
GPS-VIŠINOMERSTVO

dr. Miran Kuhar

FGG – Oddelek za geodezijo, Ljubljana

Gregor Žele

Geodetska uprava Republike Slovenije, Ljubljana

Prispelo za objavo: 1998-06-24

Pripravljeno za objavo: 1998-10-12

Izvleček

Članek predstavlja načelo višinomerstva z globalnim položajnim sistemom (GPS), tj. določitev nadmorskih (ortometričnih) višin s pomočjo opazovanj z GPS-jem v lokalnih GPS-mrežah. Podan je postopek za prehod GPS-elipsoidnih višin v praktično uporabne nadmorske višine. Računsko izpeljan prehod, zasnovan na enostavni funkcijski zvezi elipsoidne in nadmorske višine, nam omogoča hkratno natančno določitev modela geoidne ploskve na obravnavanem lokalnem območju. Računski postopek je praktično preizkušen v GPS-navezovalni mreži Sežana '97.

Ključne besede: elipsoidna višina, geoid, geoidna višina, GPS-višinomerstvo, ortometrična višina

Abstract

The paper deals with the procedure of GPS levelling, in which satellite observations enable the determination of orthometric heights through GPS observations in local GPS networks. An approach to the optimal use of GPS heights in determination of the high-precision geoid in local geodetic networks is presented. The analytical procedure is implemented on a practical example of GPS densification network (Sežana '97).

Keywords: ellipsoid height, geoid, geoid height, GPS levelling, orthometric height

1 UVOD

Uvedba satelitskih merskih tehnik v geodetsko prakso je v veliki meri spremenila način določanja položaja točk na Zemlji. Satelitske merske tehnike, kot so Doppler Transit, NAVSTAR GPS, omogočajo hkratno določitev položaja točk v treh dimenzijah. Predvsem ta se je zaradi svoje visoke natančnosti in gospodarnosti že povsem uveljavila in skoraj izpodrinila klasične merske tehnike pri vzpostavitvi in vzdrževanju nacionalnih in globalnih geodetskih mrež. GPS-tehnologija je postala nepogrešljivo orodje v nalogah temeljne geodetske izmere in inženirske geodezije, pri vzpostavitvi mrež za večja gradbišča, kot so: predori, avtoceste, železnice itd. Tudi pri nas se položaji danih točk (okvirna mreža) vseh novih navezovalnih mrež določajo s pomočjo GPS-meritev.

Rezultat izmere z GPS-jem so tridimenzionalne kartezične koordinate (koordinatne razlike) točk mreže, izražene v geocentričnem koordinatnem sistemu WGS-84. Kartezične koordinate so zaradi lažje predstave transformirane v elipsoidne geografske koordinate, geodetsko širino ϕ , geodetsko dolžino λ in elipsoidno višino h . GPS (elipsoidna) višina se nanaša na referenčni elipsoid WGS-84. Tako določene elipsoidne višine, kot povsem geometrijska količina, nimajo praktičnega pomena, kot na primer nadmorske višine (ortometrične), določene z niveliranjem ali trigonometričnim višinomerstvom. Nadmorske višine se nanašajo na geoid, torej na težnostno polje Zemlje. Da bi lahko enakovredno s horizontalnimi komponentama visoko natančnih meritev z GPS-jem uporabili tudi višinsko komponento, je treba nujno poznati geoidno višino. Treba je poznati obliko ploskve geoida na območju, ki ga pokriva GPS-mreža.

Ce poznamo obliko ploskve geoida na območju GPS-mreže, je možno izračunati nadmorske višine novoizmerjenih točk samo na osnovi opazovanj z GPS-jem. Za takšen način določitve nadmorskih (ortometričnih) višin se je v sodobni geodetski literaturi uveljavil izraz GPS-višinomerstvo. Širše gledano predstavlja GPS-višinomerstvo problem vklapljanja GPS-mrež v obstoječo državno geodetsko mrežo, torej problem skupne izravnave GPS-ja in terestričnih meritev. Obravnava samo višinske komponente nima namena ponovno začrtati ostre ločnice med horizontalnimi in višinskimi mrežami, kot je bilo to nekoč. Prav nasprotno, želimo podati primerno rešitev za prehod GPS-ja, elipsoidnih višin v praktično uporabne ortometrične višine. Pri tem je možno, z ustrezno aproksimacijo, natančno določiti detajlni model geoida na obravnavanem lokalnem območju. Pojem lokalno se tukaj nanaša na mreže, ki zajemajo območja velikosti do približno nekaj sto kvadratnih kilometrov. Prehod iz elipsoidnih v nadmorske višine je možen samo, če poznamo ustrezne geoidne višine. Pri tem seveda obstajajo različne metode določitve ploskve geoida na lokalni ravni, ki pa so odvisne:

- od zahtevane natančnosti določitve ortometričnih (nadmorskih) višin
- od vrste in natančnosti izmerjenih geodetskih količin, ki so nam na voljo.

2 NAČELO GPS-VIŠINOMERSTVA

Za točko na površini Zemlje velja znana zveza med njeno ortometrično (nadmorsko) višino H , elipsoidno višino h ter ustrezno geoidno višino N :

$$H = h - N. \quad (1)$$

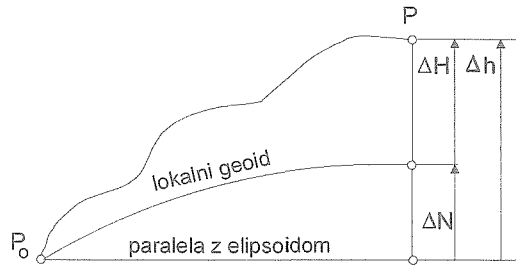
Zveza se lahko predstavi v obliki razlik višin, ki se nanašajo na poljubno izbrano referenčno točko P_0 :

$$\Delta H = \Delta h - \Delta N. \quad (2)$$

Rezultat obdelave GPS-opazovanj nam podaja elipsoidne višine (elipsoidne višinske razlike). Če želimo pridobiti nadmorske višine (višinske razlike), moramo torej poznati ustrezne geoidne višine (razlike geoidnih višin).

Slika 1 predstavlja vertikalni prerez skozi točki P_0 (referenčna točka mreže) in P (poljubna točka v mreži). Višina točke P_0 je poljubno izbrana tako, da skozi njo potekata ploskvi, vzporedni z lokalnim geoidom in izbranim referenčnim elipsoidom. Očitno je, da je natančnost nadmorskih višin H oziroma višinskih razlik ΔH odvisna

od natančnosti elipsoidnih in geoidnih višin (oziroma njihovih razlik). GPS-višinomerstvo je torej praktično uporabno le v primeru, če je možno zagotoviti lokalni geoid z natančnostjo, ki se za konkreten primer zahteva za določitev nadmorskih višin točk z GPS-jem.



Slika 1

3 ANALITIČNA PREDSTAVITEV LOKALNEGA GEOIDA

Geoid ima kot zapletena geopotencialna ploskev dokaj gladek potek, vendar zelo zapleteno geometrijsko strukturo. Če želimo del ploskve geoida predstaviti z visoko ločljivostjo, potrebujemo določen model v digitalni ali analogni obliki (karta). Analitična predstavitev na globalni ravni v obliki vrste sfernih funkcij ne zadošča kriterijem GPS-višinomerstva, t. j. ne zadošča centimetrski natančnosti. Naloga, ki zahteva predstavitev geoida visoke ločljivosti, je bolj enostavna, če je obravnavano območje manjše. Geoid, ki zajema lokalna območja, se lahko analitično predstavi v obliki ploskve drugega reda (krogla, elipsoid, hiperboloid, paraboloid). V večini primerov zadošča tudi že ravninska aproksimacija (ploskev prvega reda). Izbira tipa in oblike ploskve niti ni zelo pomembna. Pomembno je, da geoidno ploskev, določeno z izračunanimi geoidnimi višinami N (izraz (1)) v GPS-mreži, lahko obravnavamo kot funkcijo dveh spremenljivk:

$$N = N(y, x). \quad (3)$$

Tukaj sta spremenljivki y in x ravninski koordinati točk v mreži. Običajno se koordinate podajajo v lokalnem koordinatnem sistemu, pri nas so to Gauss-Kruegerjeve koordinate državne mreže. Funkcija $N(y, x)$ predstavlja regresijsko oziroma interpolacijsko ploskev, določeno s številom točk z znanimi geoidnimi višinami. Za funkcijo $N(y, x)$ je najbolje privzeti polinom določene stopnje (Illner, Jaeger, 1995):

$$N(y, x) = K + (Ay + Bx) + (Cy^2 + Dyx + Ex^2) + (Fy^3 + Gy^2x + Hyx^2 + Ix^3) + \dots \quad (4a)$$

