

DREIZEHNTER JAHRESBERICHT

DER K. K.

OBER-REALSCHULE

in Görz

AM SCHLUSSE DES SCHULJAHRES

1873.

HERAUSGEGEBEN

VOM DIRECTORS-STELLVERTRETER

ANTON DIAK

A handwritten signature in cursive script, reading "Diax", is enclosed within a simple oval border.

GÖRZ
DRUCK VON SEITZ.

Lieben Freunde!

In den Abenden ab fünf Uhr
die freilichen Programme - Entweder
intimissinen, oder freilich ist mir ein
Fest zu senden, u. z. g. die Jungen
1873 - 4. Sie sind mehr gewünscht,
als eine Aufführung an den Fr. Gymnasium
würde, verbleibt ist mir also
sehr wenig

Höistl

DREIZEHNTER JAHRESBERICHT

DER K. K.

ÖBER-REALSCHULE
in Görz

AM SCHLUSSE DES SCHULJAHRES

1873.

HERAUSGEGEBEN

VOM DIREKTORS-STELLVERTRETER

ANTON DIAK

INHALT :

Die Elemente der darstellenden Geometrie.

Ein Beitrag zu dem ersten Unterrichte der darstellenden Geometrie im neuern Sinne

von

Clemens Barchanek.

Görz

Gedruckt bei Seitz — Im Selbstverlage der Lehranstalt.

DIE ELEMENTE
der
DARSTELLENDEN GEOMETRIE,

EIN BEITRAG ZU DEM ERSTEN UNTERRICHTE
DER DARSTELLENDEN GEOMETRIE IM NEUEREN SINNE.

von
CLEMENS BARCHANEK.

Der Punkt im Raume.



zieht man durch einen Raumpunkt **a** einen beliebigen Strahl **p**, so sagt man, der Punkt **a** wurde projicirt, und nennt **p** in Beziehung auf **a** einen projicirenden Strahl.

Fig. 1.

Der Schnittpunkt **a₁** des projicirenden Strahles **p** mit einer vorgelegten Ebene **u** ist die Projection des Raumpunktes **a** auf der Ebene **u**.

Denken wir uns in dem Strahle **p** den optischen Mittelpunkt **S** eines beobachtenden oder abbildenden Auges, welches gegen die Ebene **u** hinsicht, so wird dasselbe den Punkt **a** in **a₁** auf der Ebene **u** abbilden. Wir können daher **a₁** als ein Bild von **a** auf der Ebene **u** betrachten.

Die Ebene **u** heisst die Bild- oder Projectionsebene.

Nimmt das projicirende Auge **S** eine andere Lage ein, so wird es auch den Punkt **a** auf einer anderen Stelle der Ebene **u** sehen und abbilden.

Durch einen Raumpunkt kann man unzählig viele Strahlen ziehen, d. h. einen Raumpunkt kann man auf unendlich viele Arten projiciren. Daraus folgt, dass man einen jeden Punkt der Bildebene **u** als das Bild oder die Projection von **a** ansehen kann.

Die Projection eines Raumpunktes wird eine ganz bestimmte sein, wenn sowohl die Bildebene als auch das projicirende Auge, das Projektionszentrum, ihrer Stellung und Lage nach vollkommen bestimmt sind.

*Wann fällt der Punkt **a** mit seiner Projektion **a₁** zusammen?*

*Wann fällt das Bild von **a** auf die Ebene **u** in unendliche Ferne?*

Werden mehrere Punkte **a**, **b**, **c**... von demselben Centrum **S** aus auf eine Ebene **U** projicirt, so nennt man **S** das gemeinsame Projektionszentrum und **a₁**, **b₁**, **c₁**... die centralen Bilder des Punktsystems **a**, **b**, **c**...

Fig. 2.

Sehr häufig wird **S** auch der Pol und **a₁**, **b₁**, **c₁**... die polaren Bilder genannt.

Das Projektionszentrum kann auch in der unendlichen Ferne liegen und kann dann nur durch die Richtung angegeben werden.

Fig. 3.

Den Pfeil **S** können wir in diesem Falle derart deuten, dass er uns die Bewegung des projicirenden Strahles von dem unendlich fernen Auge zu der Projectionsebene angibt. Alle projicirenden Strahlen gehen demselben unendlich fernen Punkte zu und sind daher parallel, weshalb man diese Projektionsart die Parallelprojection nennt.

Fig. 4.

Ein spezieller Fall ist derjenige, wo die parallel projicirenden Strahlen auf der Bildebene senkrecht stehen.

Jenes unendlich ferne Auge, von welchem alle Strahlen senkrecht auf eine Bildebene fallen, nennen wir das *orthogonal projicirende Auge* dieser Ebene.

a₁ und **b**₁ sind die *orthogonalen Bilder* von **a** und **b** auf der Ebene. **U**, **p** und **q** sind die *orthogonal projicirenden Strahlen* der Punkte **a** und **b**.

Das *orthogonale Bild* eines Punktes auf einer Ebene ist der *Fusspunkt* jenes Perpendikels, welches man von dem Punkte auf die Ebene fällt. Die Strecke zwischen dem Punkte und seinem *orthogonalen Bilde* misst den *Abstand* des Punktes von der Ebene.

Die *Projektionsebene* soll stets als *undurchsichtig* gedacht werden; eben so wie wir immer festhalten wollen, dass das *projicirende Auge* in einem bestimmten Sinne auf dieselbe hinsicht, z. B. bei *horizontaler Stellung* der Bildebene von oben herab, wo dann nur die *oberhalb* liegenden Punkte dem *abbildenden Auge* sichtbar werden. Jeder unter der Ebene liegende Punkt wird von der Bildebene *gedeckt* sein.

Die dem *abbildenden Auge* sichtbaren Elemente wollen wir genau unterscheiden von jenen, welche dem *projicirenden Auge* *gedeckt* erscheinen, und es wird daher für unsere Zwecke von besonderer *Wichtigkeit* sein jedesmal die *Richtung* und den *Sinn* des *Sehens* zu erkennen.

Die *Projektionsebene* kann die verschiedensten Lagen einnehmen und dem entsprechend auch die *Sehrichtung* des *orthogonal projicirenden Auges*, welche wir allenfalls in gegebenen Fällen durch die Begriffe: *oberhalb* und *unterhalb*, *vorne* und *rückwärts*, *rechts* und *links* u. s. w. fixiren könnten. Da diese Begriffe ganz *relativ* sind und mit der Änderung der *Zeichnungsfäche* oder mit der Änderung der *Stellung* des *Beobachters* gegen dieselbe sich ebenfalls ändern, so wird es wohl nötig sein, sich nach einem *Mittel* umzusehen, welches die *Sehrichtung* *constant* anzeigt; zuvor wollen wir ein *Übereinkommen* bezüglich einer *consequenteren Bezeichnung*, der wir uns stets hiedienen wollen, treffen.

Die *Projektionsebene* bekommt eine *römische Ziffer* als *Zeiger* und wenn mehrere Bildebenen zur Verwendung kommen, so werden dieselben in der *Aufeinanderfolge* ihrer Einführung fortlaufend *beziffert*. Die *Bildebene*, welche wir zuerst unserer Betrachtung unterziehen, bezeichnen wir mit **I** und lesen: „*Bildebene Eins*“. Die zweit eingeführte Bildebene bezeichnen wir mit **II** und lesen: „*Bildebene Zwei*“ u. s. w.

Die *orthogonale Projection* eines *Raumpunktes* wird mit demselben Buchstaben bezeichnet und bekommt zu Fusse einen *arabischen Zeiger*, welcher mit dem *Index* der Bildebene übereinstimmt. Wenn ein *Raumpunkt* **a** heisst, so wird sein *orthogonales Bild* auf der Bildebenen **III** mit **a**₃ bezeichnet, **a** drei gelesen und schlechtweg das dritte Bild von **a** genannt.

Den *Sinn*, in welchem wir uns das *orthogonal projicirende Auge* auf die Bildebene *sehend* denken, machen wir durch einen *Pfeil* ersichtlich, welcher auf der *Projektionsebene* senkrecht steht und die *Bewegung* des *projicirenen Strahles* von dem unendlich fernen Auge zu der Bildebene angibt. Diesen *Pfeil* nennen wir die *Sehrichtug* oder den *Sehpfeil*; er

bekommt denselben römischen Zeiger der Bildebene und wird je nach dem Zeiger: Sehpfeil Eins, Sehpfeil Zwei u. s. w. genannt.

Das orthogonal projicirende Auge einer Ebene benennen wir übereinstimmend mit der Bildebene. Demgemäß wird unter dem projicirenden Auge Eins jenes unendlich ferne Centrum verstanden, von welchem alle Strahlen senkrecht auf die Bildebene I fallen; das projicirende Auge Zwei sieht von der unendlichen Ferne senkrecht auf die Bildebene II u. s. w.

Wenn eine Bildebene gegeben ist und überdies festgesetzt, in welchem Sinne das projicirende Auge auf die Bildebene sieht, so können wir die Lage der Raumpunkte bezüglich dieser Projectionsebene und des abbildenden Auges in 2 Gruppen trennen. Entweder liegt der Raumpunkt und das projicirende Auge auf derselben Seite der Bildebene und dann wird er von demselben gesehen; oder der Raumpunkt und das abbildende Auge liegen auf verschiedenen Seiten der Bildebene und ist dann dem projizierenden Auge unsichtbar; er wird durch die Bildebene gedeckt.

Ein Grenzfall ist jener, wo der Punkt in der Bildebene liegt; nach unserer Voraussetzung ist dieser Punkt eben so gut sichtbar als unsichtbar, weil die Ebene, absolut genommen, keine Dicke hat.

Die Entfernung eines Raumpunktes von seinem orthogonalen Bilde misst den Abstand dieses Punktes von der Bildebene; denn es ist die kürzeste Strecke, welche von dem Punkte im Raume zu der Bildebene gezogen werden kann. Wir wollen diesen Abstand „die Ordinate“ des Punktes nennen und fügen derselben den Zeiger der Bildebene bei. Die erste Ordinate ist demnach der Abstand des Raumpunktes von seinem ersten Bilde; die zweite Ordinate eines Punktes ist der Abstand desselben von seinem orthogonalen 2ten Bilde, u. s. w.

Die Ordinate eines Punktes kann uns entweder grafisch als eine Strecke gegeben sein oder als Masszahl, welche so viele Zahleneinheiten enthält, als die Strecke Längeneinheiten misst.

Die Ordinate eines Punktes bezeichnen wir mit demselben Buchstaben wie den Raumpunkt; geben zu Fusse desselben den Zeiger der betreffenden Bildebene und klammern dieses Zeichen ein. Den Abstand eines Punktes a von seinem ersten Bilde bezeichnen wir demnach mit „ (a_1) “ und lesen dieses Zeichen: „Die erste Ordinate von a . Die 3te Ordinate desselben Punktes werden wir mit (a_3) bezeichnen und (a_n) wird in die n te Ordinate, desselben sein.“

Liegt ein Punkt und das projicirende Auge auf derselben Seite der Bildebene, dann nennen wir seine Lage positiv, und sagen auch von seiner Ordinate, dass sie positiv liege.

Wenn die Lage eines Punktes positiv ist, oder, was dasselbe bedeutet, wenn die Ordinate eines Punktes positiv ist, so wird der Punkt von dem projicirenden Auge gesehen.

Liegt ein Punkt und das projicirende Auge auf verschiedenen Seiten der Bildebene, dann nennen wir die Lage dieses Punktes negativ und sagen auch von seiner Ordinate, dass sie negativ liege; diesfalls wird der Punkt von dem projicirenden Auge nicht gesehen.

Bei jeder Ordinate haben wir demnach die Grösse und die Lage zu unterscheiden.

Die Lage einer Ordinate können wir immer leicht und sicher beur-

Fig. 5.

theilen, wenn wir dieselbe mit dem Sehpfeile vergleichen; falls beide auf derselben Seite der Bildebene liegen, so liegt sie positiv; im anderen Falle negativ.

Fig. 5. In Fig. 5 haben wir eine Bildebene I, den Sehpfeil I, die Raumpunkte **a**, **b**, **c**, und ihre orthogonalen ersten Bilder **a**₁, **b**₁, **c**₁, angedeutet. Wie uns der blosse Augenschein lehrt, so ist die erste Ordinate von **a** der Lage nach positiv, von **b** negativ und von **c** = 0, weil dieser Punkt mit seinem Bilde zusammenfällt.

Bezüglich der zweiten und jeder folgenden Bildebenen sind die vorigen Be- trachtungen analog. Liegt die zweite Ordinate eines Punktes und der Sehpfeil Zwei auf derselben Seite der Bildebene Zwei, so ist sie der Lage nach positiv; im anderen Falle negativ.

Der Schüler beantwortete folgende Fragen:

Die dritte Ordinate des Punktes a liege positiv und die des Punktes b negativ; welcher von den beiden Punkten wird von dem projicirenden Auge 3 gesehen?

Wenn (a₁) = 0; wo liegt a?

Ein Punkt b fällt mit seinem orthogonalen zweiten Bilde zusammen; über welche seiner Ordinaten können wir etwas ganz bestimmtes sagen?

Die erste Bildebene liege horizontal und das projicirende Auge Eins sähe von oben herab:

1. *Was lässt sich über die Lage der ersten Ordinaten jener Punkte sagen, welche unter der ersten Bildebene liegen?*

2. *Wenn die erste Ordinate eines Punktes positiv ist, wo muss derselbe liegen?*

3. *Ein Punkt a liegt eben so hoch über der ersten Bildebene als der Punkt b unter derselben liegt; was lässt sich über die Lage und Grösse ihrer ersten Ordinaten sagen?*

Die 2^{te} Bildebene stehe vertikal und die zweite Ordinate eines vor derselben liegenden Punktes sei positiv:

1. *Wie sieht das projicirende Auge Zwei auf die Bildebene Zwei?*

2. *Die zweite Ordinate eines Punktes ist negativ; wo liegt der Punkt?*

3. *Zwei Punkte a und b im Raume so gelegen, dass a von dem projicirenden Auge Zwei gesehen wird und b nicht; wie liegen diese Punkte in Beziehung auf die zweite Bildebene und was lässt sich über ihre zweiten Ordinaten sagen.*

4. *Der Punkt a liege zweimal so weit hinter der zweiten Bildebene als b vor derselben; was lässt sich über die 2^{ten} Ordinaten dieser Punkte der Grösse und Lage nach sagen?*

Deckpunkte.

Fig. 6. Es sei gegeben eine Bildebene, der wir allenfalls den Zeiger I geben wollen, und **a**₁, das erste Bild eines Raumpunktes **a**. Bei diesen Angaben ist der Punkt im Raume nur theilweise bestimmt; denn errichten wir in **a**₁ den orthogonal projicirenden Strahl **p**, so hat ein jeder auf **p** gelegener Punkt die Eigenschaft, **a**₁ zu seinem ersten Bilde zu haben.

Denken wir uns in p mehrere Punkte a' , a'' , a''' , so wird das projicirende Auge Eins alle diese Punkte in a_1 abbilden; es wird nur den obersten dieser Punkte sehen, welcher aller übrigen deckt; solche Punkte nennen wir Deckpunkte.

Da aber die Eigenschaft des sich Deckens nur für ein projicirendes Auge gilt, so wollen wir diesen Umstand gleich in der Benennung erkenntlich machen:

Punkte, welche sich in Beziehung auf das projicirende Auge Eins decken, nennen wir Einserdeckpunkte; sie liegen in demselben projicirenden Strahle und haben ein gemeinsames erstes Bild.

Zweierdeckpunkte nennen wir jene Raumpunkte, welche sich in Beziehung auf das projicirende Auge Zwei decken; sie liegen in demselben projicirenden Strahle und haben ein gemeinsames zweites Bild.

Was sind Dreierdeckpunkte?

Zuordnung der Bildebenen.

Stellen wir eine Bildebene auf eine andere senkrecht, so haben wir die erstere der letzteren zugeordnet.

Bildebenen einander zuordnen heisst also nichts anderes, als dieselben aufeinander senkrecht zu stellen. Auf eine Ebene kann man unendlich viele Ebene senkrecht stellen, d. h. einer bereits vorhandenen Bildebene kann man unendlich viele andere Bildebenen zuordnen.

Der Schnitt zweier zugeordneter Bildebenen ist eine Gerade, welche wir mit X bezeichnen und die Bildaxe nennen; und setzen zu Fusse dieses Buchstaben rechts und links die Zeiger der Bildebenen, welche sich eben in dieser Axe schneiden. Der Schnitt der 2ten Bildebene mit der zugeordneten 3ten wäre demnach mit „ ${}_2X_3$ “ zu bezeichnen und wird gelesen „ X zwei drei“.

In Fig. 7 wurde der ersten Bildebene die 2te zugeordnet; daher kommt ihre Schittgerade mit ${}_1X_2$ zu bezeichnen und kann auch „die Axe eins zwei“ genannt werden. Wenn ausser dieser Bildaxe keine andere vor kommt, so nennen wir sie schlechtweg die Axe.

Der Schüler ziehe in der Zeichnungsebene eine beliebige Gerade, bezeichne dieselbe mit ${}_1X_2$ und nachdem er die Zeichnungsfläche als die erste Bildebene erklärt hat, halte er die Handfläche oder die Ebene des Dreieckes so wie die zugeordnete 2te Bildebene geht.

Sieht man in dem gegebenen Falle die Zeichnungsebene als die 2te Bildebene an, dann muss die erste Bildebene versinnlicht werden; sie geht durch ${}_1X_2$ senkrecht auf die Zeichnungsfläche.

Wenn in einer Bildebene die Bildaxe bereits gezogen ist, so ist die zugeordnete Bildebene vollkommen bestimmt.

Wenn 2 zugeordnete Bildebenen gegeben sind, so muss gleichzeitig ersichtlich gemacht werden, in welchem Sinne die orthogonal projicirenden Augen auf die Projektionsebenen sehen; dies geschieht durch die Anordnung der Sehpfeile.

Fig. 7.

In Fig. 7, wo die 2te Bildebene der ersten zugeordnet erscheint, haben wir die Sehpfeile Eins und Zwei ersichtlich gemacht. Der erstere steht senkrecht auf der Bildebene I und giebt uns an, in welchem Sinne das projicirende Auge Eins auf die Bildebene I sieht; eben so wie der Sehpfeil II den Sinn angibt, wie das orthogonal projicirende Auge Zwei auf die Bildebene II sieht.

Da der Sehpfeil lediglich den Sinn der Bewegung in der zur Bild-ebene senkrechten Richtung anzuzeigen hat, so kommt es auf seine Lage im Raume weiter nicht an; wir werden ihn stets dort anbringen, wo es unseren Zwecken am thunlichsten erscheint.

Den Sehpfeil legen wir immer in die zugeordnete Bild-ebene, was möglich ist, weil die Richtung und Stellung beider Gebilde übereinstimmt.

Wenn also die erste und die zweite Bildebene einander zugeordnet sind, so liegt der Sehpfeil Zwei in der zugeordneten ersten Bildebene.

Behufs geordneter Darstellung gewöhnen wir uns an, die Sehpfeile immer so anzurichten, dass sie mit den Spitzen gegen einander zeigen. (Fig. 7.)

Zugeordnete Bilder.

Wird ein Raumpunkt auf zwei zugeordnete Bildebenen projicirt, so nennen wir diese Bilder ebenfalls einander zugeordnet.

Zugeordnete Bilder liegen in zugeordneten Bildebenen.

In Fig. 7 seien a_1 und a_2 das orthogonale erste und zweite Bild des Raumpunktes a . Unseren früheren Betrachtungen zu Folge ist:

$$\overline{aa}_1 = (a_1) \text{ die erste Ordinate von } a$$

$$\overline{aa}_2 = (a_2) \text{ die zweite Ordinate von } a$$

Wir vergleichen die erste Ordinate mit dem Sehpfeile I und die zweite Ordinate mit dem Sehpfeile II und erkennen die Lage der Ordinaten. Machen wir für unsereren speziellen Fall die Qualitätszeichen der Lage beider Ordinaten ersichtlich:

$$(a_1) = +$$

$$(a_2) = +$$

Unser Punkt a wird demnach von beiden projicirenden Augen gesehen.

Legen wir durch die beiden Ordinaten eine Ebene, die wir U nennen wollen.

Weil \overline{aa}_1 , \overline{aa}_2 beziehungsweise auf der ersten und zweiten Bildebene senkrecht stehen, so steht U auf beiden Bildebenen senkrecht; mithin auch senkrecht auf der Bildaxe, deren Schnitt mit U wir mit A bezeichnen. Steht aber eine Gerade senkrecht auf einer Ebene, so steht sie auch senkrecht auf jeder durch den Fusspunkt in der Ebene gezogenen Gera-

den; die Geraden a_1A und a_2A stehen somit senkrecht auf der Axe und eben so sind auch die Winkel aa_1A und aa_2A rechte.

Die Strahlen, längs welchen U die beiden Bildebenen schneidet, nennen wir die Ordinale; sie steht immer senkrecht auf der Axe, und die Bilder des Raumpunktes liegen darin. Diese allgemein gültige Thatsache sprechen wir in folgender Fassung aus:

Je zwei zugeordnete Bilder liegen in einer Ordinale.

Aus dem Rechtecke aa_1Aa_2 ergibt sich:

$$\overline{aa}_1 = \overline{a_2A} \text{ und } \overline{aa}_2 = \overline{a_1A}, \text{ d. h.}$$

Der Abstand eines Punktes von seinen ersten Bilde ist gleich dem Abstande des 2ten Bildes von der Axe.

Der Abstand eines Punktes von seinem zweiten Bilde ist gleich dem Abstande des ersten Bildes von der Axe.

Diese beiden Sätze sind im folgenden allgemeinen Satze enthalten:

Der Abstand eines Raumpunktes von seinem Bilde ist gleich dem Abstande des zugeordneten Bildes von der Axe.

Nach dem Vorigen ist $\overline{aa}_1 = (a_1)$ und $\overline{aa}_2 = (a_2)$; wir können die vorigen Sätze auch in folgender Weise aussprechen:

Die erste Ordinate ist gleich dem Abstande des 2ten Bildes von der Axe.

Die zweite Ordinate ist gleich dem Abstande des 1ten Bildes von der Axe.

Oder allgemein: Jede Ordinate ist gleich dem Abstande des zugeordneten Bildes von der Axe.

Der blosse Augenschein lehrt schon, dass in dem Rechtecke aa_2Aa_1 die Gegenseiten aa_1 und a_2A immer auf derselben Seite der Bildebene I liegen; eben so wie aa_2 und a_1A stets auf der nämlichen Seite der Bildebene II sind.

Dieses Merkmal ist für uns von besonderer Wichtigkeit, weil es ein Mittel an die Hand giebt, auf die Lage der Ordinaten sicher schliessen zu können. Wenn aa_1 und der Sehpfeil I auf derselben Seite der Bildebene I liegen, so liegt auch a_2A und der Sehpfeil I auf derselben Seite der Bildaxe.

Liegt hingegen die erste Ordinate von a und der Sehpfeil I auf verschiedenen Seiten der Bildebene I, so liegt auch a_2A und der Sehpfeil I auf verschiedenen Seiten der Bildaxe; wir können somit folgenden wichtigen Satz unter Voraussetzung, dass die erste und zweite Bildebene zugeordnet sind, aussprechen:

Wenn der Abstand des zweiten Bildes von der Axe und der Sehpfeil I auf derselben Seite der Bildaxe liegen, so ist die erste Ordinate positiv; im anderen Falle negativ.

Stellen wir eine analoge Betrachtung bezüglich der Bildebene II an, so erkennen wir sofort:

Liegt der Abstand des ersten Bildes von der Axe und der Sehpfeil II auf derselben Seite der Bildaxe, so ist die zweite Ordinate positiv; im anderen Falle ist die Lage eine negative.

Der Abstand des ersten Bildes von der Axe giebt die 2te Ordinate der Grösse und der Lage nach an.

Der Abstand des zweiten Bildes von der Axe ist gleich der ersten Ordinate der Grösse und Lage nach.

Fassen wir diese Sätze zusammen und sprechen sie ganz allgemein aus:

Eine Ordinate wird der Grösse und Lage nach abgelesen aus dem Abstande des zugeordneten Bildes von der Axe.

Der Abstand eines Bildes von der Axe giebt die zugeordnete Ordinate sowohl der Grösse als der Lage nach.

Der Schüler beantwortete folgende Fragen:

1. *Die dritte Bildebene sei der ersten zugeordnet; wo liegt der Sehpfeil Drei?*

2. *Die zweite Bildebene sei der dritten zugeordnet; was giebt der Abstand des dritten Bildes eines Raumpunktes von der Axe ${}_2X_3$ an und wo wird die dritte Ordinate dieses Raumpunktes abgelesen?*

3. *Wenn die dritte und die vierte Bildebene zugeordnet sind; wie liegen a_3 und a_4 in Beziehung auf ${}_3X_4$?*

4. *Wenn die erste und zweite Bildebene zugeordnet sind: Wo ist das zweite Bild eines in der ersten Bildebene liegenden Punktes?*

Wo liegt das erste Bild eines Punktes, dessen 2te Ordinate gleich Null ist?

Der Punkt a fällt mit seinem 2ten Bilde zusammen; was lässt sich über a, sagen?

Das erste Bild eines Punktes liegt in der Bildaxe; wie gross ist die zugeordnete zweite Ordinate und wo liegt der Punkt selbst?

Die zugeordneten Ordinaten eines Punktes seien beide gleich Null wo liegen seine Bilder und wo liegt der Punkt selbst?

Vereinigung der Bildebenen.

Fig. 8.

Damit wir die beiden einander zugeordneten Bildebenen in einer einzigen Ebene, der Zeichnungsebene, begreifen, denken wir uns die eine Bildebene fix und drehen die andere um die Bildaxe so lange, bis sie mit der ersten zusammenfällt. Dieses Umlegen oder Umklappen der Bildebene kann in einem zweifachen Sinne ausgeführt werden, etwa nach rechts oder links oder nach vor- und rückwärts. Es ist umbedingt nöthig, dass wir bei den Umlegungen der Bildebenen consequent vorgehen und sie stets so vornehmen, wie es der Sinn des Sehens der projicirenden Augen erheischt. Zu diesem Behufe merken wir uns: „Die Vereinigung der Bildebenen hat immer so zu geschehen, dass die Sehpfeile stets mit den Spitzen gegen einander zeigen; also auch nach der Umlegung.“

Diese Regel ist ein freiwilliges Übereinkommen, welches wir der Consequenz wegen treffen; denn wir hätten die Vereinbarung eben so gut direct entgegengesetzt treffen können, und müssten daran immer festhalten.

Eine von den beiden Bildebenen, beliebig welche, sehen wir als die

Zeichnungsfläche an und legen die andere in der vor besprochenen Weise um die Bildaxe in die erstere um; auf diese Art haben wir beide Bildebenen in der Zeichnungsfläche vereinigt.

In Fig. 8 sei die zweite Bildebene der ersten zugeordnet, ein Punkt **a** im Raume angenommen und seine Orthogonale Bilder **a₁** und **a₂** gesucht.

Betrachten wir etwa die Bildebene I als unsere Zeichnungsfläche, so haben wir die Bildebene II in die Ebene der ersten so umzulegen, dass die Sehpfeile auch nach der Umlegung mit den Spitzen gegeneinander zeigen. Dann stellt uns die Zeichnungsfläche die vereinigten Bildebenen vor.

Die Strecke **a₂A** liegt in der zweiten Bildebene und ändert ihre Lage gegen die Bildaxe auch während der Umlegung nicht; sie bleibt also auch nach der Umlegung senkrecht auf der Axe und es liegen somit nach der vollzogenen Vereinigung der Bildebenen **a₂A** und **Aa₁** in einer Senkrechten auf der Axe.

In den vereinigten Bildebenen ist die Ordinale ein auf der Bildaxe senkrecht stehender Strahl, in welchem die zugeordneten Bilder des Raumpunktes liegen.

Die Fig. 9 zeigt uns die in der Zeichnungsfläche vereinigten Bildebenen. An dem gründlichen Verständnis dieser einfachen Darstellung ist sehr viel gelegen; wir wollen daher aus dieser grafischen Mittheilung nochmals alles herauslesen, was darin enthalten ist.

Wir sehen da eine Gerade mit ${}_1X_2$ bezeichnet; daraus entnehmen wir, dass sich in dieser Geraden zwei zugeordnete Bildebenen schneiden, wovon die eine mit I und die andere mit II bezeichnet wurde.

Von den 2 Sehpfeilen haben wir zu merken, dass der Sehpfeil I in der zugeordneten Bildebene II und der Sehpfeil II in der Bildebene I liegt.

