

Rubikovo maščevanje: algoritem za reševanje Rubikove kocke $4 \times 4 \times 4$ – 1. del

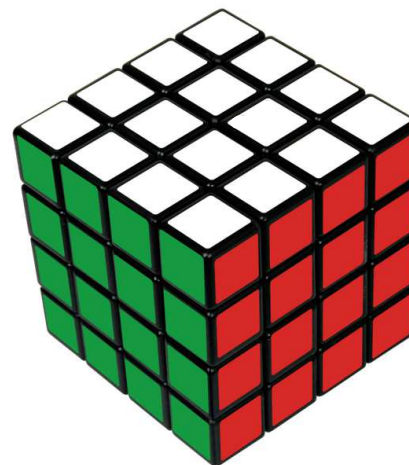


MARKO JAKOVAC

→ V članku [7] smo spoznali algoritem za reševanje Rubikove kocke dimenzije $3 \times 3 \times 3$. Med drugim je bila v tem članku omenjena tudi Rubikova kocka dimenzije $4 \times 4 \times 4$, ki jo lahko vidimo na sliki 1 [1]. Poljudno jo imenujemo tudi Rubikovo maščevanje (ang. Rubik's revenge) [5]. V nadaljevanju si bomo pogledali, zakaj je dobila takšno ime in kako jo rešimo. Pri tem bomo uporabljali podobne izraze kot v članku za reševanje Rubikove kocke dimenzije $3 \times 3 \times 3$.

Osnovni pojmi

Cilj reševanja Rubikove kocke dimenzije $4 \times 4 \times 4$ ostaja enak kot pri Rubikovi kocki dimenzije $3 \times 3 \times 3$, tj. sestaviti enobarvne ploske. Rubikova kocka dimenzije $4 \times 4 \times 4$ ima šest ploskev. Vsaka ploskev je sestavljena iz 16-ih ploskev manjših kockic in je obarvana z eno izmed naslednjih barv: bela, rumena, modra, zelena, rdeča in oranžna. Vseh manjših kockic v celotni Rubikovi kocki dimenzije $4 \times 4 \times 4$ je natančno 56 in jih ločimo glede na njihovo lego v večji kocki:



SLIKA 1.

Rubikova kocka dimenzije $4 \times 4 \times 4$

- *Sredinska kockica* je ena izmed štirih kockic na sredini vsake ploskve. Štiri sredinske kockice na isti ploskvi imenujemo *sredina*. Dve vodoravni ali navpični sosednji sredinski kockici imenujemo *sredinska vrstica*. Za razliko od Rubikove kocke dimenzije $3 \times 3 \times 3$ se sredinske kockice med reševanjem kocke premikajo. Rubikova kocka dimenzije $4 \times 4 \times 4$ ima 24 sredinskih kockic.

- *Kotna kockica* je kockica na stičišču treh ploskev in ima natančno tri barve. Rubikova kocka dimenzije $4 \times 4 \times 4$ ima osem kotnih kockic.
- *Robna kockica* je kockica na stičišču dveh ploskev in ima natančno dve barvi. Sosednji robni kockici imenujemo *robna vrstica*. Rubikova kocka dimenzije $4 \times 4 \times 4$ ima 24 robnih kockic.

Plast Rubikove kocke dimenzije $4 \times 4 \times 4$ je četrtnina celotne kocke. Zunanji plasti sta sestavljeni vsaka iz 16-ih kockic, srednji plasti pa vsaka iz 12-ih kockic.

