programsko opremo ARGOS [8]. Ta sestoji iz dveh modulov, ki se soočata s pglavitnima faza-

ma odločitvenega postopka. V prvi fazi odločevalci z namenom individualne ocenitve alternativ izbirajo med različnimi metodami iz družin ELECTRE in PROMETHEE. Sledi ji faza združevanja presoj, ki je komplement pripomočkov sistema JUDGES. Udeležencem pomaga primerjati razvrstitve na podlagi funkcij, kakršne so minimum relativnih/absolutnih razhajanj, minimum Evklidovih razdalj ter Condorcetovo in Bordino pravilo.

Na metodi PROMETHEE in dodatnih analitičnih zmogljivostih sloni tudi odločitveni sistem, ki so ga opisali Georgopoulou idr. [18]. Njegov cilj je identificirati vire možnih razhajanj in izluščiti argumente, ki stojijo za konfliktnimi pogledi. Koraki, katerim sledi, zajemajo izračun stopenj skladnosti na podlagi določitve korelacij, grafične prikaze in analizo občutljivosti.

Jabeur idr. [20] so definirali postopek izpeljave šibkega skupinskega vrstnega reda alternativ iz delnih vrstnih redov posameznih odločevalcev, ki smejo poseči po metodah ELECTRE III in PROMETHEE. Obstaja tudi različica ELECTRE TRI za skupine [11]. Le-ta se osredinja na iskanje najboljše oz. najslabše mejne kategorije, v katero je lahko uvrščena alternativa ob upoštevanju omejitev nenatančnih vrednosti preferenčnih parametrov odločevalcev.

Pomemben raziskovalni izziv je nadgradnja združitveno-razdružitvenega principa na postopek skupinskega odločanja [7]. Damart idr. [10] so izrazili nekaj naprednih idej o sinergiji med skupinskim odločanjem, združitveno-razdružitvenim principom ter metodami na temelju psevdokriterija in prednostne relacije. Predstavili so ustrezno metodologijo, ki so jo podprli s sistemom IRIS [12]. Čeprav so jo uspešno preizkusili na nekaj stvarnih problemih, je še niso ovrednotili s formalnimi kvantitativnimi eksperimenti. Matsatsinis idr. [23] so dognali, da tovrstne predstavitve skupinskih presoj pogosto ne zagotovi niti konsenza niti kompromisa, ker se lahko ocene posameznikov bistveno razhajajo. Zato so definirali več kriterijev merjenja zadovoljstva odločevalcev z združenim vrstnim redom alternativ.

5 OVREDNOTENA METODA SKUPINSKEGA ODLOČANJA

Skupinska združitveno-razdružitvena metoda dihotomijskega sortiranja alternativ na temelju prednostne relacije, ki je bila vpeljana v sklopu lastnih raziskav [7], nadgrajuje preferenčno-agregacijski model metode ELECTRE TRI [27]. Presoje so podane

v obliki psevdokriterijev, zaradi česar služita prago-va indifferenca q_j in preference p_j kompenzaciji, prago-va nesoglasja in veta u_j in v_j pa omogočata delno nekompenzacijo. Profil n referenčnih vrednosti iz domen kriterijev razmejuje dve ekskluzivni kategoriji, ki delita množico alternativ tako, da pripadajo vse sprejemljive alternative pozitivni kategoriji C^+ , medtem ko so neustrezne uvrščene v negativno kategorijo C^- . Globalni problem sortiranja na podlagi poljubno mnogo profilov je tako lokaliziran, s čimer so dosežene te prednosti:

1. namesto $6 \cdot p \cdot n$ odločevalec obravnava $6 \times n$ vhodnih podatkov, kar občutno zmanjša informacijsko breme. Za vsakega od p profilov in n kriterijev mora namreč podati šest parametrov – referenčno vrednost $gj(b)$, pragove qj , pj , uj in vj ter utež pomembnosti wj ;
2. človek se zaradi miselnih obremenitev težko osredini na prilagajanje p profilov. Posledično težko ugotovi, kako posamezni profili vplivajo na ocenitev alternativ. Če usmeri vso pozornost na en sam referenčni vektor, pa je sposoben enostavno in učinkovito iterativno spreminjati njegove kriterijske komponente. Z dviganjem in popuščanjem zahtev tako po potrebi širi ali oži pozitivno množico C^+ in opazuje, kakšen je vpliv postavljenih norm na selekcijo. Tedaj pogloblja svoje razumevanje problema, kvantitativnega modela ter prednosti in slabosti posameznih variant;
3. zaradi manjše razpršitve alternativ po kategorijah se poveča primerljivost rezultatov odločevalcev;
4. zaradi manjšega števila zahtevanih parametrov je usklajevanje in poenotenje preferenc članov skupine lažje in računsko manj kompleksno.

Definirane so tri metrike razdalje, ki odražajo minimalne spremembe vektorjev uteži, veta in preference, katere povzročijo prireditve alternative drugi, sosednji kategoriji. Te tri mere so z mehkim operatorjem uteženega povprečja združene v skupno stopnjo robustnosti $r(a_i)$. Če je ta nizka, članstvo alternative a_i ni zanesljivo, saj privede že majhno razhajanje v presojah do drugačne odločitve. Zato se morajo odločevalci osrediniti predvsem na mejne alternative in razjasniti razloge za njihovo izbiro. Če je odločitveni postopek avtomatiziran, pa postane interpretacija stopenj robustnosti prvi pogoj za konvergenco, kajti samo tako je mogoče pravilno prilagoditi vrednosti preferenčnih parametrov in posledično povečati stopnjo konsenza.

Aktivno usmerjanje postopka skupinskega odločanja z namenom poenotenja presoj sloni na metrikah konsenza in strinjanja. Naj bo o število odločevalcev in C_k^+ množica alternativ, ki jih odobrava k -ti posameznik. Potem je seštevek glasov za i -to alternativo:

$$v_i = \text{card}(a_i \in C_k^+, k = 1, \dots, o).$$

Naj določata spremenljivki $v_i^+ = v_i^+$ in $v_i^- = o - v_i$ števili uvrstitev alternative a_i v kategorijo C^+ oziroma C^- . Potem je stopnja konsenza, ki je dosežena glede na a_i , izračunana z enačbo:

$$z_1 = \frac{v_i - \rho}{o - \rho}, \text{ kjer je } v_i = \max(v_i^+, v_i^-) \text{ in } \rho = \left\lfloor \frac{o}{2} \right\rfloor.$$

Skupna stopnja konsenza mora zagotavljati kompenzacijo, hkrati pa mora upoštevati tudi najšibkejši člen. Iz tega razloga je dobljena s funkcijskim predpisom, ki združuje operatorja povprečja in mehkega preseka [34]:

$$Z = \gamma \cdot \min_{i=1..m} z_1 + (1 - \gamma) \cdot \frac{\sum_{i=1..m} z_1}{m}, \text{ kjer je } \gamma = |0, 1|.$$

