

PORUŠNI MEHANIZEM KRIŽNO LEPLJENIH LESENIH REBRASTIH PLOŠČ

FAILURE MECHANISM OF CROSS- LAMINATED TIMBER RIBBED PLATES

Marko Lavrenčič, mag. inž. grad.
prof. dr. Boštjan Brank, univ. dipl. inž. grad.
Iztok Šušteršič, univ. dipl. inž. grad.

Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo
Jamova cesta 2, 1000 Ljubljana

Znanstveni članek

UDK 624.011.1:624.073.5-048.24

Povzetek | V delu opišemo, kako se razvijajo poškodbe v materialu (kako nastajajo in se širijo razpoke) pri eksperimentalni upogibni porušitvi križno lepljene lesene rebraste plošče. Nadalje pokažemo model za numerično simulacijo takšnega eksperimenta z nelinearno metodo končnih elementov, ki ga je mogoče uporabiti za izračun mejne nosilnosti in mejnega upogiba križno lepljene lesene rebraste plošče.

Ključne besede: križno lepljeni les, rebrasta križno lepljena plošča, mejna nosilnost, eksperiment, nelinearna metoda končnih elementov

Summary | The article deals with the progress of material failure (i.e. crack development and propagation) in an experiment related to the bending collapse of a cross laminated timber ribbed plate. Moreover, a model for numerical simulation of such an experiment by the nonlinear finite element method is presented, which can be used for the purpose of computation of the limit load and the limit displacement of a cross laminated timber ribbed plate. Key words: cross-laminated timber, ribbed cross-laminated timber plate, limit load, experiment, nonlinear finite element method

1 • UVOD

Križno lepljen les, ki se ga navadno označuje z X-lam ali CLT (po ang. izrazu cross laminated timber), se je pojavil v gradbeništvo pred približno 20 leti. Narejen je iz masivnih lesenih desk in lepila. CLT štejejo za kompozitni material, hkrati pa za ploskovni konstrukcijski element, saj se proizvaja izključno v obliki plošč (poimenovanih tudi panele). Deske so med seboj zlepljene tako, da nastane plošča z lihimi številom slojev, pri čemer so deske vsakega naslednjega sloja položene prečno glede na deske prejšnjega sloja. Zato CLT funkcionira kot ploskovni konstrukcijski element, torej kot stena, plošča ali ravna lupina, odvisno od njegove funkcije v objektu. Danes je CLT pomemben gradbeni proizvod in osnova za gradnjo večetažnih lesenih konstrukcij. Hitro naraščanje njegove porabe kaže, da gre za zelo atraktiven konstrukcijski element oziroma material. Več informacij o CLT je na voljo npr. v preglednem članku (Brandner, 2016).

Obnašanje CLT pri različnih pogojih in vplivih, v smislu materiala kot tudi konstrukcijskih sistemov, je še odprto raziskovalno področje, npr. (Brandner, 2016), kar vpliva na to, da izraba dobrih lastnosti CLT še ni optimalna. Iščejo se možnosti za učinkovitejše konstrukcijske

sisteme iz CLT, kar se raziskuje tudi v okviru evropskega projekta na temo rebrastih plošč CLT ((WoodWisdom-Net, 2015), (HCLTP, 2016)). Projekt koordinira Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo Univerze v Ljubljani, sodelujejo pa še podjetja CBD, Ledinek in Černivšek iz Slovenije, Stora-Enso in Dunajska tehniška univerza iz Avstrije ter inštitut MPA Univerze v Stuttgartu iz Nemčije. V tem članku prikazujemo nekaj rezultatov projekta, nekateri drugi so prikazani v ((Stanič, 2016 b), (Šušteršič, 2016)).

Namen članka je predvsem: (i) iz rezultatov eksperimentalnega testa razložiti porušni mehanizem pri upogibu rebraste plošče CLT in (ii) prikazati, kako je mogoče narediti numerično simulacijo omenjenega testa. Za numerično simulacijo smo uporabili komercialni računalniški program za analizo konstrukcij po metodi končnih elementov (Abaqus, 2016) in z njim opravili geometrijsko in materialno nelinearno analizo. Uporabili smo model za opis obnašanja materiala, ki je upošteval: a) ortotropno elastičnost (Reddy, 2004), b) Hashinove kriterije za začetek poškodb v materialu ((Hashin, 1980), (Hashin, 1981)) in c) parametre poškodovanosti za simulacijo mehčanja materiala po aktivaciji Hashinovih kriterijev (Abaqus, 2016).

V 2. poglavju povzamemo klasifikacijo razpok v lesu, saj so razpoke ključni del porušnega mehanizma obravnavanih rebrastih plošč CLT, ki jih opišemo v 3. poglavju, kot kažejo rezultati tipičnega eksperimentalnega testa na takšni plošči, ki so prikazani v 4. poglavju. V 5. poglavju

opišemo Hashinove kriterije za nastanek poškodb v prečno izotropnem materialu, uporabljen numerični model za simulacijo eksperimenta pa je prikazan v 6. poglavju. Predstavitvi rezultatov numeričnih analiz v 7. poglavju sledi zaključek.

2 • KLASIFIKACIJA RAZPOK V LESU

Les obravnavamo kot snov, ki ima v vsaki materialni točki tri glavne, ortogonalne materialne smeri (slika 1): L označuje smer vlaken, T gleda tangento na vlakna, R pa radialno na vlakna. Te oznake se uporabljajo tudi pri označevanju sistema širjenja razpoke, npr. (Qiu, 2014). Prva črka označuje smer normale na površino razpoke, druga pa smer širjenja razpoke. V lesu imamo 6 možnih sistemov širjenja razpok, ki so prikazani na sliki 2. Pri upogibu lesenih nosilcev se razpoka skoraj vedno širi v smeri vlaken (to sta sistema TL in RL), pri čemer je pogosto kritičen sistem RL (Qiu, 2014); takšna razpoka nastane brez opozorila in se razširi hipno.

V povezavi z razpokami ločimo še tri osnovne lomne oblike materiala glede na obremenitev, ki razpoko povzroča (slika 3). Tako se lahko razpoka RL širi zaradi normalnih obremenitev (oblika I) ali pa zaradi strižnih obremenitev (obliki II in III). Vsak sistem razpoke in vsaka oblika sta povezana s specifično lomno energijo, ki predstavlja energijo, potrebno za nastanek enotske površine razpoke. Specifične lomne energije so konstante materiala in se lahko izmerijo s posebnimi testi, glej npr. (Frühmann, 2002).

3 • OPIS OBRAVNAVANE PLOŠČE

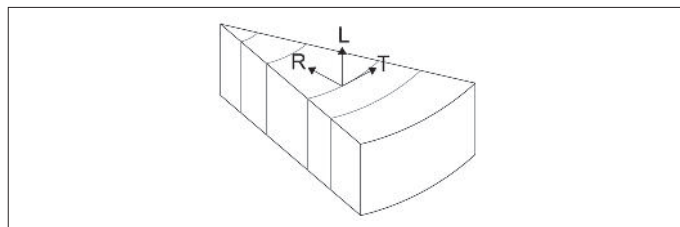
Prerez obravnavane rebraste plošče CLT je prikazan na sliki 4. Njena dolžina je 4 m, tako da plošča spominja na nosilec. Takšne plošče se v stavbi zložijo ena ob drugo in se ustrezno povežejo, npr. (Brandner, 2016), da tvorijo etažno ploščo, ki prenaša obtežbo pretežno v smeri reber.