Rubikovo maščevanje

Da bi razumeli ozadje reševanja Rubikove kocke dimenzije $4 \times 4 \times 4$, moramo najprej razumeti strukturo klasične Rubikove kocke dimenzije $3 \times 3 \times 3$. Marsikoga je že zamikalo, da bi Rubikovo kocko razstavil na manjše kockice. Če to naredimo in nato kockice sestavimo nazaj v večjo kocko, se lahko zgodi, da leta ne bo več rešljiva. Dovolj je že, da izderemo eno kockico, jo obrnemo in vstavimo nazaj v večjo kocko. In prav s tem dejstvom je povezana Rubikova kocka dimenzije $4 \times 4 \times 4$. Takoj lahko opazimo, da pri klasični kocki med njenim reševanje sredinska kockica miruje in nam s tem nudi oporo pri reševanju same kocke. Pri Rubikovi kocki dimenzije $4 \times 4 \times 4$ pa imamo na vsaki ploskvi štiri sredinske kockice in posledično se te med reševanjem premikajo. To pa ima na samo reševanje enak učinek, kakor da bi razdrto Rubikovo kocko dimenzije $3 \times 3 \times 3$ morali najprej pravilno sestaviti, preden se lotimo njenega reševanja. Preneseno v jezik reševanja Rubikove kocke dimenzije $4 \times 4 \times 4$ to pomeni, da si lahko med njenim reševanjem otežimo delo do te mere, da bomo od nekega trenutka naprej reševali nerešljivo kocko. Če se zgodi prav to, je treba v večini primerov z reševanjem pričeti od začetka. Prav zaradi tega dejstva je Rubikova kocka dimenzije $4 \times 4 \times 4$ dobila ime Rubikovo maščevanje.

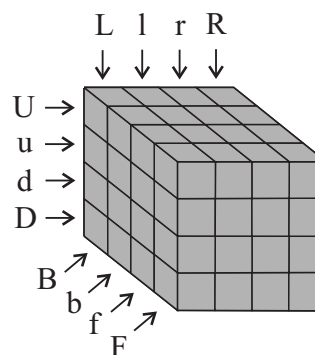
Ukazi za reševanje Rubikove kocke dimenzije $4 \times 4 \times 4$

Uporabili bomo ukaze, ki so bili vpeljani v članku [7], ter jih nekoliko dopolnili, saj Rubikova kocka dimenzije $4 \times 4 \times 4$ vsebuje več plasti. Prav tako bomo v nekem trenutku reševanje Rubikove kocke dimenzije

$4 \times 4 \times 4$ prevedli ne reševanje Rubikove kocke dimenzije $3 \times 3 \times 3$, zato je zelo pomembno, da znamo najprej rešiti klasično Rubikovo kocko [2, 7] in da dobro poznamo vse ukaze, ki nas privedejo do rešitve. Ločili bomo naslednje ukaze:

- pdesno: P-plast obrnemo v smeri urinega kazalca za 90° (en obrat).
- plevo: P-plast obrnemo v nasprotni smeri urinega kazalca za 90° (en obrat).
- P²: P-plast obrnemo v poljubni smeri za 180° (dva obrata).

Pri tem bo oznaka P predstavljala eno izmed naslednjih plasti: F-sprednja plast, f-srednja sprednja plast, B-zadnja plast, b-srednja zadnja plast, U-zgornja plast, u-srednja zgornja plast, D-spodnja plast, d-srednja spodnja plast, L-leva plast, l-srednja leva plast, R-desna plast, r-srednja desna plast (slika 2).



SLIKA 2.

Vse plasti Rubikove kocke dimenzije $4 \times 4 \times 4$

Pozor! Vse omenjene ukaze izvajamo tako, da v izvedbi danega ukaza gledamo izbrano plast. Če npr. obrnemo zadnjo plast v smeri urinega kazalca, bi v primeru, da bi obrat gledali s sprednje strani, videli obrat v nasprotni smeri urinega kazalca. Prav tako je zelo pomembno, da pri premikih srednjih plasti (f,b,u,d,l,r) ne premikamo hkrati tudi zunanjih plasti (F,B,U,D,L,R), kar je pogosta napaka, ki se dogaja pri reševanju večjih kock. Na slikah bodo kockice, ki v danem trenutku ne bodo pomembne, označene s svojo barvo.