Za razliko od stopnje konsenza je stopnja strinjanja izračunana za posameznega odločevalca. Pove, kolikšno je ujemanje med kategorijo, ki jo je alternativni a_i dodelil k -ti član skupine, in mnenji o dodelitvi kategorije isti alternativni, ki so jih izrazili drugi udeleženci. Čim več ljudi torej priredi neki alternativni isto kategorijo, kot jo priredi posameznik, tem višja stopnja strinjanja je dosežena s stališča tega posameznika:

$$\zeta_i^k = \begin{cases} (v_i^+ - 1)/(o - 1), & a_i \in C_k^+; \\ (v_i^- - 1)/(o - 1), & a_i \in C_k^-. \end{cases}$$

Definirani metriki nista uporabni, kadar začetna stopnja kompromisa niti ene alternative ne dosega praga ρ . Tedaj postanejo odločevalci soglasni glede njihove neustreznosti, nedvoumna uvrstitev vseh alternativ v negativno kategorijo C^- pa popolnoma onemogoči izbiro tiste, ki bi bila primerna za implementacijo. Iz navedenih razlogov je definiran komplementarni kriterij konvergence. Ta ni mišljen kot nadomestilo osnovnemu, temveč ga lahko odloče-

valci po svoji presoji uporabijo, če se jim to zdi smiselno. Njegova oblika je:

$$z_i = \begin{cases} v_i^+ / o, & a_i \in C_k^+; \\ v_i^- / o, & a_i \in C_k^-. \end{cases}$$

$$\zeta_i^k = \begin{cases} 1, & a_i \in C_k^+; \\ 0, & a_i \in C_k^-. \end{cases}$$

V vsaki iteraciji je poiskan odločevalec z najnižjo stopnjo strinjanja, saj je v najmočnejšem nasprotju s preostalimi člani skupine. Če so njegovi preferenčni parametri prilagojeni do te mere, da se spremenijo kategorije nerobustno in neskladno sortiranih alternativ, prevzame nekdo drugi vlogo najbolj nesoglasnega člana skupine, hkrati pa progresivno naraste skupna stopnja konsenza. Izpeljava novih vrednost parametrov na podlagi klasificiranih alternativ je samodejna. Problem je rešen z optimizacijskim matematičnim programom:

$$\text{maksimiziraj } \min \{ \tau_i^+, \tau_i^- \}_{i=1..m}$$

glede na

$$\sigma(a_i) - \tau_i^+ = l, \forall a_i \in C_k^+,$$

$$\sigma(a_i) - \tau_i^- = l, \forall a_i \in C_k^-,$$

$$0 \leq q_j \leq p_j \leq u_j \leq v_j \leq b_j - D_j^-, \forall j = 1, \dots, n,$$

$$lw_j \leq w_j \leq uw_j, \forall j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1..n} w_j = 1,$$

$$j=1..n$$

$$\lambda \in [0.5, 1].$$

V programu označuje b_j referenčni profil, ki razmejuje obe kategoriji z ozirom na j -ti kriterij, D_j^- je spodnja meja domene j -tega kriterija, w_j , lw_j in uw_j so uteži ter njihove spodnje oz. zgornje meje, λ pa je stopnja reza. Ker določa $\sigma(a_i)$ verodostojnost i -te alternative, to je stopnjo skladnosti s trditvijo » a_i pripada C^+ «, se pripadnost kategoriji zamenja pri $\sigma(a_i) = \lambda$. Spremenljivka τ_i^+ oz. τ_i^- mora biti pozitivna ali enaka 0, da je a_i uvrščena v ustrezno kategorijo. Program maksimizira najnižjo od doseženih vrednosti τ_i^+ in τ_i^- , s čimer zagotovi robustnost razporeditve alternativ. Konfliktne alternative so presortirane takole:

$$a_i \in C_k^+ > a_i \in \tilde{C}_k^- \quad \text{ali} \quad a_i \in C_k^- > a_i \in \tilde{C}_k^+$$

Odločevalec je pozvan k podreditvi skupini glede na alternativo a_i le, če verodostojnost $\sigma(a_i)$ nasprotuje presoji več kot polovice članov skupine in če stopnja robustnosti $r^k(a_i)$ ne presega izbranega praga ψ . Razumno je, da je podreditvi podvržen najbolj samovoljen odločevalec ali njegov agent, ki odraža najnižjo stopnjo strinjanja. Vendar pa sme biti v primeru, ko robustno sortira vse alternative ali ko prilagojeni preferenčni parametri kršijo postavljene omejitve, tudi izpuščen. Takrat je za pogajanje izbran naslednji najbolj nesoglasen član skupine. Lahko se zgodi, da je mehanizem iskanja konsenza primoran nasloviti več odločevalcev, preden najde tistega, ki je pripravljen brezpogojno sprejeti predlagane spremembe. V najslabšem primeru povzroči neuspešna iteracija prekinitvev postopka pogajanja, ne da bi bil dosežen konsenz. Vendar je tudi tedaj sklenjen kompromis, in sicer tako, da so variante padajoče razvrščene glede na indekse v_i in skupne stopnje robustnosti Γ_i . Formalno torej veljata ekvivalenci:

$$a_{ij} \succ a \Leftrightarrow (v_{ij} > v) \vee \left((v_{ij} > v) \wedge \left\{ \begin{array}{l} \Gamma_{ij} > \Gamma, v_i \geq \rho \\ \Gamma_{ij} > \Gamma, v_i < \rho \end{array} \right\} \right),$$

$$a_i \approx a_j \Leftrightarrow (v_i > v_j) \wedge (\Gamma_i - \Gamma_j),$$

pri čemer označujeta \succ in \approx relaciji prednosti in enakovrednosti. Vrednost Γ_i je izračunana kot absolutna razlika med pozitivno in negativno stopnjo robustnosti:

$$\Gamma_i = |\Gamma_i^+ - \Gamma_i^-|,$$

tako da je

$$\Gamma_i^+ = \frac{\sum_{k \in E} r_i^k}{o}, \text{ kjer je } E = \{ \forall k = 1, \dots, o : a_i \in C_k^+ \},$$

$$\Gamma_i^- = \frac{\sum_{k \in F} r_i^k}{o}, \text{ kjer je } F = \{ \forall k = 1, \dots, o : a_i \in C_k^- \}.$$

Odločevalec lahko izrazi vrednosti in meje pragov psevdokriterija na podlagi decibelov [28]. Velikosti pragov so tedaj podane tako:

$$q_j = \Omega \cdot 1 \text{ dB}, p_j = \Omega \cdot 1.5 \text{ dB}, u_j = \Omega \cdot 2 \text{ dB in } v_j = \Omega \cdot 2.5 \text{ dB},$$

kjer je $\Omega \in \{0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$ numerični modifikator, dobljen z neposredno transformacijo lingvistične stopnje vpliva $\zeta \in \{\text{zelo šibek, šibek, zmeren, močen, zelo}$

močen}. Pragovi so izračunani z logaritemsko funkcijo relativno glede na referenčni profil b_j kriterija x_j . Tako je npr. j -ti prag indiference postavljen na:

$$q_j = b_j \cdot (e^Q - 1), \text{ pri čemer je } Q = \frac{2 \cdot \Omega_j}{10 \cdot \log_{10} e}.$$