Von der Ordinale **a₁a₂** liegt **a₁A** in der ersten und **a₂A** in der zweiten Bildebene.

a₂A (**a₁**) giebt die erste Ordinate, welche mit dem Sehpfeile I zu verglichen ist; beide liegen auf derselben Seite der Bildaxe, daher ist die erste Ordinate positiv und der Punkt liegt ober der Bildebene I.

a₁A giebt die zweite Ordinate, welche mit dem Sehpfeile II zu verglichen ist; in unserem Falle liegen beide auf derselben Seite der Bildaxe; folglich ist die 2te Ordinate positiv und der Punkt liegt vor der 2ten Bildebene.

Wenn wir uns den Raumpunkt **a** versinnlichen wollen, so haben wir die Bildebenen in der ursprünglichen Zuordnung zu denken; dieses kann auf eine zweifache Art geschehen.

1. Wir erklären die Zeichnungsfläche als die erste Bildebene und versinnlichen uns die zweite durch ${}_1X_2$ senkrecht auf die Zeichnungsfläche. Nach dieser getroffenen Annahme liegt lediglich **a₁** und der Sehpfeil II in der Zeichnungsfläche; wir können deshalb die Versinnlichung des Raumpunktes nur über dem ersten Bilde vornehmen. Zu diesem Behufe denken wir uns in **a₁** einen orthogonal projicirenden Strahl zur Zeichnungsfläche errichtet, in welchem **a** liegen muss.

Damit man den Raumpunkt in diesem Strahle auffinde, muss der Abstand desselben von seinem ersten Bilde, nämlich die erste Ordinate, bekannt sein.

Fig. 9.

Diese lese ich der Grösse und Lage nach aus dem Abstande des zugeordneten zweiten Bildes von der Axe ab und finde dass sie positiv liege; man nehme daher $a_2 A$ in den Zirkel und trage diese Strecke von a_1 auf dem projicirenden Strahle nach aufwärts auf; die zweite Zirkelspitze versinnlicht uns den Raumpunkt a.

2. Man erkläre die Zeichnungsfläche als die 2te Bildebene; dann liegt nur das zweite Bild in der Zeichnungsebene, weil das erste Bild notwendig in der ersten Bildebene liegen muss, welche durch die Axe senkrecht auf die Zeichnungsfläche geht. Wir errichten in a_2 einen Strahl senkrecht auf die Zeichnungsfläche, suchen aus dem zugeordneten ersten Bilde die zweite Ordinate, der Grösse und Lage nach. Weil $a_1 A$ und der Sehpfeil II auf derselben Seite der Bildaxe liegen, so ist (a_2) positiv. Wir nehmen $a_1 A$ in den Zirkel und tragen diese Strecke von a_2 angefangen auf dem projicirenden Strahle nach aufwärts auf. Die 2te Zirkelspitze versinnlicht den Punkt im Raume über der 2ten Bildebene.

Der Lehrer betrachte gewöhnlich die Tafelfläche als die zweite Bildebene und nehme die Versinnlichung über dem 2ten Bilde vor, während der Schüler, dessen Zeichnungsfläche horizontal ist, dieselbe als die erste Bildebene ansehen und demgemäß die Versinnlichung über dem ersten Bilde vornehmen kann.

Ein Raumpunkt kann gegen die Bildebenen verschiedene Lagen einnehmen und wird dem zu Folge den projicirenden Augen bald sichtbar und bald gedeckt erscheinen.

Fig. 10. In Fig. 10 haben wir einen Punkt angedeutet, welcher ober der ersten und hinter der 2ten Bildebene liegt. Das projicirende Auge I, welches von oben herab auf die erste Bildebene sieht, wird den Punkt b sehen; seine erste Ordinate wird positiv sein.

Das projicirende Auge II, welches im Sinne des Sehpfeiles II von vorne her auf die zweite Bildebene sieht, wird den Punkt b nicht sehen; seine 2te Ordinate wird negativ sein.

Fig. 11. Nehmen wir die Vereinigung der Bildebenen vor in der Weise, wie wir sie bereits fest gesetzt haben, so fallen beide Bilder auf dieselbe Seite der Bildaxe. Fig. 11 zeigt uns die in der Zeichnungsfläche vereinigten Bildebenen.

Fig. 12. $b_1 B$ giebt die zweite Ordinate und liegt mit dem Sehpfeil II auf verschiedenen Seiten der Bildaxe; folglich ist sie negativ. Wenn wir die Zeichnungsfläche als die 2te Bildebene ansehen und die Versinnlichung über dem zweiten Bilde vornehmen, so muss die 2te Ordinate von b_2 angefangen auf dem in b_2 errichteten projicirenden Strahle hinter die Zeichnungsfläche aufgetragen werden.

In Fig. 12 haben wir einen Punkt angedeutet welcher unter der ersten und hinter der zweiten Bildebene liegt. Dieser Punkt wird von keinem der projicirenden Auge gesehen; seine beiden Ordinaten sind negativ.

Nehmen wir auch hier die Vereinigung der Bildebenen so vor, wie wir bereits erwähnt haben; so sehen wir sofort ein, dass in diesem Falle die Bilder auf verschiedenen Seiten der Bildaxe liegen.

Fig. 13. Fig. 13 zeigt die in der Zeichnungsfläche vereinigten Bildebenen. $c_2 C$ giebt die erste Ordinate und liegt auf entgegengesetzter Seite mit

dem Sehpfeil I; mithin ist sie negativ. Ebenso erkennen wir augenblicklich, dass auch die 2te Ordinate negativ sei.

Wie wird man sich diesen Punkt versinnlichen?

In Fig. 14 deuten wir einen Punkt an, welcher unter der ersten und vor den 2ten Bildebene liegt. Das Auge Zwei sieht den Punkt d und das Auge Eins sieht ihn nicht. Es ist demnach $(d_1) = -$ und $(d_2) = +$.

Die Figur 15 zeigt die vereinigten Bildebenen. Beide Bilder liegen auf derselben Seite der Bildaxe. Der Lernende betrachte die Zeichnungsfläche als die erste und dann als die zweite Bildebene und versinnliche sich jedesmal den Punkt d.

Die Fig. 16 zeigt uns die erste und zweite Bildebene in der Zeichnungsfläche vereinigt und neun Punkte durch ihre orthogonal zugeordneten Bilder dargestellt. Untersuchen wir die Lage der Ordinaten dieser Punkte und stellen die Resultate zusammen:

$$\begin{array}{lll} (a_1) = + \} a & (b_1) = + \} b & (c_1) = - \} e \\ (a_2) = + \} & (b_2) = - \} & (c_2) = - \} \\ (d_1) = - \} d & (e_1) = + \} e & (f_1) = - \} f \\ (d_2) = + \} & (e_2) = 0 \} & (f_2) = 0 \} \\ (g_1) = 0 \} g & (h_1) = 0 \} h & (i_1) = 0 \} i \\ (g_2) = + \} & (h_2) = - \} & (i_2) = 0 \} \end{array}$$

Wenn wir, wie es meistens geschieht, die erste Bildebene horizontal annehmen und das Auge Eins von oben herab sehen lassen, dann wird die positive Lage der ersten Ordinate allen oberhalb gelegenen Punkten zukommen und die negative erste Ordinate wird die Lage des Punktes unter der ersten Bildebene anzeigen.

Liegt die erste Bildebene horizontal, so steht die zugeordnete 2te Bildebene vertikal; die positive Lage der zweiten Ordinate zeigt gleichzeitig an, dass der Raumpunkt vor der zweiten Bildebene liegt und jeder hinter der 2ten Bildebene liegende Punkt hat eine negative 2te Ordinate. Untersuchen wir die Lage der in Fig. 16 dargestellten neun Punkte nochmals und notiren uns die Resultate rücksichtlich der Begriffe: oben, unten, vor und hinten:

$$\begin{array}{lll} a \left\{ \begin{array}{l} \text{ober} \\ \text{vor} \end{array} \right. & b \left\{ \begin{array}{l} \text{ober} \\ \text{hinter} \end{array} \right. & e \left\{ \begin{array}{l} \text{unter} \\ \text{hinter} \end{array} \right. \\ a \left\{ \begin{array}{l} \text{unter} \\ \text{vor} \end{array} \right. & e \left\{ \begin{array}{l} \text{ober} \\ \text{in} \end{array} \right. & f \left\{ \begin{array}{l} \text{unter} \\ \text{in} \end{array} \right. \\ g \left\{ \begin{array}{l} \text{in} \\ \text{vor} \end{array} \right. & h \left\{ \begin{array}{l} \text{in} \\ \text{hinter} \end{array} \right. & i \left\{ \begin{array}{l} \text{in} \\ \text{in} \end{array} \right. \end{array}$$

Zur völligen Durchübung der Zuordnung und Vereinigung der Bildebenen empfehlen wir auf das dringendste, Bildebenen in den verschiedensten Lagen anzunehmen, denselben ganz beliebige Zeiger zu geben und dann die doppelte Aufgabe zu lösen:

1. In beliebig angenommenen Ordinalen die Bilder von Raumpunkten zu suchen, wenn ihre Ordinaten der Grösse und dem Vorzeichen nach gegeben sind.

Fig. 14.

Fig. 15.

Fig. 16.

2. Aus bereits vorhandenen Bildern den Raumpunkt sich über jeder Bildebene zu versinnlichen.

Fig. 17.

Mit Rücksicht aus Fig. 17 beantwortete der Schüler folgende Fragen:

1. Wo sind die dritten Ordinaten der Punkte a , b , c und d abzulesen und was geben die Strecken $\overline{a_3A}$, $\overline{b_3B}$, $\overline{c_3C}$ und $\overline{d_3D}$ an?
2. Welche dieser Punkte sind dem Auge Drei sichtbar und welche sind in Beziehung auf das Auge Zwei gedeckt?
3. Die Zeichnungsfäche betrachten wir als die 2te Bildebene: Wo muss die Spitze des Bleistiftes hingehalten werden, auf dass sie uns die Raumpunkte a , b , c und d der Reihe nach versinnlicht?
4. Es ist die Versinnlichung der Punkte a , b , c und d über der dritten Bildebene vorzunehmen.

5. In der Ordinale p sind die Bilder eines Punktes e so anzunehmen, dass er von beiden Bildebenen gleich weit abstehe und nur dem projicirenden Auge II sichtbar sei.

6. In der Ordinale q werde ein Punkt f durch seine Bilder dargestellt, dass er in der Bildebene Zwei liege und dem projicirenden Auge Drei unsichtbar sei.

Fig. 18.

In der Fig. 18 sind die Bildebenen Eins und Drei in der Zeichnungsfäche vereinigt und 9 beliebige Ordinalen p , q , r , ..., z gegeben und überdies eine Strecke \overline{mn} als Längeneinheit bestimmt.

Man suche in diesen Ordinalen der Reihe nach die Bilder der 9 Punkte a , b , c , ..., i , wenn die Lage und Grösse ihrer Ordinaten durch folgende Zahlwerte bestimmt ist:

$$\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} (a_1) = 1 \\ (a_3) = 2 \end{array} \right\} a \quad \left. \begin{array}{l} (b_1) = -2 \\ (b_3) = -3 \end{array} \right\} b \quad \left. \begin{array}{l} (c_1) = -2 \\ (c_3) = -4 \end{array} \right\} c \\ \left. \begin{array}{l} (d_1) = -3 \\ (d_3) = -3 \end{array} \right\} d \quad \left. \begin{array}{l} (e_1) = 0 \\ (e_3) = 2 \end{array} \right\} e \quad \left. \begin{array}{l} (f_1) = 0 \\ (f_3) = -3 \end{array} \right\} f \\ \left. \begin{array}{l} (g_1) = 1 \\ (g_3) = 0 \end{array} \right\} g \quad \left. \begin{array}{l} (h_1) = -2 \\ (h_3) = 0 \end{array} \right\} h \quad \left. \begin{array}{l} (i_1) = 0 \\ (i_3) = 0 \end{array} \right\} i \end{array}$$

Einführung und Zuordnung neuer Bildebenen.

Wir haben bis jetzt die Mittel und Wege aufgesucht, wie wir einer Bildebene eine zweite zuordnen und beide Bildebenen hernach in der Zeichnungsfäche vereinigen können. Da wir einer Bildebene unendlich viele andere Ebenen zuordnen können, so liegt der Gedanke nahe, dass wir der Bildebene Zwei, welche wir der Bildebene Eins zugeordnet haben, eine andere Stellung geben könnten oder ausser dieser Ebene gleichzeitig eine dritte der ursprünglichen ersten Bildebene zuordnen können.

Wenn wir diesen Gedanken zur That werden lassen, indem wir (Fig. 19) der ersten Bildebene, welcher bereits früher schon eine Bildebene II zugeordnet wurde, eine dritte Bildebene zuordnen, so haben wir bezüglich

der Zuordnung und Vereinigung der ersten und dritten Bildebene nichts neues zu erwähnen; denn alle vorigen Sätze und Massnahmen gelten auch hier in ganz derselben Weise.

Wir stellen die Bildebene Drei senkrecht, sonst aber beliebig, auf die Erste; der Schnitt dieser beide Bildebene ist bekanntlich mit ${}_1X_3$ zu bezeichnen.

Sodann müssen wir festsetzen, wie wir uns das projicirende Auge Drei auf die Bildebene Drei sehend denken, was offenbar durch Anordnung des Sehpfeiles Drei in der zugeordneten ersten Bildebene geschieht. Der Sinn, in welchem das Auge Eins auf die Bildebene Eins sieht, ist bereits durch den in der zweiten Bildebene angeordneten Sehpfeil Eins ersichtlich gemacht. Da die dritte Bildebene der ersten ebenfalls zugeordnet ist, so können wir den Sehpfeil Eins auch in der dritten Bildebene ersichtlich machen; nur müssen beide die Bewegung in denselben Sinne anzeigen.

Die Vereinigung der dritten Bildebene mit der Ersten geschieht wieder in der Weise, dass wir uns etwa die dritte Bildebene um ${}_1X_3$ in die erste Bildebene so umlegen, dass die Pfeile auch nach der Umlegung mit den Spitzen gegen einander zeigen.

Von einem beliebigen Raumpunkte \mathbf{a} suchen wir die orthogonalen Bilder auf allen 3 Bildebene; das erste und das dritte Bild von \mathbf{a} sind zugeordnet; folglich liegen sie in einer Ordinale, d. h. in einer Senkrechten auf ${}_1X_3$.

Ebenso erkennen wir: Der Abstand des Raumpunktes \mathbf{a} von seinem dritten Bilde \mathbf{a}_3 ist die dritte Ordinate (a_3) und wird verglichen mit dem Sehpfeil III; in unserem Falle liegen beide auf derselben Seite der Bildebene 3, folglich (a_3) = +.

Die dritte Ordinate wird abgelesen aus dem Abstande des zugeordneten ersten Bildes von ${}_1X_3$. $\overline{aa}_3 = (a_3) = a_1 A'$.

Aus den beiden Rechtecken, welche \overline{aa}_1 zur gemeinschaftlichen Seite haben, folgt: $\overline{aa}_1 = a_2 A$ und $\overline{aa}_1 = a_3 A'$; folglich: $\overline{a}_2 A = \overline{a}_3 A'$.

Liegt $\overline{a}_2 A$ und der Sehpfeil Eins auf derselben Seite von ${}_1X_2$, dann liegt auch notwendig $\overline{a}_3 A'$ und der Sehpfeil Eins auf derselben Seite von ${}_1X_3$.

Lage der Raumpunkt \mathbf{a} unter der Bildebene Eins, dann wird die negative Lage von (a_1) ebenfalls sowohl in der zweiten als dritten Bildebene ersichtlich sein; der Lernende stelle sich die Lage des zweiten und dritten Bildes von \mathbf{a} vor und vergleiche selbe mit den Sehpfeilen Eins.

Die erste Ordinate (a_1) können wir demnach sowohl in der zweiten als dritten Bildebene der Grösse und Lage nach ablesen, weil beide der Ersten zugeordnet sind.

Gestützt auf diese Ergebnisse, die wir den räumlichen Verhältnissen unzweideutig abgesehen haben, wollen wir nun zeigen, wie man aus zugeordneten Bildern in einer neu eingeführten Bildebene das neue Bild des Raumpunktes findet.

Es sei Fig. 20 ein Punkt \mathbf{a} durch seine orthogonalen Bilder a_1 und a_2 gegeben.

Es soll eine neue Bildebene Drei der Bildebene Eins zugeordnet und das dritte Bild von \mathbf{a} gesucht werden.

Fig. 20

Wenn die Lage der dritten Bildebene an keine Bedingung geknüpft ist, so ziehen wir in der Zeichnungsfläche einen ganz beliebigen Strahl und bezeichnen denselben mit ${}_1X_3$. Durch diese Annahme ist die dritte Bildebene vollkommen bestimmt; man braucht nur die Zeichnungsfläche als die erste Bildebene anzusehen und dann geht die dritte Bildebene durch ${}_1X_3$ senkrecht auf die Zeichnungsfläche. Der Schüler versinnliche sich die zweite und gleichzeitig die dritte Bildebene, unter Voraussetzung, dass die Zeichnungsfläche die Bildebene Eins sei.

Nachdem die dritte Bildebene bereits fixirt ist, so müssen wir uns nun entscheiden, wie das orthogonal projicirende Auge Drei auf die Bildebene Drei sehen soll.

Von praktischem Belange ist es, den Sehpfeil Drei so anzuordnen, dass die Bildebene Drei auf jene Seite hin umgelegt erscheint, wo man freien Raum hat, weil sonst nach der Vereinigung der Bildebenen die zugeordneten Bilder theilweise übereinander fallen, wodurch die Deutlichkeit der Darstellung sehr oft leidet.

Wir legen uns den Sehpfeil Drei in die erste Bildebene, dass er auf die dritte Bildebene senkrecht zeigt; und nachdem dieser angenommen worden, ist der zugeordnete Sehpfeil Eins von selbst bestimmt; denn nach der Vereinigung der Bildebenen müssen die Sehpfeile immer mit den Spitzen gegen einander zeigen.

Soll das dritte Bild eines Raumpunktes gesucht werden, so muss man vorerst überlegen:

Welchem der bereits vorhandenen Bilder ist das dritte Bild zugeordnet?

Im unserem Falle ist das erste und dritte Bild zugeordnet, was wir allenfalls aus den Indices bei ${}_1X_3$ ablesen können.

Nun wissen wir aber, dass je zwei zugeordnete Bilder in einer Senkrechten auf der Bildaxe liegen, folglich haben wir in unserem Falle von a_1 einen Strahl senkrecht auf ${}_1X_3$ zu fällen und in diesem muss a_3 liegen.

Überdies ist uns auch bereits bekannt, dass der Abstand eines Bildes von der Axe der zugeordneten Ordinate der Grösse und Lage nach gleich ist. In unserem Beispiele ist der Abstand des gesuchten 3ten Bildes von der Axe ${}_1X_3$ gleich der ersten Ordinate, welche wir aus dem Abstande a_2A ablesen können. Die Lage dieser Ordinate ist positiv; folglich muss sie auch in der 3ten Bildebene in demselben Sinne aufgetragen werden. Wir nehmen a_2A in den Zirkel, tragen es von A' ebenfalls auf dieselbe Seite mit dem Sepfeil I auf und erhalten a_3 , das gesuchte dritte Bild.

Bei der Aufsuchung des dritten Bildes eines Punktes, sehe man vorerst nach, welches Bild dem dritten zugeordnet sei und falle von diesem die Ordinale, in welcher das gesuchte Bild liegen muss. Sonach überlege man, dass der Abstand des 3ten Bildes von der Axe der zugeordneten Ordinate der Grösse und Lage nach gleich ist. Diese suche man in einer anderen Bildebene und achte auf die Lage derselben.

In Fig. 21 ist ein System von Punkten durch die ersten und 2ten Bilder gegeben. Der ersten Bildebene wurde die dritte ganz allgemeine zugeordnet und die dritten Bilder gesucht.

In Fig. 22 wurde der 2ten Bildebene die dritte zugeordnet. Das zweite und dritte Bild sind zugeordnet und liegen demnach in einer Senkrechten auf ${}_2X_3$; das dritte Bild finden wir aus der zweiten Ordinate und diese lesen wir ab aus dem Abstande des ersten Bildes von ${}_1X_2$.

Fig. 21.

Fig. 21.

Die Ordinaten, ein Mittel zur genauen Bestimmung eines Raumpunktes.

Wenn von einem Raumpunkte die zwei zugeordneten Ordinaten gegeben sind, so ist derselbe im Raume nur theilweise bestimmt. In jeder beliebig angenommen Ordinale ist ein Punkt zu finden, der den gegebenen Ordinaten entspricht. Denken wir uns in allen Ordinalen die Punkte aufgesucht und stellen uns die Gesamtheit derselben vor, so erkennen wir, dass alle diese Punkte auf einer zur Bildaxe parallelen Geraden liegen, welche der geometrische Ort des verlangten Punktes heisst, weil ein jeder Punkt dieser Geraden die Eigenschaft besitzt, den gegebenen Ordinaten zu entsprechen. Die gestellte Aufgabe lässt in diesem Falle unzählig viele Auflösungen zu.

Durch zwei zugeordnete Ordinaten ist ein Punkt im Raume nicht bestimmt.

Führt man noch eine dritte Bildebene ein und bestimmt auch die dritte Ordinate der Grösse und Lage nach, dann ist der Raumpunkt vollkommen bestimmt. Der Schüler überzeuge sich davon.

Diese dritte Bildebene kann einer der bereits vorhandenen beliebig zugeordnet werden, nur darf sie zu keiner parallel sein; warum?

Der einfachen und sicheren Construction wegen stellen wir die dritte Bildebene senkrecht auf die beiden anderen und dann steht es uns frei dieselbe entweder der ersten oder zweiten Bildebene zuzuordnen. Weil diese Aufgabe ausserordentlich wichtig ist, so wollen wir diese beiden Fälle noch separat behandeln, obwohl sie in der allgemeinen Theorie der dritten Bildebenen bereits enthalten sind.

In Fig 23 skizzieren wir die 3 Bildebenen, welche auf einander senkrecht stehen sollen und denken uns von einem Raumpunkte a die orthogonalen Bilder a_1 , a_2 , a_3 aufgesucht.

Die Vereinigung dieser Ebenen in eine Einzige kann auf verschiedene Art geschehen:

1. Man betrachte die Bildebene II als die Zeichnungsfläche und vereinige in derselben die ihr zugeordneten Bildebenen I und III.

Die Fig. 24 zeigt und diese Vereinigung. Hier haben wir zu achten auf die Axen ${}_1X_2$ und ${}_2X_3$ und die entsprechende Anordnung der Sehpfeile. Ferner bemerken wir, dass dem zweiten Bilde das erste und dritte zugeordnet sind; folglich liegt a_1 und a_2 in einer Senkrechten auf ${}_1X_2$, und a_2 und a_3 in einer senkrechten auf ${}_2X_3$. Endlich wollen wir noch hnen, dass $a_2A = (a_3)$ sowohl der Grösse als der Lage nach und

Fig. 23.

Fig. 24.

dass die zweite Ordinate sowohl in der ersten als auch in der zweiten Bildebene abgelesen werden kann. $\underline{\mathbf{a}_1 \mathbf{A}} = \underline{\mathbf{a}_3 \mathbf{A}''} = (a_2)$.

Wenn $\mathbf{a}_1 \mathbf{A}$ und der Sehpfeil II in der ersten Bildebene auf derselben Seite von ${}_1 X_2$ liegen, so muss auch $\mathbf{a}_3 \mathbf{A}''$ und der Sehpfeil II in der dritten Bildebene auf derselben Seite von ${}_2 X_3$ liegen.

Aus dem Rechtecke $\mathbf{a}_2 \mathbf{A}'' \mathbf{O} \mathbf{A}$ folgt: $\mathbf{a}_2 \mathbf{A}'' = \mathbf{A} \mathbf{O}$ und dass beide Strecken immer gleichliegend sind in Beziehung auf den Sehpfeil III. Dieses Merkmal kommt uns zu Statten, mittels der dritten Ordinate jene Ordinale zu finden in welcher \mathbf{a}_1 und \mathbf{a}_2 liegen.

2. Man sehe die erste Bildebene als Zeichnungsebene an und vereinige in derselben die ihr zugeordnete zweite und dritte Bildebene.

Fig. 25. Fig. 25 zeigt uns die in dem erwähnten Sinne vereinigten Bildebenen. Nach dieser Auffassung ist die dritte Bildebene der ersten zugeordnet; folglich liegt das erste und das dritte Bild in einer Senkrechten auf ${}_1 X_3$. Weil $\mathbf{a}_3 \mathbf{A}' = (a_1)$

$\mathbf{a}_2 \mathbf{A} = (a_1)$; so muss $\mathbf{a}_3 \mathbf{A}' = \mathbf{a}_2 \mathbf{A}$.

Die erste Ordinate können wir diesfalls sowohl in der zweiten als dritten Bildebene der Grösse und Lage nach ablesen.

Auch hier wollen wir bemerken, dass $\mathbf{A} \mathbf{O} = \mathbf{a}_1 \mathbf{A}'$, und dass beide Strecken in Beziehung auf den Sehpfeil III gleichliegend sind.

Nach diesen Bemerkungen wird es uns nicht schwer fallen, die Bilder von Raumpunkten zu suchen, wenn ihre Ordinaten durch Zahlwerte gegeben sind.

Fig. 26. In Fig. 26 haben wir 3 Bildebenen, in der Zeichnungsfläche vereinigt, gegeben; aus der Bezeichnung der Axen entnehmen wir die Zuordnung.

Überdies sei noch gegeben eine Längeneinheit \overline{mn} und dann folgende Punkte durch die Zahlwerte ihrer Ordinaten:

$$\left. \begin{array}{l} (\mathbf{a}_1) = 2 \\ (\mathbf{a}_2) = 1 \\ (\mathbf{a}_3) = 3 \end{array} \right\} \mathbf{a} \quad \left. \begin{array}{l} (\mathbf{b}_1) = 3 \\ (\mathbf{b}_2) = -1 \\ (\mathbf{b}_3) = -2 \end{array} \right\} \mathbf{b} \quad \left. \begin{array}{l} (\mathbf{c}_1) = -1 \\ (\mathbf{c}_2) = -1 \\ (\mathbf{c}_3) = 2 \end{array} \right\} \mathbf{c} \quad \left. \begin{array}{l} (\mathbf{d}_1) = 1 \\ (\mathbf{d}_2) = 0 \\ (\mathbf{d}_3) = -1 \end{array} \right\} \mathbf{d}$$

Es sind die Bilder dieser Punkte zu suchen. Wir nehmen $(\mathbf{a}_3) = 3$ Längeneinheiten in der Zirkel und schneiden diese Strecke von dem Axenpunkte O auf ${}_1 X_2$ ab und zwar auf derselben Seite des Sehpfeiles Drei, weil (\mathbf{a}_3) positiv ist. Durch den so erhaltenen Punkt \mathbf{A} ziehen wir $\mathbf{p} \perp {}_1 X_2$; in dieser Ordinale muss \mathbf{a}_1 und \mathbf{a}_2 liegen.

Sodann nehmen wir $(\mathbf{a}_1) = 2$ Längeneinheiten in den Zirkel und tragen diese Strecke von \mathbf{A} auf dieselbe Seite der Sehpfeile I weil (\mathbf{a}_1) positiv ist; der Endpunkt ist mit \mathbf{a}_2 zu bezeichnen, weil die erste Ordinate das zweite Bild giebt.

Nimmt man $(\mathbf{a}_2) = 1$ in den Zirkel und trägt diese Strecke von \mathbf{A} auf dieselbe Seite mit dem zweiten Sehpfeile auf, so hat man \mathbf{a}_1 .

Aus zwei zugeordneten Bildern lässt sich das dritte auf die bereits bekannte Art finden. In derselben Weise wurden auch die Bilder von \mathbf{b} , \mathbf{c} , und \mathbf{d} gesucht.

Wir empfehlen dem Schüler, einen besonderen Fleiss auf diese Aufgaben zu verwenden, weil selbe für uns in der Folge sehr wichtig sind.

Die Gerade.

Fig. 27.

Denkt man sich alle auf einer Geraden liegenden Punkte auf eine Ebene projicirt, so bildet die Gesamtheit der projicirenden Strahlen eine Ebene, die projicirende Ebene.

Der Schnitt zweier Ebenen ist eine Gerade; folglich ist das Bild einer Geraden auf einer Ebene wieder eine Gerade.

Wir sehen auch unmittelbar folgenden Satz ein:

Liegt ein Punkt auf einer Geraden, so liegt auch das Bild des Punktes in dem Bilde der Geraden.