Uporabljen metoda za reševanje Rubikove kocke dimenzije $4 \times 4 \times 4$ je z nekaj spremembami in al



→ ternativnimi premiki povzeta po [6] in vsebuje naslednje korake:

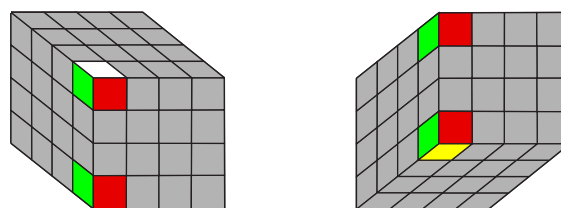
- enobarvne sredine (sestavljanje sredinskih kockic tako, da bo vsaka sredina vsebovala enake sredinske kockice),
- dvobarvne robove (sestavljanje robnih vrstic tako, da bosta obe kockici poljubne robne vrstice enaki),
- algoritem za Rubikovo kocko dimenzije $3 \times 3 \times 3$ (sestavljanje Rubikove kocke dimenzije $4 \times 4 \times 4$ s pomočjo algoritma za sestavljanje Rubikove kocke dimenzije $3 \times 3 \times 3$),
- parnost orientacije zadnje plasti (ang. OLL parity - orientation last layer parity) in parnost permutacije zadnje plasti (ang. PLL parity - permutation last layer parity).

Enobarvne sredine

Na kocki želimo sestaviti vseh šest sredin tako, da bo vsaka sredina vsebovala kockice enake barve. Enobarvne sredine nam bodo služile kot oporne točke za nadaljnje reševanje kocke, pri tem pa moramo paziti, da vse enobarvne sredine postavimo na ustrezna mesta, saj lahko v nasprotnem primeru dobimo nerešljivo kocko in vsi nadaljnji koraki bi bili zaman. Najprej je treba proučiti kocko in ugotoviti katere barve so si nasprotne. To storimo tako, da poiščemo dve kotni kockici z dvema enakima barvama (kockici ni potrebno premikati). Tretja barva, ki je različna na obeh kotnih kockicah, nam pove, kateri barvi morata v pravilno sestavljeni kocki biti na nasprotnih ploskvah. V našem primeru so nasprotni naslednje barve: bela-rumena, modra-zelena, rdeča-oranžna (na nekaterih kockah je lahko tudi drugače). Ko določimo nasprotni barve, je treba določiti tudi njihovo pravilno orientacijo. To naredimo tako, da pogledamo eno izmed kotnih kockic, ki nam pove, katere tri barve se morajo srečati v določenem kotu. V našem primeru v enem kotu najdemo skupaj belo, zeleno in rdečo barvo. Na sliki 3 smo dve izbrani kotni kockici postavili tako, da hkrati vidimo dve nasprotni barvi (bela-rumena) in tri barve, ki se srečajo v določenem kotu (bela-zelena-rdeča). Sedaj imamo vse podatke, da ustrezno sestavimo enobarvne sredine.

Cilj: sestaviti prvo in drugo enobarvno sredino z nasprotnima barvama na sprednji in zadnji ploskvi (v našem primeru bela in rumena barva).

Pogled spredaj/levo/zgoraj Pogled spredaj/levo/spodaj

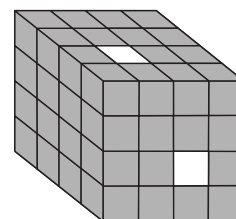


SLIKA 3.

Dve nasprotni barvi (bela-rumena) in pravilna orientacija treh barv (bela-zelena-rdeča)

- Postavitev kocke: kocko postavite poljubno, vendar je pri izvajanju nadaljnjih korakov več ne obračajte.
- Če obstaja bela sredinska vrstica, jo premaknite v u-plast na sprednji ploskvi.
- Če bela sredinska vrstica ne obstaja, postavite dve beli sredinski kockici, kot prikazuje slika 4, in izvedite: F^{desno}, F^2 .