6 ŠTUDIJA PRIMERA

Študija primera uporabe metode skupinskega večkriterijskega sortiranja alternativ na temelju psevdokriterija in prednostne relacije, ki je bila definirana v sklopu lastnih raziskav, je zaradi nazornosti opravljena na sorazmerno majhnem odločitvenem problemu izbire podizvajalca za projekt razvoja informacijskega sistema. Upoštevanih je pet kriterijev:

- x_1 – zahtevano plačilo za opravljeno delo, $D_1 = [10..60]$ v tisočih evrov,
- x_2 – čas, potreben za dokončanje projekta, $D_2 = [100..300]$ v dnevih,
- x_3 – število do sedaj opravljenih kompleksnih projektov, $D_3 = [0..100]$ v številu projektov,
- x_4 – izkušnje s sorodnimi aplikacijami, $D_4 = [0..100]$ v ocenitvenih točkah,
- x_5 – razpoložljivost ustreznih tehnologij, $D_5 = [0..100]$ v ocenitvenih točkah.

Kriterija x_1 in x_2 sta minimizirana, ostali trije pa maksimizirani. Na voljo je osem alternativ oz. potencialnih podizvajalcev, katerih identiteta je zakrita s simbolnimi oznakami a_i .

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
x_1	40	22	40	42	17	45	32	25
x_2	230	240	190	160	210	240	220	180
x_3	55	40	25	55	35	50	40	40
x_4	60	55	55	50	90	40	50	80
x_5	70	80	70	70	60	60	60	90

Prav tako je zakrita identiteta šestih enakopravnih odločevalcev, vpetih v postopek odločanja. Označeni so z DM_k . Zedinili so se glede stopnje reza $\lambda=0.5$, ki določa mejo, pri kateri začne med dvema alternativama veljati prednostna relacija, in praga robustnosti $\psi=0.3$, nad katerim ni dopustno prevrednotenje alternativ. Njihovi preferenčni parametri so zbrani v tabeli, pri čemer so štirje odločevalci zaradi prevelikega obsega tabele izločeni iz nje. Prvi, četrti, peti in šesti odločevalec so neposredno specificirali izhodiščne vrednosti profila, pragov in uteži ter pripadajoče omejitve. To jim je naložilo znatno miselno breme. Nasprotno

sta drugi in tretji odločevalec zmanjšala potrebni trud za izražanje presoj z upoštevanjem štirih možnosti:

5. podala sta le izhodiščne kriterijske vrednosti profila, ne pa tudi dopustnih odstopanj;
6. za vseh pet kriterijev sta upoštevala enotne izhodiščne vrednosti in omejitve pragov. Razlike, ki jih je moč opaziti za kriterija x_1 in x_2 , so posledica definiranih domen;

7. odločevalec DM_2 je določil le spodnje in zgornje meje dovoljenih intervalov pragov, začetne vrednosti pa so bile samodejno izbrane kot središčne točke;
8. odločevalec DM_3 je izrazil pragove ter njihove meje relativno v odvisnosti od profila b na podlagi lingvističnih stopenj vpliva V .

		b_j	b_j^-	b_j^+	q_j	q_j^-	q_j^+	p_j	p_j^-	p_j^+	u_j	u_j^-	u_j^+	v_j	v_j^-	v_j^+	w_j
DM_2	x_1	35	-	-	2	0	4	6	4	8	7	5	12	15	10	20	0.20
	x_2	220	-	-	8	0	16	24	16	32	30	20	50	60	40	80	0.20
	x_3	40	-	-	4	0	8	12	8	16	15	10	25	30	20	40	0.20
	x_4	40	-	-	4	0	8	12	8	16	15	10	25	30	20	40	0.20
	x_5	60	-	-	4	0	8	12	8	16	15	10	25	30	20	40	0.20
DM_4	x_1	45	30	50	2	1	4	5	3	7	10	7	15	12	10	15	0.10
	x_2	220	180	240	8	4	16	20	12	28	40	30	60	50	40	60	0.10
	x_3	50	40	60	6	2	10	15	10	25	25	15	30	35	25	40	0.20
	x_4	60	50	70	6	2	10	15	10	25	25	15	30	35	25	40	0.30
	x_5	70	60	80	6	2	10	15	10	25	25	15	30	35	25	40	0.30

Najprej so za posamezne alternative izračunane mehke in stroge prednostne relacije. Prve so predstavljene s stopnjami med 0 in 1. Druge so dobljene iz prvih z λ -rezom.

Nato so na intervalu [0, 1] izračunane stopnje robustnosti $r^k(a_i)$. Posamezni element matrike pove, v kolikšni meri morajo biti spremenjeni preferenčni

parametri k -tega odločevalca, da se zamenja kategorija, v katero je sortirana i -ta alternativa. Večja prilagoditev kot je potrebna, bolj je ovrednotenje alternative, ki je pogojeno s pogledi odločevalca, robustno. Če robustnost preseže izbrani prag ψ , od odločevalca ne sme biti zahtevana podreditev večinskemu mnenju.

	Mehke prednostne relacije						Stroge prednostne relacije					
	DM_1	DM_2	DM_3	DM_4	DM_5	DM_6	DM_1	DM_2	DM_3	DM_4	DM_5	DM_6
a_1	0.000	0.688	0.283	0.542	0.000	0.200	0	1	0	1	0	0
a_2	0.000	0.725	0.254	0.522	0.000	0.548	0	1	0	1	0	1
a_3	0.000	0.600	0.000	0.500	0.000	0.174	0	1	0	1	0	0
a_4	0.225	0.750	0.417	0.492	0.300	0.000	0	1	0	0	0	0
a_5	0.000	0.700	0.592	0.542	0.083	0.886	0	1	1	1	0	1
a_6	0.000	0.267	0.033	0.233	0.000	0.000	0	0	0	0	0	0
a_7	0.000	0.588	0.292	0.372	0.000	0.306	0	1	0	0	0	0
a_8	0.316	0.900	0.692	0.856	0.333	0.764	0	1	1	1	0	1

	DM_1	DM_2	DM_3	DM_4	DM_5	DM_6
$r^k(a_1)$	1.000	0.263	0.434	0.145	1.000	0.608
$r^k(a_2)$	0.443	0.399	0.225	0.102	1.000	0.020
$r^k(a_3)$	1.000	0.053	1.000	0.000	1.000	0.742
$r^k(a_4)$	0.413	0.194	0.202	0.092	0.246	1.000
$r^k(a_5)$	0.357	0.345	0.044	0.115	0.321	0.436
$r^k(a_6)$	1.000	0.541	1.000	0.366	1.000	1.000
$r^k(a_7)$	1.000	0.288	0.422	0.172	1.000	0.231
$r^k(a_8)$	0.172	0.724	0.263	0.408	0.142	0.439

Alternative so razvrščene na podlagi stopenj kompromisa, to je števila glasov, ki jih prejmejo. Za posamezno alternativo je stopnja kompromisa enaka številu strogih prednostnih relacij, s katerimi je glede na različne odločevalce presežena meja pozitivne kategorije, ki pove, da je izbira alternative ustrežna:

$$v=(v_1, v_2, \dots, v_8)=(2,3,2,1,4,0,1,4).$$

Ker se alternative po stopnji kompromisa med seboj precej razlikujejo, je skupina usmerjena na podlagi izračuna stopenj konsenza in strinjanja. Za primer naj bo upoštevana varianta a_5 :

$$v_5 = \max(v_5, o - v_5) = \max(4, 6 - 4) = 4,$$

$$z_5 = \frac{(v_5 - \rho)}{(o - \rho)} - \frac{(4 - 3)}{(6 - 3)} = 0,333,$$

pri čemer je o število odločevalcev.