Weil eine Gerade durch zwei Punkte bestimmt ist, so erkennen wir:

1. Das Bild einer Geraden auf einer Ebene wird gefunden, wenn man zwei Punkte auf der Raumgeraden annimmt und ihre Bilder auf der gegebenen Ebene sucht; die hiedurch bestimmte Gerade ist die gesuchte Projection.

2. Soll eine Raumgerade versinnlicht werden, so versinnliche man zwei auf derselben liegenden Punkte, durch welche die Raumgerade bestimmt ist.

Das Bild einer Strecke ist wieder eine Strecke und wird abgebildet, wenn die Endpunkte derselben abgebildet werden.

Die Raumgerade und ihre Projection liegen in derselben projicirenden Ebene; folglich müssen sie sich schneiden. Dieser Schnittpunkt kann auch in die unendliche Ferne fallen, wenn die Raumgerade zu ihrem Bilde (mithin auch zu der Bildebene) parallel ist.

Der Punkt, wo die Gerade ihre Projection schneidet, liegt sowohl auf der Geraden als in der Projectionsebene; er ist mithin jener Punkt, wo die Gerade die Bildebene trifft. Wir nennen ihn den Spurpunkt oder schlechtweg die Spur der Geraden. Der Schnitt einer Geraden mit der ersten Bildebene heisse die erste Spur der Geraden und die zweite Spur der Geraden wird der Schnitt mit der zweiten Bildebene sein; oder allgemein:

Die n^{te} Spur einer Raumgeraden ist jener Punkt, wo die Gerade die n^{te} Bildebene trifft.

In Fig. 28 sei p_1 das orthogonale erste Bild von p . Dann ist der Schnittpunkt c , in welchem p seine Projection p_1 schneidet, die erste Spur von p ; sie theilt den unbegrenzten Strahl p in zwei Halbstrahlen wovon der eine dem projicirenden Auge sichtbar ist und der andere gedeckt. Wenn die erste Bildebene horizontal liegt und das projicirende Auge von oben herab sieht, dann wird der ober der Bildebene liegende Halbstrahl gesehen.

Die erste Spur einer Geraden trennt den dem projicirenden Auge sichtbaren Theil der Raumgeraden von jenem, der von der ersten Projectionsebene verdeckt wird.

Treffen wir das Übereinkommen, dass wir das Bild des dem projicirenden Auge sichtbaren Theiles voll und das Bild des gedeckten Theiles

Fig. 28.

gestrichelt darstellen wollen; dann müssen wir p_1 von c nach einer Seite hin voll und nach der anderen gestrichelt ziehen.

Die Entscheidung werden wir immer leicht und sicher treffen, wenn wir bezüglich eines beliebigen auf p liegenden Punktes a entscheiden, ob er dem projicirenden Auge sichtbar ist oder nicht, d. h. wir haben nachzusehen, ob die Ordinate dieses Punktes positiv oder negativ liegt.

Wenn wir uns eine Raumgerade über der ersten Bildebene zu versinnlichen haben, so versinnlichen wir uns 2 Punkte derselben über der ersten Bildebene. Ergiebt sich die erste Spur der Geraden auf der Zeichnungsfäche, so wählen wir dieselbe als einen der erwähnten zwei Punkte, weil sie, in der Bildebene liegend, sich zur Versinnlichung besonders eignet.

Welcher Punkt der Geraden p trennt den dem projicirenden Auge Zwei sichtbaren Theil von dem gedeckten?

Wie entscheiden wir, welchen Theil einer Geraden das Auge Zwei sieht und wie wird das zweite Bild dieser Geraden auszuführen sein?

Wann ist ein Strahl seiner ganzen Länge nach dem Auge Eins sichtbar?

Wann ist der ganze Strahl dem Auge Zwei unsichtbar?

Wann ist ein Strahl seiner ganzen Ausdehnung nach beiden projicirenden Augen sichtbar?

Die orthogonalen Bilder der Strecke.

Fig. 29. Fig. 29 veranschaulicht uns 2 zugeordnete Bildebenen und eine Raumstrecke ab von welcher die zugeordneten Bilder a_1b_1 und a_2b_2 in der Weise erhalten wurden, dass man von den Endpunkten a und b die zugeordneten Bilder gesucht hat.

Fig. 30. Nachdem wir auch hier die beiden Bildebenen in der Zeichnungsfäche vereinigt haben wollen, so betrachten wir eine derselben als unsere Zeichnungsfäche und legen die andere um die Bildaxe in die Ebene der Zeichnung um, so dass die Sehpfeile nach der Umlegung mit den Spitzen gegen einander zeigen. Fig. 30 zeigt uns die in der Zeichnungsfäche vereinigten Bildebenen.

Wenn die Raumstrecke eine beliebige Neigung gegen die Bildebenen hat, so haben auch ihre Bilder beliebige Neigungen gegen die Bildaxe.

Wollten wir uns aus der Fig. 30 die Lage von ab im Raum versinnlichen, dann müssten wir vorerst erklären, als welche der beiden Bildebenen wir die Zeichnungsfäche ansehen wollen. Angenommen, die Zeichnungsfäche sei die erste Bildebene; dann müssen wir die Versinnlichung über dem ersten Bilde vornehmen.

Wir errichten in a_1 und b_1 projicirende Strahlen senkrecht auf die Zeichnungsfäche und suchen, wie bereits bekannt, in denselben a und b auf, wodurch die Raumstrecke versinnlicht erscheint.

Fig. 31. Ist ein Raumstrecke parallel zur ersten Bildebene, so sind die ersten Ordinaten aller auf der Strecke liegenden Punkte gleich, woraus folgt, dass das zweite Bild dieser Strecke zur Bildaxe parallel ist.

Ist die Raumstrecke \overline{ab} parallel zur zweiten Bildebene, so sind die zweiten Ordinaten von a und b gleich; folglich müssen a_1 und b_1 von der Axe gleich weit abstehen, d. h. das erste Bild der Strecke ist zur Axe parallel. Diese beiden Sätze lassen sich allgemein ausprechen:

Ist eine Gerade zu einer Bildebene parallel, so ist das zugeordnete Bild parallel zur Axe.

Aus dieser Thatsache folgt weiter:

Ist eine Gerade beiden Bildebenen parallel, so sind ihre beiden Bilder der Axe parallel.

Liegt eine Gerade in der ersten Bildebene, so liegt ihr zweites Bild in der Axe; warum?

Liegt eine Gerade in der zweiten Bildebene, so liegt das erste Bild in der Axe.

Sprechen wir beide Sätze in einem aus:

Liegt eine Gerade in einer Bildebene, so liegt das zugeordnete Bild in der Axe.

Denken wir uns eine Strecke ab , welche auf der zweiten Bildebene senkrecht steht, so ist ihr zweites Bild ein Punkt, weil alle Punkte dieser Raumstrecke in demselben projicirenden Strahle auf die zweite Bildebene liegen, aus welchem Grunde wir auch erkennen, dass das zugeordnete erste Bild auf der Bildaxe senkrecht steht.

Steht eine Gerade senkrecht auf der ersten Bildebene, so ist ihr erstes Bild ein Punkt und das zweite steht senkrecht auf der Axe.

Oder ganz allgemein:

Steht eine Gerade auf einer Bildebene senkrecht so ist ihr Bild in dieser Ebene ein Punkt und das zugeordnete steht senkrecht auf der Axe.

Alle diese Thatsachen sehe der Schüler wiederholt dem Raume ab, überzeuge sich von deren Richtigkeit selbst und beantworte dann folgende Fragen:

1. Wenn die erste und dritte Bildebene zugeordnet sind und das dritte Bild einer Geraden der Bildaxe parallel ist, was lässt sich über die Lage der Geraden im Raume sagen?

2. Wenn die zweite und dritte Bildebene zugeordnet sind und das zweite Bild einer Geraden in der Axe liegt, wo liegt die Gerade selbst?

3. Die zweite und dritte Bildebene seien zugeordnet; was lässt sich über die Bilder einer Geraden sagen, welche auf der dritten Bildebene senkrecht steht?

Spuren der Geraden.

Wir haben uns bereits geeinigt, jenen Punkt, wo die Raumgerade die Bildebene trifft, die Spur dieser Geraden zu nennen.

Den Schnitt einer Geraden mit der ersten Bildebene nennen wir die erste Spur und den Schnitt mit der zweiten Bildebene die zweite Spur der Geraden.

In Fig. 38 seien die erste und zweite Bildebene zugeordnet und eine Gerade p so gedacht, dass sie in a die erste und in b die zweite Bild-

Fig. 32

Fig. 33.

Fig. 34.

Fig. 35.

Fig. 36.

Fig. 37.

Fig. 38

ebene trifft. Dann ist **a** die erste und **b** die zweite Spur von **p**. Die Lage des ersten Spurpunktes **a** ist an zwei Bedingungen geknüpft, die wir für einen Augenblick streng aus einander halten wollen.

1. Der erste Spurpunkt **a** liegt in der ersten Bildebene, und

2. Er liegt gleichzeitig in dem Strahle **p**.

Aus der ersten Bedingung folgt, dass **a₂**, das zweite Bild desselben, in der Bildaxe liegen muss.

Aus der zweiten Bedingung folgt dass **a₁** in **p₁** und **a₂** in **p₂** liegen muss.

Das zweite Bild des ersten Spurpunktes liegt demnach in dem Schnitte von **p₂** mit der Axe; in einer Ordinale liegt dann der erste Spurpunkt im Schnitte mit **p₁**.

Durch eine analoge Betrachtung kommt man zu folgender Erkenntniss:

Der Schnitt des ersten Bildes **p₁** mit der Axe ist das erste Bild **b₁** des zweiten Spurpunktes; in der Ordinale liegt dann im Schnitte mit **p₂** die zweite Spur.

Beide Sätze gestatten eine ganz allgemeine Fassung:

Die Spur einer Geraden findet man, wenn man das zugeordnete Bild verlängert bis zum Schnitte mit der Axe; dieser Punkt ist das zugeordnete Bild der gesuchten Spur und in einer Ordinale liegt dann die Spur selbst.

Wir sind nun in den Stand gesetzt, die Spuren einer durch ihre orthogonalen Bilder gegebenen Geraden zu finden.

Fig. 39.

In Fig. 39 wurden von der Geraden **p** die Spuren gesucht; **a** ist die erste und **b** ist die zweite Spur. Die erstere fällt mit ihrem ersten Bilde zusammen und die letztere mit ihrem zweiten.

Wenn eine Gerade zu einer Bildebene parallel ist, so fällt ihre Spur in die unendliche Ferne.

Bilder unbegrenzter Geraden.

Die Bilder unbegrenzter Geraden sind wieder unbegrenzte Geraden und weil die Gerade die verschiedensten Lagen und Neigungen gegen die Bildebenen haben kann, so können auch die Bilder derselben im allgemeinen sehr verschieden gegen die Axe gelegen sein.

Wenn die Gerade gegen die Bildebene geneigt ist, so ist auch ihr Spurpunkt endlich gelegen.

Der Spurpunkt trennt den dem projicirenden Auge sichtbaren Theil von jenem, der durch die Bildebene gedeckt wird.

Das Bild des sichtbaren Theiles ziehen wir voll; das Bild des gedeckten Theiles wird gestrichelt.

Für jedes der projicirenden Augen muss die Untersuchung gesondert geführt und das Resultat in der angegebenen Weise an dem entsprechenden Bilde ersichtlich gemacht werden.

Fig. 40.

In Fig. 40 sei ein unbegrenzter Strahl durch seine Bilder **p₁** und **p₂** gegeben. Es sollen die Bilder der den projicirenden Augen sichtbaren

Theile voll gezogen und die Bilder der den projicirenden Augen gedeckten Theile gestrichelt werden.

Treffen wir zuerst die Entscheidung bezüglich des projicirenden Auges I. In Beziehung auf dieses trennt der erste Spurpunkt den dem Auge I sichtbaren Theil von dem gedeckten. Es ist somit p_1 von a_1 nach der einen Seite hin voll zu ziehen und nach der anderen zu stricheln.

Zu diesem Behufe werde ein beliebiger Punkt auf p angenommen und seine erste Ordinate untersucht; liegt sie positiv, so liegt dieser Punkt auf jenem Theile der Geraden, der von dem Auge Eins gesehen wird und dann muss sein erstes Bild voll gezogen werden. Läge die erste Ordinate negativ, dann wäre der Theil der Geraden unsichtbar.

In Fig. 40 wurde auf p ein Punkt b angenommen. Die erste Ordinate desselben lesen wir ab aus dem Abstande b_2 bis zur Axe; verglichen dieselbe mit dem Sehpfeil I und finden dass beide auf derselben Seite der Bildaxe liegen; (b_1) ist demnach positiv und b wird von dem Auge Eins gesehen. Daraus folgt, dass der Theil des ersten Bildes von a_1 über b_1 voll gezogen werden muss; der andere Theil von a_1 gegen m_1 ist selbstverständlich zu stricheln.

In analoger Weise ist p_2 zu behandeln.

Hier trennt der zweite Spurpunkt b den dem Auge zwei sichtbaren Theil von dem gedeckten.

Ein Punkt a wurde auf p angenommen, und die zweite Ordinate desselben untersucht. Sie liegt positiv, folglich ist b dem Auge Zwei sichtbar und der Halbstrahl von b_2 über a_2 hinaus ist voll zu ziehen.

Aus dieser Darstellung erkennen wir sofort, wie die Gerade p in ihrem ganzen Verlaufe sich zu beiden projicirenden Augen verhält.

Von a bis b wird Gerade p von beiden projicirenden Augen gesehen.

Von b über n hinaus ist p dem Auge Eins sichtbar und dem Auge Zwei gedeckt.

Von a über m hinaus ist p dem Auge zwei sichtbar und dem Auge eins unsichtbar. Wenn die erste Bildebene horizontal, die zweite vertikal ist, das Auge Eins von oben herab und das Auge Zwei von vorne auf die Bildebene sieht dann liegt die Gerade p

von a bis b oder I und vor II,

von b über n hinaus ober I und hinter II,

von a über m hinaus unter I und vor II.

Der Schüler wolle zu diesem Falle ein Modell anfertigen. Die Bildebenen schneide er aus mässig starkem Kartenpapier und die Raumgerade versinnliche er durch eine feine Stricknadel.

Zu den Fig. 41 und 42 mögen ebenfalls Modelle angefertigt und die Geraden über der Zeichnungsfläche versinnlicht werden.

Überdies nehme der Schüler Gerade an, welche zu einer oder der anderen oder zu beiden Bildebenen parallel sind und studiere alle Fälle gründlich durch, sowohl in der Zeichnung als im Modell.

In der Zeichnung ist die Zeichnungsfläche jedesmal als eine der beiden Bildebenen anzusehen und allenfalls der Bleistift im Raume so zu halten, wie die Gerade über dieser Bildebene zu denken ist.

Fig. 41.

Fig. 42.

Die dritten Bilder der Geraden und die Transformation der Bildebenen.

Da die Raumgerade durch zwei zugeordnete Bilder vollkommen bestimmt ist, so muss man auch im Stande sein, ihre Projection auf einer neu eingeführten Bildebene zu finden, wenn zwei zugeordnete Bilder derselben gegeben sind.

Die Projection der Geraden auf die dritte Bildebene wird wieder eine eine Gerade sein; es wird somit lediglich darauf ankommen, von zweien auf der Geraden liegenden Punkten die dritten Bilder zu finden, wodurch das dritte Bild der Geraden vollkommen bestimmt ist.

Fig. 43.

In Fig. 43 ist das erste und zweite Bild einer Geraden p gegeben. Die dritte Bildebene soll der ersten ganz beliebig zugeordnet und das dritte Bild der Geraden gefunden werden.

Wir ziehen in der Zeichnungsfläche einen beliebigen Strahl und bezeichnen denselben mit X_3 ; dadurch ist die dritte Bildebene bestimmt. Wollen wir uns dieselbe versinnlichen, so erklären wir die Zeichnungsfläche als die erste Bildebene und halten die Handfläche oder die Ebene des Dreieckes durch X_3 senkrecht zur Zeichnungsfläche.

Nachdem wir ersichtlich gemacht haben, wie das projicirende Auge Drei auf die dritte Bildebene sieht, nehmen wir auf p zwei Punkte a und b an und suchen ihre dritten Bilder a_3 und b_3 , wodurch p_3 bestimmt ist.

Überdies wurde noch der dritte Spurpunkt c gesucht, um auch in der dritten Bildebene den dem Auge Drei sichtbaren Theil von dem gedeckten zu unterscheiden.

Fig. 44

Aufgabe: Eine Gerade p , geneigt gegen beide Bildebenen, ist gegeben Fig. 44; man soll eine neue Bildebene so einführen, dass p zu derselben parallel sei.

Angenommen, die dritte Bildebene werde der ersten zugeordnet; dann muss nach der Bedingung der Aufgabe $X_3 \parallel p_1$, sonst aber beliebig gezogen werden. p_3 wird auf die bekannte Art gesucht und es ist dann in der That p parallel zur dritten Bildebene, weil das zugeordnete erste Bild der Axe parallel ist.

Fig. 45.

In Fig. 45 wurde dieselbe Aufgabe gelöst unter der Voraussetzung, dass die dritte Bildebene der zweiten zugeordnet sei.

Aufgabe: Eine gegen beide Bildebenen geneigte Gerade sei durch die Bilder p_1 und p_2 gegeben; die dritte Bildebene soll derart eingeführt werden, das p in derselben liege.

Wenn wir die dritte Bildebene der ersten zuordnen, dann muss X_3 durch p_1 gehen; denn liegt eine Gerade in einer Bildebene, so muss das zugeordnete Bild in der Axe liegen. Betrachten wir die Zeichnungsfläche als die dritte Bildebene, so liegt p in der Zeichnungsebene.

Der Schüler betrachte dieselbe Aufgabe nochmals unter der Voraussetzung, dass die dritte Bildebene der zweiten zugeordnet sei.

Aufgabe: Eine zu beiden Bildebene parallele Gerade p sei durch Fig. 47. die Bilder p_1 und p_2 gegeben; man soll eine dritte Bildebene so einführen, dass p auf derselben senkrecht stehe.

Weil p zu beiden Bildebene parallel ist, so wird jede auf p senkrecht stehende Ebene gleichzeitig auf beiden Ebenen senkrecht stehen und wir können somit eine solche Ebene entweder der ersten oder der zweiten Bildebene zuordnen.

In Fig. 47 wurde die dritte Bildebene der zweiten zugeordnet und ${}_2X_3 \perp p_2$ gezogen. In der dritten Bildebene projicirt sich p als ein Punkt; man nehme daher auf p einen beliebigen Punkt a an und suche sein drittes Bild a_3 .

Der Schüler führe dieselbe Aufgabe aus unter Voraussetzung, dass die dritte Bildebene der ersten zugeordnet sei.

Aufgabe: Eine zur ersten Bildebene parallele Gerade p ist durch die Fig. 48. Bilder p_1 und p_2 gegeben; es soll eine dritte Bildebene so eingeführt werden, das p darauf senkrecht stehe.

Weil p nur zu der ersten Bildebene parallel ist, so wird auch jede auf p senkrechte Ebene nur auf der ersten Bildebene senkrecht stehen; woraus folgt, dass wir diessfalls die dritte Bildebene nur der ersten zuordnen können.

Steht eine Gerade auf einer Bildebene senkrecht, so muss das zugeordnete Bild auf der Axe senkrecht stehen; wir ziehen daher ${}_1X_3 \perp p_1$.

Wäre p lediglich der zweiten Bildebene parallel, dann müsste die Fig. 49. dritte Bildebene der zweiten zugeordnet und ${}_2X_3 \perp p_2$ gezogen werden.

Aufgabe. Eine Gerade p , geneigt gegen beide Bildebene, sei durch Fig. 50. ihre Bilder p_1 und p_2 gegeben; es soll eine neue Bildebene senkrecht auf p eingeführt werden.

Wenn p gegen beide Bildebene geneigt ist, so ist auch jede auf p senkrechte Ebene gegen seide Bildebene geneigt, und kann demnach weder der ersten noch zweiten Bildebene zugeordnet werden. Wir müssen diesen allgemeinen Fall vorerst auf jenen reduzieren, wo p einer der bereits vorhandenen Bildebene parallel ist.

Zu diesem Behufe führen wir zuvor eine dritte Bildebene parallel zu p ein und ordnen dieselbe allenfalls der ersten Bildebene zu.

Da p zu der dritten parallel ist, so wird jede auf p senkrechte Ebene auch auf der dritten Bildebene senkrecht stehen und kann demgemäß als Bildebene IV der dritten Bildebene zugeordnet werden, auf welcher p sodann senkrecht steht.

Wir ziehen ${}_1X_3 \parallel p_1$ und suchen p_3 ; dann wird ${}_3X_4$ senkrecht auf p_3 gezogen und p_4 gesucht. Das vierte Bild der Geraden p ist ein Punkt, weil p auf der vierten Bildebene senkrecht steht.

Die Ordinallage der Geraden.

Fig. 51. Wenn die beiden orthogonalen Bilder einer Geraden in einer Senkrechten auf der Axe (der Ordinale) liegen, so ist durch diese zwei Bilder die Gerade im Raume nicht bestimmt. Bei dieser Lage ist es nicht möglich, einen Punkt auf der Geraden anzunehmen, weil die Ordinale mit den Bildern der Geraden zusammenfällt.

Fig. 52. Zur Bestimmung dieser Geraden wird es unbedingt nötig sein, zwei Punkte derselben durch ihre Bilder anzugeben.

In den meisten Fällen, wo wir es mit der Ordinallage der Geraden zu thun haben werden, führen wir eine neue Bildebene ein, um diese ganz spezielle Lage zu beheben.

Sind einmal zwei Punkte einer Ordinalgeraden bestimmt worden, so können wir auch direct beliebig andere Punkte derselben durch die Bilder bestimmen, wie es im folgenden gezeigt werden soll.

Bestimmung der wahren Grösse einer Raumstrecke.

Fig. 53. Denken wir uns eine Strecke \overline{ab} im Raume, geneigt gegen beide Bildebenen, so wird sich \overline{ab} in keiner Bildebene in wahrer Grösse projiciren.

Projiciren wir alle auf \overline{ab} liegenden Punkte auf die erste Bildebene, so bildet die Gesammtheit dieser ersten Ordinaten das Trapez $a b b_1 a_1$ welches wir die erste Ordinatenfläche von \overline{ab} nennen wollen.

Weil $\overline{aa_1}$ und $\overline{bb_1}$ auf der ersten Bildebene senkrecht stehen, so ist

$$\angle a a_1 b_1 = \angle b b_1 a_1 = 90^\circ \text{ und } aa_1 \parallel bb_1.$$

Die erste Ordinatenfläche einer Strecke ist ein Trapez, welches begrenzt wird von den ersten Ordinaten der Endpunkte, von der Strecke im Raume und von ihrem ersten Bilde, welchem 2 rechte Winkel anliegen.

Fassen wir dieselben Beziehungen der Strecke \overline{ab} zu der zweiten Bildebene ins Auge, so ist leicht zu erkennen:

Die zweite Ordinatenfläche einer Strecke ist ein Trapez, welches begrenzt wird von den zweiten Ordinaten der Endpunkte, von der Raumstrecke und von ihrem 2ten Bilde.

Die Ordinatenflächen dienen uns zur Bestimmung der wahren Länge der Raumstrecke.

Fig. 54. In Fig. 54 sei eine Strecke durch die Bilder $\overline{a_1 b_1}$ und $\overline{a_2 b_2}$ gegeben. Die erste Ordinatenfläche können wir sehr bequem in der Weise darstellen, dass wir uns dieselbe um $\overline{a_1 b_1}$ in die erste Bildebene umlegt denken.

Wir errichten in a_1 und b_1 auf $\overline{a_1 b_1}$ und Senkrechten und tragen auf denselben die ersten Ordinaten von a und b auf, indem wir

$$\begin{aligned}a_1 a' &= a_2 A \\b_1 b' &= b_2 B\end{aligned}$$

machen; $a' b'$ giebt die Länge der Raumstrecke an.

In Fig. 55 wurde in ähnlicher Weise die Bestimmung der Länge der Raumstrecke mit Hülfe der zweiten Ordinatenfläche vorgenommen. Fig. 55.

Wenn eine Strecke zu der ersten Bildebene parallel ist, dann ist die erste Ordinatenfläche ein Rechteck; die Raumstrecke projicirt sich in der ersten Bildebene in wahrer Grösse.

Ist eine Strecke zu einer Bildebene parallel, so projicirt sie sich in dieser Bildebene in wahrer Grösse.

Wann ist die dritte Ordinatenfläche ein Quadrat?

Es soll die erste Ordinatenfläche einer Strecke ab gesucht werden, deren ersten Ordinaten der Endpunkte verschiedene Vorzeichen haben. Fig. 56.

Wenn die ersten Ordinaten der Endpunkte einer Strecke verschieden bezeichnet sind, so liegt der eine ober und der andere unter der ersten Bildebene; dann muss die Strecke $\bar{a}b$ notwendig die erste Bildebene treffen und es wird auch ein Theil der Ordinatenfläche ober und ein Theil unter der ersten Bildebene liegen.

Die erste Ordinatenfläche ist in diesem Falle ein verschlungenes Trapez; nach der Umlegung liegen die ersten Ordinaten der Endpunkte $a_1 a'$ und $b_1 b'$ zu verschiedenen Seiten von $a_1 b_1$.

Bei der Construction der Ordinatenflächen hat man zu beachten, ob die Ordinaten der Endpunkte verschieden bezeichnet seien oder nicht.

Zur Bestimmung der wahren Grösse einer Strecke ist es nicht notwendig, sich der Ordinatenfläche zu bedienen; wenn auch die Construction derselben keine Schwierigkeit bietet, so ist es doch wünschenswert das Zeichnen der rechten Winkel zu umgehen, was namentlich dann von besonderem Vortheile ist, wenn von mehreren Strecken die wahre Grösse zu bestimmen ist und die Zeichnung vor unnützen oder überflüssigen Constructionslinien geschont werden soll.

In Fig. 57 haben wir die erste Ordinatenfläche der Strecke $\bar{a}b$ gezeichnet und dann durch a' die Strecke $a' c' \parallel a_1 b_1$ gezogen. Fig. 57.

Das Dreieck $a' b' c'$ ist rechtwinklig; die eine Kathete $a' c' = a_1 b_1$ und die andere $b' c' = b_1 b_2 - a_1 a = (b_1) - (a_1)$ und die Hypotenuse $a' b'$ giebt die Länge der Raumstrecke an.

Das Dreieck $a' b' c'$, welches wir das erste Differenzendreieck nennen wollen, lässt sich mit vielem Geschick zur Bestimmung der wahren Grösse der Strecke benützen. Da es auf die Lage dieses Dreieckes weiter gar nicht ankommt, so können wir es stets dort anbringen, wo wir bereits gegebene und gezeichnete Stücke benützen können, was etwa so geschehen kann:

Man nehme die kleinere erste Ordinate $\bar{a}_2 A$ in den Zirkel, subtrahire sie von der grösseren $b_2 B$ und zwar von b_2 gegen die Axe hin. Dadurch erreicht man den Vortheil, dass die Differenz der ersten Ordinaten

\overline{aB} der Axe anliegt und man den bereits vorhandenen rechten Winkel benützen kann. Wird nun $\overline{Bc} = a_1b_1$ gemacht, so ist \overline{aB} die wahre Grösse der Strecke.

Überlegt man die hier getroffene Anordnung, so sieht man sofort ein, dass die Bestimmung der wahren Grösse der Strecke lediglich mit dem Stockzirkel ausgeführt und die Zeichnung vor unnützen Constructionslinien verschont werden kann.

Fig. 58. Auf ähnliche Art wurde Fig. 58 das zweite Differenzendreieck aus der 2ten Ordinatenfläche abgeleitet und gezeigt, wie dasselbe vortheilhaft anzuordnen sei, wenn es zur Bestimmung der wahren Grösse der Strecke benützt wird.

Das erste Differenzendreieck ist jenes rechtwinklige Dreieck, dessen eine Kathete dem ersten Bilde der Strecke, die andere Kathete der Differenz der ersten Ordinaten der Endpunkte und die Hypotenuse der wahren Grösse der Strecke gleich ist.

Was verstehen wir unter dem 2ten Differenzen Dreiecke?

Wenn die Endpunkte einer Strecke verschieden bezeichnete Ordinaten haben, so übergeht die algebraische Differenz derselben in die Summe, weil jede negative Zahl, subtraktiv genommen, positiv wird.

Fig. 59. haben wir eine Strecke, deren erste Ordinaten der Endpunkte verschieden bezeichnet sind, durch die Bilder angenommen und die erste Ordinatenfläche dieser Strecke gesucht. Zieht man durch b' die Strecke $b'c' \parallel a_1b_1$, so erhält man sofort das Dreieck $a'b'c'$, in welchem die Kathete $a'c'$ der Summe (algebraische Differenz,) der ersten Ordinaten der Endpunkte gleich ist.