Pogled spredaj/levo/zgoraj

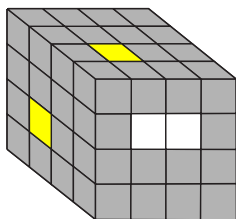


SLIKA 4.

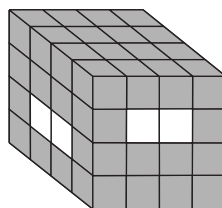
Postavitev prvih dveh belih sredinskih kockic

- Če obstaja rumena sredinska vrstica, jo s pomočjo f-plasti, b-plasti, d-plasti in zunanjih plasti (brez uporabe F-plasti) premaknite v u-plast na zadnji ploskvi.
- Če rumena sredinska vrstica ne obstaja, s pomočjo f-plasti, b-plasti, d-plasti in zunanjih plasti (brez uporabe F-plasti) postavite dve rumeni sredinski kockici, kot prikazuje slika 5, in izvedite: $f^{\text{levo}}, d^{\text{levo}}, B^2$.
- Če obstaja tudi druga rumena sredinska vrstica in ne sestavlja rumene sredine na zadnji ploskvi, jo s pomočjo f-plasti, b-plasti, d-plasti in zunanjih pla-

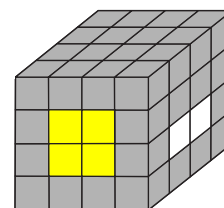
Pogled spredaj/levo/zgoraj



Pogled spredaj/levo/zgoraj



Pogled zadaj/desno/zgoraj



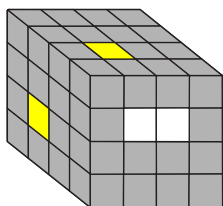
SLIKA 5.

Postavitev prvih dveh rumenih sredinskih kockic

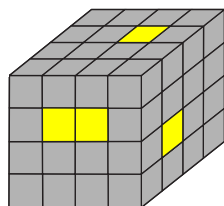
sti (brez uporabe F-plasti in B-plasti) premaknite v d-plast na zadnji ploskvi.

- Če druga rumena sredinska vrstica ne obstaja, s pomočjo f-plasti, b-plasti, d-plasti in zunanjih plasti (brez uporabe F-plasti in B-plasti) postavite preostali rumeni sredinski kockici, kot prikazuje slika 6, in izvedite: f^{levo} , d^{levo} .

Pogled spredaj/levo/zgoraj



Pogled zadaj/desno/zgoraj



SLIKA 6.

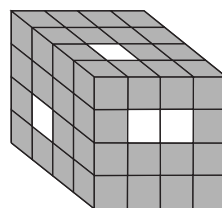
Postavitev drugih dveh rumenih sredinskih kockic

- Če obstaja tudi druga bela sredinska vrstica in ne sestavlja bele sredine na sprednji ploskvi, s pomočjo f-plasti, b-plasti in zunanjih plasti (brez uporabe F-plasti) pripravite kocko, kot prikazuje slika 7, in izvedite: L^2 , d^{levo} , L^2 , d^{desno} .
- Če druga bela sredinska vrstica ne obstaja, a obstajata dve beli sredinski kockici v f-plasti in/ali b-plasti, ju s pomočjo f-plasti, b-plasti in zunanjih plasti (brez uporabe F-plasti) postavite, kot prikazuje slika 8, in izvedite: f^{levo} , L^2 , d^{levo} , L^2 , d^{desno} .
- Če druga bela sredinska vrstica ne obstaja in obstaja ena bela sredinska kockica v f-plasti ali b-plasti, s pomočjo f-plasti, b-plasti in zunanjih plasti pripravite kocko, kot prikazuje slika 9, in izvedite: F^{desno} , d^{desno} , f^{levo} , d^{levo} .