Analogno so dobljene vrednosti vseh ostalih indeksov konsenza za z_i :

$$z=(z_1, z_2, \dots, z_8)=(0.333, 0.000, 0.333, 0.667, 0.333, 1.000, 0.667, 0.333).$$

Delne stopnje konsenza z_i so z operatorjem mehkega povprečja združene v skupno stopnjo $Z=0.458$. Še pomembnejše pa so stopnje strinjanja. Kot je razvidno iz matrike prednostnih relacij, uvrsti odločevalec DM_1 alternativo a_5 v kategorijo C^- , zaradi česar je soglasen z enim samim članom skupine, medtem ko preostalim štirim nasprotuje:

$$\zeta_5^1 = \frac{(v_5^- - 1)}{(o - 1)} - \frac{(2 - 1)}{(6 - 1)} = 0,222,$$

kjer je $a_5 \in C_1^-$

Tako je dobljenih $o \cdot m$ delnih, z mehkim povprečjem pa še o skupnih stopenj strinjanja:

$$\zeta=(\zeta^1, \zeta^2, \dots, \zeta^6)=(0.388, 0.188, 0.538, 0.388, 0.388, 0.538).$$

Glede na naraščajoče stopnje strinjanja je oblikovan vrstni red odločevalcev, ki so se dolžni podrediti skupinskemu mišljenju. Prvi kandidat za prilagoditev je odločevalec z najnižjim strinjanjem, drugi je odločevalec z naslednjim najnižjim strinjanjem itn. V danem primeru je smiselno, da je spremembi presoje najprej podvržen odločevalec DM_2 . Vendar pa se lahko zgodi, da nekateri člani skupine kljub delnemu ali popolnemu nestrinjanju niso zmožni sortirati alternativ drugače, saj so vse obstoječe uvrstitve robustne, kar pomeni, da zanje velja neenakost $r^k(a_i) \geq \psi$. Zato odločitveni sistem za vsakega odločevalca preveri, ali je izvedljiva prerazporeditev, ki jo zahteva od njega.

Vrstni red odločevalcev za prilagoditev	DM_2	DM_4	DM_1	DM_5	DM_3	DM_6
Možnost prerazporeditve alternativ	da	da	da	da	da	da

Razvidno je, da lahko vsak odločevalec na novo sortira vsaj eno alternativo, glede na katero dosega nizko stopnjo strinjanja. Zato je oblikovana matrika zahtevanih strogih prednostnih relacij. Matrika se tvori iz začetne matrike strogih prednostnih relacij tako, da se spremeni relacija za vsako alternativo, ki ima strinjanje manjše od 0.5 in robustnost manjšo od y . Vzporedno je pripravljena tudi komplementarna matrika prerazporeditev.

	Zahtevane stroge prednostne relacije						Zahtevane prerazporeditve					
	DM_1	DM_2	DM_3	DM_4	DM_5	DM_6	DM_1	DM_2	DM_3	DM_4	DM_5	DM_6
a_1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
a_2	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1
a_3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
a_4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
a_5	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
a_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
a_8	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0

Odločitveni sistem ima v tem trenutku na voljo vse informacije, ki so potrebne za prilagoditev najbolj nesoglasnega člana skupine. Za odločevalca DM₂ so mogoče prerazporeditve variant a_1, a_3, a_4 in a_7 , ki imajo nizke stopnje strinjanja, alternativa a_2 , katere

stopnja strinjanja 0.4 prav tako ne dosega praga 0.5, pa mora obdržati kategorijo, ker je njena obstoječa ocena dovolj robustna: $r^2(a_2)=0.399>0.3=y$. Ta vrednost je v tabeli podčrtana.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Začetne mehke relacije	0.688	0.725	0.600	0.750	0.700	0.267	0.588	0.900
Začetne stroge relacije	1	1	1	1	1	0	1	1
Stopnje robustnosti	0.263	<u>0.399</u>	0.053	0.194	0.345	0.541	0.288	0.724
Stopnje strinjanja	0.200	<u>0.400</u>	0.200	0.000	0.600	1.000	0.000	0.600
Zahtevane relacije	0	1	0	0	1	0	0	1
Prerazporeditve	1	0	1	1	0	0	1	0

Sedaj je apliciran optimizacijski algoritem, ki presortira alternative in istočasno izpelje nove vrednosti preferenčnih parametrov. Te zadoščajo omejitvam, ki jih je postavil odločevalec, zato so obdržane in je začeta nova iteracija pogajanja.

	h_i	q_i	p_i	u_i	v_i
x_1	29	0	4	7	15
x_2	220	8	24	30	60
x_3	45	8	16	16	30
x_4	58	4	8	15	30
x_5	63	7	12	15	30

Najmanjši izmerjeni odmik mehke stopnje verodostojnosti poljubne alternative od stopnje reza $\lambda=0.5$ je 0.125, kar pomeni, da je odločitev razmeroma robustna. Največja razdalja dosega z 0.5 absolutni maksimum, kar štirje od osmih odmikov pa presegajo vrednost 0.3.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Mehke prednostne relacije	0.220	0.625	0.152	0.085	0.688	0.000	0.313	0.900
Stroge prednostne relacije	0	1	0	0	1	0	0	1

Druga iteracija poteka analogno prvi. Stopnja konsenza skoči z 0.458 na 0.625, vendar nista deležni izboljšave alternativni a_5 in a_8 , ki prejmeta več kot polovico glasov. Zato je na podlagi strinjanja in robustnosti določen vrstni red prilagoditev. Prvi se mora s skupino uskladiti odločevalec DM₄:

$$v=(v_1, v_2, \dots, v_8)=(1, 3, 1, 0, 4, 0, 0, 4),$$

$$z=(z_1, z_2, \dots, z_8)=(0.667, 0.000, 0.667, 1.000, 0.333, 1.000, 1.000, 0.333),$$

$$\zeta=(\zeta^1, \zeta^2, \dots, \zeta^6)=(0.438, 0.588, 0.588, 0.288, 0.488, 0.588),$$

vrstni red odločevalcev za prilagoditev = DM₄ → DM₁ → DM₅ → DM₂ → DM₃ → DM₆.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Začetne mehke relacije	0.542	0.522	0.500	0.492	0.542	0.233	0.372	0.856
Začetne stroge relacije	1	1	1	0	1	0	0	1
Stopnje robustnosti	0.145	0.102	0.000	0.092	0.115	0.366	0.172	0.408
Stopnje strinjanja	0.000	0.400	0.000	1.000	0.600	1.000	1.000	0.600
Zahtevane relacije	0	0	0	0	1	0	0	1
Prerazporeditve	1	1	1	0	0	0	0	0