Zgornji del obravnavane ploščne konstrukcije je 3-slojni križno lepljeni smrekov les (CLT), ki ga je proizvajalec Stora-Enso klasificiral kot C24 po aneksu K (ÖNORM, 2015); klasifikacija temelji na karakteristični upogibni natezni trdnosti osnovnega materiala (smrekovih desk). Spodnji del konstrukcije so tri rebra iz masivnega smrekovega lesa, ki lahko vsebujejo zobati spoj in ki jih je proizvajalec Stora-Enso prav tako klasificiral kot C24 (ÖNORM, 2009). CLT (označen zeleno na sliki 4) je bil proizveden v podjetju Stora-Enso. Rebra, ki jih je prav tako dobavil Stora-Enso, so bila prilepljena na CLT v podjetju Ledinek. Tam je v prototipni preši nastal vzorec rebraste plošče CLT s prerezom s slike 6, ki je bil nato testiran v MPA v Stuttgartu. Uporabljeno lepilo v CLT je bilo poliuretansko. Lepilo, ki se je uporabljalo v podjetju Ledinek, je bilo prav tako poliuretansko, proizvajalec Purbond, tip HB 110.

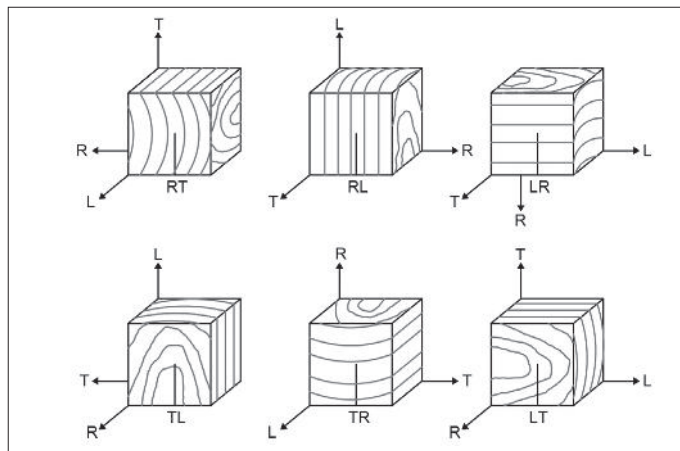
V podjetju Ledinek so se rebra lepila na dva načina: (a) na spodnji sloj 3-slojnega CLT (slika 6, levo), to so vzorci z oznakami 6.1.a, 6.1.b in 6.1.c, in (b) na spodnji sloj 2-slojnega CLT, pri čemer se je dolepil še tretji sloj CLT (slika 5, desno), to so vzorci 3.1.a, 3.1.b in 3.1.c. V nadaljevanju bomo podrobno obravnavali samo vzorec 6.1.a.

Pred lepljenjem reber sta bili izmerjeni hitrost valovanja v lesu in gostota lesa in na podlagi tega izračunani glavni elastični moduli (to so tisti v smeri L) vseh reber in desk, ki so se potem lepile na CLT. S tem se je dobil t. i. dinamični elastični modul uporabljenega lesa v smeri vlaken E_d , za katerega se privzame, da je za 5 % višji od t. i. statičnega elastičnega modula E_s (Machek, 2001). Povprečje izmerjenih E_s za vse deske in rebra, ki so se uporabili v omenjenih šestih vzorcih rebrastih plošč CLT, je bilo 14,2 MPa (skupno število meritev je bilo 28). V (ÖNORM, 2009) sta za les C24 podani naslednji številki za karakteristično vrednost

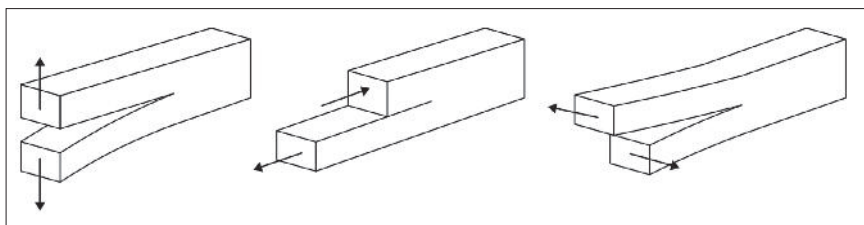
elastičnega modula (pri 5-% fraktili) in za povprečni elastični modul: $E_{0,05} = 7,4$ MPa in $E_{mean} = 11$ MPa. Iz tega sledi, da je koeficient variacije $CV(E) = 0,20$ in da izmerjeni E_s ustreza 93-% fraktili za C24. Dolepljeni les in les reber je bil torej izredno kakovosten za klasifikacijo C24 (glede na izmerjeni elastični modul bi lahko bil C40). Povprečje reber za 6.1.a je 16,8 Mpa (kar ustreza, glede na elastični modul, celo C50).



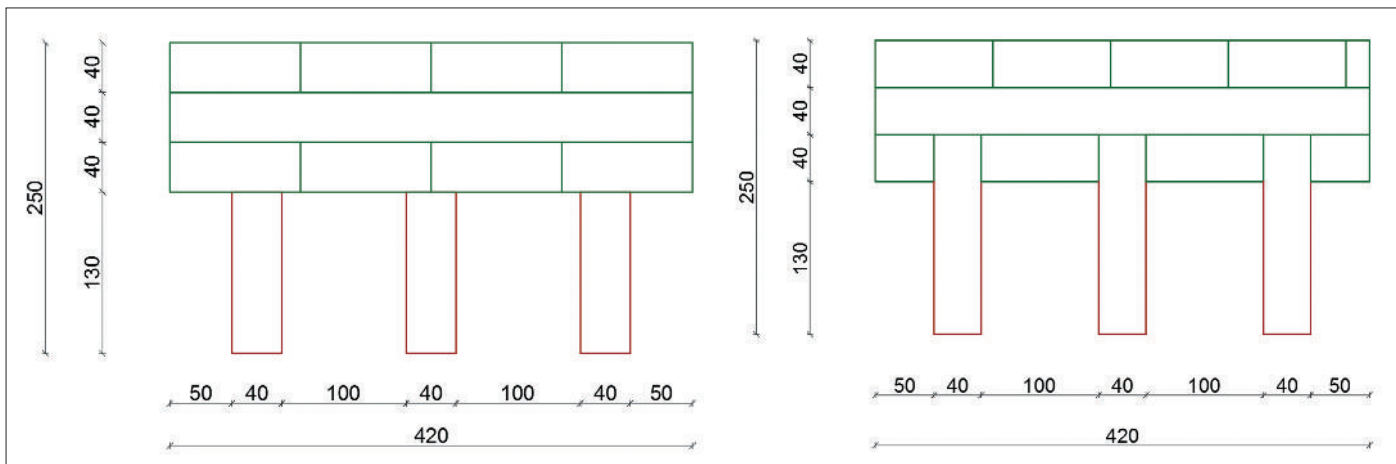
Slika 1 • Oznaka smeri v lesu glede na lesna vlakna