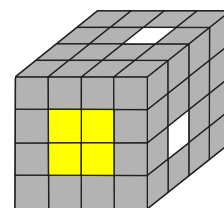
SLIKA 7.

Postavitev druge bele sredinske vrstice

Pogled spredaj/levo/zgoraj



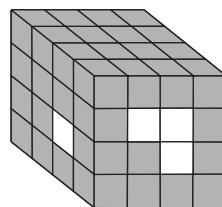
Pogled zadaj/desno/zgoraj



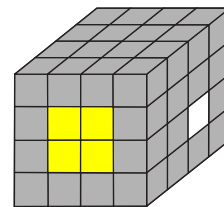
SLIKA 8.

Postavitev drugih dveh belih sredinskih kockic

Pogled spredaj/levo/zgoraj



Pogled zadaj/desno/zgoraj



SLIKA 9.

Postavitev drugih dveh belih sredinskih kockic, kjer je ena sredinska kockica na sprednji ploskvi

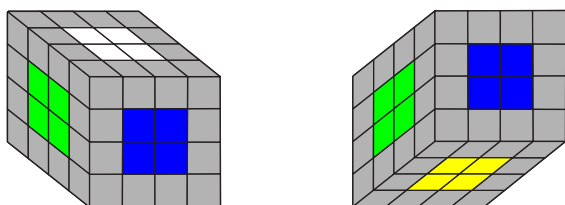
Nadaljujemo s sestavljanjem dveh novih enobarvnih sredin z nasprotnima barvama. Postopek bo podoben, vendar bodo v njem pomembne razlike, saj v tem primeru več ne smemo posegati v obe ploskvi, kjer sta že sestavljeni prvi dve enobarvni sredini.



→ *Cilj:* sestaviti tretjo in četrto enobarvno sredino z nasprotnima barvama na sprednji in zadnji ploskvi (v našem primeru modra in zelena barva).

- Postavitev kocke: kocko postavite tako, da bosta že sestavljeni enobarvni sredini na zgornji in spodnji ploskvi (npr. bela sredina zgoraj in rumena sredina spodaj) in je pri izvajanju nadaljnjih korakov več ne obračajte.
- Če ima kocka že sestavljeni obe sredini, a nista na nasprotnih ploskvah, pripravite kocko, kot prikazuje slika 10, in izvedite: d^{levo} , B^2 , d^2 , L^2 , d^{levo} .

Pogled spredaj/levo/zgoraj Pogled spredaj/levo/spodaj

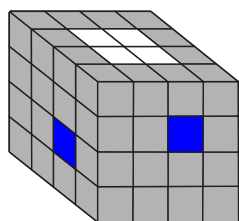


SLIKA 10.

Modra in zelena sredina nista na nasprotnih ploskvah

- Če obstaja modra sredinska vrstica, jo s pomočjo d-plasti in zunanjih plasti premaknite v u-plast na sprednji ploskvi.
- Če modra sredinska vrstica ne obstaja, postavite dve modri sredinski kockici, kot prikazuje slika 11, in izvedite: d^{desno} , F^{levo} .

Pogled spredaj/levo/zgoraj



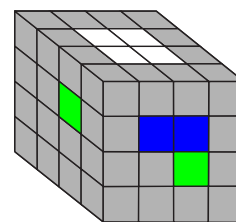
SLIKA 11.

Postavitev prvih dveh modrih sredinskih kockic

- Če obstaja zelena sredinska vrstica, jo s pomočjo d-plasti in zunanjih plasti premaknite v u-plast na zadnji ploskvi.

- Če zelena sredinska vrstica ne obstaja, s pomočjo d-plasti in zunanjih plasti postavite dve zeleni sredinski kockici, kot prikazuje slika 12, in izvedite: d^{levo} , L^{desno} , d^{levo} , B^2 .

Pogled spredaj/levo/zgoraj

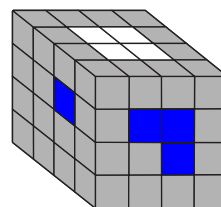


SLIKA 12.