Iz tabele je razvidno, da so dovoljene prerazporeditve vseh variant z nizko stopnjo strinjanja. Optimizacijski algoritem prilagodi preferenčne parametre tako, da sortira vsako varianto v zahtevano kategori-

jo. Najmanjši odmik od stopnje reza, ki določa mejo kategorij C^+ in C^- , je 0.2, kar priča o zadostni robustnosti ocen.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Mehke prednostne relacije	0.000	0.300	0.000	0.000	0.700	0.000	0.250	0.850
Stroge prednostne relacije	0	0	0	0	1	0	0	1

	b_i	q_i	p_i	u_i	v_i
x_1	26	4	5	10	12
x_2	204	14	16	40	50
x_3	45	10	15	25	35
x_4	70	6	10	25	35
x_5	70	10	15	25	35

Težava nastopi, ker pri prilagoditvi preferenčnih parametrov profil pri kriteriju x_1 z vrednostjo 26 prekrši spodnjo mejo, ki jo je odločevalec DM_4 postavil na 30. Zato mora odločevalec odobriti izpeljane nove vrednosti parametrov. Ker razlika med 26 in 30 na celotni domeni od 10 do 60 ni bistvena, DM_4 potrди potrebno spremembo in postopek se lahko uspešno nadaljuje s tretjo iteracijo. V tej je že dosežena precej visoka skupna stopnja konsenza 0.75:

$$v=(v_1, v_2, \dots, v_8)=(0,2,0,0,4,0,0,4),$$

$$z=(z_1, z_2, \dots, z_8)=(1.000,0.333,1.000,1.000,0.333,1.000,1.000,0.333),$$

$$\zeta=(\zeta^1, \zeta^2, \dots, \zeta^6)=(0.475,0.500,0.725,0.725,0.475,0.500).$$

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Začetne mehke relacije	0.000	0.000	0.000	0.225	0.000	0.000	0.000	0.316
Začetne stroge relacije	0	0	0	0	0	0	0	0
Stopnje robustnosti	1.000	0.443	1.000	0.413	0.357	1.000	1.000	0.172
Stopnje strinjanja	1.000	0.600	1.000	1.000	0.200	1.000	1.000	0.200
Zahtevane relacije	0	0	0	0	0	0	0	1
Prerazporeditve	0	0	0	0	0	0	0	1

Smiselno je, da odločevalec DM_4 prerazporedi alternativo a_8 alternative a_5 , ki odraža nizko strinjanje zaradi nasprotovanja kar štirih od šestih članov skupine, pa ne zaradi znatne robustnosti. Algoritem prilagodi preferenčne parametre tako, da zadoščajo omejitvam in poskrbijo za robustno sortiranje. V najslabšem primeru je razdalja do sosednje kategorije 0.175.

Odprte so le še alternative a_2, a_3 in a_8 , medtem ko je poenoteno mnenje odločevalcev glede ostalih petih alternativ. V skladu s stopnjami strinjanja je za prilagoditev izbran odločevalec DM_1 . Odločevalcema DM_3 in DM_4 v tej iteraciji ni treba več zamenjati kategorij alternativ, saj so vse njune ocene usklajene z večinskimi mišljenjem.

Vrstni red odločevalcev za prilagoditev	DM_1	DM_5	DM_2	DM_6	DM_3	DM_4
Možnost prerazporeditve alternativ	da	da	da	da	ne	ne

Iteracija 4 je zelo podobna iteraciji 3. Dosežena stopnja konsenza je 0.792. Prilagodi se DM_5 , ki mu prav tako kot v predhodni iteraciji DM_4 zaradi robustnosti ni treba prerazporediti alternative a_5 . Zanesljivost novih ocen je (zlasti za varianto a_8) nekoliko nižja, saj je najmanjši odmik od meje kategorij le 0.083, vendar pa so upoštewane vse zahteve odločevalca.

V peti iteraciji je dosežen konsenz glede najboljših alternative in skupni konsenz 0.833. Kar štiri odločevalci so enakovredni po stopnji strinjanja, zato so za prilagoditev razporejeni glede na naraščajoči indeks k :

$$\xi=(\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^6)=(0.525, 0.525, 0.750, 0.750, 0.525, 0.525),$$

vrstni red odločevalcev za prilagoditev = $DM_1 \rightarrow DM_2 \rightarrow DM_5 \rightarrow DM_6 \rightarrow DM_3 \rightarrow DM_4$.

Prvi naj bi bil na vrsti DM_1 , vendar se je uspešno prilagodil skupinskemu mišljenju že v tretji iteraciji. Posledica je velika robustnost njegovih ocen, ki preprečuje menjave kategorij.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Začetne mehke relacije	0.220	0.625	0.152	0.085	0.688	0.000	0.313	0.900
Začetne stroge relacije	0	1	0	0	1	0	0	1
Stopnje robustnosti	1.000	0.196	1.000	1.000	0.299	1.000	0.286	0.724
Stopnje strinjanja	1.000	0.200	1.000	1.000	0.600	1.000	1.000	1.000
Zahtevane relacije	0	0	0	0	1	0	0	1
Prerazporeditve	0	1	0	0	0	0	0	0

V iteraciji 6 je izmerjena stopnja konsenza 0.875. Za prilagoditev skupini je na vrsti DM_6 . Vsi ostali odločevalci so že izčrpali možnosti usklajevanja presoje.

Z iteracijo 7 se postopek pogajanja konča, ker nihče več ne more prerazporediti alternativ. Stopnja konsenza je 0.917. Konsenz je dosežen za vse alternative, razen za a_5 . Ta prejme štiri od šestih mogočih glasov. Dva odločevalca je, kot je bilo pojasnjeno v iteracijah

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Stopnje robustnosti	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.168
Stopnje strinjanja	1.000	0.600	1.000	1.000	0.200	1.000	1.000	1.000

Zato je k prilagoditvi pozvan DM_2 . Tudi ta je že enkrat prevrednotil alternative, in sicer v prvi iteraciji. Takrat mu ni bilo treba presortirati alternative a_2 , saj je njena robustnost z 0.399 presegala definirani prag $\psi=0.3$. Toda sprememba preferenčnih parametrov, ki je bila povsem v okvirih začetnih omejitev odločevalca DM_2 , je povzročila zmanjšanje robustnosti na $r^2(a_2)=0.196$. Iz tega razloga je prerazporeditev sedaj smiselna.