Im übrigen kann die Anordnung wie zuvor getroffen werden.

Die Theilung der Raumstrecke.

Fig. 60. In Fig. 60 sei eine Strecke $a b$ und ihr orthohorales Bild a_1b_1 gegeben. Die Raumstrecke theilen wir in eine beliebige Anzahl unter einander gleicher Theile; allenfalls in vier; c, d, e seien die Theilungspunkte und c_1, d_1, e_1 ihre orthogonalen Bilder.

Ziehen wir $a'b' \parallel a_1b_1$, so ist

$$a'c' = c'd' = d'e' = e'b'$$

weil $a'c = c'd = d'e = e'b$ und $c_1c' \parallel d_1d' \parallel e_1e' \parallel b_1b'$

Da im einem Rechtecke die gegenüber liegenden Seiten gleich sind, so hat man

$$a'c' = a_1c_1; c'd' = c_1d_1$$

$$d'e' = d_1e_1; e'b' = e_1b_1;$$

$$\text{mithin } a_1e_1 = c_1d_1 = d_1e_1 = e_1b_1.$$

Theilt man eine Raumstrecke in eine beliebige Anzahl gleicher Theile und projicirt die Theilungspunkte orthogonal auf eine Ebene, so wird auch das Bild der Strecke in eben so viele unter einander gleiche Theile getheilt.

In Fig. 61 wurde auf der Strecke \overline{ab} ein beliebiger Punkt c ange- Fig. 61.
nommen und sein orthogonales Bild c_1 gesucht.

Der Punkt c theilt die Strecke \overline{ab} in einem bestimmten Verhältnisse. Die Masszahlen von \overline{ac} und \overline{cb} seien m und n ; dann haben wir

$$\overline{ac} : \overline{cb} = m : n$$

wenn $\overline{ab}' \parallel \overline{a_1b_1}$, so ist auch $\overline{ac}' = \overline{a_1c_1}$ und $\overline{c'b'} = \overline{c_1b_1}$.

Weil $\overline{cc'} \parallel \overline{bb'}$ so ist:

$$\triangle acc' \sim \triangle abb'; \text{ folglich:}$$

$$\overline{ac} : \overline{cb} = \overline{ac'} : \overline{c'b} \text{ oder:}$$

$$\overline{ac} : \overline{cb} = \overline{a_1c_1} : \overline{c_1b_1} = m : n, \text{ d. h.}$$

Das Theilungsverhältnis einer Raumstrecke geht auf die orthogonalen Bilder unverändert über.

Der Vollständigkeit wegen bringen wir uns in Erinnerung, wie das Theilungsverhältnis von einer Strecke auf eine andere constructiv übertragen wird.

Es sei gegeben eine Strecke \overline{ab} , welche durch den Punkt c in einem bestimmten Verhältnisse getheilt wird; dieses Theilungsverhältnis soll auf die Strecke $\overline{a_1b_1}$ übertragen werden.

Zu diesem Behufe ziehen wir durch a_1 einen beliebigen Strahl a_1n und machen

$$\overline{a_1c'} = \overline{ac}$$

$$\overline{a_1b'} = \overline{ab},$$

verbinden b' mit b_1 und ziehen $c' e_1 \parallel b'b_1$, dann ist

$$\overline{a_1c_1} : \overline{c_1b_1} = \overline{ac} : \overline{cb}.$$

Fig. 62

Die Neigung einer Geraden zu den Bildebenen.

Der spitze Winkel, welchen die Raumgerade mit ihrer orthogonalen Projection auf einer Ebene einschliesst, ist der Neigungswinkel der Geraden mit dieser Ebene; er ist der kleinste Winkel, welchen die Gerade mit den durch ihren Fusspunkt in der Ebene gezogenen Geraden einschliesst; desshalb bestimmt er das Mass der Neigung der Geraden zu der Ebene.

Der kleinste Wert dieses Neigungswinkels ist 0° ; dann liegt die Gerade in der Ebene oder ist zu derselben parallel. Der grösste Wert ist 90° und dann steht die Gerade normal auf der Ebene. Den Neigungswinkel einer Geraden mit der ersten Bildebene wollen wir die erste

Neigung und ihren Neigungswinkel mit der zweiten Bildebene die zweite Neigung der Geraden nennen.

Was verstehen wir demgemäss unter der dritten Neigung einer Geraden?

Die erste Neigung einer Geraden ist jener spitze Winkel, welchen die Gerade mit ihrem orthogonalen ersten Bilde einschliesst und kann aus der ersten Ordinatenfläche gefunden werden.

Fig. 63. In Fig. 63 ist eine Gerade p durch die Bilder p_1 und p_2 gegeben; es soll ihre erste Neigung gesucht werden.

Wir nehmen auf p eine Strecke $a b$ an und construiren ihre erste Ordinatenfläche; der Winkel, welchen die zwei nicht parallelen Seiten des Trapezes einschliessen, ist der gesuchte Winkel.

Läge der Schnittpunkt von p' mit p_1 unbenützbar, dann ziehen wir zu dem einen Winkelschenkel eine Parallelle, welche mit dem anderen denselben Winkel α einschliesst.

Eine genaue Betrachtung der Fig. 63 lehrt uns, dass wir auch das erste Differenzendreieck der Strecke ab zur Bestimmung der ersten Neigung der Geraden benützen können.

Jener Winkel, welcher der Kathete anliegt, die dem ersten Bilde der Strecke gleich ist, ist die erste Neigung der Geraden.

Wenn die erste Bildebene horizontal ist, so nennt man auch die erste Neigung der Geraden den horizontalen Neigungswinkel; ebenso wie man in dem Falle, wenn die 2te Bildebene vertikal ist, die zweite Neigung der Geraden den vertikalen Neigungswinkel nennt.

Die zweite Neigung einer Geraden ist jener Winkel, welchen die Gerade mit ihrem zweiten Bilde einschliesst. Sie wird aus der zweiten Ordinatenfläche oder aus dem zweiten Differenzendreieck gefunden. In Fig. 64 haben wir von der Geraden ab die zweite Neigung gesucht.

Fig. 61.

Beziehungen der Geraden zu einander.

Gerade im Raume können sich schneiden, oder sie sind parallel; (dann liegt ihr Schnittpunkt in unendlicher Ferne).

Solche Gerade, welche sich weder schneiden noch parallel sind, nennen wir sich kreuzende Gerade; sie gehen im Raume an einander vorüber.

Fig. 65.

Wenn zwei Gerade p und q sich schneiden, so muss es einen Punkt a geben, der sowohl auf p als auch auf q liegt.

Liegt aber ein Punkt auf einer Geraden, so liegen die Bilder des Punktes in den Bildern der Geraden; der Schnittpunkt von p_1 mit q_1 ist somit das erste Bild des Schnittpunktes im Raume und der Schnitt von p_2 mit q_2 ist das zweite Bild desselben. Überdies haben wir zu merken, dass die zugeordneten Bilder eines Punktes immer in einer Ordinale liegen.

Wenn sich die Geraden im Raume schneiden, so schneiden sich auch ihre Projectionen und die Schnittpunkte derselben liegen in einer Ordinale.

In Fig. 66 sind zwei Gerade p und q durch die Bilder gegeben; der Schüler entscheide, ob die Geraden p und q sich schneidende Gerade sind und wenn nicht, warum?

Wenn zwei Gerade im Raume parallel sind, so gehen sie demselben unendlich fernen Punkte zu; folglich müssen auch ihre Bilder einen gemeinsamen unendlich fernen Punkt haben, d. h.

Parallele Gerade haben in jeder Bildebene parallele Bilder.

Fig. 67 zeigt uns die Bilder zweier paralleler Geraden p und q .

Wenn die Geraden die Ordinallage haben, dann kann man aus dem Parallelismus der zwei zugeordneten Bilder keinen Schluss auf den Parallelismus der Raumgeraden ziehen.

Man muss in diesem Falle eine dritte Bildebene zu Hilfe nehmen und wenn auch die dritten Bilder einander parallel sind, dann sind auch die Geraden im Raume parallel.

In Fig. 69 haben wir zwei Ordinalgerade abgebildet, welche in jeder Bildebene parallele Bilder haben; folglich sind auch die Geraden im Raume parallel.

In Fig. 70 sind zwei Gerade p und q durch die Bilder gegeben der Schüler entscheide ob die Geraden im Raume parallel sind oder nicht.

Fig. 66.

Fig. 67.

Fig. 68.

Fig. 69.

Fig. 70.

Aufgaben.

1. Es sei gegeben ein Punkt a , eine Gerade p und ein auf p liegender Punkt b ; es soll durch a eine Gerade q gezogen werden, welche p in einem Punkte b schneidet.

2. Gegeben: eine Gerade p und ein ausserhalb liegender Punkt a ; man soll durch a eine Gerade q ziehen, welche p schneidet und zu der zweiten Bildebene parallel ist.

3. Eine Strecke ab und ein Punkt c sind gegeben; es soll durch c ein Strahl p so gezogen werden, dass er \overline{ab} schneidet und halbiert.

4. Eine Strecke ab und ein Punkt c sind gegeben; es soll ein Punkt d derart gefunden werden, dass sich die Strecken ab und cd schneiden und gegenseitig halbieren.

5. Durch einen Punkt a sollen jene Strahlen parallel zur ersten Bildebene gezogen werden, deren zweite Neigung 45° ist.

6. Gegeben: p_1 , das erste Bild einer Raumgeraden p und die Bilder eines auf p liegenden Punktes a ; es soll das zweite Bild p_2 so bestimmt werden, dass der horizontale Neigungswinkel von p 45° betrage.

7. Auf einer Strecke ab liegt ein Punkt c , von welchem das erste Bild c_1 gegeben ist. Die Ordinale schneidet $\overline{a_2b_2}$ unter einem so kleinen Winkel, dass der Schnitt sehr unsicher ist; es soll c_2 genau bestimmt werden.

8. Eine Strecke ab deren Bilder a_1h_1 und a_2b_2 in einer Ordinale liegen, und ein Punkt c sind gegeben; man soll durch c einen Strahl p ziehen, welcher \overline{ab} schneidet und zur ersten Bildebene parallel ist.

9. Ein Raumdreieck ist durch seine Bilder gegeben; bestimme die wahre Grösse desselben.

Fig. 71.

Fig. 72.

Fig. 73.

Fig. 74.

Fig. 75.

Fig. 76.

Fig. 77.

Fig. 78.

Mittels Differenzendreiecken bestimme die wahre Länge von \overline{ab} , \overline{bc} und \overline{ca} ; dann construire das Dreieck $a b c$ aus den drei Seiten.

Fig. 79.

10. Ein Parallelogramm ist durch seine Bilder gegeben; es ist die wahre Grösse desselben zu bestimmen.

Man ziehe die Diagonale \overline{ac} , wodurch das Parallelogramm in zwei congruente Dreiecke zerfällt wird; dann bestimme man auf die vor erwähnte Art die wahre Grösse des Dreieckes $a b c$ und ergänze dasselbe zu dem Parallelogramm $a b c d$.

Fig. 80.

11. Ein Dreieck ist durch seine Bilder gegeben; es soll sein Schwerpunkt s im Raume durch die Bilder bestimmt werden.

Der Schwerpunkt eines Dreieckes ist der Schnittpunkt der seitenhalbierenden Transversalen.

Fig. 81.

12. Ein Raumdreieck ist durch seine Bilder gegeben; es sind die Bilder der drei Höhen des Dreieckes zu construire.

Man bestimme aus den drei Seiten die wahre Grösse des Dreieckes $a b c$ und ziehe daselbst die drei Höhen, deren Fusspunkte α , β , γ die Strecken $\overline{b c}$, $\overline{c a}$ und $\overline{a b}$ in bestimmten Verhältnissen theilen, welche auf die Bilder unverändert übergehen.

13. Ein Dreieck ist durch die Bilder gegeben; es soll der Mittelpunkt des dem Dreiecke ein- und umgeschriebenen Kreises durch die Bilder bestimmt werden.

Die Auflösung dieser Aufgabe erfolgt in der Art wie die der vorhergehenden.

Fig. 82.

14. Zwei sich schneidende Gerade p und q sind durch die Bilder gegeben; es soll der von ihnen eingeschlossene Winkel α bestimmt werden.

Man nehme auf p einen Punkt b und auf q einen Punkt c an; bestimme sodann die wahre Grösse des Dreieckes abc aus den 3 Seiten. Der Winkel $bac = \alpha$ ist der gesuchte.

Fig. 83.

15. Zwei parallele Gerade p und q sind durch die Bilder gegeben; es ist der Abstand derselben zu bestimmen.

Man nehme in p einen Punkt a und auf q zwei beliebige Punkte b und c an. Dann bestimme die wahre Grösse von $\triangle abc$ und falle von a auf bc das Perpendikel ad , welches dem gesuchten Abstande gleich ist.

16. Eine Gerade p und ein Punkt a sind durch die Bilder gegeben. Es sollen die Bilder des von a auf p gefällten Perpendikels gesucht werden.

Man nehme auf p zwei beliebige Punkte m und n an und bestimme die wahre Grösse des Dreieckes amn .

Fällt man $ab \perp mn$, so ist ab gleich dem Abstande des Punktes a von der Geraden.

Will man die Bilder von ab finden, so überlege man, dass b die Strecke mn in einem bestimmten Verhältnisse theilt, welches auf die Bilder m_2n_2 und m_1n_1 unverändert übergeht.

Fig. 85.

17. Zwei sich schneidende Gerade sind durch die Bilder gegeben; man soll die Bilder der Winkelhalbierenden t suchen.

Man nehme auf p einen Punkt m und auf q den Punkt n an; bestimme die wahre Grösse des Dreieckes amn aus den drei Seiten und construire die Winkelhalbierende ao , welche mn in c schneidet; das Theilungsverhältnis $mc : cn$ übertrage man auf die Bilder.

18. Eine Gerade p und ein Punkt a seien durch die Bilder gegeben. Es sind die Bilder jenes gleichseitigen Dreieckes zu suchen, dessen Spitze in a und dessen Basis in p liegt.

19. Die Schenkel eines Winkels seien durch die Bilder gegeben. Man nehme auf dem einen Schenkel zwei Punkte a und b beliebig an und suche auf dem anderen Schenkel jenen Punkt c , welcher von a und b gleich weit absteht.

20. Eine Gerade p und ein beliebiger Raumpunkt a seien durch die Bilder gegeben; man suche die Bilder jenes Quadrates, von welchem eine Ecke in a und eine Seite in p liegt.

Die Ebene.

Jene Fläche, in welcher wir nach allen Richtungen Gerade ziehen können, ist eine Ebene.

Aus dieser Grundeigenschaft folgt unmittelbar:

Jede Gerade einer Ebene schneidet jede andere Gerade derselben Ebene.

Bewegt sich ein Strahl p derart, dass er stets durch einen gegebenen Punkt a geht und eine fixe Gerade q schneidet, so erzeugt er eine Ebene.

Bewegt sich ein Strahl p parallel zu sich selbst, dass er stets eine fixe Gerade q schneidet, so erzeugt er eine Ebene.

Bewegt sich ein Strahl p über zwei sich schneidenden fixen Geraden q und r derart, dass er die letzteren stets schneidet, so erzeugt er ebenfalls eine Ebene.

Aus diesen Erzeugungsweisen ersehen wir, dass eine Ebene vollkommen bestimmt ist:

1. Durch 2 sich schneidende Gerade.
2. Durch ein Paar paralleler Geraden.
3. Durch eine Gerade und einen ausserhalb liegenden Punkt.
4. Durch drei Punkte, welche nicht in einer Geraden liegen.

Wir wollen diese Angaben die Bestimmungsstücke einer Ebene nennen.

Überdies ersehen wir aus dem vorhergehenden noch weiter:

1. Liegen zwei Punkte einer Geraden in einer Ebene, so liegt die Gerade selbst in der Ebene.

2. Eine Gerade kann eine Ebene nur in einem Punkte schneiden; wenn dieser Schnittpunkt in die unendliche Ferne rückt, so ist die Gerade zu der Ebene parallel.

3. Der Schnitt zweier Ebene ist eine Gerade.

Eine Ebene wird dargestellt, wenn man eines ihrer Bestimmungsstücke darstellt.

In Fig. 89 ist eine Ebene gegeben durch die 2 sich schneidenden Geraden p und q . Wenn wir uns die Ebene versinnlichen wollen, so müssen wir uns die Geraden p und q versinnlichen.

Nehmen wir die Zeichnungsfäche als die erste Bildebene an, dann werden sich die ersten Spurpunkte a und b und der Schnittpunkt o zur Versinnlichung besonders empfehlen.

Fig. 86.

Fig. 87.

Fig. 88.

Fig. 89.

Der Schüler halte die Ebene des Dreieckes so, wie die Ebene $p \parallel q$ über der ersten Bildebene zu denken ist.

Die Punkte a und b liegen in der Ebene $p \parallel q$; was lässt sich mithin von der Geraden ab sagen?

a und b liegen noch überdies in der ersten Bildebene; welche Bedeutung hat der durch a und b bestimmte Strahl noch weiter?

Fig. 90.

Aufgabe: Es sei gegeben: eine Ebene durch ein Paar paralleler Geraden $p \parallel q$ und das erste Bild r_1 eines in der Ebene $p \parallel q$ liegenden Strahles r ; es soll r_2 gesucht werden.

Wenn die Gerade r in der Ebene $p \parallel q$ liegt, so muss sie jede andere Gerade derselben Ebene schneiden; folglich auch p und q . a_1 und b_1 sind demnach die ersten Bilder der Punkte, in welchen r die Geraden p und q schneidet.

Die zugeordneten Bilder a_2 und b_2 liegen in einer Ordinale in p_2 und q_2 , wodurch r_2 sofort bestimmt ist.

Fig. 91.

Aufgabe: Es sei Fig. 91 gegeben: eine Ebene durch die zwei sich schneidenden Geraden p, q und das zweite Bild a_2 eines in dieser Ebene liegenden Punktes a ; es soll a_1 gesucht werden.

Wir construiren eine Gerade r , welche durch a geht und in der Ebene $p \parallel q$ liegt; der Einfachheit wegen wählen wir $r \parallel p$. Es wird somit r_2 durch $a_2 \parallel p_2$ zu ziehen sein und weil die Gerade r in der Ebene $p \parallel q$ liegt, so muss sie auch q schneiden; n_2 ist das zweite Bild dieses Schnittpunktes; n_1 liegt in der Ordinale und in p_1 . Zieht man durch n_1 einen Strahl parallel zu p_1 so erhält man r_1 , in welchem a_1 liegen muss.

Fig. 92.

Aufgabe: Es seien gegeben ein Dreieck abc und ein Raumpunkt n durch die Bilder; man soll untersuchen ob n ober oder unter der Dreiecksebene liegt.

Wir construiren zu n einen in der Ebene abc liegenden Einserdeckpunkt n' . Das erste Bild von n' fällt mit n_1 zusammen; um n'_2 zu finden, ziehen wir durch n' eine in der Dreiecksebene liegende Gerade be und in dem zweiten Bilde derselben liegt n'_2 .

Nun vergleiche man die ersten Ordinaten der Punkte n und n' ; da in unserem Falle die erste Ordinate von n grösser ist als die erste Ordinate von n' , so liegt n ober der Dreiecksebene.

Fig. 93.

Wann läge n unter und wann in der Dreiecksebene?

In Fig. 93 ist eine Ebene und ein Punkt n gegeben; es soll untersucht werden ob n vor oder hinter der gegebenen Ebene liegt.

Man suche zu n einen in der Ebene $abcd$ liegenden Zweierdeckpunkt n' und vergleiche die zweiten Ordinaten von n und n' . In unserem Falle ist die zweite Ordinate von n grösser als die von n' ; folglich liegt n vor der Ebene.

Wann läge n hinter und wann in der gegebenen Ebene?

Die Spuren der Ebenen.

Der Schnitt einer Ebene mit einer Bildebene heisst die Spur der Ebene.

Die Spur einer Ebene ist eine Gerade, welche wir mit demselben

Buchstaben bezeichnen wollen wie die Ebene und geben derselben den Zeiger der Bildebene, in welcher sie liegt. Überdies setzen wir über diesen Buchstaben einen Querstrich (—), das Spurzeichen, um die Spur sofort von den Bildern anderer Geraden zu unterscheiden.

Der Schnitt einer Ebene u mit der ersten Bildebene wird mit „ \bar{u}_1 “ Fig. 94, bezeichnet und „Spur u eins“ gelesen.

Die zweite Spur dieser Ebene bezeichnen wir mit „ \bar{u}_2 “ und lesen dieses Zeichen: „Spur u zwei.“

Solche Spuren einer Ebene, welche in zugeordneten Bildebenen liegen, wollen wir zugeordnete Spuren nennen.

Je zwei zugeordnete Spuren einer Ebene müssen sich immer schneiden, weil sie in derselben Ebene liegen; dieser Schnittpunkt kann nur in der Bildaxe liegen; warum?

Ist eine Ebene zur Bildaxe parallel, so schneidet sie dieselbe erst in unendlicher Ferne; wie müssen dann ihre zugeordneten Spuren liegen?

Durch zwei zugeordnete Spuren ist eine Ebene vollkommen bestimmt; denn es ist dies ein ganz spezieller Fall von demjenigen, wo eine Ebene durch ein Paar sich schneidender Geraden bestimmt ist.

Die Spuren unbegrenzter Ebenen sind wieder unbegrenzte Gerade. Wir wollen künftig hin nur die positiv liegenden Theile derselben abbilden; von der ersten Spur deuten wir nur den vor der zweiten Bildebene liegenden Theil an und von der zweiten Spur nur denjenigen, der ober der ersten Bildebene liegt.

Wenn wir uns die Lage einer durch die Spuren gegebenen Ebene versinnlichen wollen, so müssen wir vorerst erklären, über welcher Bildebene wir die Versinnlichung vornehmen wollen.

In Fig. 94 ist die Ebene V durch die zugeordneten Spuren \bar{V}_1 und Fig. 94. \bar{V}_2 bestimmt. Betrachten wir die Zeichnungsfläche als die erste Bildebene, so liegt \bar{V}_1 in der Zeichnungsfläche und die zugeordnete Spur \bar{V}_2 muss versinnlicht werden.

Wir nehmen auf der zweiten Spur einen Punkt a an und versinnlichen uns denselben über der ersten Bildebene; durch a und den Axenpunkt A geht die zweite Spur und wir können uns nun durch die Ebene des uns zur Hand liegenden Dreieckes die Lage der Ebene V über der ersten Bildebene sofort versinnlichen.

Steht eine Ebene u (Fig. 95) auf der ersten Bildebene senkrecht, so muss ihre zweite Spur \bar{u}_2 auf der Bildaxe senkrecht stehen; denn stehen 2 Ebenen senkrecht auf einer dritten, so steht auch ihre Schnittgerade senkrecht auf dieser Ebene. Dem projicirenden Auge Eins erscheint diese Ebene u als eine Gerade, weil alle in dieser Ebene liegenden Gebilde in u , ihr erstes Bild haben. Die Flächenausdehnung des ersten Bildes dieser Ebene ist zu Null geworden; wir sagen, die Ebene u zeige in der ersten Bildebene die Nullseite und bezeichnen die erste Spur derselben mit \bar{u}_1 .

Eine auf einer Bildebene senkrecht stehende Ebene nennt man auch eine projicirende Ebene.

Da die erste Bildebene zumeist horizontal gedacht wird, so heisst eine projicirende Ebene derselben eine horizontal projicirende Ebene.

Dieselben Betrachtungen können wir anstellen bezüglich einer Ebene, die auf der zweiten Bildebene senkrecht ist.

Fig. 95. Steht eine Ebene **V** (Fig. 95) auf der zweiten Bildebene senkrecht, so steht ihre erste Spur \overline{V}_1 senkrecht auf der Bildaxe; die ganze Ebene projicirt sich in der zweiten Bildebene in \overline{V}_2 ; wir sagen, die Ebene **V** zeige in der zweiten Bildebene die Nullseite und bezeichnen die zweite Spur derselben mit \overline{V}_2^o .

Diese Ebene ist für die zweite Bildebene eine projicirende und da wir gewohnt sind, die zweite Bildebene stets vertikal zu nehmen, so heisst die Ebene **V** eine vertikal projicirende Ebene.

Fig. 95. Steht eine Ebene **W** (Fig. 95) senkrecht auf beiden Bildebenen, so steht sie auch senkrecht auf der Bildaxe und beide Spuren derselben müssen auf der Bildaxe senkrecht stehen.

Fig. 95. Ist eine Ebene **M** (Fig. 95) parallel zur ersten Bildebene, so ist sie auch parallel zur Bildaxe; die zweite Spur \overline{M}_2 muss daher zur Bildaxe parallel sein, und die erste Spur fällt in die unendliche Ferne.

Fig. 95. Ist eine Ebene **N** (Fig. 95) parallel zur zweiten Bildebene, so ist die erste Spur \overline{N}_1 der Bildaxe parallel und die zugeordnete Spur fällt in die unendliche Ferne.

Die vorigen speziellen Fälle können wir folgends allgemein aussprechen:

Steht eine Ebene auf einer Bildebene senkrecht, so steht die zugeordnete Spur senkrecht auf der Bildaxe.

Ist eine Ebene parallel zu einer Bildebene, so ist die zugeordnete Spur parallel zur Axe.

Fig. 96. Ist eine Ebene **u** (Fig. 96) parallel zur Axe, dann sind die beiden zugeordneten Spuren \overline{u}_1 und \overline{u}_2 parallel zu der Bildaxe.

Fig. 96. In Fig. 96 haben wir vier Ebenen **u**, **v**, **w** und **n** durch ihre Spuren gegeben. Der Schüler versinnliche sich diese Ebenen über der Zeichnungsfläche und fertige zu diesen vier Fällen Modelle aus Kartenpapier an, welche die Projectionsebenen und die gegebenen Ebenen veranschaulichen.

Fig. 97. Geht eine Ebene **u** (Fig. 97) durch die Axe, so fallen beide Spuren in die Axe und es ist diessfalls die Ebene durch die Spuren unbestimmt, weil eine Ebene durch eine Gerade nicht vollständig bestimmt ist. Es muss dann noch ein Bestimmungsstück der Ebene gegeben sein; allenfalls ein Punkt **a** dieser Ebene.

Man versinnliche sich den Punkt **a** und halte die Ebene des Dreieckes durch die Axe und durch **a**, so hat man die Lage dieser Ebene veranschaulicht.

Die Spurparallelen.

Spurparallele nennen wir jene Gerade, welche in einer Ebene liegen und zu einer Spur derselben parallel sind.

Gerade, welche in einer Ebene liegen und zu der ersten Spur derselben parallel sind, nennen wir Einserspurparallele.

Da parallele Gerade parallele Bilder haben, so ist das zweite Bild der Einserspurparallelen stets parallel zur Bildaxe, weil das zweite Bild der ersten Spur in die Bildaxe fällt. Das erste Bild einer Einserspurparallelen ist stets parallel zu der ersten Spur und giebt somit die Richtung derselben an.

In Fig. 98 haben wir $p_2 \parallel X_2$ als das zweite Bild einer Einserspurparallelen p angenommen; weil die Gerade p in der Ebene u liegt, so muss sie jede andere Gerade derselben Ebene, folglich auch u_2 , schneiden. Dieser Schnittpunkt a hat sein erstes Bild in der Axe, weil das erste Bild der zweiten Spur in der Axe liegt; durch a_1 geht $p_1 \parallel u_1$.

Eine Gerade, welche in einer Ebene liegt und zu der zweiten Spur derselben parallel ist, heisst eine Zweierspurparallele; ihr erstes Bild ist stets parallel zur Axe, weil das erste Bild der zweiten Spur in der Axe liegt; das zweite Bild derselben muss zur zweiten Spur parallel sein.

Fig. 99. wurde $p_1 \parallel X_2$ als das erste Bild einer Zweierspurparallelen der Ebene u angenommen; p muss auch u_1 in einem Punkte schneiden, dessen zweites Bild a_2 in der Bildaxe liegt.

Zieht man durch a_2 den Strahl $p_2 \parallel u_2$, so hat man das zweite Bild der Zweierspurparallelen gefunden, welches stets die Richtung der zweiten Spur angibt.

In sehr vielen Fällen, wo die Spuren einer Ebene nicht gegeben sind, ist es nötig, wenigstens die Richtungen der Spuren zu kennen, und da leisten uns die Spurparallelen treffliche Dienste.

Es sei gegeben (Fig. 100) ein Raumdreieck durch seine orthogonalen Bilder; es sollen die Richtungen der Spuren dieser Dreiecksebene bestimmt werden.