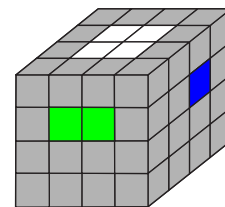
Postavitev prvih dveh zelenih sredinskih kockic

- Če obstaja tudi druga modra sredinska vrstica, jo s pomočjo d-plasti in zunanjih plasti premaknite v u-plast na levi ploskvi.
- Če druga modra sredinska vrstica ne obstaja, s pomočjo d-plasti in zunanjih plasti postavite dve modri sredinski kockici, kot prikazuje slika 13, in izvedite: d^{levo} , L^{levo} .

Pogled spredaj/levo/zgoraj



Pogled zadaj/desno/zgoraj

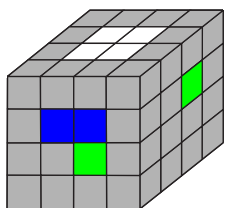


SLIKA 13.

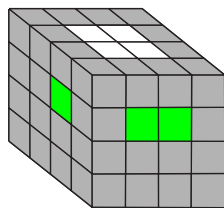
Postavitev drugih dveh modrih sredinskih kockic

- Če obstaja tudi druga zelena sredinska vrstica, jo s pomočjo d-plasti in zunanjih plasti premaknite v u-plast na desni ploskvi.
- Če druga zelena sredinska vrstica ne obstaja, s pomočjo d-plasti in zunanjih plasti postavite dve zeleni sredinski kockici, kot prikazuje slika 14, in izvedite: d^{desno} , R^{levo} .
- Pripravite kocko, kot prikazuje slika 15, in izvedite: d^{desno} .

Pogled spredaj/desno/zgoraj



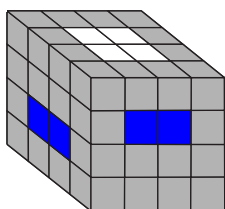
Pogled zadaj/levo/zgoraj



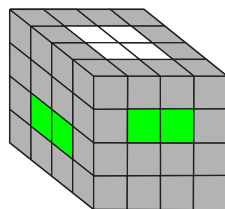
SLIKA 14.

Postavitev drugih dveh zelenih sredinskih kockic

Pogled spredaj/levo/zgoraj



Pogled zadaj/levo/zgoraj

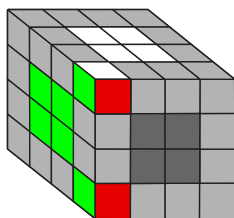


SLIKA 15.

Postavitev modrih in zelenih sredinskih vrstic

Sedaj imamo sestavljene že štiri enobarvne sredine, tako da nam preostaneta le še dve. V našem primeru sta to rdeča in oranžna sredina. V zadnjem koraku bo orientacija zelo pomembna, saj vemo, da mora rdeča barva mejiti na belo in zeleno, zato bomo glede na sliko 16 na sprednji ploskvi sestavili rdečo sredino, na zadnji ploskvi pa oranžno sredino.

Pogled spredaj/levo/zgoraj



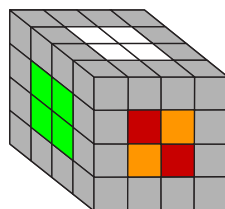
SLIKA 16.

Pravilna orientacija rdeče sredine

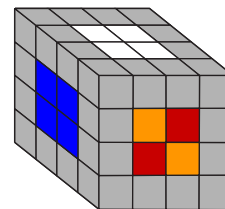
Cilj: sestaviti peto in šesto enobarvno sredino s pravilno orientiranima nasprotnima barvama na sprednji in zadnji ploskvi (v našem primeru rdeča barva na sprednji ploskvi in oranžna barva na zadnji ploskvi).