3 do 5, zaradi visoke robustnosti ne želita uvrstiti v pozitivno kategorijo C^+ . Stopnje gibanja skupine so:

$$v=(v_1, v_2, \dots, v_8)=(0, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 6),$$

$$z=(z_1, z_2, \dots, z_8)=(1.000, 1.000, 1.000, 1.000, 0.333, 1.000, 1.000, 1.000),$$

$$\xi=(\xi^1, \xi^2, \dots, \xi^6)=(0.550, 0.775, 0.775, 0.775, 0.550, 0.775).$$

Rezultati sortiranja jasno nakažejo, katera alternativa predstavlja optimalno izbiro. Alternative pa je ob upoštevanju robustnosti mogoče tudi enolično razvrstiti od najboljše do najslabše.

	a_8	a_5	a_2	a_7	a_4	a_1	a_3	a_6
Število glasov	6	4	0	0	0	0	0	0
Robustnost	0.261	0.081	0.596	0.702	0.737	0.906	0.964	1.000

Za alternativo a_5 je opaziti izrazito nizko stopnjo robustnosti. To je na prvi pogled v nasprotju s potekom opisanih iteracij 3 do 5, ko ni bila sortirana v drugo kategorijo prav zaradi visoke robustnosti, ki je presegala prag ψ . Vendar pravzaprav ne gre za

protislovje, temveč za odraz razhajanja v skupini. V primeru, ko približno polovica odločevalcev uvrsti a_1 v C^+ in približno polovica v C^- , je namreč povsem normalno, da se skupna robustnost giblje okoli 0.

7 INTERPRETACIJA REZULTATOV

Kot podlaga za interpretacijo rezultatov študije primera služi model vrednotenja skupinskih odločitvenih metod in sistemov [6]. Ker je ta celovit in zelo kompleksen, je upoštevana podmnožica njegovih kriterijev in metrik, razvidnih iz slike 1. Vse metrike so kvantitativne in omogočajo neposredno primerjavo z rezultati predhodne simulacijske študije. Omeniti velja, da sta metriki $M_{5,1}$ in $M_{6,1}$ operacionalizirani s Kemeny-Snellovo razdaljo med ordinalnimi vrstnimi redi [14]. Natančne definicije drugih metrik so na voljo v literaturi [5, 6].

Vzdrževanje odločitvene skupine
Usmerjanje postopka odločanja
Zmožnost doseganja kompromisa
$M_{1,1}$: odstotek primerov, v katerih izbira najboljše alternative ni enolična
$M_{1,2}$: oddaljenost najboljše od druge najboljše alternative
$M_{1,3}$: oddaljenost najboljše alternative od vseh drugih neoptimalnih alternativ
$M_{1,4}$: število glasov oz. stopnja kompromisa za i-to najboljšo alternativo
$M_{1,5}$: povprečno število enakovrednih alternativ na k-tem mestu
$M_{1,6}$: povprečna robustnost enakovrednih alternativ na k-tem mestu
Sposobnost avtonomnega vodenja in razreševanje nesoglasij
$M_{2,1}$: gibanje kompromisne rešitve skozi iteracije postopka pogajanja
$M_{2,2}$: dosežene stopnje strinjanja odločevalcev v posamezni iteraciji
$M_{2,3}$: absolutni porast doseženih stopenj strinjanja odločevalcev
Konvergenca mnenj
$M_{3,1}$: gibanje izračunane stopnje konsenza skozi iteracije postopka odločanja
$M_{3,2}$: absolutna izboljšava stopnje konsenza glede na začetni kompromis
$M_{3,3}$: število korakov oz. iteracij
Verodostojnost analize
Robustnost odločitve
Spreminjanje bogatosti razločevalnih informacij (konsenz proti kompromisu)
$M_{4,1}$: razlika v oddaljenosti najboljše od druge najboljše alternative
$M_{4,2}$: razlika v oddaljenosti najboljše alternative od vseh drugih alternativ
$M_{4,3}$: sprememba povprečnega števila glasov za i-to najboljšo alternativo
$M_{4,4}$: sprememba povprečnega števila alternativ na k-tem mestu
$M_{4,5}$: sprememba povprečnih robustnosti alternativ na k-tem mestu
Občutljivost na spremembe v strukturi problema
$M_{5,1}$: število zamenjav v vrstnem redu ob izločitvi obstoječe alternative
$M_{5,2}$: delež primerov zamenjav ob izločitvi posamezne obstoječe alternative
Občutljivost na spremembe v odločitveni skupini
$M_{6,1}$: število zamenjav v vrstnem redu ob prenehanju sodelovanja odločevalca
$M_{6,2}$: delež primerov zamenjav ob prenehanju sodelovanja odločevalca

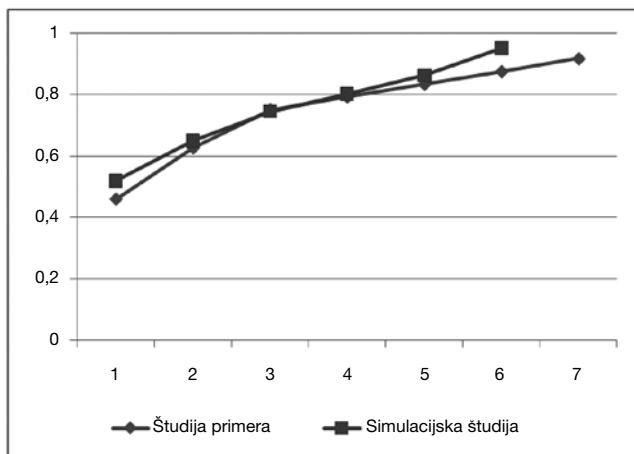
Slika 1: Upoštevani kriteriji ocenitvenega modela

Za večino metrik so rezultati izračunani kot skalarji. Zbrani so v tabeli, iz katere je razvidno:

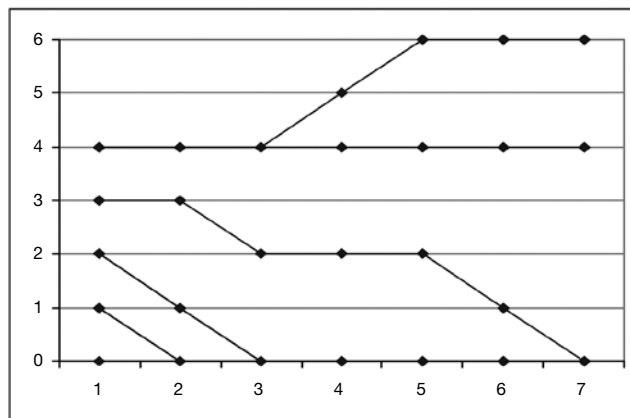
1. Ne glede na uporabljeno raziskovalno metodo je učinkovitost skupinske združitevno-razdružitevne metode sortiranja alternativ razmeroma velika. Najboljša alternativa je znatno oddaljena od druge najboljše in še zlasti od drugih neoptimalnih alternativ. Pri tem se bistveno poveča oddaljenost, ko začetna kompromisna rešitev preide v končno konsenzno. Skladno se skozi iteracije postopka močno zvišata doseženi skupni stopnji konsenza in strinjanja. Pomembna pokazatelja učinkovitosti sta tudi, da je izbira optimalne alternative vselej enolična ter da prihaja pri spremembi problemske situacije zaradi izločanja odločevalcev le do neznatnih sprememb v vrstnem redu alternativ. Te spremembe nikdar ne povzročijo zamenjave prednosti med dvema alternativama, temveč kvečjemu zamenjavo prednosti z enakovrednostjo ali obratno. Posledično je odločitev robustna.
2. Rezultati študije primera in simulacijske študije so povsem primerljivi. Nekoliko večje odstopanje je zaznati le pri metriki $M_{4,2}$, vendar tudi ta v obeh raziskavah nakazuje na izboljšanje konsenzne rešitve v primerjavi z začetnim kompromisom.