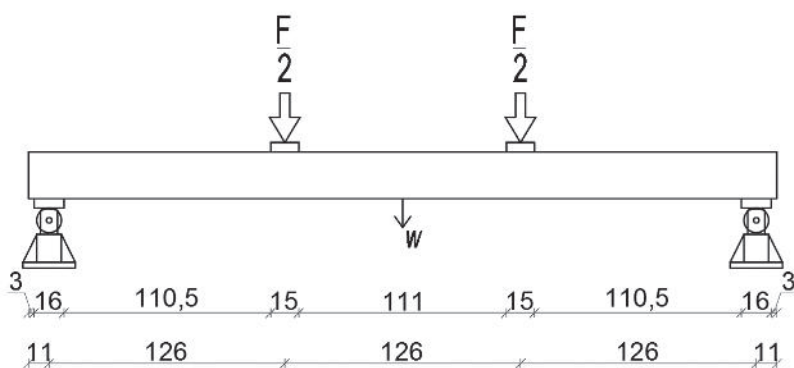
Slika 2 • Sistemi širjenja razpok v lesu



Slika 3 • Osnovne lomne oblike (I, II in III; od leve proti desni)



Slika 4 • Prereza obravnavanih CLT-plošč z rebri (mere so v mm). Na 3-slojni CLT so dolepljena samo rebra (levo). Skupaj z rebri je na 2-slojni CLT dolepljen tudi spodnji sloj CLT (desno)



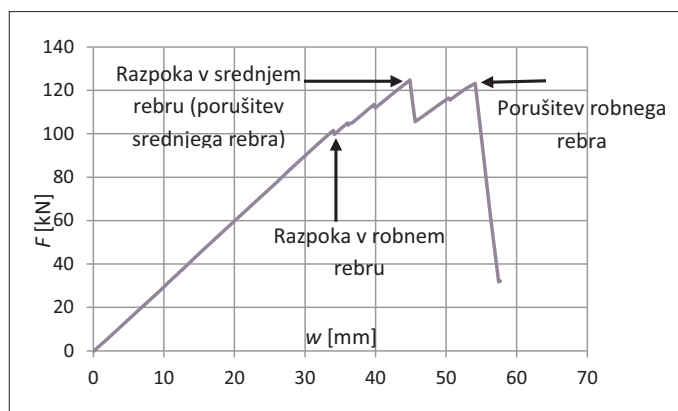
Slika 5 • Plošča med testom (levo); lokacija podpor in vnosa obtežbe (desno); mere so v cm

4 • REZULTATI EKSPERIMENTA

Izveden je bil upogibni test v skladu z (EN, 2012). Konfiguracija testa je razvidna s slike 5; hitrost vsiljevanja pomikov bata je bila 6 mm/min. V tem poglavju razložimo rezultate poročila MPA (Zisi, 2016) za vzorec 6.1.a. Odnos med silo F in navpičnim pomikom na sredi razpona w (slika 5) je podan na sliki 6, kjer so označene tudi poškodbe, ki so se pri določeni sili zgodile.

Pri sili 101,6 kN se je pojavila razpoka mešanega sistema $RL-TL$ oblike II (slika 8) v najbolj togem robnem rebri z oznako 45/9, slika 7 (levo), kar je povzročilo manjši padec v diagramu sila–pomik. Razširila se je hipno in rebro razklala po višini, vendar je upogibna togost plošče zaradi tega le malo padla. Podobna poškodba se je očitno zgodila še dvakrat, preden je bila dosežena največja sila, kar kažeta dva manjša skoka v diagramu na sliki 6 med $F = 101,6$ kN in $F = 124,8$ kN. Lahko da je šlo za hipno dodatno širjenje že obstoječe razpoke v robnem rebri ali pa za hipen nastanek novih razpok v katerem od reber – vizualno tega ni bilo mogoče preveriti. Pri doseženi največji sili 124,8 kN se je pojavila zelo izrazita in dolga razpoka v srednjem rebri (sistema $RL-TL$ in oblik II in III), ki je rebro praktično vzdolžno diagonalno prepolevila, s čimer je postalo nenosilno, slika 7 (sredina), kar je povzročilo občuten padec v diagramu sila–pomik. Plošča je bila po tej poškodbi še zmeraj zmožna prevzemati silo do velikosti 123,2 kN pri pomiku 54,1 mm, ko je popustil zobati spoj v robnem, že prej poškodovanem rebri. Pri tem je nastala razpoka sistema $LT-LR$ oblike I po zobatem spoju, poleg tega pa se je rebro še delno odtrgalo od CLT po lepljenem stiku, slika 7 (desno), tako da se je ploščna konstrukcija popolnoma porušila, kot je razvidno s slike 6.

Očitno je, da pri upogibni porušitvi rebraste plošče CLT ključno vlogo odigrajo razpoke v rebrih v smeri vlaken, ki so mešanega tipa $RL-TL$. Očitno je tudi, da je vrstni red takšnih razpok naključen in odvisen od naključnih dejavnikov, kot so že obstoječe razpoke v lesu (ki so nastale med sušenjem lesa), grče, lega deske pri razrezu debela (ki se kaže v orientaciji letnic v rebrih) in lega eventualnega zobatega spoja. Del rebraste plošče CLT ostane praktično nepoškodovan, prav tako tudi lepilo (razen pri končni porušitvi). Plošča praktično ponovno doseže mejno nosilnost, tudi ko funkcionira brez srednjega rebra. To kaže, da tri rebra prispevajo k postopnosti porušitve konstrukcije, ki bi bila mnogo bolj krhka, če bi imela le dve rebri.



Slika 6 • Vnesena sila v odvisnosti od pomika na sredini



Slika 7 • Fotografije razpok (Zisi, 2016): v robnem rebri (levo), v srednjem rebri (sredina), v robnem rebri ob porušitvi plošče (desno)



Slika 8 • Razpoki sistema $RL-TL$ v vzorcu 3.1.c. za obliki I in II

5 • HASHINOVI KRITERIJI ZA NASTANEK POŠKODB

Hashin ((Hashin, 1980), (Hashin, 1981)) je izpeljal dva kriterija za nastanek razpok v materialu z usmerjenimi vlakni. Namenjena sta bila za umetne kompozitne materiale, ki so izotropni v ravnini, prečni na vlakna. Takšne so npr. poliestrske smole, ojačane z ravnimi steklenimi vlakni, npr. (Brank, 1998). Označimo smer vlaken z x_1 , dve ortogonalni smeri prečno na vlakna pa z x_2 in x_3 (slika 9). Prečno izotropen material je tisti, katerega obnašanje je v ravnini, prečni na x_1 , enako v vseh smereh. Če torej x_2 in x_3 poljubno zasukamo okoli x_1 v \bar{x}_2 in \bar{x}_3 , je obnašanje materiala v smereh x_1, x_2 in x_3 enako kot v smereh x_1, \bar{x}_2 in \bar{x}_3 . Ilustracija ortotropije, prečne izotropije in izotropije je podana na sliki 10. Za 3-dimenzionalno napetostno stanje se lahko kriterija za nastanek razpok napišeta tako:

$$\left(\frac{\hat{\sigma}_{11}}{\sigma_A^+}\right)^2 + \frac{\hat{\sigma}_{12}^2 + \hat{\sigma}_{13}^2}{\tau_A^2} \geq 1, \quad \text{če } \hat{\sigma}_{11} \geq 0 \quad (1)$$

$$\left(\frac{\hat{\sigma}_{22} + \hat{\sigma}_{33}}{\sigma_T^+}\right)^2 + \frac{\hat{\sigma}_{23}^2 - \hat{\sigma}_{22}\hat{\sigma}_{33}}{\tau_T^2} + \frac{\hat{\sigma}_{12}^2 + \hat{\sigma}_{13}^2}{\tau_A^2} \geq 1, \quad \text{če } \hat{\sigma}_{nn} \geq 0 \quad (2)$$