Durch a_2 ziehen wir $p_2 \parallel X_2$ und erklären, dass p_2 das zweite Bild einer in der Dreiecksebene liegenden Geraden p sein soll; dann muss p auch bc schneiden und zwar liegt das zweite Bild dieses Schnittpunktes a_2 in $b_2 c_2$ und a_1 in b, c_1 .

$a_1 a_2$ giebt p_1 , die Richtung der ersten Spur der Ebene abc an.

Zur Auffindung der Richtung der zweiten Spur ziehen wir das erste Bild einer Zweierspurparallelen $q_1 \parallel X_2$. Weil die Gerade q in der Ebene des Dreieckes abc liegen soll, so muss sie jede andere Gerade desselben, folglich auch ab , schneiden.

Wo q_1 die Gerade $a_1 b_1$ schneidet, dort ist β_1 , das erste Bild des Raumschnittpunktes, dessen zweites Bild β_2 in $a_2 b_2$ liegen muss.

β_2 und c_2 bestimmen die Gerade q_2 , welche die Richtung der zweiten Spur der Ebene abc angibt.

Fig. 98.

Fig. 99.

Fig. 100.

Drehung des Punktes.

Unter der Drehung eines Punktes verstehen wir eine solche Ortsveränderung desselben, bei welcher sich der Punkt um eine fixe Gerade bewegt, ohne seinen Abstand von ihr zu ändern, in einer auf dieser Geraden senkrechten Ebene.

Die Bahn, welche der Punkt bei der Drehung beschreibt, ist ein Kreis; den Mittelpunkt dieses Kreises nennen wir den Drehungsmittelpunkt und den Halbmesser desselben den Drehungshalbmesser.

Die fixe Gerade heisst die Drehungsaxe und die Ebene, welche wir durch den gegebenen Punkt senkrecht auf die Drehungsaxe legen, die Drehungsebene; ihr Schnitt mit der Drehungsaxe giebt den Drehungsmittelpunkt.

Fig. 101. In Fig. 101 wurde die Drehungsaxe p in der ersten Bildebene und senkrecht auf die 2te angenommen; der zu drehende Punkt $a_1 a_2$ liegt in der zweiten Bildebene.

Dieser Annahme zu Folge ist die 2te Bildebene die Drehungsebene des Punktes a . Der Kreis, welchen a bei der Drehung beschreibt, liegt in der zweiten Bildebene; sein erstes Bild fällt sonach in die Bildaxe.

Soll nun der Punkt a um einen gegebenen Winkel α in einem bestimmten Sinne gedreht werden, so können wir diese Aufgabe sehr leicht ausführen, weil sich der Drehungswinkel α in der 2ten Bildebene in wahrer Grösse zeigt.

Bezeichnen wir den Drehungshalbmesser vor der Drehung mit q und den nach vollzogener Drehung mit q' ; so machen wir $\angle(q_2 q'_2) = \alpha$ und erhalten sofort $a'_2 a'_1$ die Bilder des Punktes a nach der Drehung. a'_1 muss in der Bildaxe liegen, weil a in der 2ten Bildebene stets verbleibt,

Fig. 102. Im Folgenden (Fig. 102) wollen wir jenen Fall betrachten, wo die Drehungsaxe p in der 1ten Bildebene liegt und senkrecht auf der 2ten steht; der zu drehende Punkt $a_1 a_2$ liegt beliebig im Raume.

Aus der speziellen Lage der Drehungsaxe p folgt, dass die Drehungsebene u des Punktes a senkrecht auf der ersten und parallel zu der zweiten Bildebene ist; die erste Spur u_1 dieser Ebene muss daher durch a_1 senkrecht auf p_1 gehen und ihr Schnitt mit p_1 giebt o_1 , das erste Bild des Drehungsmittelpunktes; o_2 ist in der Bildaxe.

$a_1 o_1$ und $a_2 o_2$ sind die Bilder des Drehungshalbmessers und weil $a_1 o_1$ der Axe parallel ist, so ist $a_2 o_2$ der wahren Grösse von $a o$ gleich.

Die Drehungsebene ist für die erste Bildebene projicirend; folglich projicirt sich der Kreis, den der Punkt a bei der Drehung beschreibt, in der ersten Bildebene in u_1 als eine Strecke.

Da aber die Drehungsebene gleichzeitig der 2ten Bildebene parallel ist, so projicirt sich der Kreis in der zweiten Bildebene in wahrer Grösse; es wird auch der Drehungswinkel α sich in wahrer Grösse projiciren.

Wir beschreiben von o_2 als Mittelpunkt mit dem Radius $a_2 o_2$ einen Kreis und erhalten sofort das zweite Bild des Drehungskreises. Nachdem der Sinn, in welchem die Drehung vorgenommen werden soll, festgestellt

worden, machen wir ~~(a_2 o_2 a'_2)~~ $= \alpha$ und erhalten a'_2 , das 2te Bild des Punktes nach der Drehung, dessen erste Projection in der Ordinale und in \bar{u}_1 liegt.

Gehen wir um einen Schritt weiter und betrachten in Fig. 103 jenen Fig. 103 Fall, wo die Drehungsaxe p in keiner der Bildebenen, aber noch immerhin so speziell im Raum liegen soll, dass sie auf einer Bildebene senkrecht, mithin auch parallel zu der Zugeordneten sei.

Bei unserer Annahme, wo die Drehungsaxe p senkrecht auf der ersten Bildebene steht, wird die Drehungsebene u des Punktes a senkrecht auf der 2ten und parallel zur 1ten Bildebene sein; \bar{u}_2 geht also durch a_2 senkrecht auf p_2 .

Das zweite Bild des Kreises, welchen a bei der Drehung beschreibt fällt in \bar{u}_2 ; in der ersten Bildebene projicirt sich dieser Kreis in wahrer Grösse.

Man sieht nun klar ein, dass auch in diesem Falle die Drehung des Punktes um einen gegebenen ~~α~~ eben so leicht und in derselben Weise wie früher ausgeführt werden kann.

Im Folgenden wollen wir zeigen, dass wir jeden anderen Fall auf die vorigen zurückführen können.

Es sei Fig. 104 eine Drehungsaxe p in der ersten und geneigt gegen Fig. 104. die 2te Bildebene gegeben. Der Punkt a_1 , a_2 , welcher in der ersten Bildebene liegt, soll um die Axe p so lange gedreht werden, bis er einen Bogen durchschritten hat, der einem gegebenen Drehungswinkel α entspricht.

Weil p in der ersten Bildebene liegt, so steht die Drehungsebene u des Punktes a senkrecht auf dieser Bildebene.

Die erste Spur dieser Ebene muss durch a_1 senkrecht auf p_1 gehen; u_2 ist senkrecht auf der Bildaxe.

Das erste Bild des Kreises, welchen der Punkt a beschreibt, fällt in die erste Spur der projicirenden Ebene; im zweiten Bilde projicirt sich derselbe nicht mehr in wahrer Grösse, weil die Drehungsebene u der zweiten Bildebene nicht parallel ist.

Damit wir diesen Fall auf den einfachsten reduzieren, so können wir eine neue Bildebene senkrecht auf die Drehungsaxe einführen. Die dritte Bildebene müssen wir diesfalls der ersten zuordnen und ${}_1X_3$ senkrecht auf p_1 ziehen; in dieser dritten Bildebene wird sich der Kreis in wahrer Grösse projiciren. Wir suchen daher a'_3 , p_3 und können sofort a'_2 , das dritte Bild von a nach der Drehung finden, wenn der Winkel α gegeben ist.

a'_1 ist dem dritten Bilde zugeordnet und muss in \bar{u}_1 liegen. a'_2 wird aus der ersten Ordinate von a' gefunden, welche wir aus dem Abstande a'_3 von ${}_1X_3$ der Grösse und Lage nach ablesen.

Der Einfachheit wegen hätten wir die Drehungsebene u als die neue Bildebene ansehen können und dies hätte keine andere Bedeutung, als dass wir uns die Ebene u um die erste Spur in die erste Bildebene umgelegt denken; im folgenden Beispiele wollen wir davon einen Gebrauch machen.

Es sei (Fig. 105) gegeben: eine Gerade p in der ersten Bildebene Fig. 105.

und geneigt gegen die zweite, als Drehungsaxe und ein Raumpunkt $a_1 a_2$.

Der Punkt a soll um die Axe p so lange gedreht werden, bis er in die erste Bildebene fällt.

Die Drehungsebene u des Punktes a steht auf der ersten Bildebene und auf p senkrecht; folglich muss notwendig $\overline{u_1}$ durch a_1 senkrecht auf p_1 gehen.

Der Schnittpunkt a dieser beiden Geraden ist der Drehungsmittelpunkt.

In der Ebene u liegt der Kreis, den der Punkt a bei der Drehung beschreibt. Wir denken uns die Ebene u sammt dem Punkte a um $\overline{u_1}$ in die erste Bildebene umgelegt und werden nach der Umlegung den Kreis in der ersten Bildebene in wahrer Grösse sehen.

Der Drehungsmittelpunkt ω ändert seine Lage während der Umlegung der Ebene u nicht, weil er in der ersten Spur $\overline{u_1}$ liegt.

Damit wir die Lage des Punktes a nach der Umlegung, wir wollen selbe mit a_3 bezeichnen, auffinden, so haben wir zu überlegen, dass die erste Ordinate von a auf der ersten Bildebene, mithin auch auf $\overline{u_1}$ senkrecht steht und auch während und nach der Umlegung senkrecht auf der Spur der Drehungsebene verbleibt. Wir errichten daher in a_1 eine Senkrechte auf $\overline{u_1}$ in der Zeichnungsfläche; in dieser wird der Punkt a nach der Umlegung liegen. Die erste Ordinate ist gleich dem Abstande des 2ten Bildes von der Axe; wir machen daher $a_3 a_1 = a_2 A$ und erhalten sofort a_3 , die Umlegung des Raumpunktes a . $a_3 \omega$ ist der umgelegte Drehungshalbmesser, mit welchem wir den Kreis in der Umlegung verzeichnen; wo dieser $\overline{u_1}$ schneidet, dort ist der gesuchte Punkt a' .

Aus der umgelegten Drehungsebene können wir gleichzeitig den Winkel $a_3 \omega a'$ entnehmen, welchen der Raumpunkt a durchschreitet, bis er in die erste Bildebene fällt.

Für die gestellte Aufgabe giebt es noch eine Auflösung. Wir hätten nämlich die Drehung im anderen Sinne vornehmen können und kämen da auf jenen Punkt, wo der Drehungskreis zum 2ten male die erste Bildebene trifft.

Diese Aufgabe ist von besonderer Wichtigkeit, weil sie sehr häufig zur Anwendung kommt. Wir wollen dieselbe noch einmal betrachten.

Nach der Drehung fällt a' in $\overline{u_1}$, d. h. in jenen Strahl, welchen man von a_1 senkrecht auf p_1 fällt. Die Strecke $a' \omega$ ist offenbar dem Drehungshalbmesser von a gleich und wenn es uns demnach gelingt, die wahre Grösse desselben zu bestimmen, so ist a' sofort gefunden.

In dem rechtwinkligen Dreiecke $a_1 \omega a_3$ ist die Hypotenuse dem Drehungshalbmesser gleich. Die eine Kathete $a_1 \omega$ ist gleich dem Abstande des ersten Bildes von dem Drehungsmittelpunkte und die andere $a_3 a_1$ ist gleich dem Abstande des Raumpunktes von seinem ersten Bilde.

Aus den 2 bekannten Katheten kann man dieses Dreieck leicht konstruiren und den Drehungshalbmesser bestimmen. Mit Vortheil benutzt man bei Construction dieses Dreieckes einen bereits vorhandenen rechten Winkel, da es auf die Lage dieses Dreieckes sonst nicht ankommt.

In ähnlicher Weise wie in Fig. 104 lässt sich auch der Fall (Fig. 106) behandeln, wo ein Raumpunkt um eine Axe gedreht werden soll, Fig. 106, welche im Raume parallel der ersten und geneigt gegen die 2te Bildebene liegt.

Wir führen eine dritte Bildebene so ein, dass die Drehungsaxe p auf derselben senkrecht steht. Zu diesem Behufe muss die Bildebene drei der ersten zugeordnet und X_3 senkrecht auf p_1 gezogen werden; sodann suchen wir von dem zu drehenden Punkte a und von der Drehungsaxe p die dritten Bilder.

In der Bildebene Drei projiziert sich der Kreis und der Drehungswinkel in wahrer Grösse und es kann die gestellte Aufgabe wie im früheren Falle gelöst werden.

Aufgabe: In der ersten Bildebene liegt ein Dreieck abc und eine Gerade p ; man soll das Dreieck um die Gerade p als Drehungsaxe so lange drehen, bis es einen gegebenen Winkel α durchschritten hat. Fig. 107.

Ein jeder Punkt dieses Dreieckes wird sich in einer Ebene bewegen welche durch den Punkt geht und senkrecht auf der Drehungsaxe steht; es wird also einem jeden der Eckpunkte a , b , und c eine Drehungsebene entsprechen. Die Spuren dieser Ebenen gehen durch a_1 , b_1 , c_1 und stehen senkrecht auf p_1 .

Der Schüler halte die Handfläche oder die Ebene eines Dreieckes so, dass sie ihm der Reihe nach die Drehungsebenen der Punkte a , b , c versinnlicht; sehe nach, wo diese Ebenen die Drehungsaxe schneiden und sage, welche Bedeutung diese Schnittpunkte haben.

Die Bögen, welche die Punkte des Dreieckes abc bei der Drehung beschreiben, entsprechen sämmtlich demselben Centriwinkel α .

Welcher von diesen Bögen ist der grösste und in welchem Verhältnisse stehen diese Bögen zu einander?

Nennen wir die Eckpunkte des Dreieckes nach der Drehung a' , b' und c' ; wenn wir diese auffinden, so ist auch das Dreieck nach der Drehung fixirt.

Für den einen Eckpunkt a führen wir die Drehung wirklich aus und finden mittels der 3ten Bildebene, welche senkrecht auf die Drehungsaxe eingeführt wurde, a'_3 , woraus sich a' , in der Spur der Drehungsebene und a'_2 aus dem Abstande des dritten Bildes von der Axe X_3 finden lässt.

Die Punkte b' und c' können wir nun unmittelbar angeben.

Die Seiten ab und ac schneiden die Drehungsaxe in den Punkten m und n , welche bei der Drehung unverändert bleiben. Die Strecke $a'_1 n_1$ gibt das erste Bild von $a n$ nach vollzogener Drehung; in dieser Geraden und in der Spur der Drehungsebene muss das erste Bild von b nach der Drehung liegen; wir finden somit im Schnitte beider b'_1 .

n_2 liegt in der Bildaxe; wir ziehen $a'_2 n_2$; dann die Ordinale von b'_1 und erhalten sofort b'_2 .

Die Bilder von c' können wir auf dieselbe Art finden. Bei unserer Annahme, Fig. 107, ist die Seite bc parallel zu der Drehungsaxe p und sie bleibt auch nach der Drehung noch immer parallel zu p ; warum?

Da parallele Gerade parallele Bilder haben, so muss $b'_1 c'_1 \parallel p_1$ und $b'_2 c'_2 \parallel p_2$ sein; diesen Umstand können wir benützen, um die Bilder des dritten

Eckpunktes zu finden oder die Richtigkeit unserer Arbeit zu prüfen. Wir bemerken nebenbei, dass wir jenen Punkten, die wir auf verschiedenen und von einander unabhängigen Wegen finden können, stets eine besondere Aufmerksamkeit widmen wollen, weil dadurch Ungenauigkeiten vermieden und begangene Fehler alsbald entdeckt werden; wir könnten füglich solche Punkte **Controlpunkte** nennen.

In Fig. 107 haben wir das gegebene Dreieck aus der Position $a'b'c'$ überdies noch um einen bestimmten Winkel weiter gedreht und die Bilder in der 2ten Position $a''b''c''$ gefunden. Man braucht nur einen Punkt zu drehen und findet die übrigen unmittelbar.

Betrachten wir die geometrischen Gebilde a, b, c , a', b', c' und a'', b'', c'' etwas näher, so finden wir:

1. Jedem Punkte in dem einen Gebilde entspricht ein ganz bestimmter Punkt in dem anderen; eben so wie jeder Geraden des einen Gebildes eine ganz bestimmte Gerade in dem anderen zugeordnet werden kann.

2. Je zwei einander entsprechende Punkte liegen in einem Strahle, der auf der Drehungsaxe senkrecht steht; wir sehen somit ein, dass alle diese Strahlen von demselben unendlich ferner Centrum herkommen.

3. Je zwei einander entsprechende Gerade schneiden sich in demselben Punkte der Drehungsaxe; und wenn wir die einander entsprechenden Elemente **verwandte Elemente** nennen, so können wir sagen:

4. Verwandte Punkte liegen in verwandten Geraden und verwandte Gerade gehen durch verwandte Punkte.

Diese Eigenschaften haben wir aus der Lage der Gebilde gegen einander abgelesen; wir erkennen alsbald, dass wir es mit perspektivisch affinen Gebilden zu thun haben deren Begegnungsgerade die Drehungsaxe ist.

Diese Erkenntnis setzt uns in den Stand, dass eine Gebilde aus dem anderen unter wesentlich verschiedener Anschauung abzuleiten, sobald nur ein verwandtes Punktpaar bestimmt ist.

Wir beschränken uns vorderhand, die geometrische Verwandtschaft dieser Gebilde erkannt zu haben. Bei den Umlegungen ebener Gebilde und den projectiven Eigenschaften ihrer orthogonalen Bilder kommen wir auf diese Eigenschaften der Lage nochmals zu sprechen und dann erst wollen wir zeigen, wie vortheilhaft wir dieselben zur Lösung anregender Aufgaben benutzen können.

Fig. 108. **Aufgabe:** In Fig. 108 ist ein Parallelogramm $a b c d$ im Raume gegeben, welches um die zur ersten Bildebene parallele Gerade p um einen bestimmten Winkel α gedreht werden soll.

Wir führen eine dritte Bildebene ein, auf welcher die Drehungsaxe p senkrecht steht. In unserem Falle können wir die Bildebene Drei unmittelbar der ersten Bildebene zuordnen, indem wir X_3 senkrecht auf p_3 ziehen und sodann p_3 und die dritten Bilder von a, b, c, d suchen.

In der dritten Bildebene projiciren sich die Kreisbögen, welche diese Punkte bei der Drehung beschreiben, in wahrer Grösse und ihre Drehungsmittelpunkte bilden sich sämtlich in p_3 ab.

Seitwärts zeichnen wir uns den gegebenen Drehungswinkel α , dessen Schenkel wir mit den Bögen durchschneiden, welche den Drehungshalbmessern der Punkte a, b, c, d entsprechen. Die Sehnen, welche diesen Bögen entsprechen, übertragen wir in die dritte Bildebene und erhalten sofort $a'_3 b'_3 c'_3 d'_3$, das dritte Bild des Parallelogrammes nach der Drehung.

Die ersten Bilder dieser Punkte sind den dritten zugeordnet und liegen in den Spuren der Drehungsebenen, welche durch a_1, b_1, c_1, d_1 , gehen und senkrecht auf p_1 stehen. Die zweiten Bilder a'_2, b'_2, c'_2 und d'_2 , werden nach den Ordinatengesetzen gefunden, indem man die Ordinalen auf ${}_1X_2$ fällt und die ersten Ordinaten in der dritten Bildebene abliest.

Aufgabe: Ein Raumpunkt a, a_2 soll um die Gerade $p_1 p_2$, welche Fig. 109. gegen beide Bildebenen geneigt ist, gedreht werden; der Drehungswinkel sei der Reihe nach $= 90^\circ, 180^\circ$ und 270° .

Weil die Drehungsaxe p zu beiden Bildebenen geneigt ist, so ist auch jede auf p senkrechte Ebene doppelt geneigt und da eine solche Ebene keiner der bereits vorhandenen Bildebenen zugeordnet werden kann, so müssen wir vorerst eine Bildebene Drei parallel zu p einführen. Nehmen wir an, dass die dritte Bildebene der ersten zugeordnet werden soll; dann müssen wir ${}_1X_3 \parallel p$, ziehen und entscheiden, wie das projicirende Auge Drei auf die Bildebene Drei sieht.

Auf p nehmen wir zwei beliebige Punkte $\alpha_1 \alpha_2$ und $\beta_1 \beta_2$ an und suchen von α, β , und a die dritten Bilder α_3, β_3 und a_3 ; durch $\alpha_3 \beta_3$ ist sofort p_3 bestimmt.

Die Gerade p ist parallel zu der dritten Bildebene; folglich steht jede auf p senkrechte Ebene ebenfalls senkrecht auf dieser Bildebene. Wir können sonach eine Bildebene Vier der dritten so zuordnen, dass sie senkrecht auf p steht.

Zu diesem Behufe ziehen wir ${}_3X_4 \perp p_3$, entscheiden, wie das projicirende Auge Vier auf die vierte Bildebene sieht und suchen a_4 und p_4 nach den Ordinatengesetzen.

In der vierten Bildebene haben wir unseren Zweck erreicht; hier projicirt sich der Bogen, den a bei der Drehung beschreibt, in wahrer Grösse und wir finden sofort a'_4, a''_4 und a'''_4 , welche den Drehungswinkeln $90^\circ, 180^\circ$ und 270° entsprechen.

Die dritten Bilder dieser Punkte sind den vierten zugeordnet und liegen in der dritten Spur der Drehungsebene, welche durch a_3 senkrecht auf p_3 geht.

Die ersten Bilder sind den dritten zugeordnet. Der Abstand des ersten Bildes von ${}_1X_3$ ist gleich der dritten Ordinate und diese lesen wir der Grösse und Lage nach aus dem Abstande des vierten Bildes von ${}_3X_4$.

Die zweiten Bilder a'_2, a''_2 und a'''_2 sind den ersten Bildern zugeordnet; ihre Abstände von ${}_1X_2$ sind gleich den ersten Ordinaten dieser Punkte, welche der Grösse und Lage aus den Abständen der dritten Bilder von ${}_1X_3$ erhalten werden.

Die Strecken aa'' und $a'a'''$ sind zwei auf einander senkrecht stehende Durchmesser des von a beschriebenen Kreises; o ist der Schnitt der

Kreisebene mit der Drehungsaxe p . Die Bilder dieser Durchmesser müssen sich gegenseitig halbieren; warum?

Fig. 110.

Aufgabe: (Fig. 110). Eine Strecke a_1b_1, a_2b_2 , ganz beliebig im Raum gelegen, dreht sich um die Axe p_1, p_2 , welche ebenfalls gegen beide Bildebenen geneigt und zu der Strecke ab nicht parallel ist und sie auch nicht schneidet; es sollen etwa 10 Positionen dargestellt werden, welche die Strecke ab der Reihe nach angenommen hat, bis die Umdrehung um einen vollen Winkel erfolgt ist.

Wir führen zuerst eine Bildebene Drei parallel zu p und suchen a_3 b_3 und p_3 . Dann ordnen wir der dritten Bildebene eine vierte, senkrecht auf p zu und suchen a_4b_4 und p_4 .

Die Kreise, welche a und b beschreiben, projiciren sich in der vierten Bildebene in wahrer Grösse. Wir haben die Annahme so getroffen, dass die Radien derselben gleich sind; folglich decken sich ihre 4ten Bilder. Wir theilen den Kreis in 10 gleiche Theile, verbinden diese Theilungspunkte ordnungsgemäss und erhalten sofort die 4ten Bilder der verlangten zehn Stellungen, welche ab bei der Umdrehung einnimmt.

Die dritten Bilder sind den vierten zugeordnet und liegen beziehungsweise in den dritten Spuren der Drehungsebenen, welche von a_3 und b_3 senkrecht auf p_3 gefällt werden.

Die ersten und zweiten Bilder werden wie im früheren Beispiele gesucht.

Die Hauptstellungen der Ebenen.

Wenn wir uns eine Ebene im Raum als ein vorhandenes, starres Gebilde vorstellen, so müssen wir gleichzeitig zwei Seiten an dieser Ebene unterscheiden, welche je nach der Stellung und nach der Schrichtung des projicirenden Auges auch verschieden benannt werden.

Das orthogonal projicirende Auge Eins, welches von oben herab auf die erste Bildebene sieht, nennt die sichtbare Seite der Ebene die Oberseite und die andere, welche von diesem Auge nicht gesehen wird, die Unterseite.

Das orthogonal projicirende Auge Zwei, welches von vorne her auf die zweite Bildebene sieht, nennt die von ihm gesehene Seite einer allgemein im Raum liegenden Ebene die Vorderseite und die andere die Rückseite.

Die erste Hauptstellung einer Ebene wollen wir durch die Lage des Dreieckes abc in Fig. 80 angedeutet haben. Versinnlichen wir uns dieses Dreieck allenfalls über der ersten Bildebene und halten sodann die Handfläche so, wie die Ebene des Dreieckes abc im Raum geht, so sehen wir sofort ein, dass wir immer dieselbe Seite dieser Ebene sehen, mögen wir von oben herab oder von vorne auf diese Ebene sehen.

Diejenige Seite, welche das projicirende Auge Eins Oberseite nennt, ist gleichzeitig für das projicirende Auge Zwei die Vorderseite; wir wollen daher diese Hauptstellung der Ebene durch die Eigenschaft Oberseite gleich der Vorderseite kennzeichnen.

Gestützt auf dieses Merkmal, sehen wir unmittelbar ein:

Liegt ein Punkt über einer Ebene, deren Hauptstellung Oberseite gleich der Vorderseite ist, so liegt er auch gleichzeitig vor dieser Ebene und wird folglich von beiden projicirenden Augen gesehen.

Liegt ein Punkt unter einer Ebene, deren Hauptstellung Oberseite gleich der Vorderseite ist, so liegt er auch gleichzeitig hinter dieser Ebene und wird folglich von den beiden projicirenden Augen nicht gesehen.

Die Wahrheit dieser Sätze, die wir durch Versinnlichung im Raum sofort erkennen, setzt uns in den Stand, von einer Bildebene auf die zugeordnete einen sicheren Schluss zu ziehen, wenn wir die Lage eines Raumgebildes in Bezug auf eine Ebene untersuchen.

Die Ebene des Dreieckes **a b c** Fig. 80 hat die Hauptstellung Oberseite gleich der Vorderseite, was wir sofort durch Versinnlichung erkennen.

Es giebt überdies ein ganz mechanisches Erkennungsmittel für diese Hauptstellung, welches wir uns nebenbei merken wollen.

Lesen wir die ersten Bilder der Eckpunkte **a₁ b₁ c₁** in einer bestimmten Ordnung, indem wir z. B. von **a₁** über **b₁** nach **c₁** gehen; in derselben Ordnung und im demselben Sinne folgen auch die zweiten Bilder **a₂ b₂** und **c₂** auf einander. Der Sinn der Bewegung ist in beiden Bildebenen derselbe; wenn wir in der ersten Bildebene etwa von links über oben nach rechts gehen, um von **a₁** über **b₁** nach **c₁** zu kommen, so erfolgt die Bewegung ebenso, wenn wir von **a₂** über **b₂** nach **c₂** gehen.

In Fig. 67 ist eine Ebene bestimmt durch ein Paar paralleler Geraden. Versinnlichen wir uns die Lage der Geraden **p** und **q**, so erkennen wir gleich, dass die durch diese Geraden bestimmte Ebene die Hauptstellung Oberseite gleich der Vorderseite hat. Lesen wir in einer beliebig gedachten Ordinale die Bezeichnung der Geraden in einem bestimmten Sinne, etwa von oben herab, so finden wir in beiden Bildebenen dieselbe Ordnung: **p₂ q₂** und **p₁ q₁**.

Ein ähnliches Merkmal derselben Folge im gleichen Sinne lässt sich auch bei anderen Bestimmungsstücken aufinden, um sofort, ohne die Vorstellung zu Hülfe zu nehmen, auf die Hauptstellung schliessen zu können. Der Lernende übe vorerst seine Vorstellungskraft und versuche dann diese Gesetzmässigkeit selbst aufzufinden.

Die zweite Hauptstellung der Ebene wollen wir an der Dreiecksebene **a b c** in Fig. 78 untersuchen. Nachdem wir uns die Punkte **a**, **b** und **c** allenfalls über der ersten Bildebene versinnlicht haben, halten wir die Handfläche ungefähr so, wie die Ebene **a b c** im Raum geht. Sehen wir von oben herab auf diese Ebene und dann von vorne her, so sehen wir jedesmal eine andere Seite derselben. Jene Seite, welche das projicirende Auge Eins die Oberseite nennt, ist gleichzeitig für das Auge Zwei die Rückseite.

Diese Stellung der Ebene wollen wir durch das Merkmal kennzeichnen, dass die Oberseite gleich der Rückseite ist.