Omejitev na linearne člene nam da enačbo:

$$N(y, x) = K + (Ay + Bx). \quad (4b)$$

Izbira bikvadratnega polinoma je naslednja:

$$N(y, x) = K + (Ay + Bx) + (Cy^2 + Dyx + Ex^2). \quad (4c)$$

Če se spremenljivki y, x nanašata na težišče mreže, koeficienti polinoma pomenijo:

koeficient K predstavlja vzporedni odmik elipsoida od geoida. Linearna člena polinoma s koeficientoma A in B predstavljata razliko naklona tangentne ravnine na elipsoid in ploskve geoida v težiščni točki, in to v smeri koordinatnih smeri (A naklon vzhod – zahod, B naklon sever – jug). Smerni kot, ki ga določata koeficienta A in B , nam poda tudi smer največjega naklona (gradienta) ploskve lokalnega geoida. Če se omejimo samo na tri linearne člene, predpostavimo, da imata obe ploskvi enako ukrivljenost, vendar sta medsebojno nagnjeni pod določenim kotom.

Praktični izračuni kažejo, da linearna aproksimacija v večini primerov popolnoma zadošča. Seveda so nam na voljo tudi različne ploskve drugega reda, ali višjih redov, trigonometrične funkcije, ali pa bikubični zleпки (spline funkcije). Vendar takšne funkcije kažejo določeno nestanovitnost, če so interpolacijske točke razporejene neenakomerno (Holloway, 1988). Enačbe, predstavljene zgoraj, vsebujejo različno število neznanih parametrov A , B , C , D , E , K , ki podajajo naklon, ukrivljenost in odmik ploskve lokalnega geoida glede na referenčni elipsoid. Določitev lokalnega geoida dejansko pomeni izračun teh neznanih parametrov, odvisno od izbire ploskve in samega njihovega števila. V primeru ravninske aproksimacije potrebujemo vsaj tri enačbe oblike (4b). Za rešitev neznanih parametrov ukrivljenosti potrebujemo dve dodatni enačbi oblike (4c). Zanesljivost določitve lokalnega geoida zvišamo s povečanjem števila danih točk – točk z znanimi vrednostmi geoidnih višin ali njihovih razlik.

Katero regresijsko ploskev bomo privzeli za ponazoritev oblike geoida, je seveda odvisno od različnih dejavnikov. Med najbolj pomembne spadajo predvsem:

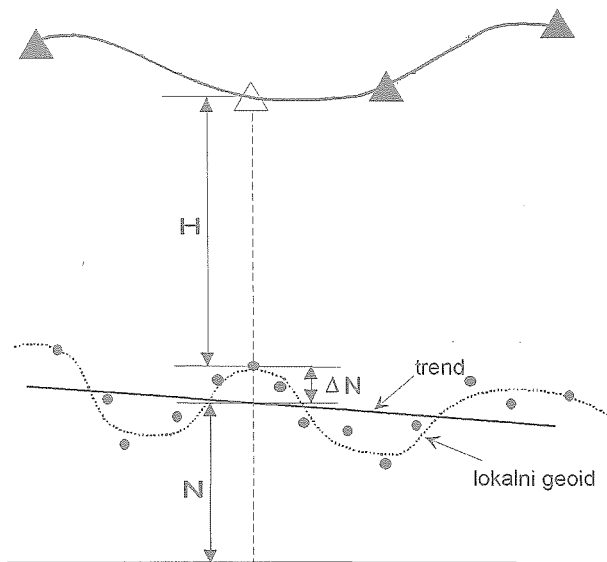
- število danih točk z znanimi nadmorskimi višinami oziroma znanimi odkloni navpičnice,
- relativni medsebojni položaj teh točk v mreži in položaj teh točk glede na obravnavano območje,
- kakovost in natančnost (morebiti) uporabljenega modela regionalnega geoida,
- kakovost opravljenih GPS-opazovanj,
- kakovost in zanesljivost izmerjenih količin na danih višinskih točkah.

