

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **29** (2001/2002)

Številka 3

Strani 158-159

Martin Juvan:

POLKRALJICE

Ključne besede: razvedrilna matematika, računalništvo, šahovnica, postavitve figur.

Elektronska verzija:

<http://www.presek.si/29/1478-Juvan-polkraljice.pdf>

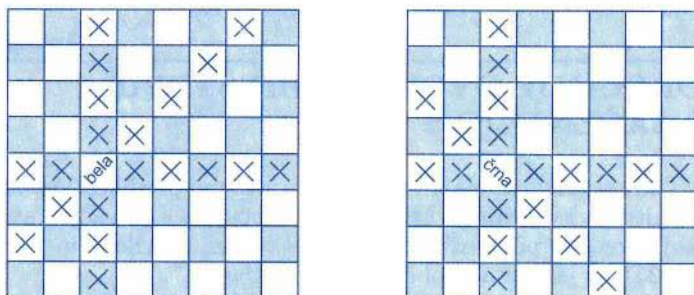
© 2001 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA - založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

POLKRALJICE

Polkraljica je (izmišljena) šahovska figura, ki je po moči med trdnjavo in pravo kraljico. Pravzaprav poznamo dve vrsti polkraljic, bele in črne. Bela polkraljica napada vsa polja v svoji vrstici, vsa polja v svojem stolpcu in vsa polja na naraščajoči diagonali, na kateri stoji. Podobno črna polkraljica napada vsa polja v svoji vrstici in v svojem stolpcu ter še vsa polja na padajoči diagonali, na kateri stoji. Napadena polja za obe vrsti polkraljic so prikazana tudi na spodnji sliki.



Na šahovnico velikosti $n \times n$ je vedno moč postaviti n trdnjav tako, da nobena ne napada nobene druge (in sicer na $n!$ različnih načinov). Če je $n \neq 2, 3$, potem obstaja tudi taka postavitvev n kraljic. Vsaka postavitvev n kraljic pa določa 2^n različnih postavitvev n polkraljic (vsako kraljico lahko spremenimo v belo ali v črno polkraljico). Poleg tega pa obstaja tudi mnogo postavitvev polkraljic, ki jih ne dobimo tako, da kraljice spremenimo v polkraljice (taka je npr. postavitvev črnih polkraljic po glavni naraščajoči diagonali šahovnice).

• V nalogi nas bodo zanimale postavitve polkraljic, pri katerih nobena polkraljica ne napada nobene druge. Natančneje, zanimalo nas bo, na koliko različnih načinov lahko na šahovnico velikosti $n \times n$ postavimo k belih in $n - k$ črnih polkraljic tako, da nobena ne napada nobene druge. S poskušanjem hitro najdemo naslednje vrednosti:

| | | | |
|--------------------------|----------------------------|------------------------------------|---|
| velikost šahovnice | 1×1 | 2×2 | 3×3 |
| število belih polkraljic | 0 1 | 0 1 2 | 0 1 2 3 |
| število postavitvev | $\underbrace{1 \quad 1}_2$ | $\underbrace{1 \quad 0 \quad 1}_2$ | $\underbrace{3 \quad 2 \quad 2 \quad 3}_{10}$ |

Iz tabele razberemo, da ne obstaja “miroljubna” postavitve ene bele in ene črne polkraljice na šahovnico velikosti 2×2 . Morda ste v gornji tabeli opazili tudi nekaj simetrije. Za izbrani n je namreč vrednost pri k enaka tisti pri $n - k$. To ni slučaj, saj nam zrcaljenje prek vodoravne (ali pa prek navpične) simetrale šahovnice prevede “miroljubno” postavitve k belih in $n - k$ črnih polkraljic v “miroljubno” postavitve $n - k$ belih in k črnih polkraljic.

Sedaj pa k vprašanju. Sprašujem vas, na koliko različnih načinov je moč na običajno šahovnico velikosti 8×8 postaviti 8 polkraljic tako, da nobena od njih ne napada nobene druge. Naj vas opozorim, da je iskanih postavitve veliko, saj lahko že kraljice postavimo na 92 različnih načinov, vsaka postavitve kraljic pa določa kar 256 različnih postavitve polkraljic. Zato vam predlagam, da se naloge lotite z računalnikom. Za izhodišče lahko vzamete računalniški program, ki poišče vse postavitve kraljic na šahovnico, in ga ustrezno prilagodite. Tak program, napisan v programskem jeziku C, je npr. rešitev naloge 5.16 v knjigi *C naj bo*.

Martin Juvan
