

in na enak način zaradi vzporednosti premice r in daljice $D'T$

$$\blacksquare TA : TE' = D'A : D'B = \lambda.$$

Zato je $TE = TE'$ in je T razpolovišče daljice EE' .

Pokazali smo, da je kot $\angle E'BE$ pravi, zato po obratu Talesovega izreka točka B leži na krogu s premerom EE' in središčem T ter velja

$$\blacksquare TB = TE = TE'.$$

S tem smo dokaz končali. Po pravkar dokazanem namreč velja

$$\blacksquare TA : TB = TA : TE = \lambda.$$

Tako smo dobili iskano alternativno definicijo krožnice: *Apolonijeva krožnica je množica točk C , ki so od gorišč A in B oddaljene v predpisanem razmerju $AC : BC = \lambda \neq 1$.*

Zaključek

Sedaj lahko rešimo problem prestrežanja ladje, ki smo ga zastavili na začetku sestavka. Recimo, da se v nekem trenutku nahajamo v točki B , ladja pa v točki A . Ladjo bomo lahko prestregli, če bo ob nekem času t obstajal trikotnik ABC s krakoma $AC = v_1 t$ in $BC = v_2 t$. Vse takšne točke C ležijo na Apolonijevi krožnici z goriščema A in B in razmerjem $v_1 : v_2$. Prav tako mora točka prestrežanja ležati na premici, ki jo določa tir plovbe ladje. Zato moramo čoln usmeriti v točko, ki je presek nosilke tira ladje in Apolonijeve krožnice.

Prav tako znamo narisati trikotnik s podatki c , t_c in $b : a$. Najprej narišemo osnovnico $AB = c$ in njeno razpolovišče označimo z S . Potem je točka C presek krožnice s središčem S in polmerom t_c ter Apolonijeve krožnice z goriščema A in B in razmerjem $b : a$.

Radovedni bralec lahko s pridobljenim znanjem skuša narisati paralelogram z danima stranicama a in b in razmerjem diagonal $e : f$.

× × ×

www.presek.si

www.dmfa-zaloznistvo.si

Prometna ureditev Zelenega gaja

↓↓↓

NIKA NOVAK

→ Prebivalci ulice *Zeleni gaj*, ki je bila del cone z omejitvijo hitrosti 30 km/h, so v času vsakodnevnih prometnih konic opazili, da se je promet v sicer mirnem okolju povečal. Nekateri so si po njihovi ulici skrajšali pot, drugi pa so se le skušali izogniti čakanju v koloni. Ker pa se je večini mudilo, omejitve hitrosti niso upoštevali (ali pa je sploh niso opazili). Tako je prej mirna cesta postala nevaren poligon za pešce, kolesarje in otroke. Zato so se prebivalci odločili, da se obrnejo na občino s prošnjo za postavitve hitrostnih ovir.

Občinski uradniki so prošnjo proučili, nato pa policistom naročili, da en teden merijo hitrost vseh vozil, ki se peljejo po ulici *Zeleni gaj*. Ko so prejeli vse meritve, so prošnjo zavrnil z obrazložitvijo, da je povprečna hitrost enaka 35 km/h, kar ni veliko odstopanje od omejitve.

Na kakšen način bi se pobudniki umiritve prometa lahko pritožili na odločitev občine, ko so prejeli tabelo izmerjenih hitrosti (tabela 1)?

Iz danih podatkov izračunaj povprečno vrednost, mediano in modus. Izračunaj še delež voznikov, ki se držijo omejitve.





hitrost	število avtomobilov
do 30 km/h	1220
od 30 - 40 km/h	1313
od 40 - 50 km/h	2066
od 50 - 60 km/h	1998
od 60 - 70 km/h	624
od 70 km/h - 90 km/h	103

TABELA 1.

Kako izračunamo povprečno vrednost?

Dani podatki so porazdeljeni v frekvenčne razrede. Število avtomobilov predstavlja frekvence posameznih razredov. Za izračun povprečne vrednosti (aritmetične sredine) izračunamo povprečje vsakega intervala in za vsak podatek predpostavimo, da je enak povprečju pripadajočega intervala.

Povprečno vrednost dobimo tako, da posamezne srednje vrednosti razredov pomnožimo s frekvencami in delimo s skupnim številom podatkov. Za prvi razred je povprečna vrednost 15, ki jo dobimo kot sredino intervala med 0 in 30:

$$\bar{X} = \frac{15 \cdot 1220 + 35 \cdot 1313 + 45 \cdot 2066}{1220 + 1313 + 2066 + 1998 + 624 + 103} + \frac{55 \cdot 1998 + 65 \cdot 624 + 80 \cdot 103}{1220 + 1313 + 2066 + 1998 + 624 + 103} = 43,13.$$

Tako izračunana povprečna vrednost se razlikuje od prave, je pa izračun hitrejši in v primeru tako podanih podatkov edini mogoč.

Kako izračunamo mediano?

Mediana ali *središčnica* je hitrost, za katero velja, da je vsaj polovica voznikov vozila počasneje in vsaj polovica hitreje. Ker je vseh voznikov 7342, je mediana povprečna vrednost hitrosti 3671. in 3672. voznika. Ker je $1220 + 1313 < 3671$ in $1220 + 1313 + 2066 > 3672$, sta oba voznika vozila od 50 do 60 km/h. Zato bo tudi mediana v tem razredu. Izračunamo jo tako, da na interval od 50 do 60 enakomerno razporedimo vse voznike tega razreda. Prvemu pripišemo hitrost

50 km/h, zadnjemu pa 60 km/h. Zato interval med 50 in 60 razdelimo na $2066 - 1$ enakih delov. Ker je $1220 + 1313$ voznikov vozilo manj kot 50 km/h, je 3671. voznik $(3671 - (1220 + 1313) - 1)$. med 2065 hitrostmi znotraj intervala.

Enako izračunamo še hitrost 3672. voznika in izračunamo njuno povprečje:

$$\begin{aligned} \blacksquare \text{ Me} &= 50 + \frac{3671,5 - (1220 + 1313 + 1)}{2066 - 1} (60 - 50) \\ &= 55,51. \end{aligned}$$

Mediana je višja in bi že lahko prepričala občinske veljake, saj je polovica voznikov vozila hitreje kot 55 km/h v območju umirjene vožnje.

Kako izračunamo modus?

Modus ali *gostiščnica* je najpogostejša vrednost. Pri porazdelitvi v frekvenčne razrede imenujemo razred z največjo frekvenco *modalni razred*. Modalni razred je v našem primeru interval od 40 do 50 km/h, modus pa izračunamo po formuli:

$$\blacksquare \text{ Mo} = 40 + (50 - 40) \frac{2066 - 1313}{(2066 - 1313) + (2066 - 1998)} = 49,17.$$

Za modus tako izberemo vrednost znotraj modalnega razreda, čigar razdalja do sosednjih razredov je sorazmerna spremembi frekvence.

Previdni vozniki

Za konec izračunajmo še delež voznikov, ki vozi po predpisih:

$$\blacksquare \frac{1220}{7342} = 0,1662 = 16,62\%.$$

Po pritožbi in daljši statistični razpravi so se na občini le zganili in postavili hitrostne ovire. Zdaj pa se pritožujejo vozniki.

www.obzornik.si

www.dmfa.si