Metrika	Študija primera	Simulacijska študija
$M_{1,1}$	0 %	0 %
$M_{1,2}$	0.333	0.276
$M_{1,3}$	0.905	0.646
$M_{2,3}$	0.295	0.386
$M_{3,2}$	0.459	0.399
$M_{3,3}$	7	(povprečje, min, max) = (4.150, 2, 7)
$M_{4,1}$	0.333	0.165
$M_{4,2}$	0.548	0.131
$M_{5,1}$	0	–
$M_{5,2}$	0 %	–
$M_{6,1}$	0.009	–
$M_{6,2}$	19.048 %	–

Na sliki 2 je prikazano razmeroma hitro monotono naraščanje stopnje konsenza proti najvišji mogoči vrednosti 1. Čeprav se tej pogajalski postopek v veliko primerih le zelo približa, to ni pomanjkljivost. Morebitna robustnost ocen namreč ne more in tudi ne sme dopustiti popolne prilagoditve odločevalcev. Analogno kot skalarne metrike tudi metrika $M_{3,1}$ jasno nakaže, da se opazovana metoda obnaša podobno z vidika obeh raziskovalnih pristopov – simulacijske študije in študije primera.



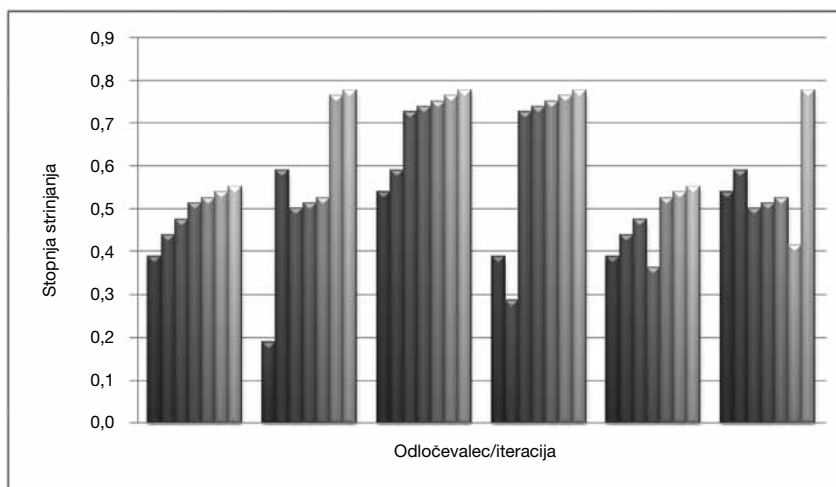
Slika 2: Spreminjanje stopnje konsenza skozi iteracije postopka pogajanja



Slika 3: Iterativno gibanje kompromisne rešitve proti konsenzni rešitvi

Iz slike 3 je razvidno iterativno gibanje kompromisne proti konsenzni rešitvi. Odločevalci se postopoma poenotijo glede uvrstitve šestih neoptimalnih alternativ v kategorijo C^- in glede uvrstitve optimalne alternative a_8 v kategorijo C^+ . Sedem od osmih alternativ torej konvergira proti zgornji ali spodnji meji števila glasov. Konvergenca ne velja samo za varianto a_5 , kar je posledica robustnosti, zaradi katere pogajalski mehanizem ne sme vsiljevati rešitev, ki niso racionalne. V takšnih primerih dobijo odločevalci nedvoumen znak, da morajo poglobljeno razmisliti o ocenitvah alternativ in ustrezno prilagoditi presoje.

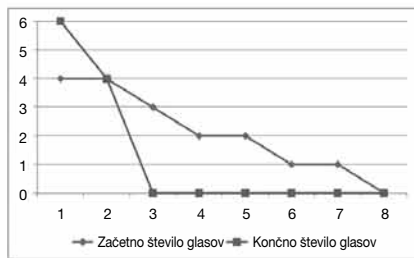
Metrika $M_{2,2}$ na sliki 4 izpostavlja, da se stopnje strinjanja posameznih odločevalcev skozi iteracije postopka pogajanja v splošnem povečujejo, vendar pa lahko v določenih primerih pride do hipnega upada. To se zgodi, ko eden od članov skupine prilagodi svoje preferenčne parametre z namenom podreditve vsej skupini. Takrat se praviloma poveča nesoglasnost enega ali več drugih udeležencev pogajanja.



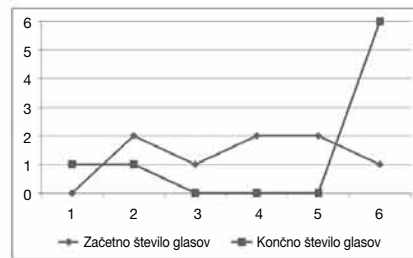
Slika 4: Dosežene stopnje strinjanja odločevalcev v posamezni iteraciji

Slike 5, 6 in 7 pripadajo metrikam $M_{1,4}$, $M_{1,5}$, $M_{1,6}$, $M_{4,3}$, $M_{4,4}$ in $M_{4,5}$. Skupno jim je dejstvo, da je izpeljana ordinalna razvrstitev alternativ bolj učinkovita v

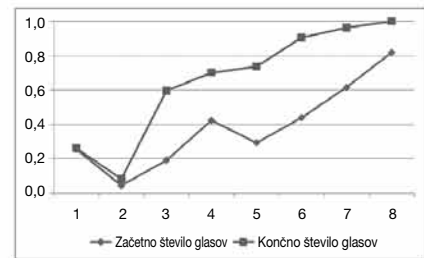
zadnji kakor v prvi iteraciji postopka. To pomeni, da se povečata robustnost alternativ ter razločevalnost med dobrimi in slabimi alternativami.



Slika 5: Število glasov za *i*-to najboljšo alternativo



Slika 6: Število enakovrednih alternativ na *k*-tem mestu



Slika 7: Robustnost *i*-te najboljše alternative

8 SKLEP

Študija primera je potrdila učinkovitost uporabe metod, temelječih na prednostni relaciji, v postopkih skupinskega odločanja, pri čemer se je osredinila na interaktivno združitevno-razdružitevno proceduro dihomijskega sortiranja alternativ, zmožno aktivnega prilagajanja preferenčnih parametrov [7]. Podobni rezultati, ki nakazujejo na konvergenco mnenj, so bili pridobljeni tudi s predhodnimi komplementarnimi statističnimi eksperimenti [5], kar povečuje verodostojnost študije. V sklopu nadaljnjega dela bo treba raziskati mnenja odločevalcev glede občutenega osebnega zadovoljstva z izvedbo in rezultati odločitvenega postopka.