kjer so $\hat{\sigma}_{11}$, $\hat{\sigma}_{22}$ in $\hat{\sigma}_{nn}$ normalne napetosti v smereh x_1, x_2 in x_n , glej sliko 9 (desno), σ_A^+ in σ_T^+ sta natezni trdnosti v smeri vlaken in prečno na vlakna, τ_T in τ_A pa sta strižni trdnosti pri strigu prečno na vlakna in pri strigu v smeri vlaken. Kriterij (1) je povezan z razpoko, prečno na vlakna, tj. s sistemoma x_1, x_2 in x_1, x_3 , slika 9 (levo). Kriterij (2) pa je povezan z razpoko v smeri vlaken, tj. s sistemom x_1, x_2 , slika 9 (desno). V nadaljevanju bomo Hashinova kriterija (1) in (2) uporabili za les. Poleg kriterijev za nastanek razpok (Hashin, 1980, 1981) predlaga še kriterija za nastanek poškodb v tlaku, ki pa za les nista preveč pomembna, saj razpoke mnogo bolj vplivajo na obnašanje lesene konstrukcije kot tlačne poškodbe. Za 3-dimenzionalno napetostno stanje se ju lahko napišeta tako:

$$\hat{\sigma}_{11} \geq -\sigma_A^-, \quad \text{če } \hat{\sigma}_{11} < 0 \quad (3)$$

$$\left(\frac{\hat{\sigma}_{22}}{2\tau_T}\right)^2 + \left[\left(\frac{\sigma_T^-}{2\tau_T}\right)^2 - 1\right] \frac{\hat{\sigma}_{22}}{\sigma_T^-} + \left(\frac{\hat{\sigma}_{12}}{\tau_A}\right)^2 \geq 1, \quad \text{če } \hat{\sigma}_{nn} < 0 \quad (4)$$

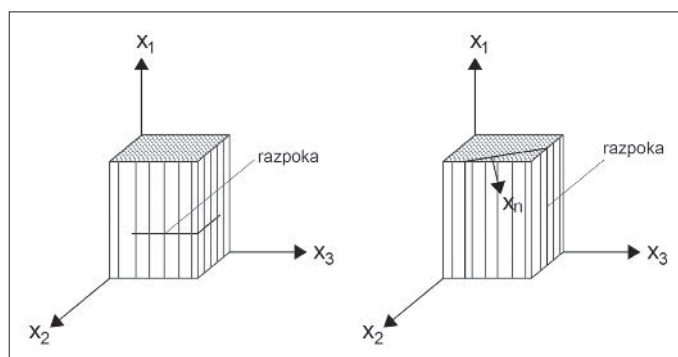
kjer je σ_A^- tlačna trdnost v smeri vlaken, σ_T^- pa tlačna trdnost v smeri prečno na vlakna.

Ko je v materialni točki izpolnjena vsaj ena od enačb (1) in (2), je to znak za začetek razpoke. Med širjenjem razpoke se sprošča specifična

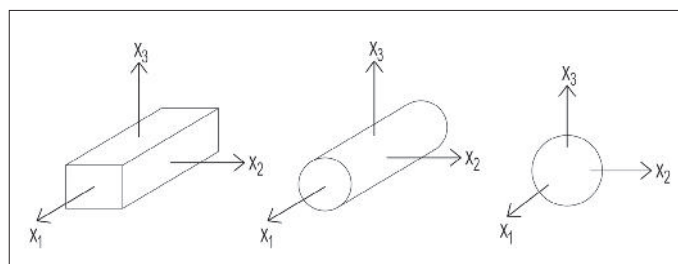
lomna energija G_p , ki je karakteristika materiala in je eksperimentalno izmerljiva. Odvisna je od sistema širjenja razpoke in od lomne oblike. Če se Hashinova kriterija (1) in (2) uporabita za les, lahko razpoko prečno na vlakna (slika 9 levo) povežemo z lomnima energijama sistemov LT in LR , razpoko vzdolž vlaken (slika 9 desno) pa z lomnima energijama sistemov TL in RL . Vrednosti omenjenih so podane za smreko v preglednici 1.

Sistem razpoke	Oblika I (J/m ²)	Oblika II (J/m ²)	Oblika III (J/m ²)
RL	180	680	1300
TL	230	–	3160

Preglednica 1 • Specifične lomne energije G_p za smreko (Frühmann, 2002)



Slika 9 • Levo: razpoka, povezana s kriterijem (1); desno: razpoka, povezana s kriterijem (2)



Slika 10 • Ilustracija ortotropije (levo), prečne izotropije (sredina) in izotropije (desno)

6 • NUMERIČNI MODEL

Zaradi simetrije problema smo modelirali le polovico ploščne konstrukcije, pri čemer smo v simetrijski ravnini uporabili simetrijske robne pogoje. Uporabili smo končne elemente 3d-shell, ki so navzven kot končni elementi 3d, vendar uporabljajo enačbe teorije lupin. Njihova Abaqusova oznaka je SC8R (gre za element z 8 vozlišči, 1 integracijsko točko po srednji ploskvi in 5 integracijskimi točkami po

debelini). Mreža končnih elementov, ki zajema tudi podporno ploščico in ploščico, preko katere se nanaša enakomerni pritisk, je prikazana na sliki 11. Obe ploščici sta bili modelirani kot jekleni z elastičnim modulom 210 GPa in Poissonovim količnikom 0,3. Opravljena je bila nelinearna analiza s sledenjem ravnotežni poti po metodi krožnega loka (Stanić, 2016a).

6.1 Konstante ortotropnega materiala

Za opis elastičnega obnašanja lesa je bil uporabljen ortotropni materialni model (Reddy, 2004). Glavne ortogonalne materialne osi so: x_1 (ta ima smer vlaken), x_3 (ta gleda v smeri debeline sloja CLT in rebra) in x_2 (ta je določena tako, da tvorijo x_1, x_2 in x_3 desno sučni koordinatni sistem). Os x_1 sovпада z L , osi x_2 in x_3 pa približno s T in R , glej sliko 12. Abaqus (2016) za SC8R uporablja kondenzirane konstitutivne enačbe 3d (ker zanemari normalne napetosti v smeri debeline, npr. (Brank, 1997)), ki imajo 6 neodvisnih konstant: $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, G_{13}$ in G_{23} . Za sloje CLT so bile uporabljene srednje vrednosti elastičnih in strižnih modulov za CLT kvalitete C24 iz (ÖNORM, 2015), preglednica 2, ter Poissonov količnik $\nu_{21} = 0,02$. Za rebra smo uporabili razmerja med moduli, ki jih za mehki les C24 podaja (ÖNORM, 2009), preglednica 3. Module vsakega rebra smo dobili z množenjem teh razmerij z izmerjenim statičnim elastičnim modulom E_s , ki je bil za robni rebr 19725 in 16119 MPa ter za srednje rebro 14523 MPa. Uporabljen Poissonov količnik za rebra je bil enak sistemu za sloje CLT.