- Postavitev kocke: kocko postavite tako, kot prikazuje slika 16, in je pri izvajanju nadaljnjih korakov več ne obračajte.
- Če ima kocka že sestavljeno rdečo in oranžno sredino, a sta na napačnih ploskvah (oranžna sredina na sprednji ploskvi in rdeča sredina na zadnji ploskvi), izvedite: d^2, F^2, B^2, d^2 .
- Če ima kocka na sprednji in zadnji ploskvi šahovski vzorec, jo s pomočjo F-plasti in B-plasti pripravite, kot prikazuje slika 17, in izvedite: $d^2, F^{desno}, B^{desno}, d^2$.

Pogled spredaj/levo/zgoraj



Pogled zadaj/levo/zgoraj



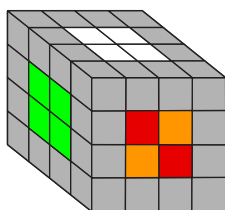
SLIKA 17.

Šahovski vzorec na sprednji in zadnji ploskvi

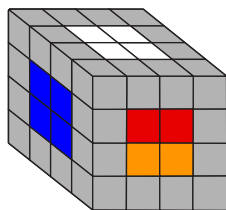
- Če ima kocka na sprednji ploskvi šahovski vzorec, na zadnji ploskvi pa eno rdečo in eno oranžno sredinsko vrstico, jo s pomočjo F-plasti in B-plasti pripravite, kot prikazuje slika 18, in izvedite: d^2, B^{desno}, d^2 .
Opomba. Po tem koraku obe sredini še ne bosta sestavljeni in je treba izvesti še enega izmed naslednjih korakov.
- Če ima kocka na sprednji ploskvi eno rdečo in eno oranžno sredinsko vrstico, na zadnji ploskvi pa šahovski vzorec, jo s pomočjo F-plasti in B-plasti pripravite, kot prikazuje slika 19, in izvedite: d^2, B^{levo}, d^2 .
Opomba. Po tem koraku obe sredini še ne bosta sestavljeni in je treba izvesti še enega izmed naslednjih korakov.
- Če ima kocka na sprednji ploskvi tri rdeče sredinske kockice, jo s pomočjo F-plasti in B-plasti pripravite, kot prikazuje slika 20, in izvedite: d^2, F^{levo}, d^2 .



Pogled spredaj/levo/zgoraj



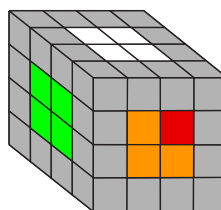
Pogled zadaj/levo/zgoraj



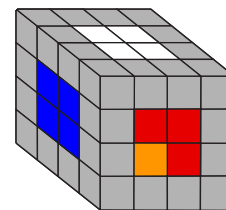
SLIKA 18.

Šahovski vzorec le na sprednji ploskvi

Pogled spredaj/levo/zgoraj



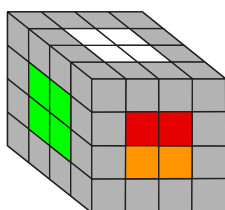
Pogled zadaj/levo/zgoraj



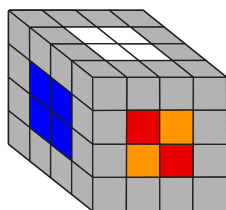
SLIKA 21.

Ena rdeča sredinska kockica na sprednji ploskvi

Pogled spredaj/levo/zgoraj



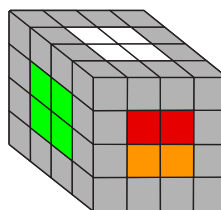
Pogled zadaj/levo/zgoraj



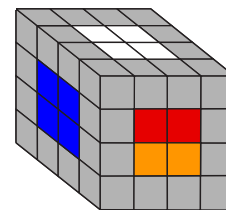
SLIKA 19.