Durch Versinnlichung im Raum überzeugt man sich sofort von folgenden Sätzen:

Wenn ein Punkt über einer Ebene liegt und bei der Ebene die Oberseite gleich der Rückseite ist, so liegt der Punkt gleichzeitig hinter der Ebene.

Wenn bei derselben Stellung der Ebene ein Punkt vor dieser Ebene liegt, so ist er gleichzeitig unter derselben.

Auch diese Stellung der Ebene lässt sich aus den Bildern ganz mechanisch ablesen.

Gehen wir von a_1 über b_1 nach c_1 und dann von a_2 über b_2 nach c_2 , so ist der Sinn dieser beiden Bewegungen verschieden.

In Fig. 90 ist eine Ebene gegeben durch ein Paar paralleler Geraden p und q . Versinnlichen wir uns diese Geraden im Raum, so erkennen wir leicht, dass bei dieser Ebene die Oberseite gleich der Rückseite ist.

Mechanisch lässt sich diese Hauptstellung alsogleich erkennen, wenn wir in einer gedachten Ordinale die Bilder von oben herab lesen: p_2, q_2 und in der ersten Bildebene q, p_1 ; also die umgekehrte Ordnung.

Wir haben auf diese Gesetzmässigkeit der Abbildungen das Augenmerk des Lernenden geleitet, damit ihm ein Mittel geboten werde, seine Vorstellung und die Resultate seiner Arbeit leichter prüfen zu können; bemerken aber ausdrücklich, dass sein Streben auch dann, wenn er von diesen mechanischen Kriterien Gebrauch macht, stets dahin gerichtet sei, die Raumgebilde klar vor dem geistigen Auge zu sehen, damit bei fortgesetzter Pflege des Gegenstandes, seine Raumanschauung völlig durchgebildet werde.

Der Vollständigkeit wegen müssen wir uns noch auf eine Stellung der Ebene im Raum erinnern, welche bei den bereits betrachteten Fällen ausgeschlossen ist. Wir meinen die senkrechte Stellung der Ebene zu einer oder zu beiden Bildebenen. In diesem Falle sieht das projicirende Auge keine Seite der Ebene, weil sich die ganze Ebene als eine Gerade projicirt.

Diese Ebenen wurden bereits betrachtet und wir wissen, dass sie projicirende Ebenen heissen.

Berichtigungen. Nachdem die Presse mit den ersten zwei Druckbogen fertig war, fanden wir zu unserem lebhaften Bedauern, dass die zweite Correctur vom Setzer nicht berücksichtigt wurde. Wir bitten den Leser, dieses Versehen zu entschuldigen und stellen im Folgenden die sinnstörenden Fehler zusammen:

Seite 5 Zeile 1 v. u. lies:	Parallelprojection	statt:	Parallelprojection
" 6 "	2 " "	projicirenden	" projicirenen
" 9 "	3 v. o. "	alle	" aller
" 11 "	17 "	$aa_1 = (a_1)$ und $aa_2 = (a_2)$	
" 12 "	25 "	a_1	statt: a,
" 13 "	1 "	Weise	" Weis-
"	4 "	Punkt	" Punkt
"	20 v. u.	$a_2 A = (a_1)$	" $a_2 A (a_1)$
" 17 "	14 v. o. "	denselben	" denselben
" 19 "	2 "	allgemein	" allgemeine
"	22 "	man	" ma
"	1 v. u. "	erwähnen	" hnen
" 26 "	5 "	dass	" das
"	4 "	dann	" dan
" 27 "	18 v. o. "	dass	" das
" 28 "	2 v. u. "	Senkrechte	" und Senkrechten
" 29 "	7 "	Dreieckes	" Dreinckes
" 31 "	8 v. o. "	scien	" seinen
"	12 "	$\triangle acc' \sim \triangle abb'$	$\triangle acc' \triangle abb'$

Schlussbemerkung.

Durch einen Verstoss der Druckerei ist die Vorrede zu unserer Abhandlung verzettelt worden, welchen Fehler wir erst dann bemerkten, nachdem der erste Bogen bereits gedruckt war. Es sei uns sonach gestattet, einiges als Schlusswort noch zu sagen.

Bestrebt, das Vorgetragene durch möglichst viele Figuren, an denen sich das Auffassungs- und Anschauungsvermögen des Schülers kräftigen und bilden soll, recht verständlich zu machen, haben wir den knappen Raum eines Schulprogrammes völlig ausgenützt, ohne auch nur einigermassen einen endgültigen Schluss erreicht zu haben. Wir bedauern diesen Umstand um so mehr, weil gerade die folgenden Abschnitte unser Interesse ganz besonders in Anspruch nehmen. Es sind dies:

1. Die projectiven Eigenschaften ebener Gebilde; und
2. Die Beziehungen der Punkte, der Geraden und der Ebenen unter einander.

Wenn wir mit regem Eifer jene Eigenschaften erforschen, welche sich aus der Lage der Gehilde absehen lassen und denselben einige Wichtigkeit beimessen, so geschieht dies keineswegs, um den Lehrstoff unnütz zu vermehren. Es ist vielmehr unsere feste Überzeugung, dass die Erkenntniss der projectiven Eigenschaften das Studium der darstellenden Geometrie in hohem Grade erleichtert und angenehm macht; überdies ist es ein stets willkommenes pädagogisches Hülfsmittel, einer Aufgabe auf streng verschiedenen Wegen beikommen zu können, weil dem Schäffler hiedurc das Verständnis vollkommen erschlossen und ihm die Gelegenheit geboten wird, sich in das Vorgetragene mit stets wachsender Selbständigkeit zu vertiefen.

Eingedenk des Lehrzieles unserer Realschulen, welche die *allgemeine* Bildung der Schüler auf realistischer Grundlage erstreben, kann es uns nicht befallen, die Zeit und den Fleiss unserer Realschüler für mathematische Wissenschaften noch mehr in Anspruch zu nehmen, als es bereits der Fall ist; wir wollen keineswegs eine eingehende Behandlung der Methoden und Errungenschaften der neueren Geometrie befürworten: aber dahin wollen wir streben, dass jene Grundwahrheiten und leichtfasslichen Sätze der neueren Geometrie in den Unterricht der darstellenden Geometrie aufgenommen werden, welche daselbst heimatberechtigt sind, die, wir möchten sagen, sich uns von selbst aufdrängen, die Lehrmethode vereinfachen und eine Concentration des Unterrichtes bedingen.

Für unsere Ansicht, welche wir aus Überzeugungstreue vertreten, lassen wir einen anerkannten Gewährsmann, den Professor Paulus, sprechen, welcher in der Einleitung zu seiner rühmlichst bekannten zeichnenden Geometrie sagt:

„Nachdem es sich herausgestellt hat, dass viele Lehrsätze der neueren Geometrie ein unentbehrliches Hülfsmittel für das geometrische Zeichnen sind, so kann nur noch die Frage sein, ob neben jenen Sätzen auch die Methode der neueren Geometrie in den Unterricht unserer Realschulen aufgenommen werden soll, oder ob man sich beschränken soll, die wichtigsten Sätze

mit elementarer Begründung verständlich gemacht, in den geometrischen Unterricht aufzunehmen. Wenn auch nicht abzusehen ist, warum die mathematischen Classen der polytechnischen Anstalten sich gegen die Methode der neueren Geometrie verschliessen sollten, so kann doch vom Standpunkte unserer Realschulen hiegegen mit Recht eingewendet werden, dass diese Methode doch erst ihre hauptsächlichste Anwendung bei den Linien zweiter Ordnung finde, die nicht mehr in den Bereich der Realschulen gehören, und dass sie deshalb für den grössten Theil der Schüler, welche ihre mathematische Ausbildung nicht weiter treiben wollen, ein Ballast wäre, der nur ihren Wissenskram vermehren könnte. Wenn also die Realschule die Methode der neueren Geometrie, als über ihre Aufgabe hinausgehend, nicht in ihren Unterricht aufnehmen kann, so sind doch viele Entdeckungen derselben wegen ihrer Anwendung im geometrischen Zeichnen eine unentbehrliche Sache.“

Unserem verehrten Lehrer, dem Herrn Professor Schlesinger, gebührt das Verdienst, das Interesse für das Studium der neueren Geometrie in Österreich wesentlich gefördert zu haben. In richtiger Erkenntnis der Schönheit und Fruchtbarkeit dieser Lehren war er stets bestrebt, zu zeigen, mit welch grossem Vortheile sich dieselben in der darstellenden Geometrie anwenden lassen. Er ist auch unseres Wissens der Erste, welcher den Unterricht der darstellenden Geometrie im neueren Sinne für die Mittelschulen zu recht gelegt hat. Als er vor ungefähr vier Jahren mit seinem Lehrbuche der darstellendene Geometrie vor die Öffentlichkeit trat, so hat er Niemanden weniger, als seine Fachcollegen für sein Werk erwärmt, weil er das Mass des Notwendigen weitaus überschritten und des Guten aus der Geometrie der Lage so viel aufgenommen hat, dass ihm bis dahin kein Realschullehrer folgen kann. Allerdings war es nie seine Absicht gewesen, dass der Inhalt seines Lehrbuches an der Mittelschule erschöpft werde; gleichzeitig wollte er dem fähigen und strebsamen Schüler ein Nachschlagebuch in die Hand geben, aus dem das Nothwendige erst herausgesucht werden muss und dieser Umstand war eben für viele der Stein des Anstosses, indem sie durch die Fülle des Gebotenen sich entmutigen lassen. — Ein zweiter nicht minderer Grund, warum dieses Buch so wenig wohlwollende Leser fand, ist der, dass sein Verfasser von dem Geiste der neueren Geometrie völlig durchdrungen ist; er verschmäht das Zeichnen der Figuren, (von skizzenartigen Hülfsfiguren kann schon gar keine Rede sein) welche bei verschiedenen Annahmen immer anders und anders werden.

Durch logische Schlüsse entwickelt er die geometrischen Lehrsätze in einer solchen Allgemeinheit, vor der es dem Anfänger gruselt. Und in der That ist das Lehrbuch von Professor Schlesinger mit Figuren nur sehr dünn besät; deswegen spricht es den Anfänger, dessen fisches Auge das geistige Sehen und Erkennen zumeist vermittelt, nur sehr wenig an. Trotz dem glauben wir aber nicht fehl zu gehen, wenn wir nicht bloss aus lebhafter Angänglichkeit des Schülers an den verdienten Lehrer, sondern auch

im Interesse für die gute Sache auf dieses Lehrbuch wiederholt aufmerksam machen und es auf das Beste empfehlen, wegen der ausserordentlichen Reichhaltigkeit des Inhaltes und der vielen originellen Ideen, welche der Verfasser als Resultat seltenen und fruchtbaren Fleisses daselbst niedergelegt hat. Aber, wie gesagt, das Schöne liegt da nicht frei zu Tage, geschweige dass es von selbst in die Augen spränge: es muss leider erst fleissig heraus gesucht werden.

In unserer Arbeit stehen wir in manchen Punkten im offenen Widerspruch mit Professor Schlesinger. Er verpönt den Gebrauch der sogenannten schiefen Bilder; sucht mit besonderer Vorliebe allgemeine Gesichtspunkte einzunehmen und, indem er das Prinzip des Projicirens hoch hält, will er dem Umlegen oder Umklappen durchaus keinen Geschmack abgewinnen.

Das einzig vollkommene Lehrmittel der darstellenden Geometrie ist der endlose Raum; aber mit welchen unsäglichen Schwierigkeiten hat der Lehrer zu kämpfen, bis die Fantasie der Schüler so weit geweckt ist, dass sie im Raume richtig sehen! Und da es doca eine unbestrittene Thatsache ist und bleibt, dass in jeder Classe eine bedeutende Zahl von Schülern sitzt, welche abstracten Deductionen völlig unzugänglich sind und bei denen ein rascher Flug einer aufgeweckten Fantasie schwerlich je in Aussicht genommen werden kann, so muss sich der gewissenhafte Lehrer unbedingt nach Mitteln, und selbst auf die Gefahr hin, dass es nur blosse Surrogate wären, umsehen, wenn er in seiner Lehr- und Vortragsweise allen Schülern gerecht werden will.

In diesem Sinne rechtfertigen wir den Gebrauch der Skizzen aus der schiefen Projection, welche nach unserer unvorgreiflichen Ansicht einen doppelten Zweck erfüllen sollen. Für's erste sollen sie dem schwachen Schüler etwas Concretes bieten, an dem sich seine schwache Auffassung kräftigt; vielleicht wird er sich in seiner Weise langsam, so recht und schlecht als es ihm überhaupt möglich ist in den Vortrag hinein denken und alsbald den Anforderungen des Lehrers zuvorkommen. Zweitens sollen diese schiefen Bilder, welche der Schüler in seinem Hefte mit nach Hause nimmt, den Vortrag des Lehrers vor seine Seele zaubern, das verhaltne Wort lebendig aufrischen und dem sterbamen Schüler ein Mittel bieten, sich zu dem Lehrsatze, auf den der Lehrer ein grosses Gewicht gelegt hat, ein Modell anzufertigen, wobei ein jeder Punkt so zu sagen durch seine Finger geht und die Erkenntniss der zu erweisenden Wahrheit sein bleibendes geistiges Gut wird. Wir haben den Wert solcher Hülfsmittel in unserem gegenwärtigen Lehramte ganz besonders schätzen gelernt, wo die Schüler — zumeist Italiener und Slovenen — mit grossen Schwierigkeiten in der deutschen Unterrichtsprache bis in die obersten Classen hinauf zu kämpfen haben und sich in die präcise und knappe Redeweise, welche eine erspriessliche Behandlung unseres Faches unbedingt erheischt, nur sehr mühsam hinein finden.

In unserer Lehrmethode halten wir fest an dem Grundsatze: „Vom Besonderen zum Allgemeinen“, weil es uns auf diese Weise noch am frühesten gelingt auch den schwachen Schüler für uns zu gewinnen. Nicht selten geschieht es, dass wir auf das Allgemeine gerne verzichten, wenn

nur das Besondere gründlich erfasst wurde und halten uns für gewiss, bei später sich ereignender Gelegenheit die fühlbare Lücke mühelos auszufüllen.

Das Umlegen oder Umklappen halten wir für viel einfacher und zugänglicher als das congruente Projicieren, weil sich das erstere Verfahren dem Schüler von selbst aufdrängt. Wenn auch die wissenschaftliche Strenge bei diesem Verfahren leidet, so halten wir uns andererseits schadlos, dass wir allgemein verstanden und aufgefasst wurden.

Die projectiven Gesetze sind der rote Faden, welcher sich durch das ganze Lehrgebäude von Professor Schlesinger mit wunderbarer Consequenz hindurch zieht. Mag er die wahre Grösse ebener Raumgebilde bestimmen, oder die verschiedenen Arten der Erzeugenden einer Fläche fixiren, oder ebene Schnitte der Körper darstellen, oder Netze aufwickelbarer Flächen entwickeln, er projicirt immer mit derselben Sicherheit und nach denselben unabänderlichen Gesetzen. Besonders schön zeigt sich seine Lehrmethode in der Perspective, wo er dieselben projectiven Standpunkte unverändert beibehält. Mit glühendem Eifer und mit wahrer Begeisterung haben wir der mustergültigen Einheit dieser Methode beigeplichtet und sie bewundert; aber wo es sich um den ersten Unterricht handelt, müssen wir jene Methode billigen, die auch dem schwachen Schüler vollkommen zugänglich, weniger abstract ist und aus der Natur der vorgelegten Aufgabe unmittelbar hervorgeht.

Auf die Theilung der Raumstrecke haben wir ein besonderes Augenmerk gerichtet, weil wir damit eine grosse Zahl geometrischer Probleme beherrischen und hiedurch in die Lage gesetzt werden, das Vorgetragene an schönen Beispielen durchzuführen, das Denkvermögen des Schülers anzuregen und seine Fantasie anzuspornen. Überdies erwächst uns daraus noch der Vortheil, dass wir auf alle diese Aufgaben bei einem späteren Anlasse nochmals zurück kommen und sie mit ganz anderen Mitteln und in einer ganz anderen Weise zu lösen Gelegenheit haben.

Auf die geschickte Einführung neuer Bildebenen halten wir ebenfalls sehr grosse Stücke, weil hiedurch complicirte Aufgaben auf einfachere zurück geführt, die Sicherheit der Construction erhöht und dem combinatorischen Sinn des Schülers ein dankbares Feld eröffnet wird.

Was wir in dem Urtheile geneigter Leser unserer Abhandlung fürchten, das ist der Vorwurf, bei unserem Streben nach Klarheit und Leichtfasslichkeit recht breitspurig geworden zu sein.

Bei der bereitwilligen Zuvorkommenheit unserer Schuldirektion wird uns hoffentlich das nächste Programm eine willkommene Gelegenheit bieten, diese Arbeit fortsetzen und beenden zu können.

Görz im August 1873.

CLEMENS BARCHANEK.

Schulnachrichten.

Der Lehrkörper.

Director:

Gatti Ferdinand, fungirender Landesschulinspector (beurlaubt).

Directors - Stellvertreter:

Diak Anton, Weltpriester, Professor, Mitglied der Prüfungs-Commission für allgemeine Volks- und Bürgerschulen, lehrte Geschichte und Geographie in VII.

Professoren und Lehrer:

(in alphabetischer Ordnung.)

Herr Barchanek Clemens, Lehrer, lehrte geometrisches Zeichnen und darstellende Geometrie in II—VII.

„ **Čebular** Jacob, Lehrer, lehrte Mathematik und Physik in VI, VII.

„ **Erjavec** Franz, Professor, lehrte Naturgeschichte in I B, II a, II B, V, VI, VII und Arithmetik in I B.

„ **Filippi** Jacob, Lehrer, lehrte Italienisch in allen Klassen.

„ **Kos** Simon, Professor, lehrte Mathematik in III, IV, V und Physik in III, IV.

„ **Merkel** Jacob, Lehrer, lehrte Chemic in IV, V, VI, VII und Arithmetik in I A, II A.

„ **Möstl** Alois, Lehrer, akademischer Historienmaler, lehrte das Freihandzeichnen in allen Klassen.

„ **Plohl** Franz, Lehrer, lehrte Slovenisch in I B, II B, IV, V, VI, VII, Deutsch in II B und Kalligraphie in II A, II B.

„ **Sessich** Anton, Weltpriester, Besitzer des goldenen Verdienstkreuzes, Mitglied des Bezirksschulrathes in Görz, lehrte Religion in allen Klassen.

Supplirende Lehrer:

Herr Baselli Lorenz, lehrte geometrisches Zeichnen in I A, I B, II B, Naturgeschichte in I A und Kalligraphie in I A, I B.

„ **Huber** Eduard, lehrte Deutsch in II—VII.

„ **Meska** Adolf, lehrte Französisch in II—VII.

„ **Srabotnik** Friedrich, lehrte Französisch in I A, I B, II B, Slovenisch in III, Arithmetik in II B.

Herr Šuklje Franz, geprüft für Geschichte, Geographie und Deutsch, lehrte
Deutsch in I B, Geographie und Geschichte in I B, II A, V, VI.
„ Urbančič Franz, lehrte Deutsch in I A, Geographie und Geschichte
in I A, II B, III, IV.

Nebenlehrer:

Herr Hribar Anton, Lehrer an der Übungsschule, lehrte den Gesang.
„ Kurschen Alois, lehrte das Turnen.

Schuldiener:

Marzolla Friedrich.
Puspan Anton.

Zusammenstellung des vorgenommenen Lehrstoffes nach den einzelnen Klassen.

I. Klasse.

Klassenvorstand der Ital. Abth. *Hr. L. Baselli.*
" Slov. " *Hr. F. Šuklje.*

1. Religion 2. St. Ital. Abth. Storia sacra del vecchio Testamento; nach
Dr. Schuster — Slov. Abth. Zgodbe svetega pisma stare zaveze; nach
Dr. Schuster.

A. Sessich.

2. Deutsche Sprache. 5 St. Einführung der gesammten Formenlehre, Über-
sicht der Satzformen in Musterbeispielen aus dem Lesebuche „Neu-
mann und Gehlen“ für die I. und II. Klasse. Grammatik nach Brandl.
Sprech-, Lese- und Schreibübungen, letztere vorherrschend orthogra-
phischer und grammatischer Art, gelegentliches mündliches Wieder-
geben des Gelesenen. Alle 8 Tage eine Haus-, alle 14 Tage eine
Schulaufgabe.

F. Urbančič.
F. Šuklje.

3. Italienische Sprache. 3 St. Grammatica di Puoti. Le forme regolari
della etimologia; sintassi semplice, interpunkzione, raddoppiamento.
Esereizii a voce ed in iscritto. Quattro compiti al mese.

J. Filippi.

4. Slovenische Sprache. 3 St. Izreka, menjava glasnikov, naglas in na-
glaski, pravopisje; pravilna sklanja iuen po Janežičevi slovenski

slovnici. Vaje iz prvega zvezka Janežičevega cvetnika, iz kterege so se dijaci več sestavkov in pesnij na pamet učili. Vsak teden po eno domačo - vsak mesec po dve šolski nalogi.

F. Plohl.

5. Französische Sprache. 4. St. Aussprache, Declination der Nomina, Position und Comparation der Adjectiva, Conjugation von avoir und être nach Otto's franz. Conversations-Grammatik.

F. Srabotnik.

6. Geographie. 3. St. Grundzüge der mathematischen und physikalischen Erdkunde, soweit dieselben zum Verständnis der Karte unentbehrlich sind und in anschaulicher Weise erörtert werden können. Beschreibung der Erdoberfläche in ihrer natürlichen Beschaffenheit und den allgemeinen Scheidungen nach Völkern und Staaten auf Grundlage steter Handhabung der Karte; nach Kozenn.

F. Urbančič.
F. Šuklje.

7. Arithmetik. 3 St. Dekadisches Zahlensystem. Die Grundrechnungen mit unbenannten Zahlen, ohne und mit Decimalbrüchen. Grundzüge der Theilbarkeit, grösstes gemeinschaftliches Mass, kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches. Gemeine Brüche, Verwandlung derselben in Decimalbrüche und umgekehrt. Rechnen mit periodischen Decimalbrüchen. Rechnen mit benannten Zahlen; nach Villicus.

J. Merkel.
F. Erjavec.

8. Naturgeschichte. 3. St. Anschauungsunterricht in der Naturgeschichte: I. Semester: Wirbelthiere; II. Semester: Wirbellose Thiere; nach Pokorny.

F. Erjavec.
L. Baselli.

9. Geometrisches Zeichnen. 6 St. Geometrische Anschauungslehre, Geometrische Gebilde in der Ebene (Linien, Winkel, Dreieck, Viereck, Vieleck, Kreis, Ellipse). Kombinationen dieser Figuren; das geometrische Ornament. Elemente der Geometrie im Raume, Zeichnen nach Draht- und Holz -Modellen.

L. Baselli.

10. Kalligraphie. 1. St. Lateinische und deutsche Currentschrift; nach Nädelin's Methode.

L. Baselli.

II. Klasse.

Klassenvorstand der Ital. Abth. *Hr. E. Huber.*
" " " " *F. Plohl.*

1. Religion. 2 St. Ital. Abth. *Storia sacra del nuovo Testamento*; nach Dr. Schuster — Slov. Abth. *Zgedbe svetega pisma nove zaveze*; nach Schuster.

A. Sessich.

2. Deutsche Sprache. 4 St. Wiederholung der Formenlehre, Lehre vom einfachen und zusammengesetzten Satze. Grammatik v. Brandl. Analyse prosaischer Aufsätze und Memoriren einiger Gedichte aus „Neumann und Gehlen's“ Lesebuch. Zahlreiche schriftliche Übungen.

E. Huber.
F. Plohl.

3. Italienische Sprache. 3 St. *Grammatica di Puoti.* Ripetizione delle forme regolari, e quindi forme irregolari, preposizioni, avverbi, interposti. Proposizioni più sviluppate, che nella prima. Esercizii a voce ed in iscritto. Temi come nella prima classe.

J. Filippi.

4. Slovenische Sprache. 3 St. *Nepravilna sklanja; glalol, raba členkov; goli in izobraženi stavki po Janežičevi slov. slovnici.* Čitanje iz Janežičevega cyetnika II. zvezek. Dijaci so se na pamet učili kakor v prvem razredu. Vsak mesec po tri naloge.

F. Plohl.

5. Französische Sprache. 4 St. Formenlehre der flexiblen Redetheile, Conjugation der regelmässigen Verba auf er, ir, re, einschliesslich der häufig vorkommenden unregelmässigen defectiva und unpersönlichen Zeitwörter, Adverbia und Conjunctionen; adjectif, qualitatif und determinatif; nach Otto's französischer Conversations-Grammatik.

A. Meška.
F. Srabotnik.

6. Geographie. 2 St. Specielle Geographie Asien's und Afrika's; detaillierte Beschreibung der Terrainverhältnisse und der Stromgebiete Europä's, an oftmalige Anschauung und rationelle Besprechung der Schul- und Wandkarten anknüpfend; Geographie des westlichen und südlichen Europa; nach Kozenn.

F. Suklje.
F. Urbančič.

7. Geschichte. 2 St. Übersicht der Geschichte des Alterthums; nach Gindely 1 B.

F. Suklje.
F. Urbančič.

- 8. Arithmetik.** 3 St. Das wichtigste aus der Mass - und Gewichtskunde, aus dem Geld - und Münzwesen, mit besonderer Berücksichtigung des französischen Systems. Mass - Gewichts - und Münzreduktion. Verhältnisse, Proportionen, Kettenrechnung, Theilregel, Alligationsrechnung; nach Villicus.

J. Merkel.
F. Srabotnik.

- 9. Naturgeschichte.** 3 St. Anschauungsunterricht in der Naturgeschichte: I. Semester: Meneralogie; II. Sem. Botanik; nach Pokorny.

F. Erjavec.

- 10. Geometrisches Zeichnen.** 3 St. Planimetrie; Übungen mit dem Zirkel und dem Reisszeuge überhaupt, Gebrauch der Reisschiene und des Dreiecks; nach Močnik.

C. Barchanek.
L. Baselli.

- II. Freihandzeichnen.** 4. St. Strenges Contouriren leichter Ornamente, Anfangsgründe des Figurenzeichnens, Zeichnen nach Modellen geometrischer Körper.

A. Möstl.

- 12. Kalligraphie.** 1 St. Deutsche und lateinische Currentschrift.

F. Plohl.

III. Klasse.

Klassenvorstand: *Hr. F. Urbancič.*

- 1. Religion.** 2 St. Ital. Abth. Corso d' istruzione religiosa ad uso dei gin-
nasii inferiori; per L. Schiavi — Slov. Abth. Katekizem ali keršan-
ski nauk za niže realke; nach Lesar.

A Sessich.

- 2. Deutsche Sprache.** 4 St. Wiederholung der Lehre vom einfachen und zusammengesetzten Satze. Briefstil, Lectüre aus „Neumann und Geh-
len's Lesebuche. Zahlreiche schriftliche Übungen.

E. Huber.

- 3. Italienische Sprache.** 3 St. Grammatica di Puoti; osservazioni speciali sulla formazione, sull'uso, e sulle varie proprietà delle parti del di-
scorso, forme più complicate del discorso, forme più complicate della proposizione. Esercizii e temi come nella I. classe.

J. Filippi.

4. Slovenische Sprache. 3 St. Penavljatev sklanje in spregative; skladnja (sosebno o sklonih v stavku) po Janežičevi slov. slovnicici. Primerno čitanje iz Janežičevega cvetnika slov. slovesnosti. Vaje v deklamovanji. Vsak mesec po tri naloge.

F. Srabotnik.

5. Französische Sprache. 3. St. Syntax des Nom und Pronom, Ergänzung der systematischen Kenntniss der gesammten Formenlehre durch die selteneren abweichenden Formen, Lesen und Erklären kleinerer Lesestücke aus Otto's französischem Conversations-Lesebüchle und Versuche in französischer Conversation.

A. Meška.

6. Geographie. 2 St. Specielle Geographie des übrigen Europa und namentlich Deutschland's; nach Kozenn.

F. Urbančič.

7. Geschichte. 2 St. Übersicht der Geschichte des Mittelalters mit besonderer Hervorhebung der vaterländischen Momente; nach Gindely II B.

F. Urbančič.

8. Arithmetik. 3. St. Fortgesetzte Übungen im Rechnen mit besonderen Zahlen, zur Wiederholung und Erweiterung des bisherigen arithmetischen Lehrstoffes. Zinseszinsrechnungen; nach Villicus.

S. Kos.

9. Physik. 4. St. Allgemeine Eigenschaften der Körper; Wärme; Statik und Dynamik fester, tropfbarer und ausdehnssamer Körper; nach Pisko.