Število danih višinskih točk in njihov položaj neposredno vplivata na natančnost izračunane regresijske ploskve. S teoretičnega stališča: večje število danih točk in čim bolj enakomerna razporeditev točk, tem boljša sta nadštevilstvo in zanesljivost izbranega modela. S tem je seveda višja splošna natančnost določitve regresijske ploskve. Vsaka mreža predstavlja s praktičnega stališča poseben primer, tako da je treba za vsako mrežo posebej najti celovito rešitev, ki je kompromis med nadštevilstvom, zanesljivostjo in gospodarnostjo.

3.1 Izboljšanje regresijske ploskve lokalnega geoida s pomočjo kolokacije

Lokalni geoid je del globalnega geoida in zato vsebujejo geoidne višine na danih točkah določen sistematični vpliv. Regresijska ploskev lokalnega geoida, izračunana na podlagi danih terestričnih meritev, predstavlja funkcijo (ploskev) trenda, s katero aproksimiramo ta sistematični vpliv. Po drugi strani je lokalni geoid glede na velikost obravnavanega območja že skoraj najboljši možni približek poteka ploskve realnega geoida, vendar pa izračunana ploskev ne izraža celotnega finega

detajla lokalnega geoida. Odstopanja na višinskih kontrolnih točkah (razlike med danimi in geoidnimi višinami, izračunanimi s pomočjo funkcije trenda) vsebujejo majhen, pa vendar neodkrit sistematični del (ΔN na sliki 2). Ta odstopanja lahko obravnavamo kot signal v postopku kolokacije (Boljen, 1995). V tem primeru signal s obravnavamo kot slučajno spremenljivko z lastnostjo $E\{s\}=0$.



Slika 2

Za računski preizkus predstavljene metode smo izdelali računalniški program, ki na podlagi danih geoidnih višin izračuna neznanne koeficiente regresijske ravnine geoidne ploskve in interpolira vrednosti geoidnih višin na novih točkah mreže, katerih elipsoidne višine so določene s pomočjo GPS-opazovanj. Program je razdeljen na dva dela. V prvem delu z metodo najmanjših kvadratov izračuna neznanne koeficiente regresijske ravnine in s pomočjo teh interpolira vrednosti geoidnih višin na novih točkah. V drugem delu program izračuna karakteristično dolžino v obravnavani mreži ter napove (predicira) vrednosti popravkov (signal) geoidnih višin na novih točkah. Napoved (predikcija) je izpeljana s pomočjo kolokacije po metodi najmanjših kvadratov. Na podlagi tako dobljenih geoidnih višin je možno izračunati nadmorsko višino vsake nove točke v mreži, določene z GPS-opazovanji.

Izognili smo se izračunu regresijske ploskve (polinoma) višjih stopenj, ker praktični primeri iz tuje literature (tudi sami smo opravili nekaj računskih preizkusov) kažejo, da z višanjem stopnje polinoma interpolacija ne prinaša bistveno boljših rezultatov (Kuhar, 1996). Višja stopnja polinoma vsebuje tudi večje število neznanih koeficientov, za kar potrebujemo več danih višinskih točk. V vsakem primeru so rezultati bolj zanesljivi, če imamo več nadštevilnih opazovanj. S tem je tudi možnost kontrole večja. Linearni model torej v popolnosti zadošča za mreže na ne preveč razgibanih območjih.

4 PRAKTIČNI PRIMER

Geodetska uprava Republike Slovenije je v letu 1997 na območju Krasa v okolici Sežane postavila novo navezovalno mrežo ter sanirala obstoječo trigonometrično mrežo. Mreža vsebuje skupno 87 točk in zajema območje velikosti približno 18 km x 12 km. Celotna mreža je razdeljena na dva dela:

- okvirno mrežo tvorijo trigonometrične točke I. reda (3), II. reda (2) in III. reda (17),
- navezovalno mrežo tvorijo točke IV. reda (35) in novostabilizirane navezovalne točke (30).