Šahovski vzorec le na zadnji ploskvi

Pogled spredaj/levo/zgoraj



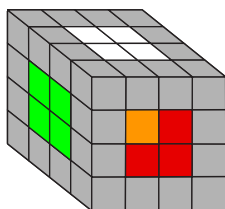
Pogled zadaj/levo/zgoraj



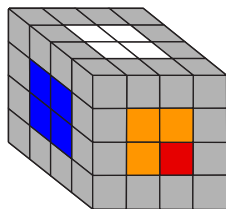
SLIKA 22.

Ena rdeča in ena oranžna sredinska vrstica na sprednji in zadnji ploskvi

Pogled spredaj/levo/zgoraj



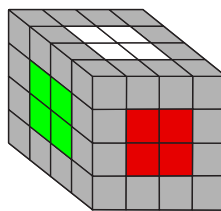
Pogled zadaj/levo/zgoraj



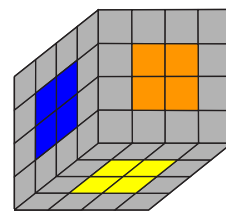
SLIKA 20.

Tri rdeče sredinske kockice na sprednji ploskvi

Pogled spredaj/levo/zgoraj



Pogled zadaj/levo/spodaj



SLIKA 23.

Pravilno sestavljenih vseh šest enobarvnih sredin

- Če ima kocka na sprednji ploskvi eno rdečo sredinsko kockico, jo s pomočjo F-plasti in B-plasti pripravite, kot prikazuje slika 21, in izvedite: d^2 , F^{levo} , B^2 , d^2 .
- Če ima kocka na sprednji in zadnji ploskvi eno rdečo in eno oranžno sredinsko vrstico, jo s pomočjo F-plasti in B-plasti pripravite, kot prikazuje slika 22, in izvedite: d^2 , B^2 , d^2 .

Se nadaljuje ...

V naslednji številki revije Presek si bomo pogledali še preostale tri korake našega algoritma in s tem dokončno rešili Rubikovo kocko dimenzije $4 \times 4 \times 4$.

Literatura

- [1] *Best Speed Cubes*, dostopno na <http://www.bestspeedcubes.com/4x4-rubiks-cubes/>, ogled dne 22. 4. 2017.
- [2] *How to Solve the Rubik's Cube! (Beginner Method)*, dostopno na <https://www.youtube.com/watch?v=tYmtdFM1Zwk>, ogled dne 22. 4. 2017.
- [3] *Jessica Fridrich*, dostopno na <http://www.ws.binghamton.edu/fridrich/>, citirano dne 22. 4. 2017.
- [4] *Professor's Cube*, dostopno na https://en.wikipedia.org/wiki/Professor%27s_Cube, ogled dne 22. 4. 2017.
- [5] *Rubik's Revenge, Wikipedia*, dostopno na https://en.wikipedia.org/wiki/Rubik%27s_Revenge, ogled dne 22. 4. 2017.
- [6] *Solving the Rubik's Revenge (4×4)*, dostopno na <http://www.speedcubing.com/chris/4-solution.html>, ogled dne 22. 4. 2017.
- [7] N. Špur, *Algoritem za reševanje Rubikove kocke*, Presek, 42 (2014/2015), 4, 23–29.

Barvni sudoku

↓↓↓

→ V 8×8 kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do 8 tako, da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratih iste barve (pravokotnikih 2×4) nastopalo vseh 8 števil.

2			3				
1							
3	8			4			
5							
4			1				
7			8		6	4	
			2				
4	6			5			2

REŠITEV BARVNI SUDOKU

2	1	5	3	8	7	9	4
7	8	4	9	2	5	1	3
4	6	2	8	3	1	7	5
3	5	7	1	9	4	8	2
8	3	1	7	4	2	5	9
5	4	9	2	1	8	3	7
6	2	8	5	7	3	4	1
1	7	3	4	5	9	2	8

×××

www.obzornik.si

www.presek.si

www.dmfa-zaloznistvo.si