9 VIRI IN LITERATURA

- [1] Araz, C., & Ozkarahan, I. (2007). Supplier evaluation and management system for strategic sourcing based on a new multicriteria sorting procedure. *International Journal of Production Economics*, 106 (2), 585–606.
- [2] Belacel, N. (2000). Multicriteria assignment method PROAF-TN: Methodology and medical application. *European Journal of Operational Research*, 125 (1), 175–183.
- [3] Brans, J. P., Macharis, C., & Mareschal, B. (1997). The GDSS PROMETHEE Procedure. Bruselj: Vrije Universiteit Brussel.
- [4] Brans, J. P., & Mareschal, B. (1994). The PROMETHEE & GAIA decision support system for multicriteria decision aid. *Decision Support Systems*, 12 (4–5), 297–310.
- [5] Bregar, A. (2009). Efficiency of problem localization in group decision-making. V: L. Zadnik Stirn, J. Žerovnik, S. Drobne, & A. Lisec (ur.), *Proceedings of the 10th International Symposium on Operational Research in Slovenia* (str. 139–149). Ljubljana: Slovensko društvo Informatika.
- [6] Bregar, A. (2010). Celovit model vrednotenja skupinskih odločitvenih metod in sistemov. V: *Zbornik posvetovanja Dnevi slovenske informatike 2010* (13 str.). Ljubljana: Slovensko društvo Informatika.
- [7] Bregar, A., Györkös, J., & Jurič, M. B. (2008). Interactive aggregation/disaggregation dichotomic sorting procedure for group decision analysis based on the threshold model. *Informatika*, 19 (2), 161–190.
- [8] Colson, G. (2000). The OR's prize winner and the software ARGOS. *Computers & Operations Research*, 27 (7–8), 741–755.
- [9] Colson, G., & Mareschal, B. (1994). JUDGES: A descriptive group decision support system for the ranking of the items. *Decision Support Systems*, 12 (4–5), 391–404.
- [10] Damart, S., Dias, L. C., & Mousseau, V. (2007). Supporting groups in sorting decisions: Methodology and use of a multi-criteria aggregation/disaggregation DSS. *Decision Support Systems*, 43 (4), 1464–1475.
- [11] Dias, L. C., & Clímaco, J. N. (2000). ELECTRE TRI for groups with imprecise information on parameter values. *Group Decision and Negotiation*, 9 (5), 355–377.
- [12] Dias, L. C., & Mousseau, V. (2003). IRIS: A DSS for multiple criteria sorting problems. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 12 (3) 285–298.
- [13] Dias, L. C., Mousseau, V., Figueira, J., & Clímaco, J. (2002). An aggregation/disaggregation approach to obtain robust conclusions with ELECTRE TRI. *European Journal of Operational Research*, 138 (2), 332–348.
- [14] Emond, E. J., & Mason, D. W. (2002). A new rank correlation coefficient with application to the consensus ranking problem. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 11 (1), 17–28.
- [15] Espinasse, B., Picolet, G., & Chouraqui, E. (1997). Negotiation support systems: A multi-criteria and multi-agent approach. *European Journal of Operational Research*, 103 (2), 389–409.
- [16] Fernandez, E., Navarro, J., & Duarte, A. (2008). Multicriteria sorting using a valued preference closeness relation. *European Journal of Operational Research*, 185 (2), 673–686.
- [17] Figueira, J., Smet, Y., & Brans, J. P. (2004). MCDA Methods for Sorting and Clustering Problems: PROMETHEE TRI and PROMETHEE CLUSTER. Bruselj: Université Libre de Bruxelles.
- [18] Georgopoulou, E., Sarafidis, Y., & Diakoulaki, D. (1998). Design and implementation of a group DSS for sustaining renewable energies exploitation. *European Journal of Operational Research*, 109 (3), 483–500.
- [19] Greco, S., Predki, B., & Slowinski, R. (2002). Searching for an equivalence between decision rules and concordance-discordance preference model. *Control and Cybernetics*, 31 (4), 921–935.
- [20] Jabeur, K., Martel, J.-M., & Ben Khélifa, S. (2004). A distance-based collective preorder integrating the relative importance of the group's members. *Group Decision and Negotiation*, 13 (4), 327–349.
- [21] Kilgour, D. M., & Colin, E. (ur.). (2010). *Handbook of Group Decision and Negotiation*. Dordrecht: Springer.
- [22] Leyva-López, J. C., & Fernández-González, E. (2003). A new method for group decision support based on the ELECTRE III methodology. *European Journal of Operational Research*, 148 (1), 14–27.
- [23] Matsatsinis, N. F., Grigoroudis, E., & Samaras, A. P. (2005). Aggregation and disaggregation of preferences for collective decision-making. *Group Decision and Negotiation*, 14 (3), 217–232.

- [24] Matsatsinis, N. F., & Samaras, A. P. (2001). MCDA and preference disaggregation in group decision support systems. *European Journal of Operational Research*, 130 (2), 414–429.
- [25] Miettinen, K., & Salminen, P. (1999). Decision-aid for discrete multiple criteria decision making problems with imprecise data. *European Journal of Operational Research*, 119 (1), 50–60.
- [26] Mousseau, V., Figueira, J., & Naux, J.-Ph. (2001). Using assignment examples to infer weights for ELECTRE TRI method: Some experimental results. *European Journal of Operational Research*, 130 (2), 263–275.
- [27] Mousseau, V., Slowinski, R., & Zielniewicz, P. (2000). A user-oriented implementation of the ELECTRE TRI method integrating preference elicitation support. *Computers & Operations Research*, 27 (7–8), 757–777.
- [28] Rogers, M., & Bruen, M. (1998). Choosing realistic values of indifference, preference and veto thresholds for use with environmental criteria within ELECTRE. *European Journal of Operational Research*, 107 (3), 542–551.
- [29] Roy, B. (1991). The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods. *Theory and Decision*, 31 (1), 49–73.
- [30] Roy, B. (1996). *Multicriteria Methodology for Decision Aiding*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- [31] Siskos, Y., Grigoroudis, E., Krassadaki, E., & Matsatsinis, N. (2007). A multicriteria accreditation system for information technology skills and qualifications. *European Journal of Operational Research*, 182 (2), 867–885.
- [32] Takeda, E. (2001). A method for pseudo-criteria decision problems. *Computers & Operations Research*, 28 (14), 1427–1439.
- [33] Vincke, P. (1992). *Multicriteria Decision Aid*. Chichester: John Wiley & Sons.
- [34] Zimmermann, H.-J. (1996). *Fuzzy Set Theory – and Its Applications*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

■

Andrej Bregar je diplomiral, magistriral in doktoriral na Fakulteti za elektrotehniko, računalništvo in informatiko Univerze v Mariboru. Zaposlen je kot analitik v podjetju Informatika, d. d. Področja njegovega dela so sistemi za podporo odločanju, večkriterijska odločitvena analiza, operacijske raziskave, upravljanje s poslovnimi procesi in storitveno usmerjen razvoj informacijskih sistemov. Je avtor več znanstvenih člankov ter prispevkov na domačih in mednarodnih strokovnih simpozijih.