E_1 (MPa)	E_2 (MPa)	G_{12} (MPa)	G_{13} (MPa)	G_{23} (MPa)
11000	450	690	690	65

Preglednica 2 • Elastični in strižni moduli za sloje CLT 24 (ÖNORM, 2015)

E_2/E_1	G_{12}/E_1	G_{13}/E_1
37/11000	69/11000	69/11000

Preglednica 3 • Razmerja modulov za mehki les C24 (ÖNORM, 2009). $G_{23} = G_{12}/10$ (ÖNORM, 2015)

6.2 Hashinovi kriteriji in uporabljene trdnosti

Za začetek odpovedi materiala v integracijski točki končnega elementa so bili uporabljeni Hashinovi kriteriji za ravninsko napetostno stanje, ki so na razpolago v (Abaqus, 2016) za SC8R. Dobijo se, če se v kriterije 3d (1)–(4) vstavi $\sigma_{33} = \sigma_{13} = \sigma_{23} = 0$. Abaqusovi Hashinovi kriteriji so torej ravninski in pri lupinastih končnih elementih ne upoštevajo prečnih strižnih napetosti, čeprav so te pri lupinah na voljo; verjetno zato, ker jih je pri slojevityh ploščah zelo težko dovolj natančno izračunati (Brank, 2000).

Za trdnosti reber smo upoštevali (ÖNORM, 2009). Les reber je bil sicer klasificiran kot C24, ker pa so se izmerjeni elastični moduli E_s izkazali za boljše, smo za trdnost reber privzeli povprečne trdnosti za les C40 ob upoštevanju koeficienta variacije $CV = 0,25$ (Brandner, 2016). Za trdnosti slojev CLT smo uporabili (ÖNORM, 2015). Ob upoštevanju enakega koeficienta variacije smo privzeli povprečne vrednosti za C24. Uporabljene trdnosti so podane v preglednici 4, kjer velja: f_m je upogibna trdnost v smeri vlaken, $f_{i,90}$ je natezna trdnost prečno na vlakna, $f_{c,0}$ in $f_{c,90}$ sta tlačni trdnosti v smeri vlaken in pravokotno na vlakna, f_v in f_r pa sta strižni trdnosti pri strigu v smeri vlaken in pri strigu prečno na vlakna.

f_m (σ_A^*)	$f_{i,90}$ (σ_T^*)	$f_{c,0}$ (σ_A^*)	$f_{c,90}$ (σ_T^*)	f_v (τ_A)	f_r (τ_T)	$f_{i,0}^{CLT}$ (σ_A^*)	$f_{i,90}^{CLT}$ (σ_T^*)	$f_{c,0}^{CLT}$ (σ_A^*)	$f_{c,90}^{CLT}$ (σ_T^*)	f_v^{CLT} (τ_A)	f_r^{CLT} (τ_T)
67,94	0,68	44,16	4,93	6,79	6,79	23,78	0,68	35,67	5,10	3,91	1,19

Preglednica 4 • Uporabljene trdnosti; enote so Mpa. V oklepajih so navedene oznake iz (1)–(4)

6.3 Mehčanje materiala

Abaqus (2016) razpoko modelira z mehčanjem materiala. Ta se v obravnavani integracijski točki začne, če je izpolnjen vsaj eden od kriterijev (1) in (2). Izpolnitev vsaj enega od kriterijev (3) in (4) pa je znak za začetek mehčanja zaradi tlačnih poškodb. Mehčanje vodijo trije parametri, d_f, d_m in d_s , ki med analizo naraščajo od 0 proti 1 in tako kažejo stopnjo poškodovanosti materiala. Z njimi se zmanjšajo začetne vrednosti elastičnih in strižnega modula ter Poissonovih količnikov po naslednjih pravilih: $E_1 \rightarrow (1 - d_f)E_1, \nu_{21} \rightarrow (1 - d_f)\nu_{21}, E_2 \rightarrow (1 - d_m)E_2, \nu_{12} \rightarrow (1 - d_m)\nu_{12}, G_{12} \rightarrow (1 - d_s)G_{12}$. Očitno je d_f povezan s poškodbami vlaken, d_m pa s poškodbami prečno na vlakna. Če gornje izraze vstavimo v matriko, ki povezuje ravninske specifične deformacije z ravninskimi napetostmi pri ortotropnem materialu (Reddy, 2004), dobimo:

$$C_D = \frac{1}{D} \begin{bmatrix} (1 - d_f)E_1 & (1 - d_f)(1 - d_m)\nu_{21}E_1 & 0 \\ (1 - d_f)(1 - d_m)\nu_{12}E_2 & (1 - d_m)E_2 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - d_s)G_{12}D \end{bmatrix}$$

$$D = 1 - (1 - d_f)(1 - d_m)\nu_{12}\nu_{21} \quad (6)$$

Matrika C_D povezuje napetosti $\sigma = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})^T$ z deformacijami $\varepsilon = (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, 2\varepsilon_{12})^T$, torej $\sigma = C_D \varepsilon$. Če so parametri poškodovanosti različni od 0, matrika C_D zmanjša togost materiala obravnavane točke. Napetosti, ki se uporabijo v kriterijih (1)–(4), se dodatno povečajo zaradi zmanjšanja površine nepoškodovanega materiala kot

$$\hat{\sigma} = M \sigma, \quad \hat{\sigma} = [\hat{\sigma}_{11}, \hat{\sigma}_{22}, \hat{\sigma}_{12}]^T,$$

$$M = \text{Diag} \left[(1 - d_f)^{-1}, (1 - d_m)^{-1}, (1 - d_s)^{-1} \right] \quad (7)$$

Parametri poškodovanosti iz (6) se razlikujejo za natezne in tlačne poškodbe, saj velja

$$d_f = \begin{cases} d_f^t & \text{če } \hat{\sigma}_{11} \geq 0 \\ d_f^c & \text{če } \hat{\sigma}_{11} < 0 \end{cases}, \quad d_m = \begin{cases} d_m^t & \text{če } \hat{\sigma}_{22} \geq 0 \\ d_m^c & \text{če } \hat{\sigma}_{22} < 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$d_s = 1 - (1 - d_f^t)(1 - d_f^c)(1 - d_m^t)(1 - d_m^c)$$

Pri tem je $d_f^t = d_1$ povezan s kriterijem (1), $d_m^t = d_2$ s kriterijem (2), $d_f^c = d_3$ s kriterijem (3) in $d_m^c = d_4$ s kriterijem (4). Trenutno vrednost $d_i, i = 1, \dots, 4$ se izračuna iz kohezijskega zakona za kriterij (i). Ta definira odnos med napetostmi v razpoki (za $i = 1, 2$) ali »zmečkanini« (za $i = 3, 4$) in razmikom te razpoke oziroma »zmečkanine«. Odnos, ki ga uporablja (Abaqus, 2016), je prikazan na sliki 15. Iz podobnosti trikotnikov lahko vidimo, da velja

$$d_i = \delta_{sq,i}^f (\delta_{sq,i}^f - \delta_{sq,i}^0) / (\delta_{sq,i}^f (\delta_{sq,i}^f - \delta_{sq,i}^0)) \quad (9)$$

kjer je $\delta_{eq,i}$ trenutni razmik, pomen preostalih oznak iz (8) pa razviden s slike 13. Površina desnega trikotnika na sliki 13 je enaka lomni energiji $G_f^{(i)}$, povezani s kriterijem (i). Abaqus (2016) zahteva za vhodni podatek vsoto površin levega in desnega trikotnika na sliki 13. To vsoto bomo označili z $G_f^{(i)}$, torej $G_f^{(i)} = A_{levo}^{(i)} + G_f^{(i)}$.