V celotni mreži so opravljena GPS-opazovanja, pri čemer v okvirni mreži s statično metodo, v navezovalni mreži pa s hitro statično metodo. Tudi izravnava opazovanj je potekala ločeno. Rezultati izravnave so naslednji (Žele, 1997):

- okvirna mreža: srednja vrednost standardne deviacije v elipsoidni širini in dolžini $\sigma_{\phi, \lambda} = 1,9$ mm, v elipsoidni višini pa $\sigma_h = 3$ mm,
- navezovalna mreža: srednja vrednost standardne deviacije v elipsoidni širini in dolžini $\sigma_{\phi, \lambda} = 3,7$ mm, v elipsoidni višini pa $\sigma_h = 6,8$ mm

Na območju mreže je opravljena tudi sanacija obstoječe nivelmanske mreže in je hkrati z geometričnim nivelmanom določena nadmorska višina 34 trigonometričnih in navezovalnih točk. Višine treh točk so določene s preciznim trigonometričnim višinomerstvom. Ocenjena natančnost niveliranja je okrog $\sigma_d = 1$ mm (izračunano iz razlik niveliranja tja in nazaj). V mreži smo imeli na voljo večje število točk z znanimi nadmorskimi in elipsoidnimi višinami (dane točke) in smo nalogo GPS-višinomerstva lahko obravnavali na več načinov. V primeru večjega števila danih točk je vprašanje koliko točk in katere točke uporabiti za določitev lokalnega geoida? Da bi odgovorili na vprašanje, smo obravnavali več primerov.

1. primer:

s pomočjo vseh 37 točk smo izračunali lokalni geoid (regresijsko ravnino, slika 3). Na ta način smo lahko primerjali odstopanja med danimi in izračunanimi vrednostmi nadmorskih višin. Izračunana standardna deviacija odstopanj znaša: $\sigma = 0,017$ m.

2. primer:

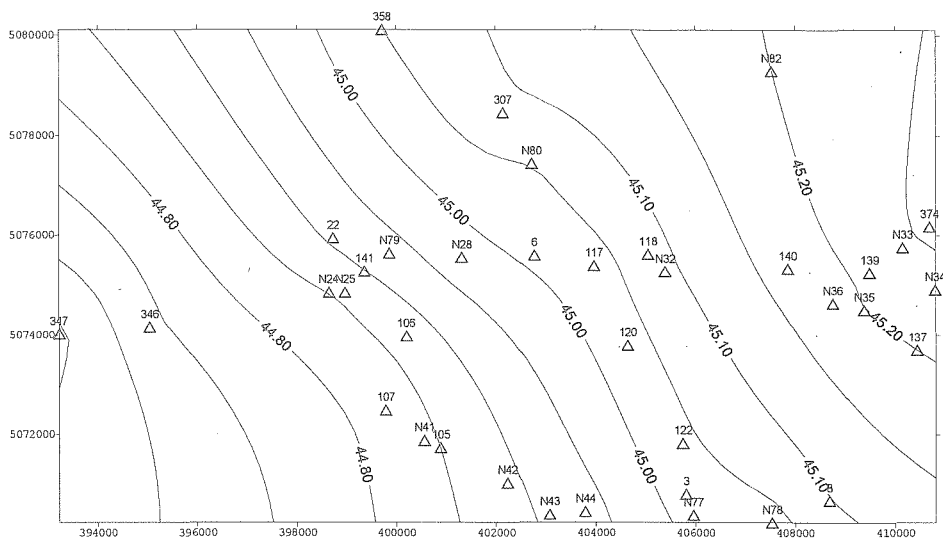
za izračun regresijske ravnine smo uporabili 5 točk, enakomerno razporejenih po robu mreže: 346(III), N41, N78, N307, 374(III). Pet točk naj bi predstavljalo minimalno število potrebnih točk za zanesljivo določitev koeficientov geoidne ravnine. Ostalih 32 točk je za kontrolo. Na osnovi odstopanj med danimi in izračunanimi višinami na kontrolnih točkah smo izračunali standardno deviacijo, ki znaša: $\sigma = 0,021$ m.