S. Kos.

10. Geometrisches Zeichnen. 3 St. Mass und Messen der Strecken; Proportionalität der Streckenpaare; Ähnlichkeit der Dreiecke; ähnliche und ähnlich liegende geometrische Gebilde in der Ebene. Die Theilung der Strecke im beliebigen, im harmonischen, im äusseren und mittleren Verhältnisse. Die Kreislehre. Anwendung der Planimetrie auf Beispiele aus der technischen Praxis; nach Močnik.

C. Barchanek.

II. Freihandzeichnen. 4 St. Zeichnen nach theilweise durchgeföhrten Vorslagen ornamentaler und figuralischer Gegenstände. Zeichnen nach Modellen.

A. Möstl.

IV. Klasse.

Klassenvorstand: Hr. C. Barchanek.

I. Religion. 2 St. Liturgik oder Erklärung der gottesdienstlichen Handlungen der kath. Kirche; nach Dr. Wappler.

A. Sessich.

- 2. Deutsche Sprache.** 3. St. Wiederholung des gesamten grammatischen Unterrichtes; Syntax. Anleitung zur Verfassung der im praktischen Geschäftsleben und in Rechtsgeschäften vorkommenden schriftlichen Aufsätze. Besprechen gelesener Beispiele und Memoriren besserer Stücke aus „Neumann und Gehlen“ 2. B. 2. Th. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit.

E. Huber.

- 3. Italienische Sprache.** 3. St. Riassunto generale della etimologia, composizione, derivazione, sinonimia, e varia significazione dei vocaboli. Grammatica di Picci. Le parti essenziali della prosodia, e della metrica, tropi e figure, le forme di scrivere più necessarie della vita domestica e sociale. Esercizii come nelle classi antecedenti.

J. Filppi.

- 4. Slovenische Sprache.** 3 St. Ponavljanje vsega oblikovja; iz skladnje: raba glagolov, zlasti po kakovosti; množnozloženi stavek; nekaj iz besedoskladja po Jan. slovniči. Pravila iz prozodije i metrike; javna pisma; deklamatorične vaje; čitanje iz Jan. velikega cvetnika. Vsak mesec po dve nalogi.

F. Piohl.

- 5. Französische Sprache.** 3 St. Formenlehre der regelmässigen, unpersonlichen, defectiven und unregelmässigen Zeitwörter. Adverbia und Conjunctionen. Adjectif, qualificatif und determinatif. Pronom; nach Otto's franz. Conversations-Grammatik.

A. Meška.

- 6. Geographie.** 2 St. Specielle Geographie des Vaterlandes, Umrisse der Verfassungslehre. Geographie Amerika's und Australien's; nach Klun.

F. Urbančič.

- 7. Geschichte.** 2. St. Übersicht der Geschichte der Neuzeit mit umständlicher Behandlung der vaterländischen Geschichte; nach Gindely III. B. und Tomek.

F. Urbančič.

- 8. Mathematik.** 4 St. Ergänzende und erweiternde Wiederholung des gesammten arithmetischen Lehrstoffes der Unterrealschule; Grundoperationen mit allgemeinen Zahlen, grösstes Mass, kleinstes Vielfache. Brüche, Gleichungen des 1. Grades mit einer und zwei Unbekannten; nach Salomon.

S. Kos.

- 9. Physik.** 2 St. Schall, Licht, Magnetismus, Electricität; nach Pisko.

S. Kos.

10. Chemie. 3 St. Übersicht der wichtigsten Grundstoffe und ihrer Verbindungen mit besonderer Berücksichtigung ihres natürlichen Vorkommens, jedoch ohne tieferes Eingehen in die Theorie und ohne ausführliche Behandlung der Reactionen; nach Hinterberger.

J. Merkel.

II. Geometrisches Zeichnen. 3 St. Anwendung der vier algebraischen Grundoperationen zur Lösung von Aufgaben der Planimetrie und Stereometrie. Die perspektivische Collineation, Affinität und Ähnlichkeit. Theoretisch constructive Behandlung der Curvenlehre. Das Projiciren in der Ebene — Strenge Beweisführung der stereometrischen Fundamentalsätze. Der Punkt im Raume; nach Schnedar.

C. Barchanek.

12. Freihandzeichnen. 4 St. Zeichnen figuralischer, ornamentaler und künstlerischer Objecte nach Modellen und Vorlagen.

A. Möstl.

V. Klasse.

Klassenvorstand: *Hr. A. Meška.*

1. Religion. 1 St. Beweis der Wahrheit der katholischen Religion; nach Dr. Wappler.

A. Sessich.

2. Deutsche Sprache. 3 St. Allgemeine Stylistik; insbesondere der historische Styl. Lehre der Betonung, Metrik, der Figuren und Dichtungsarten mit den entsprechenden Proben aus Egger's Lesebuch, 1. Band, und Göthe's „Herrmann und Dorothea“. Alle 14 Tage eine Haus- oder Schularbeit.

E. Huber.

3. Italienische Sprache. 3 St. Picci. Dei diversi componimenti in prosa. Lettura di dieci canti della Gerusalemme liberata di T. Tasso. Uno schizzo della storia della letteratura italiana dal suo nascimento fino al secolo XV sulle orme di Maffei. Un compito ogni quindici giorni.

J. Filippi.

4. Slovenische Sprache. 3 St. Čitanje nekterih prevodov iz staro - klasičnega slovstva in iz Schillerja nauk o podobah, prilikah i pesniških izdelkih z dotednjimi vzgledi iz, Janežič evet slov. slovesnosti. Staroslovensko glaso - in oblikovje, čitanje iz Miklosicevega berila za 8. g. razred vajje v deklamovanji. Naloge po postavi.

F. Plohl.

5. Französische Sprache. 3 St. Die gesammte Formenlehre der regelmässigen und abweichenden Formen. Syntax des Nom und Pronom; nach Otto's franz. Conversations-Grammatik.

A. Meška.

6. Geschichte. 3 St. Pragmatische Geschichte des Alterthums mit steter Berücksichtigung der hiermit im Zusammenhange stehenden geographischen Daten; nach Gindely.

F. Suklje.

7. Mathematik. 6 St. Gleichungen des 1. Grades mit mehreren Unbekannten, unbestimmte Gleichungen. Theorie der Zahlen, Brüche, Potenz- und Wurzelgrössen, laterale und complexe Zahlen; Verhältnisse und Proportionen, Gleichungen des 2. Grades mit einer und zwei Unbekannten; nach Salomon. Planimetrie, geometrische Constructionen, Anwendungen der Algebra auf die Geometrie; nach Sonndorfer.

S. Kos.

8. Darstellende Geometrie. 3. St. Die collinearen Verwandschaften ebener Gebilde, Princip und Theorie der Einführung neuer Bildebenen. Orthogonale Bilder von Puncten und Strahlen. Die Raumstrecke und ihre Theilung. Beziehung der Strahlen gegeneinander und gegen die Bildebenen. Bestimmungsstücke der Ebenen und die Hauptstellungen derselben gegen die orthogonal projicirenden Augen, Beziehung der Puncte und Strahlen zu Ebenen; Neigungen und Schnitte der Ebenen mit besonderer Rücksicht auf begrenzte Ebenen. Die Axendrehung ebener Gebilde; nach Schnedar.

C. Barchanek.

9. Naturgeschichte. 3 St. Anatomisch - physiologische Grundbegriffe des Thierreiches mit besonderer Rücksicht auf die höheren Thiere; Systematik der Thiere mit genauerem Eingehen in die niederen Thiere; nach O. Schmidt.

F. Erjavec.

10. Chemie. 3 St. Gesetze der chemischen Verbindungen, Atome, Molecule Aequivalente, Werthigkeit der Atome, Typen, Bedeutung der chemischen Symbole und Formeln; Metalloide, leichte Metalle; nach Willigk.

J. Merkel.

II. Freihandzeichnen. 4. St. Vorwiegend Modellzeichnen nach schwierigeren Objecten; Ausführung mit zwei Kreiden oder Farbe.

A. Möstl.

VI. Klasse.

Klassenvorstand: *Hr. J. Čebular.*

1. **Religion.** 1 St. Die katholische Glaubenslehre; nach Dr. Wappler.
A. Sessich.
2. **Deutsche Sprache.** 3 St. Abschluss der syntaktischen Übungen; Geschichte der deutschen Literatur bis Klopstock nach A. Egger's Lehr- und Lesebuch II. Theil. Lecture: Torquato Tasso und Iphigenie v. Göthe. Aufgaben nach Vorschrift.
E. Huber.
3. **Italienische Sprache.** 2 St. Dei diversi componimenti in poesia secondo Picci. Lettura di 12 canti dell' Inferno, ed uno del Paradiso. Maffei, storia della letteratura italiana del secolo XV. fino XVIII. Temi come nella V. classe.
J. Filippi.
4. **Slovenische Sprache.** 2 St. Čitanje in vaje v prestavljanji kakor v V. razredu. Staroslovensko oblikoslovje in vaje iz Mikl. berila za 8 g. r. Slovanske starozitnosti in staroslovensko slovstvo. Naloge po postavi.
F. Plohl.
5. **Französische Sprache.** 2 St. Aussprache, Formenlehre des Nom und Pronom, article partitif, Hülfszeitwörter avoir und être, Formenlehre des Zeitwortes und die häufigst vorkommenden unregelmässigen und unpersönliche Zeitwörter. Adjectif, qualificatif und determinatif. Adverbes und Conjunctionen; nach Otto's franz. Conversations - Grammatik.
A. Meška.
6. **Geschichte.** 3 St. Vom Kaiser Constantin bis zum XVI. Jahrhunderte in gleicher Behandlungsweise wie in V; nach Gindely.
F. Šuklje.
7. **Mathematik.** 5 St. Logarithmen, Gleichungen höheren Grades, die sich auf quadratische zurückführen lassen. Exponentialgleichungen, Reihen, Combinationslehre, das Binom; nach Salomon. Ebene und sphärische Trigonometrie, Stereometrie; nach Sonndorfer.
J. Čebular.
8. **Darstellende Geometrie.** 3 St. Die körperliche Ecke. Die Vielflächner. Die Strahlenflächen, ihre Eintheilung, Darstellung und die ebenen Schnitte derselben. Die Umdrehungsflächen. Berührungsebenen an Strahlen- und Umdrehungsflächen. Durchdringungen ebenflächiger Körper; nach Schnedorf.
C. Barchanek.

9. **Naturgeschichte.** 2. St. Anatomisch - physiologische Grundbegriffe des Pflanzenreiches, Systematik der Pflanzen; nach Bill.

F. Erjavec.

10. **Physik.** 4 St. Allgemeine Eigenschaften der Körper; Wirkungen der Molekularkräfte, Mechanik, Akustik; nach Pisko.

J. Čebular.

- II. **Chemie.** 3. St. Schwere Metalle; ein - zwei - und mehrwertige Alkoholradikale; nach Willigh.

J. Merkel.

12. **Freihandzeichnen.** 4 St. Modellzeichnen; genaue Ausführung der betreffenden Objecte mit steter Rücksicht auf Styl und Perspective.

A. Möstl.

VII. Klasse.

Klassenvorstand: Hr F. Erjavec.

- I. **Religion.** 1 St. Die katholische Sittenlehre; nach Dr. Wappler.

A. Sessich.

2. **Deutsche Sprache.** 2 St. Geschichte der deutschen Literatur bis incl Schiller und Goethe; nach A. Egger's Lehr - und Lesebuch II Theil. Lectüre. Wilhelm Tell und Wallenstein von Schiller. Aufgaben nach Vorschrift.

E. Huber.

3. **Italienische Sprache.** 2 St. Maffei, storia della letteratura contemporanea. Lettura dei canti principali dell' Inferno, ed i due primi canti del Paradiso. Un compito ogni mese.

J. Filippi.

4. **Slovenische Sprache.** 2 St. Slovensko slovstvo od Truberja do sedaj s primernim čitanjem iz Mikl. b. za 8. g. r. i iz Janežičevega velikega cvetnika. Vaje v prestavljanji čitali smo tudi: Schiller „Valenštajnov ostrog“. Naloge po postavi.

F. Plohl.

5. **Französische Sprache.** 2 St. Formenlehre der regelmässigen, unpersönlichen, defectiven und unregelmässigen Zeitwörter. Adverbia und Conjunctionen. Adjectif, qualitatif und determinatif. Pronom; nach Otto's franz. Conversations-Grammatik,

A. Meška.

- 6. Geographie und Statistik.** 1 St. Geographie und Statistik der österreichisch - ungarischen Monarchie mit eingehender Besprechung der Verfassungsverhältnisse und der historischen Entwicklung; nach Klun.

A. Diak.

- 7. Geschichte.** 3 St. Geschichte der neuen Zeit mit Hervorhebung der culturhistorischen Momente und besonderer Berücksichtigung der österreichischen Geschichte; nach Gindely.

A. Diak.

- 8. Mathematik.** 5 St. Rechnen höherer Ordnung, logarithmische Reihen, Anwendungen der sphärischen Trigonometrie auf die sphärische Astronomie, analytische Geometrie; nach Salomon und Sonndorfer.

J. Čebular.

- 9. Darstellende Geometrie.** 4 St. Den früheren Lehrstoff wiederholt. Durchdringung der Strahlenflächen. Berührungsebenen an Kegel - und Umdrehungsflächen. Die Schattenlehre. Elemente der Perspective; nach Schnedar.

C. Barchanek.

- 10. Naturgeschichte.** 3 St. Kenntniss der wichtigsten Mineralien nach kry stallographischen, physikalischen und chemischen Grundsätzen; Geognosie. Grundzüge der Geologie, das wichtigste aus der Klimatologie, der Phyto — und Zoogeographie; nach Feliček.

F. Erjavec

- 11. Physik.** 4 St. Electricität, Magnetismus, Wärme, Optik, Grundlehren der Astronomie und mathematischen Geographie; nach Pisko.

J. Čebular.

- 12. Chemie.** 2 St. Abhandlung jener organischen Substanzen, welche in der VI. Klasse nicht vorgenommen wurden. Recapitulation mit kurzer Andeutung der neueren chemischen Theorien; nach Quadrat.

J. Merkl.

- 13. Freihandzeichnen.** Zeichnen ganzer Figuren und architektonischer Gegenstände nach Gypssmodellen, selbständige Anwendung der Farbe mit Bezug auf deren Harmonie, perspectivische Erläuterung.

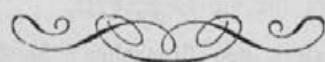
A. Möstl.

Der italienische Freicurs war von 12, der slovenische von 9, der stenographische von 30 Schülern besucht. Den ersten Unterricht ertheilte Herr Filippi, den zweiten Herr Plohl, den letzten Herr Barchanek.

An dem Gesangsunterrichte nahmen 36, an dem Turnunterrichte 136 Schüler theil. Als Vorturner verdienen wegen ihres Eifers und ihrer Geschicklichkeit rühmende Anerkennung: Perasso Karl und Schaffenauer Odillo der VI., Candutti Grazian, Deltorre Alfred, Jaschi Heinrich, Steinhardt Hugo und Zamboni Heinrich der V., Cuizza Franz und Gerber Oscar der IV. Klasse.

Als tüchtige Turner haben sich ferner bemerklich gemacht: Eršen Kaspar, Kuglmayr Eduard und Paulizza Joseph der V., Bagnalasta Adolf und Gresic Ernst der IV., Candutti Joseph, Cernovič Joseph, Streinz Ignaz und Sporer Eduard der III., Baron Baselli Eugen, Graf Mels Arthur, Niederkorn Friedrich und Rožič Franz der II., Graf Delmestri Victor, Gratton Joseph, Kollmann Karl, Susanig Alois, Zenkovig Richard, Pacher Joseph, Pitamic Franz und Polz Friedrich der I. Klasse.

Der Turnunterricht, der nur im Sommersemester stattfindet, hatte des ungünstigen Frühjahrswetters wegen mehrfach unliebsame Unterbrechungen zu erleiden, ein Übelstand, der nur durch die baldige Verwickelung des seit längerer Zeit projectirten Planes der Erbauung einer geräumigen und zweckentsprechend eingerichteten Turnhalle abzustellen ist.



Verzeichniss der in den oberen Klassen gegebenen Aufsätze.

a) Aus der deutschen Sprache.

V. Klasse. Die Schlacht am Wülpensande — Inhaltsangabe des Epos „Gudrun“ — Der Fluss, ein Bild des menschlichen Lebens — Der Christbaum — Morgenstunde hat Gold im Munde — Der Winter — Die Vertriebenen (Erzählung aus Herrmann und Dorothea) — Der Kampf mit dem Drachen — Die Liebe zum Vaterlande — Der wilde Jäger — Eine Erzählung aus meinem Leben — Alexander der Grosse — Die epischen Dichtungsarten — Ein Spaziergang nach einem Gewitter — Untergang der römischen Republik.

VI. Klasse. Ursachen der ersten Blütheperiode der deutschen Literatur — Lob der Arbeit. Motto: „Arbeit ist des Bürgers Zierde, Segen ist der Mühe Preis, Ehrt den König seine Würde, Ehret uns der Hände Fleiss“. (Schillers Glocke) — Beschreibung der Feuersbrunst — Der hl. Bonifacius — Untergang des weströmischen Reiches — Bedeutung des mittel-ländischen Meeres — Lage Italiens und Griechenlands (Parallele) — „Es bildet eiu Talent sich in der Stille, Ein Charakter in dem Strom der Zeit“ (Tasso) — Charakterzeichnung der Prinzessin und Leonorens Sanvitale — Der Minnesang — Der Meistersang — Ein Hochgewitter in der Nacht — Die deutsche Literatur im 17. und 18. Jahrhunderte — Dem Jünglinge gehört die Zukunft, dem Manne die Gegenwart, dem Greise die Vergangenheit — Kleider machen Leute — Friedrich Barbarossa — Die Beredsamkeit und ihre Bedeutung besonders für die Gegenwart.

VII Klasse. Was zierte den Menschen? Motto: Das ist ja, was den Menschen zieret, Und dazu ward ihm der Verstand, dass er im innern Herzen spüret, Was er erschafft mit seiner Hand.“ (Schillers Glocke) — Verderblichkeit der Leidenschaften. Motto: „Gefährlich ist's den Leu zu wecken, Verderblich ist des Tigers Zahn, Jedoch der schrecklichste der Schrecken, Ist der Mensch in seinem Wahn“ (Schillers Glocke) — Der Abfall der Niederlande — Das Leben der Schweizer und ihre Bedrückung durch die Vögte (Schillers Wilhelm Tell) — Wilhelm Tell (Charakterzeichnung) — Tell's Gattin, das Muster echter Weiblichkeit — „Gut verloren, etwas verloren, Musst rasch dich besinn'n und neues gewinnen: Ehre verloren, viel verloren, Musst Ruhm gewinnen, dann werden die Leute sich anders besinnen; Muth verloren alles verloren (Xenien) — Martin Luther — Maria Theresia und Friedrich der Grosse (Parallele) — Wie soll man studieren? — Schwert und Pflug (Parallele, Maturitätsaufsatz) — Der Brodgelehrte (Charakterzeichnung) — Was erwartet die Welt von uns, was wir von der Welt? (Abschiedsrede).

b) Aus der italienischen Sprache.

V. Klasse. La vita del soldato e del marinaio — Lo stesso argomento in dialogo — Semiramide — Il pittore Terone — Come Clorinda libera Soffronia (Tasso) — I Fenici — Descrizione di un gran fiume — I crociati in vicinanza di Gerusalemme — Le lingue romanze — Petrarca e Boccaccio — Tocco caratteristico dei principali eroi della Gerusalemme liberata — Coraggio ed amor figliale — Dudone e sua morte (Tasso) — M. Antonio Bragadino — Chi sia più felice, un generale vincitore, o un contadino coi campi ricchi di messi — L'assedio di Vienna 1683 — Frutti della laboriosità — Alessandro Manzoni.

VI. u. VII. Klasse. Valore di Scipione Africano — Il canto IV dell'Inferno di Dante — La gioventù, e la vecchiaia — Narrazione favolosa della fondazione di Mantova (Dante) — Caducità delle umane grandezze — La navigazione avanti l'invenzione della bussola — L'esposizione universale di Vienna — La morte del conte Ugolino (Dante) — La battaglia di Tagliacozzo — Il mare — Giuseppe Parini — Descrizione di una sagra in un villaggio.

c) Aus der slovenischen Sprache.

V. Klasse. Kakov pomen ima reka Nil za Egypčane? — Kaj pravi Vodnik Slovencu po pesni: „Sloven'e! tvoja zemlja je zdrava?“ itd. — Razložite besede: dim, par, megla, slap, hlap, duh in smrad — Spomin in nada cvet živenja — Lovec, značajna črtica — „Bo lje drži ga, ko lovi ga“ — Zenov tempelj v Olympiji (prevod iz nemškega) — Narodna pesem „Mlada Breda“ se naj prenaredi v povest in se pokaže jena lepota — Primerjajte Solonovo državno postavo z Lykurgovo in zapišite svoje mnenje o njih — Huda ura po soparnem dnevu (popis) — Prestava iz Lessingovega Laokoonta — Preširnov sonet „OVrba! srečna vas domača“ v ne vezani besedi — Kyrov grob (prevod iz n.) — Kdor ni mož beseda, je kot veter, ali kot megla brez deža — Razvalina starega gradu ob bregu jezera (pripovest) — Naše strupene kače — Poljedelstvo, začetek človeške omike (z ozirom na Schillerjevo pesen „das Eleusische Fest.“) — Zapopadek XIX. speva Homerove Ilijade — Kaj so narodne junaške pesni in kako so bile navstale?

VI Klasse. Razložite Cegnarjevo pesen „Hej rojaki! opasujmo uma svitle meče,“ itd. — Prestavite graditeljstvo in kiparstvo starih Grkov in Rimljjanov (Gindely) — Kar se fantje nauči, starček še stori (hrija) — Konstantin Veliki — Sličnost in različnost pojmov: poškodovati, popleniti, porušiti se, razdijati pokončati, uničiti — Reka, podoba živenja (primera) — Kakovost in pomen palice v človeškem živenji — Ribič pri Bogomili s Črtomirovim naročilom (dvogovor). — Papež venča Karola Velikega s cesarsko krono (popis) — „Biti slovenske krv, bodi Slovencu ponos,“ Koseski — Misli hvaležnega sinu ob godu umrlega očeta — Človek je sin pa tudi gospod svojega časa (po izgledih iz literature in iz zgodovine —

Dolina Tempe, (popis) — Strela iz jasnega neba (pripovedka) — Razložite kakov upliv na težnost ima zemljino vrtenje ob svojo os in kako se razjasni ta prikazen z odsredno mašino. — Popišite goriško tombolo — Zlato je škodljiveje od želeta (ferro nocentius aurum Ovid) hrija — Car Peter Veliki — Kakov pomen ima pretok Suez?

VII. Klasse. Črtomir osrečuje svoje tovaruše (govor) — Človeški duh gojene in gospod narave — Dokler prosi, zlata usta nosi; kedar vrača hrbet obrača (hrija) — Radovednost zaničljiva in hvalevredna lastnost — Uboštvo bogatege skopina — Popišite sliko, katera nam kaže Črtomirov krst pri slapu Savice — Črtomir na pokrajini bohinjskega jezera (samogovor) — Katerim osobam se sme po pravici prilagati priimek „Veliki?“ (po izgledih iz zgodovine) — Kaj pomeni pregovor „kdo ob cesti zida, ima veliko mojstrov?“ — Bistvo galvanoplastike, in katero važnost ima dan danes ta električna iznajdba v praktičnem živjenju? — Kakov pomen imajo kopitarjeva dela za slovensko slovstvo? — Slovo od realke. „Kmalo nam bo ura bila, Nas po svetu razpodila“. — Levstik.

Lehrmittelsammlung.

Die Bibliothek umfasst 2025 Bände und 1370 Hefte. Sie zerfällt in eine Lehrer - und Schülerbibliothek.

A. Lehrerbibliothek.

Bibliothekar: Herr F. PLOHL.

Zuwachs a.) durch Schenkung:

Bericht der Handels-und Gewerbekammer in Wien 1871; Bericht der Grazer Handelskammer 1869, 1870; Statistischer Haupt-Bericht der Handels-und Gewerbekammer in Leoben 1866-1870; Statistischer Bericht der Handels-und Gewerbekammer in Laibach 1870; Quinquenmal-Bericht der Handels-und Gewerbekammer v. Brody; Statistik der Volkschulen für das Schuljahr 1870-1871 v. G. A. Schimmer; Jahresbericht des k. k. Ministeriums für C. u. U. für 1872; Handel und Sehiffahrt in Triest 1865-1871; Navigazione e commercio in porti austro-ungarieci nel 1870; Navigazione in Trieste nel 1871; Commercio di Trieste nel 1871; Österr. botan. Zeitschrift XXIII. Jahrgang; Fachmännische Berichte über die österreichisch-ungarische Expedition nach Siam, China und Japan; sämmtliche Werke vom hohen **Unterrichts-Ministerium**. — Relazione intorno ai mezzi di fornir d'acqua la città di Gorizia vom **löbl. Municipium**. — P. Münch, Lehrbuch der Physik v. Herrn Inspector F. Gatti; Willigh, Lehrbuch der unorganischen Chemie; Ricard, Conversationsgrammatik und Lesebuch der französischen Sprache; von der Buchhandlung **Tempsky**. — Muth, mittel-

hochdeutsches Lesebuch v. **Beck's Universitätsbuchhandlung**. — **Scheiner**, deutsches Lesebuch von der **Winik'schen Buchhandlung**. — Methode analytique de Style; Abbé de Choisy, *Voyage a Siam*; *Crepèt*, le trésor épistolaire de la France, 2 Bände; *Renaud*, de la sériculture en France; *Desjardins*, Rhone et Danube; von der **Matica slovenska**. — *Pajk*, Izbrani spisi vom H. Prof. **Šantel**. — *G. Trezza*, Luerezio; *Pasquini*, dell'unificazione della lingua italiana; beide vom Herrn **Karl v. Kanotay**. — *Pelz*, Axenbestimmung von Centralprojectionen vom Verfasser. — *Bürger*, Gedichte; *Mormann*, König und Fürstensohn; v. **Gogala**. — *Murko*, theoretisch-practische Grammatik; v. **Musina**. — *Rückert*, Gedichte, Prachtexemplar v. **Oscar v. Halzl**. — *Moshammer*, Geometrie; vom Verleger.

b.) durch Ankauf:

Cholevius, Dispositionen und Materialien zu deutschen Aufsätzen; *Klotz*, Leben und Eigenthümlichkeiten in der mittleren und niederen Thierwelt 2 Bände; *Wüllner*, Lehrbuch der Experimentalphysik 4 Bände; *Curtius*, griechische Geschichte 2 Bände; *Peter*, Geschichte Roms 3 Bände; *Guthe*, Lehrbuch der Geographie; *Koberstein*, Grundriss der Geschichte der deutschen Nationalliteratur 3 Bände; *Toretti*, grammatica francese; *Hoffmann*, Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht I. II. III. IV. Jahrgang; *Die Realschule*, Zeitschrift 1873; *Diez*, Grammatik der romanischen Sprachen II. III. Theil; *Tommaseo*, Dizionario della lingua italiana dispensa 112-139; *Selmi*, enciclopedia chimica 33 Hefte; Verordnungsblatt des Min. für C. u. U. 1873; *Šafarik* slavische Altertümmer 2 Bände; *Lemcke*, populäre Aesthetik; *Fiedler*, Geometrie; *Dühring*, Geschichte der Principien der Mechanik.