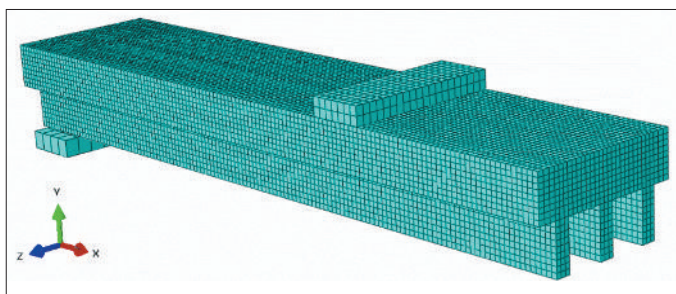
V integracijski točki se med analizo izračunajo specifične deformacije in napetosti, kohezijski zakon s slike 13 pa je podan kot odnos med napetostmi in razmikom (ki ima enote pomika). Zato se za vsak kriterij specifične deformacije »prevede« v razmik $\delta_{eq,i}$, napetosti pa v trakcije $f_{eq,i}$

$$\begin{aligned} \text{za } i = 1: \quad & \delta_{eq,1} = L^C \sqrt{(\varepsilon_{11})^2 + \alpha \varepsilon_{12}^2}, \quad f_{eq,1} = ((\sigma_{11})\varepsilon_{11} + \sigma_{12}\varepsilon_{12}) / (\delta_{eq,1}/L^C), \\ \text{za } i = 2: \quad & \delta_{eq,2} = L^C \sqrt{(\varepsilon_{22})^2 + \varepsilon_{12}^2}, \quad f_{eq,2} = ((\sigma_{22})\varepsilon_{22} + \sigma_{12}\varepsilon_{12}) / (\delta_{eq,2}/L^C), \\ \text{za } i = 3: \quad & \delta_{eq,3} = L^C (-\varepsilon_{11}), \quad f_{eq,3} = ((-\sigma_{11})(-\varepsilon_{11})) / (\delta_{eq,3}/L^C), \\ \text{za } i = 4: \quad & \delta_{eq,4} = L^C \sqrt{(-\varepsilon_{22})^2 + \varepsilon_{12}^2}, \quad f_{eq,4} = ((-\sigma_{22})(-\varepsilon_{22}) + \sigma_{12}\varepsilon_{12}) / (\delta_{eq,4}/L^C) \end{aligned} \quad (10)$$

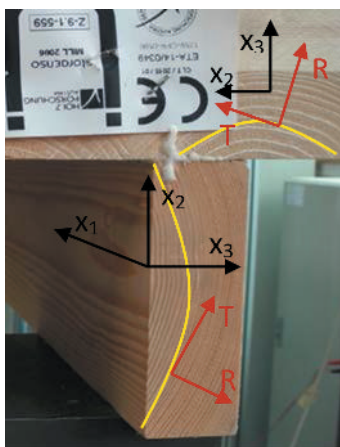
Pri tem se uporabi karakteristična dolžina končnega elementa L^C . Izračun $f_{eq,i}$ je potreben samo do točke ($\delta_{eq,i}^0, f_{eq,i}^0$), ki sovpada z izpolnitvijo Hashinovega kriterija (i). Do te točke je $d_i = 0$, od tod dalje pa se izračuna z (8). Vse opisano je potrebno, da rezultati analize pri mehčanju postanejo (v veliki mreži) neodvisni od mreže končnih elementov, npr. ((Ibrahimbegović, 2009), (Jukić, 2013)).

Za obravnavani primer ustreza vrednosti $G_f^{(i)}$ specifična lomna energija za sistem LT ali LR, za obliko I ali II. Za norveško smreko so izmerili $G_{f,LT,I} = 145 \text{ J/m}^2$ (Dourado, 2008). Vrednosti $G_f^{(i)}$ ustrezna specifična lomna energija za sistem TL, za obliko I ali II (ter morda tudi za sistem RL, za obliko I ali II). Nekatere izmerjene vrednosti so (v J/m^2): $G_{f,TL,I} = 230$, $G_{f,RL,I} = 180$, $G_{f,RL,II} = 680$ za smreko (Frühmann, 2010), $G_{f,TL,I} = 248\text{--}309$ za norveško smreko (Coureau, 2013) in $G_{f,RL,I} = 260$ (Reiterer, 2000).

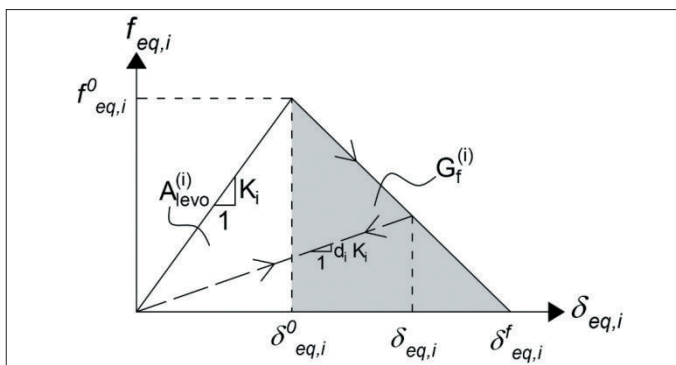
Pri analizi smo uporabili (v J/m^2) $G_f^{(1)} = 1100$, pri čemer je približna površina levega trikotnika ocenjena na $A_{levo}^{(1)} \cong 850$ (ta površina se razlikuje od točke do točke) in tako $G_f^{(1)} \cong 250$. Nadalje smo uporabili (v J/m^2) $G_f^{(2)} = 700$, pri čemer je približna površina levega trikotnika $A_{levo}^{(2)} \cong 2$, iz česar sledi $G_f^{(2)} \cong 698$. Za tlačna kriterija (3) in (4) smo predpostavili $G_f^{(3)} = G_f^{(4)} = 10000 \text{ J/m}^2$.



Slika 11 • Mreža končnih elementov



Slika 12 • T, R in koordinate x_1, x_2, x_3 v sloju CLT in rebro

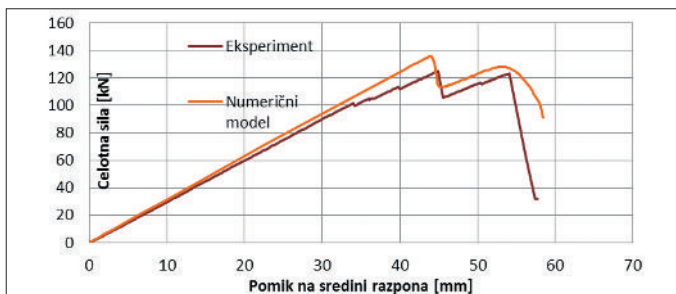


Slika 13 • Kohezijski zakon v razpoki

7 • REZULTATI NUMERIČNIH ANALIZ

Za uporabljene trdnosti (preglednica 4) in lomne energije (glej prejšnje poglavje) smo izračunali odziv, ki je zelo podoben tistemu, ki se zgodi v eksperimentu (slika 14). Po odповedi robnega rebra (A na sliki 14) obtežbo prevzameja srednje in drugo robno rebro (B na sliki 14), ki nato odповesta praktično hkrati (C na sliki 14).