3. primer:

v naslednjem izračunu smo uporabili 10 točk, enakomerno razporejenih po notranjosti mreže: N25, N33, N42, N78, N80, 120(IV), 137(IV), 140(IV), 346(III), 6(III). Ostalih 27 točk je bilo kontrolnih. Standardna deviacija, izračunana iz odstopanj na kontrolnih točkah, znaša: $\sigma = 0,019$ m.

4. primer:

v tem primeru smo uporabili tudi 10 točk, vendar razporejenih po robovih območja, ki ga pokriva mreža: 6(III), 8(III), N43, N82, 107(IV), 120(IV), 137(IV), 140(IV), 346(III), 358(III). Standardna deviacija, izračunana iz odstopanj na kontrolnih točkah, znaša: $\sigma = 0,014$ m.



Slika 3

V vseh primerih smo ocenili vrednost signala na novih in danih točkah. Ponovna primerjava z niveliranimi višinami in izračun odstopanj je podal manjše vrednosti standardnih deviacij. Vsekakor velja, da bo izračunani signal tem bolj zanesljivo določen, čim manjši je šum (slučajni pogreški) v mreži (čim bolj natančno so določene geoidne višine danih točk). Varianco izračunane geoidne višine na danih točkah lahko izračunamo kot (izhajamo iz znanega izraza (1)):

$$\sigma_N^2 = \sigma_h^2 + \sigma_H^2. \quad (5)$$

Varianco elipsoidnih višin dobimo kot rezultat izravnave GPS-opazovanj za vsako točko posebej. Varianco nadmorskih višin pa moramo določiti empirično. Idealno bi bilo, če bi vse višine danih točk določili z geometričnim nivelmanom. Glede na velikosti mreže in bližino najbližjega reperja je pričakovati, da je standardna deviacija določitve višin točk okrog $\sigma_H = 3$ mm. V primeru trigonometričnega višinomerstva vsekakor ni manjša od $\sigma_H = \pm 2$ cm. V mreži Sežana je po enačbi (5) povprečna vrednost st. deviacije geoidnih višin okrog $\sigma_N = 7 - 8$ mm, kar pomeni, da je natančnost določitve nadmorskih višin novih točk tudi centimetrski. Ne smemo pozabiti, da je mreža zelo razgibana (višinske razlike točk so v mejah 600 m; maksimalni naklon geoida znaša 4 cm na km) in da so bile v vseh primerih nekatere dane točke določene s trigonometričnim višinomerstvom.

5 ZAKLJUČEK

Opisani postopek podaja enega od možnih pristopov k GPS-višinomerstvu. Cilj je vedno isti: določiti nadmorske višine točk čim bolj hitro in točno. Za dosego tega cilja pa moramo poznati potek geoidne ploskve na obravnavanem območju. Vse, dokler ne bo na voljo centimetrski geoid za celotno območje Slovenije, predstavlja opisana metoda eno možnih rešitev. Metoda omogoča določitev natančnega lokalnega geoida tudi v vseh geodetskih mrežah posebnega pomena (inženirska geodezija). Pri tem je treba poskrbeti, da ima zadostno število točk mreže zanesljivo določene nadmorske višine.

Literatura:

- Boljen, J., Höhenbestimmung mit Hilfe GPS. SPN, Karlsruhe, 1995, letnik 3, št. 1, str. 7-14*
Holloway, R.D., The integration of GPS heights into the Australian height datum. Unisurv reports S-33, School of surveying, Kensington, 1988
Illner, M., Jaeger R., Integration von GPS-Höhen ins Landesnetzes – Konzept und Realisierung im Programmsystem HEIDI. AV. Karlsruhe, 1995, št.1, str. 1-18
Kuhar, M., Raziskave ploskve geoida v Sloveniji. Doktorska disertacija. Ljubljana, FGG OG, 1996

*Recenzija: Dušan Mišković – v delu
doc.dr. Bojan Stopar*