Na sliki 15 so vidna mesta poškodb, ki se dobro ujemajo z razpokami pri eksperimentu. Prikazane so strižne poškodbe d_s (6) (slika 15, A in D), natezne poškodbe prečno na vlakna d_m , glej (2) in sliko 15 B, ter natezne poškodbe v smeri vlaken d_f , glej (1) in sliko 15 C. Na sliki 15 C se vidi, da se poškodba v robnem rebro razširi v smeri podpore, kot se je to zgodilo pri eksperimentu.



Slika 14 • Primerjava odziva sila–pomik za eksperiment in numerični model

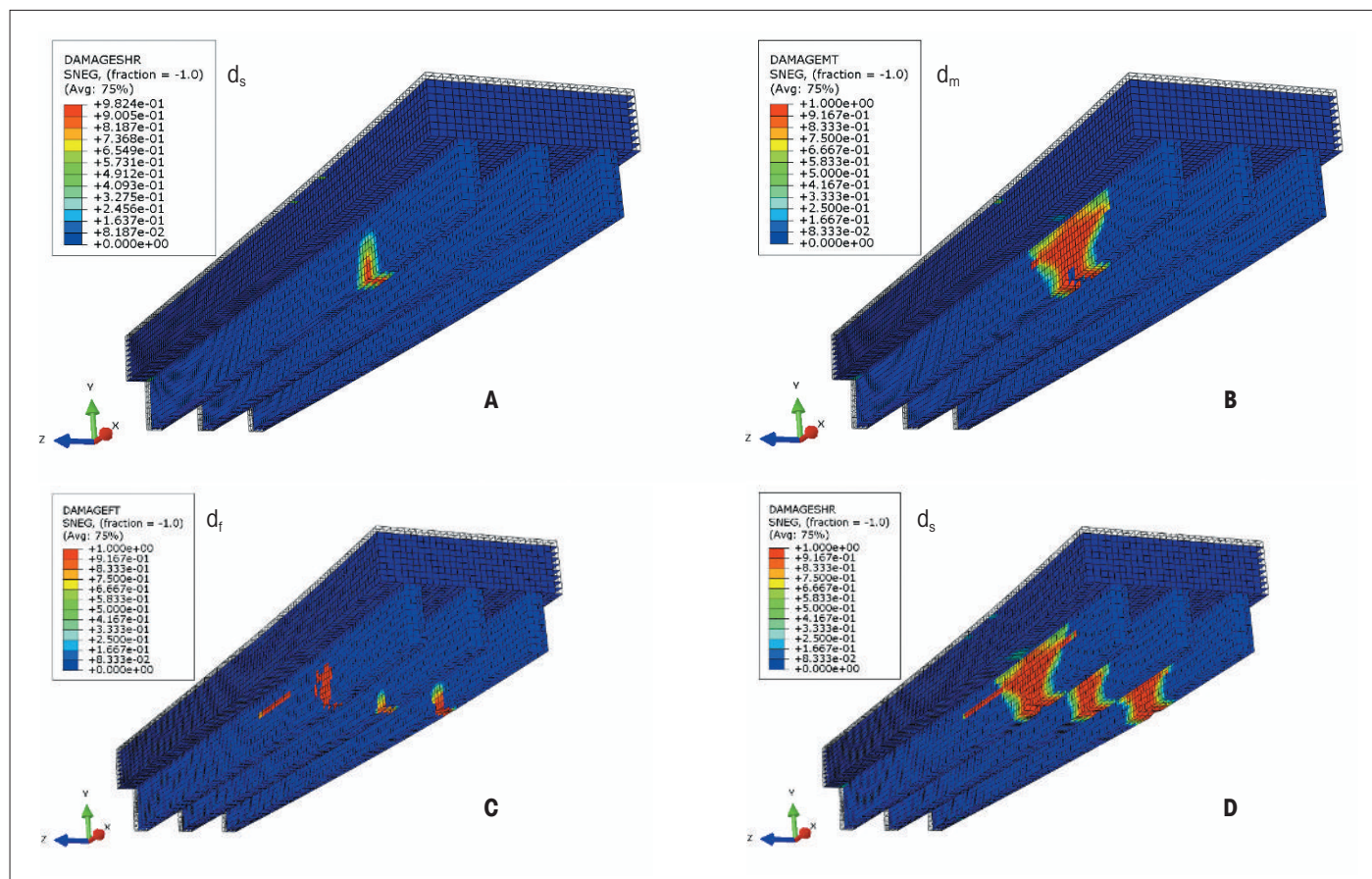
Na sliki 16 (levo) so prikazani rezultati analiz, ki smo jih dobili, če smo spreminjali trdnosti in/ali lomne energije. Vidi se precejšen raztros rezultatov, ki ga primerjamo z raztrosom eksperimentalnih rezultatov eksperimenta za 6 praktično enakih vzorcev (slika 16 desno), ki je kljub enotni klasifikaciji lesa kot C24 izjemno velika.

7 • ZAKLJUČEK

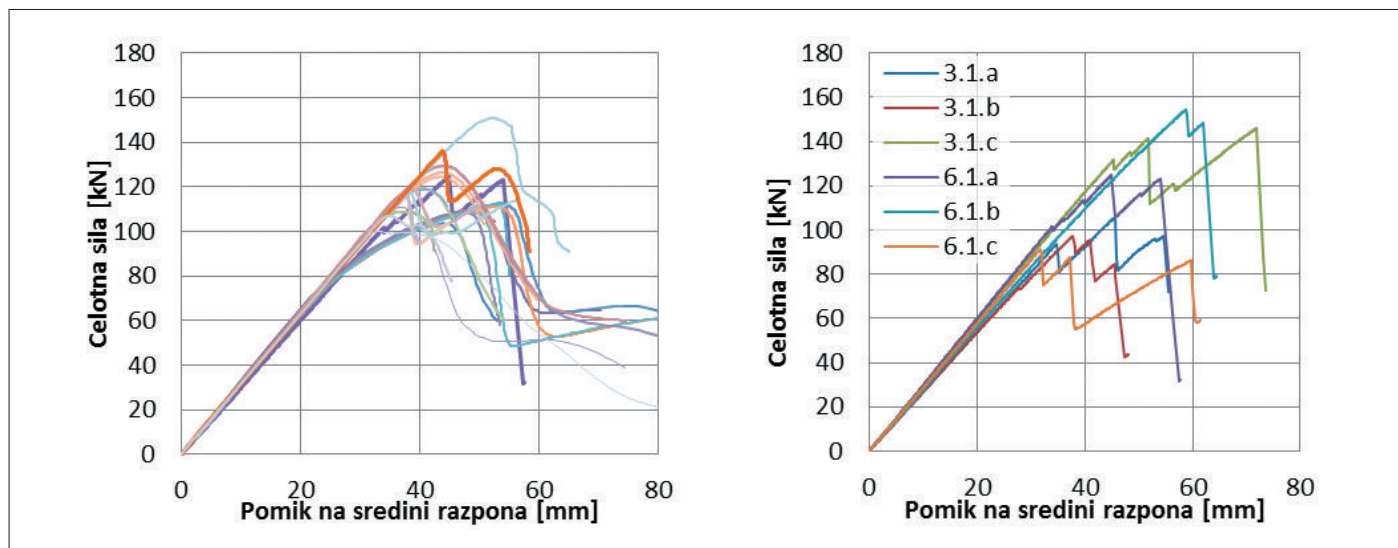
Lesene križno lepljene rebraste plošče so konstrukcijski element, za katerega lahko pričakujemo, da se bo v bližnji prihodnosti proizvajal serijsko z ustreznimi prešami (prototip takšne preše že imajo v podjetju Ledinek). Kot kažejo eksperimenti, na mejno nosilnost takšnih plošč bistveno vplivajo velike razpoke v smeri vlaken v rebrih, ki pa nastanejo v nekem zaporedju, tako da ima plošča še precejšnjo rezervno nosilnost pri nastanku prve večje vzdolžne razpoke v enem od reber. V obravnavanem primeru je bila mejna nosilnost skoraj za 23 % večja od obtežbe, pri kateri je bila večja razpoka. Mehanizem upogibne porušitve obravnavane plošče CLT z rebri je bil praktično enak kot pri lesenem nosilcu. Možne so različne variacije rebrastih plošč CLT glede na debelino in število slojev CLT, debelino reber, višino reber in razdalje med rebri. V članku smo prikazali primer, ko je bila križno lepljena plošča trislojna, debelina sloja je bila 4 cm, razmerje med debelino, širino in osno razdaljo reber pa je bilo

40/130/140 oziroma 0,29/0,93/1. V primeru večjih odstopanj od tega razmerja je mogoče pričakovati tudi spremembe porušnega mehanizma, kar bo preverjeno z nadaljnjimi eksperimentalnimi testi.

Kar se tiče numeričnih simulacij, se je izkazalo, da se s Hashinovi kriteriji nastanka poškodb (skupaj s pripadajočo formulacijo mehčanja poškodovanega materiala) lahko izvede porušna analizo upogibnih lesenih konstrukcijskih elementov. Kljub temu jih ne priporočamo preveč za takšno uporabo, ker so izredno občutljivi za (relativno) majhne spremembe trdnosti, lomne energije in nanos obtežbe. Če pa jih že uporabljamo, jih moramo z veliko previdnostjo ter z zadostnim razumevanjem njihovega fizikalnega ozadja in numerične implementacije. Primernejše se zdijo metode za simulacijo nastanka in širjenja razpok v materialu, npr. (Dujc, 2013), ki pa so za lesene konstrukcijske elemente še slabo razvite.



Slika 15 • Slike poškodb v rebrih



Slika 16 • Raztros rezultatov numeričnih modelov (levo) in eksperimentov (desno)

8 • ZAHVALA

Prikazano delo sta finančno omogočila evropska iniciativa Wood-Wisdom-Net Plus ter Ministrstvo za znanost, visoko šolstvo in šport Republike Slovenije. Avtorji se zahvaljujemo dr. Nikolu Zisi in Jaku

Brezočniku, ki sta opravila eksperiment, ter Sari Piculin, ki je naredila prve numerične analize.

9 • LITERATURA

Abaqus Manuals, Dassault Systemes, 2016.

Brandner, R., Flatscher, G., Ringhofer, A., Schickhofer, G., Thiel, A., Cross laminated timber (CLT): overview and development, *Eur. J. Wood Prod.*, 74:331–351, 2016.

Brank, B., Makarovič, M., On non-linear response of polyester tanks: comparison of experimental and numerical results, *Advanced Multilayered and Fibre-Reinforced Composites*, ur. Y. M. Haddad, Kluwer 497–508, 1998.

Brank, B., Perić, D., Damjanić, F. B., On large deformations of thin elasto-plastic shells: implementation of a finite rotation model for quadrilateral shell element, *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, 40:689–726, 1997.

Brank, B., Carrera, E., Multilayered shell finite element with interlaminar continuous shear stresses: A refinement of the Reissner-Mindlin formulation, *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, 48:843–874, 2000.

EN 408:2010+A1:2012 – Timber structures - Structural timber and glued laminated timber - Determination of some physical and mechanical properties, 2012.

Coureau, J.-L., Morel, S., Dourado, N., Cohesive zone model and quasibrittle failure of wood: A new light on the adapted specimen geometries for fracture tests, *Engineering Fracture Mechanics*, 109:328–340, 2013.

Dourado, N., Morel, S., de Moura, M. F. S. F., Valentin, G., Morais, J., Comparison of fracture properties of two wood species through cohesive crack simulations, *Composites: Part A*, 39:415–427, 2008.

Dujc, J., Brank, B., Ibrahimbegović, A., Stress-hybrid quadrilateral finite element with embedded strong discontinuity for failure analysis of plane stress solids, *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, 94:1075–1098, 2003.

Frühmann, K., Reiterer, A., Tschegg, E. K., Stanzl-Tschegg, S. S., Fracture characteristics of wood under mode I, mode II and mode III loading, *Philosophical Magazine A*, 82:3289–3298, 2002.

Hashin, Z., Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites, *Journal of Applied Mechanics*, 47:329–334, 1980.

- Hashin, Z., Fatigue Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites, *Journal of Applied Mechanics*, 48:846–852, 1981.
- HCLTP-Hybrid cross laminated timber plates, www.hclpt.com, 2016.
- Ibrahimbegović, A., *Nonlinear solid mechanics*, Springer, 2009.
- Jukić, M., Brank, B., Ibrahimbegović, A., Embedded discontinuity finite element formulation for failure analysis of planar reinforced concrete beams and frames, *Engineering Structures*, 50:115–125, 2013.
- Machek, L., Millitz, H., Sierra-Alvarez, R., The use of an acoustic technique to assess wood decay in laboratory soil-bed tests, *Wood Science and Technology*, 34:467–472, 2001.
- ÖNORM B 1995-1-1: Eurocode 5: Design of timber structures – Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings – National specifications for the implementation of ÖNORM EN 1995-1-1, national comments and national supplements, 2015.
- ÖNORM EN 338:2009-10 Structural timber – Strength classes, 2009.
- Reddy, J. N., *Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis*, CRC press, 2004.
- Qiu, L. P., Zhu, E. C., van de Kuilen, J. W. G., Modeling crack propagation in wood by extended finite element method, *Eur. J. Wood Prod.*, 72:273–283, 2014.
- Stanić, A., Brank, B., Korelc, J., On path-following methods for structural failure problems, *Comput Mech*, 58:281–306, 2016a.
- Stanić, A., Hudobivnik, B., Brank, B., Economic-design optimization of cross laminated timber plates with ribs, *Composite Structures*, 154:527–537, 2016b.
- Schmidt, J., Kaliske, M., Models for numerical failure analysis of wooden structures, *Engineering structures*, 31:571–579, 2009.
- Šušteršič, I., Brank, B., Dujjič, B., Brezočnik, J., Gavrič, I., Aicher, S., Dill-Langer, G., Winter, W., Fadai, A., Demschner, T., Ledinek, G., Hybrid cross-laminated timber plates (HCLTP) – numerical optimisation modelling and experimental tests, *Zbornik WCTE 2016*, W. Eberhardsteiner in ost., TUV, 2016.
- Reiterer, A., Stanzi-Tschegg, S. E., Tschegg, E. K., Mode I fracture and acoustic emission of softwood and hardwood, *Wood Science and Technology*, 34:417–430, 2000.
- Zisi, N., Aicher, S., Dill-Langer, G., Testing of specimen 6.1.a, Internal HCLTP report, MPA, 2016.
- WoodWisdom-Net Newsletter, stran 21, www.woodwisdom.net, 2015.