B. **Schülerbibliothek**.

Zuwachs a.) durch Schenkung:

Struver, storia illustrata del regno minerale di Pokorny; *Gindely*, Lehrbuch der allg. Geschichte 2 Bände; *Močnik*, Arithmetik und Geometrie für Unterrealschulen; von der **Buchhandlung Tempsky**. — *Teirich*, Schulrechenbuch von **Beck's Universitätsbuchhandlung**. — *Streissler*, die geometrische Formenlehre vom H. **Verfasser**. — *Zadravski*, Lada, Almanach 1864, Prelog, Makrobiotikon; *Janečić*, Glasnik slovenski 1865; v. H. Prof. **Šantel**. — *Govekar*, Umni živinorejec; *Kočvar*, kupčija in obrtnija; v. H. Prof. **Sessich**. — *Tomšič*, Lahkoverni vesela igra; *Macun*, Pregled slov. literature; v. H. Prof. **Plohl**. — *Schütz*, Theatre Francais; v. H. **Meška**. — *Terchetti*, una nobile follia; v. H. **Baselli**. — *Cegnar*, Valenštajn; von **Cibej**, Schüler der IV. Klasse. — *Hebel*, Alemmanische Gedichte; *Schnedar*, Anleitung zur Baukunst; *Filippi*, italienische Sprachlehre; *Alešovec*, Brencelj v koledarjevi obleki; *Lessing*, Gedichte; *Pick*, Vorschule der Physik; sämmtl. von **Gogala**, Schüler der V. Klasse. — *Reyhongs*, Novellen und Gedichte; von **Schevezik**, Schüler der V. Klasse — *Schmidt*, racconti von **Höchtl**, Schüler der IV. Klasse. — *Žganje*; *Ravnikar*, Utopljenici; v. **Lapanja**, Schüler der III. Klasse. — *Vjetnik na galeji*; *Dijak* v luni; *Baron Ravbar*; *Le-*

sar, Perpetua v. **Bianchi**, Schüler der III. Klasse.— **Najdenček**; **Zvezek čudapolnih pravljic**; **Repoštel**; **Erazem predjamski**; **Zlata knjiga**; **Obrazei iz živenja svetih in zveličanih**; **katoliško društvo v Mariboru**; **Wundervogel**; **sämmtl. v. Božič**.— **Steinebach**, Marion; v. **Kaffou**.— **Jančar**, Umni gospodar; v. **Kociančič**.— **Lederstrumpf**; **Hoffmann**, der Königssohn; **Nieritz**, das 4. Gebot; v. **Halzl**.— **Slovenske večernice**; v. **Mozetič**.— **Sepolero di Winkelmann**; v. **Chapuis**, alle sechs Schüler der II. Klasse.

b.) durch Ankauf:

Die Naturkräfte 2 Bände; **Braun**. Scherz und Ernst; **Bossert**, goldene Äpfel in silberner Schale; **Gerstäcker**, die Welt im Kleinen 7 Bände; **Hess**, Erzählungen aus der ältesten Geschichte Roms 2 Bände; **Jäger**, die punischen Kriege, nach den Quellen erzählt 3 Bände; **Herstberg**, Rom und König Pyrrhos, nach den Quellen dargestellt; **Otto**, der Jugend Lieblings-Märchenschatz; **Gerstäcker**, Reise um die Welt 6 Bände; **Kummer**, Skizzen und Bilder; **Richter**, deutsche Helden sagen des Mittelalters; **Richter**, deutsche Sagen; Allgemeine Familien-Zeitung 4 Jahrgänge; **Hoffmann**, Jugendschriften 4 Bände; **Plötz**, französische Chrestomathie, Schulgrammatik, Elementargrammatik und Syntax 4 Bände; **Haberl**, Aufgaben-Sammlung aus der analytischen Geometrie 3 Exemplare; **Heiss**, Sammlung von Beispielen aus der Algebra 3 Exemplare; **La Fremoire**, Sammlung von Lehrsätzen und Aufgaben der Elementar-Geometrie 3 Exemplare; **Cervelli**, favolette e novelle morali; **Leneveuse**, le maraviglie del mare; **Müller**, biografie; **Racconti istruttivi**; **Mai**, gli anni di scuola 2 vol.; **Delafaye**, i fanciulli bearnesi 2 vol.; **Balbo**, novelle; **Vita di Gnglielmo Tell**; **Castiglioni**, racconti per giovanetti; **Farra**, buoni esempi; **Pignotti**, novelle e poesie varie 2 vol.; **Goldschmith**, compendio della storia romana; **Fiori di stile epistolario italiano**; **Franceschini**, le farfalle; **Woilicz**, L'orfanella di Mosea; **Lavezzari**, le meraviglie del cielo e della terra; Leggende e panzane educative illustrate; **Morandi**, teatro educativo; Museo popolare; **Monti**, 12 dialoghi; Schmid, racconti 46 vol.; **Regionati**, la divina Commedia; **Tedeschi**, storia delle arti belle, raccontata ai giovinetti; **Ercoliani**, i valvassori bresciani 4 vol.; **Ercoliani**, Leutelmonte 4 vol.; **Alfieri**, tragedie vol. 2; **Filicaia**, poesie e lettere; **Tassoni**, la secchia rapita; **Smiles**, storia di 5 lavoranti inventori; **Tettoni**, Dio non paga il sabbato; **Marenco**, una cristiana; **Ferrari**, Roberto Vighiuis; **Venosta**, Aida, leggenda egizia; **Marschi la Pia** 2 vol.; **Paysio**, i Longobardi in Italia; **Marenco**, opere drammatiche 15 vol.; **Chaillu**, avventure nella terra dei Gorilla; **Depping**, le meraviglie della forza e destrezza; **Ferrari**, opere drammatiche 7 vol.; **Weber**, compendio di storia universale; **Zoncada**, i fasti delle lettere in Italia 2 vol.; **Zoncada**, letteratura greca 16 vol.; **Tomšič**, Prirodoslovje v Podobah; **Tomšič**, Vertee; **Jesenko**, Občna Zgodovina; **Alešove**, Vrtomirov prstan; **Hoffmann**, Čas je zlatý; Dve igri; Nemški Pavliha; **Vilharjeve**, igre 5 Hefte; **Bleiveis**, slovenske glediščine igre 2 Hefte; **Janežič**, Kratek pregled slov. slovstva; **Zora**; **Zakrajšek**, Ogljenice; **Kočevar**, kupčija in obrtnija; **Jurčič**, deseti brat; **Cegnar**, Babica; **Pleteršnik**, Slovo o polku Igorjeve; **Kračmanov**, Zora in Solnea; **Erjavec**, Kitica Andersohnovih pravljic; **Levstik**, Rokopis Kraljedvorski; **Čajkovski**, Kirdžali; **Costa**, Vod-

nik-Album; *Jurčić*, Ivan Erazem Tatenbach; Slovenska talija 4 Hefte; *Skalec*, novele; *Jurčić* listki.

Physikalisches Cabinet.

Custos: Herr J. ČEBULAR.

Zuwachs durch Ankauf:

Spule mit Dratwindungen — Rhumkorf Funkeninductor — Electroskop nach Bennet mit Condensator-Platte — Schwungapparat nach Fessel — Sprengkohlen — Beutel für Menninge und Schwefel — Spirituslampe — Platinchwämme — Zinkeylinder — Electrisir - Maschine nach Holz.

Naturhistorisches Cabinet.

Custos: Herr F. ERJAVEC.

Zuwachs a.) durch Schenkung:

Mehrere Thiere in Weingeist; vom H. Custos — Eine Sammlung von instructiven, mitunter auch werthvollen Mineralien und etliche Petrefacten; vom H. **Carl Seppenhofer**, Podestà in Gradisca.

Dem verehrten Geber wird hiermit der Dank der Anstalt für diese Widmung dargebracht.

b.) durch Ankauf:

Modell des menschlichen Auges und Ohres — Entwicklungsstufen der lachsartigen Fische — Gypsabgüsse von fünf Racenschädeln und der eines Chimpasen - Schädels — 30 Foraminiferengyps - Modelle — 36 Strassimitationen von Edelsteinen — 200 Felsarten nach den Formationen geordnet — 200 Petrefacten aus allen Formationen.

Technisches Cabinet.

Custos: Herr CL. BARCHANEK.

Brude, das Zeichnen der Stereometrie — Ein zerlegbarer Würfel für das metrische Kubikmass — Zwei Modelle zur Berechnung des Rauminhaltes von Prismen — Eine Partie von Werkzeugen zur Anfertigung geometrischer Modelle — Die Durchbrechung zweier Pyramiden — Vier stereometrische Modelle über die regulären Schnitte der Polyeder — Vier Modelle über die Gerade und Ebene — Neun Seidenfädenmodelle über Regelflächen, welche mit den im vorjährigen Programme erwähnten 9 Modellen ähnlicher Art ein Weltausstellungsobject bilden.

Geographisches Cabinet.

Custos: Herr F. ŠUKLJE.

Zuwachs durch Ankauf:

Kiepert, Wandkarte von Alt-Griechenland und von Alt-Italien — Mayr, Atlas der Alpenländer in 11 Blättern.

Chemisches Laboratorium.

Custos: Herr J. MERKEL.

Zuwachs durch Ankauf:

Verschiedene Chemikalien.

Cabinet für das Freihandzeichnen.

Custos: Herr Prof. A. MÖSTL.

Das h. Min. für C. u. U. hat der Direction auf ihr Ansuchen 80 fl. behufs Anschaffung nachstehender Modelle zur Disposition gestellt: Fischer, männliche anatomische Figur — Ariadne antike Büste — Kopf der Niobe (Tochter) — Niobe (Sohn), antike Büste — Merkur antike Büste — Herkules antike Büste — H. Cäcilie von Donatello, Relief — Weiblicher Kopf von Luca della Robbia, Relief — Zwei männliche Brustbilder in Basrelief — Krönung einer Stele griechisch — Stirnziegel vom Parthenon (Athen) ~~—~~ Drei Renaissance-Ornamente vom Kamin des Dogenpalastes in Venedig — Römisches Capitäl an der Markuskirche — Die fünf Säulenordnungen des Vignola im reducirten Massstabe mit dem Gebälke und dem Basamente.

Es gereicht der Direction zur angenehmsten Pflicht, allen jenen Wohlthätern, Göntern und Freunden der Lehranstalt, und speciell dem **Löblichen Gemeinderath**, die sich um die Bildung und den Unterricht unseres Jugend durch Spenden von Lehrmitteln verdient gemacht haben, den wärmsten Dank der Lehranstalt hiermit abzustatten.

Verzeichniss

der wichtigsten im Laufe des Schuljahres 1872/73 herab- gelangten h. Erlässe.

1. *Laut Eröffnung* vom 13. Sept. 1872 Z. 10891 hat der *H. Minister für C. u. U.* die Lehrstelle für geometrisches und Freihandzeichnen am deutschen Unterrealgymnasium auf der Kleinseite in Prag dem Professor *Adalbert Brechler* verliehen.

2. *Erlass des hochl. Landesschulrathes* vom 19. Sept. 1872 Z. 891, womit die Direction beauftragt wird, dem Professor *A. Brechler* die Anerkennung hochdesselben für seine langjährigen und erspriesslichen Leistungen auszudrücken.

3. *Erlass des h. Min. für C. u. U.* vom 13. Sept. 1872 Z. 10953, womit die Resignation des Lehrers *Franz Plohl* auf die ihm verliehene Lehrstelle an der Staatsoberrealschule in Laibach genehmigend zur Kenntniss genommen und gestattet wurde, dass derselbe in seiner bisherigen Stellung an der Staatsoberrealschule in Görz verbleibe.

4. *Erlass des h. Min. für C. u. U.* vom 12. Sept. 1872 Z. 8204, wodurch die Abhaltung regelmässiger Conferenzen der Klassenlehrer an Mittelschulen angeordnet wird.

5. *Erlass des h. Min. für C. u. U.* vom 26. Nov. 1872 Z. 14618, wodurch die Einführung der deutschen Grammatik des *J. Brandl* zum Gebrauche an der Görzer Staatsoberrealschule genehmigt wird.

6. *Verordnung des k. k. Min. für C. u. U.* vom 24. Dec. 1872 Z. 16026, in Folge welcher den an Staats-Mittelschulen und Lehrerbildungsanstalten verwendeten Suppleuten vom J. 1873 angefangen die Substitutionsgebühr ohne Unterschied, ob der Substitutionsauftrag vor Beginn des neuen Schuljahres erlischt oder noch weiter fortdauert, auch für die beiden Ferienmonate zu erfolgen sei.

7. *Erl. des h. Min. für C. u. U.* vom 23. März 1873 Z. 19, welcher den Landesschulrat ermächtigt, Schülern der ersten Klasse einer Mittelschule, welche in beiden Semestern ein Zeugniss der dritten Fortgangsklasse erhalten haben, in besonders rücksichtswürdigen Fällen auf Antrag des Lehrkörpers unter strenger Wahrung des Interesses der Schule, namentlich im Hinblick auf die Gefahr der Überfüllung der Klassen, die Wiederholung der ersten Klasse an derselben Lehranstalt zu gestatten.

8. *Erl. des h. Min. für C. und U.* vom 16. Juni 1873 Z. 9453, welcher die Wiederholungsprüfung aus der Mathematik oder aus einem der Sprachfächer nur *höchst ausnahmsweise* als zulässig erklärt.

9. *Verordnung des h. Min. für C. und U.* vom 17. Juni 1873. Z. 7702, womit Geldsammlungen unter den Schülern als unzulässig erklärt werden.

Chronik.

Das Schuljahr wurde in der üblichen Weise feierlich eröffnet und geschlossen; dem Beginne des Unterrichtes gingen die Wiederholungsprüfungen voraus.

Der Zudrang zu der Anstalt war heuer der stärkste seit dem Bestande derselben, und kann als Beweis gelten, dass einerseits das Vertrauen in die Anstalt sich gehoben, anderseits der Nutzen des Real-Unterrichtes in den betheiligten Kreisen immer mehr gewürdigt wird. Nach Ausscheidung einiger zu mangelhaft Vorbereiteten verblieben nämlich 277 Schüler, welche in sieben Klassen und zwei Parallel-Abtheilungen in den zwei ersten Jahrgängen den Unterricht erhielten.

In Betreff der gemeinschaftlichen Andachtsübungen für die katholischen Schüler der Realschule hält sich der Lehrkörper an das durch die h. Ministerial-Verordnung vom 5. April 1870 vorgezeichnete Mass, wobei die disciplinäre Überwachung der zu denselben versammelten Schüler durch die Mitglieder des Lehrkörpers abwechselnd gepflogen wurde.

Das Lehrpersonale des verflossenen Schuljahres erfuhr dadurch eine Veränderung, dass die supplirenden Lehrer Carl Comparè, August Fritz, Oscar von Hassek, Michael Knittl und der Assistent H. Joseph Kregau aus dem Verbande der Anstalt traten. Eingetreten sind an ihre Stelle die Herrn: Eduard Huber, Adolf Meška, Friedrich Srabotnik, Franz Šuklje und Franz Urbančič.

Die durch den Abgang des H. Prof. Klimeš erledigte Lehrstelle für Mathematik und Physik verlieh der H. Min. für C. und U. mit Erlass vom 15. Sept. 1872 Z. 9296 dem H. Jacob Čebular; den durch die Übersetzung des H. Prof. Brechler vacanten Lehrposten für Freihandzeichnen erhielt laut Erl. des H. Min. für C. und U. vom 31. October 1872 Z. 13620 H. Alois Möstl.

Vom 17.-21. December unterzog der k. k. Landesschulinspector von Graz Dr. Mathias Wretschko die Anstalt einer eingehenden Inspicirung. In der unter seinem Vorsitze abgehaltenen Conferenz constatirte er die musterhafte Disciplin der Schüler, und erklärte, dass die Anstalt alles leiste, was unter den sprachlichen Verhältnissen derselben geleistet werden kann.

Herr *Hofrath Eitelberger*, Director des k. k. Museums für Kunst und Industrie in Wien, besichtigte auf seiner Rückreise von Italien die Säle für Freihandzeichnen und Geometrie.

Eine besondere Auszeichnung wurde heuer der Anstalt zu Theil durch den Besuch des Sectionschefs im Ministerium für C. u. U., Herrn *Karl v. Fidler*, welcher vom 14.-17. Mai in den meisten Klassen dem Unterrichte beiwohnte, und sich von dem Stande des Unterrichtes und dem Fortgange der Schüler Einsicht verschaffte. Ebenso unterzog der H. Sectionschef die Bibliothek und die Kabinete einer gründlichen und eingehenden Untersuchung. Bei seiner Abreise äusserte er seine volle Zufriedenheit über den disciplinären und wissenschaftlichen Zustand der Anstalt.

Der Herr Landesschulinspector *Ferdinand Gatti* beehrte im Laufe des verflossenen Schuljahres häufig die Anstalt mit seinem Besuche.

An der Weltausstellung betheiligte sich die Anstalt, indem sie dieselbe mit 18 Originalmodellen über Regelflächen beschickte. Fachzeitschriften und öffentliche Blätter rühmen die Feinheit, Genauigkeit in der Construction und den besonderen didaktischen Werth dieser vom H. Professor *Cl. Barchanek* entworfenen und ausgeführten Modelle für den Unterricht in der darstellenden Geometrie.

Als einen Gegenstand angenehmer und dankbarer Erinnerung des Lehrkörpers an das verflossene Schuljahr verzeichnet schliesslich die Chronik der Anstalt die Kundmachung des Gesetzes vom 15. April 1873, betreffend die Regelung der Aktivitätsbezüge des Staatspersonals, durch welches den Ansprüchen des Lehrstandes an Staatsmittelschulen gegenüber der Erhöhung der Bezüge der übrigen Staatsbeamten theilweise Rechnung getragen wurde.

Maturitätsprüfungen.

Es wurde im 12. Jahresberichte angegeben, dass sich im Schuljahr 1872 an dieser Oberrealschule 10 Schüler der VII. Klasse den Maturitätsprüfungen unterzogen haben. Von diesen erhielten 9 ein Zeugniss der Reife, darunter 1 mit Auszeichnung, einer wurde auf 1 Jahr reprobirt. An den Prüfungstagen beehrte uns der Vorsitzende des hochlöbl. Landes-schulrathes Baron **Rechbach** mit seinem Besuche und wohnte den Prüfungen bei.

Im gegenwärtigen Schuljahr haben sich sechs Schüler zu der Maturitätsprüfung eingefunden.

1. BLARZINO VIGILIUS
2. HABE JOSEPH
3. HUEMER CARL
4. PETEANI JOSEPH
5. SERAVALLE ANTON
6. THIANICH WILHELM.

Da auch die diessjährige mündliche Maturitätsprüfung nach dem Schlusse des Schuljahres stattfindet, so kann erst der nächste Jahresbericht über deren Ergebnisse Mittheilungen enthalten.



Statistische

Übersichts-Tabelle.

K L A S S E										Zu Anfang des Jahres wurden aufgenommen	Die Klasse wiederholten	Es stiegen auf	Von aussen kamen	Nach dem Religionsbekenntnisse	Nach der Muttersprache	Nach dem Schulgelde	Eingehobenes Schulgeld		
Im Laufe des Jahres gingen ab				Am Schlusse des Jahres 1873 verbleiben															
I a	64	7	—	57	9	55	53	—	2	55	—	—	—	—	—	33	12	3	7
I b	45	—	—	45	3	42	42	—	—	—	36	6	—	22	16	—	4		
II a	46	2	39	5	12	34	33	—	1	33	—	1	—	23	5	2	4		
II b	25	1	20	4	7	18	17	1	—	—	14	4	—	9	8	—	1		
III	30	2	26	2	4	26	23	2	1	15	5	6	—	16	9	1	—	1552 fl.	
IV	25	2	23	—	3	22	22	—	—	15	4	3	—	13	9	—	—	1332 n.	
V	22	2	15	5	2	20	18	1	1	10	2	8	—	13	7	—	—		
VI	7	1	6	—	—	7	6	1	—	2	2	2	1	6	1	—	—		
VII	12	1	11	—	1	11	11	—	—	7	3	1	—	7	2	1	1		
	276	18	140	118	41	235	225	5	5	137	66	31	1	142	69	7	17	2884	

Stipendisten	Es erhielten ein Zeugniss					Nach dem Alter ergeben sich nachstehende										Zusammen		
	mit Vorzug					Altersjahre												
	der I. Klasse	ein Interims-Zeugniss	der II. Klasse	der III. Klasse	Ungewöhnlich blieben	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
—	4	36	5	3	7	—	3	10	17	13	10	2	—	—	—	—	55	
1	9	20	5	—	8	—	—	1	14	14	7	4	1	—	1	—	42	
—	1	21	5	3	3	1	—	5	8	11	7	2	1	—	—	—	34	
1	5	9	2	—	2	—	—	2	6	6	3	—	1	—	—	—	18	
—	4	20	—	1	1	—	—	1	5	8	9	3	—	—	—	—	26	
—	1	14	2	3	2	—	—	—	3	4	6	5	3	1	—	—	22	
—	1	11	6	1	1	—	—	—	2	4	6	7	1	—	—	—	20	
—	3	1	1	2	—	—	—	—	—	1	2	1	—	2	1	—	7	
—	1	9	—	—	1	—	—	—	—	1	1	3	2	3	1	—	11	
2	29	141	26	13	24	2	3	16	42	52	44	32	19	15	5	5	2	235

Rangordnung

der Schüler am Schlusse des Schuljahres 1873 *)

I. a Klasse.

1. MREULE CAESAR, Farra.
2. COLAVINI JOSEPH, Joanniz.
3. BERNARDIS VINCENZ, S. Lorenzo.
4. STEIN MAX, Haidenschaft.
5. Kollmann Richard, Pisino.
6. Zorzi Alois, Görz.
7. Comassi Bernhard, Cervignano.
8. Deganis Valentin, Grado.
9. Donda Friedrich, Cormons.
10. Reggio Arthur, Görz.
11. Bakarčić Joseph, Draga.
12. Bussi Marcus, Triest.
13. Chiaruttini Leopold, Strassoldo.
14. Klauser Johann, Görz.
15. Montanari Anton, Fiumicello.
16. Del Mestri Graf Victor, Medea.
17. Ženković Richard, Segna.
18. Rubbia Otto, Villach.
19. Urbani Alois, Cervignano.
20. Furlan Vincenz, S. Lorenzo.
21. Gratton Joseph, Cervignano.
22. Mankoč Ferdinand, Triest.
23. Collavini Johann, Ajello.
24. v. Bassa Grachus, Monfalcone.
25. Avanzini Michael, Podgora.
26. Susanig Alois, Görz.
27. Plauder Johann, Monfalcone.
28. Planisegi Anton, Görz.
29. Sirk Anton,
30. Brigida Joseph, Montona.
31. v. Braunizzer Eduard, Görz.
32. Baselli Freih. von Süßenberg Arthur, Görz.
33. Trampusch Franz, Görz.
34. Cusmin Franz, Görz.
35. Brigida Carl, Görz.
36. Prister Hieronymus, Gradisca.
37. Ussai Anton, Görz.
38. Dilena Johann, Mariano.
39. Mazal Heinrich, Lussinpiccolo.
40. Baronio Emil, Görz.
41. Scoria Albert, Triest.
42. Struk Joseph, Judenburg.

*) Die gesperrte Schrift bezeichnet die Vorzugsschüler.

43. Nedogg Ludwig, Peschiera.
44. Travani Leopold, Görz.
45. Nardini Victor, Görz.
46. Hoppe Arthur, Görz.
47. Franceschinis Virgilius, Görz.
48. Hübel Rudolf, Venedig.
49. Fabiani Gustav, Flitsch.
50. Liprandi Ernst, Monfalcone.

Nicht locirt blieben:

- Braunizzer Alois, Görz.
Redl Hubert, Montona.
Marcuzzi Joseph, Ronchi.
Dinarich Alois, Görz.
Mreule Joseph, Farra.

I. b Klasse.

1. VERTOVEC ANDREAS, Šmarje.
2. TRUSCHNITZ CARL, Weiz in Steiermark.
3. TOPLIKAR JOSEPH, Ossek.
4. POLZ FRIEDRICH, Laibach.
5. HEBERLING FRANZ, Waasen in Oberöst.
6. BLASCHKE FRANZ, S. Giorgio di Nogara.
7. SUŠA ADOLF, Divača.
8. RATZER WILHELM, Theresienstadt.
9. MÖSTL ANTON, Graz.
10. Trošt Franz, Wippach.
11. Rustija Joseph, Skrilje.
12. Lenardič Alois, St Florian.
13. Starec Jacob, Barcola.
14. Cazzafura Alexander, Komen.
15. Gruden Johann, Idria.
16. Prezelj Alois, Tolmein.
17. Uršič Victor, Karfreit.
18. Pacher Joseph, Flitsch.
19. Lenarčič Anton, Potoče.
20. Zavnik Johann jun., Biglia.
21. Fabiani Wilhelm, Kobdil.
22. Carli Joseph, Tolmein.
23. Budal Alexander, Wippach.
24. Hebat Ferdinand, Ranziano.
25. Lasič Franz, Ranziano.
26. Pitamic Franz, Tolmein.
27. Maiti Albert, Sela.
28. Mayer Joseph, Wippach.
29. Primožič Joseph, Peuma.
30. Tomšič Joseph, Illyr. Freistriz.
31. Mervic Joseph, S. Peter.
32. Zavnik Johann sen., Biglia.
33. Kalin August, Haidenschaft.
34. Kenda Andreas, Gabrijela.

35. Šelj Johann, Štacija.
36. Švara Joseph, Komen.
37. Pipp Anton, Nabresina.

Nicht locirt blieben:

- Kociančič Franz, Kirchheim.
Mozetič Johann, Biglia.
Mozetič Joseph, Podgora.
Šuligoj Johann, Penma.
Zavnik Joseph, Biglia.

II. a Klasse.

1. COSSOVEL CHRISTOPH, Rovigno.
2. Zenkovic Alexander, Segua.
3. Novajolli Alois, Cormons.
4. Peterlungher Richard, Muscoli.
5. Jasbitz Michael, Triest.
6. Chapuis Leonhard, Belluno.
7. Defiori Eugen, Görz.
8. Niederkorn Theophil, Görz.
9. Portelli Sixtus, Ruda.
10. v. Gironcoli Heinrich, Komen.
11. Colaueig Emil, Görz,
12. Stegu Ludwig, Ronchi.
13. Stiligoi Ferdinand, Medana.
14. Faidutti Justus, Monfalcone.
15. Pauletig Eugen, Görz.
16. Bresnig Johann, Triest.
17. Blasig Carl, Ronchi.
18. Malusà Bernhard, Rovigno.
19. Graf Arthur Mels-Colloredo, Medea.
20. Baron Baselli Eugen, Mariano.
21. Mosettig Franz, Görz.
22. Anelli Jacob, Görz.
23. Cieogna Franz, Aquileja.
24. Marussig Arthur, Ranziano.
25. Starčič Casimir, Lussinpiccolo.
26. Gibara Emil, Alexandrien.
27. Kraus Robert, Teitschen a. d. Elbe.
28. Lugnani Johann, Romans.

Nicht locirt blieben:

- Niederkorn Friedrich, Görz.
Lokar Anton, Haidenschaft.
Bolaffio Joseph,
Tonello Joseph, Triest.
Pertout Alois, Görz.

II. b Klasse.

1. VRTOVEC PHILIPP, St. Veit.
2. LEBAN JOSEPH, Stopice.

3. NACHTIGALL CARL, Görz.
4. HALZL OSCAR, Ritter v. Flamir, Padua.
5. ROŽIČ FRANZ, St Martin.
6. Božič Johann, Podmeuz.
7. Czernoch Leopold, Kronstadt.
8. Nau Ignaz, Karfreit.
9. Lavrenčič Alois, Oberfeld.
10. v. Ritter Heinrich, Görz.
11. Žigon Edmund, Kviško.
12. Žigon Joseph, "
13. Hettmer Carl, Dol.
14. Lutman Mathias, St. Andrea.
15. Huber Franz, Flitsch.
16. Možetič Felix, Prebacina.

Nicht locirt blieben:

- Mermoglia Joseph, Merna.
Stepančič Grazian, Temniece.

III. Klasse.

1. HALLER ANTON, Görz.
2. TREFFNY JOSEPH, Imst in Tirol.
3. LAPANJA JOHANN, Ponikve.
4. Ritter v. ZAHONY EGON, Triest.
5. Šorli Valentin, Žabič.
6. Cattinelli Franz, Görz.
7. Gollia Joseph, "
8. Weber Carl, "
9. Grogoris Anton, Terzo.
10. Černovič Joseph, Canale.
11. Prister August, Gradisca.
12. Del Torre Julius, Romans.
13. Bianchi Anton, Haidenschaft.
14. Schroll Erich, Stadlo in Galizien.
15. Fidora Hugo, Görz.
16. Bognar Ernst, Ofen.
17. Sporer Eduard, "
18. Marizza Adolf, Görz.
19. Colugnati Joseph, Romans.
20. Thomschitz Anton, Illyr. Freistirz.
21. Streinz Ignaz, Görz.
22. Cecutta Franz, Lucinieco.
23. Maver Johann, Valle in Istrien.
24. Candutti Joseph, Görz,
25. Venuti Adolf, "
26. Passon Emil, Cormons.

IV. Klasse.

1. RUBBIA CONRAD, Villach.
2. Marega Franz, Lucinieco.
3. Barich Mathias, Trient.

4. Cuizza Franz, Pola.
5. Klietsch Leopold, Görz.
6. Cazzafura Ludwig, Komen.
7. Riaviz Heinrich, Venedig.
8. Pitamitz August, Dignano.
9. Höchtl Ludwig, Udine.
10. Hoppe Gustav, Lucinico.
11. Cosmač Mathias, Kirchheim.
12. Gresič Gustav, Görz
13. Faidutti Anton, Monfalcone.
14. Bagnalasta Adolf, Verona.
15. Pistotnig Arthur, Volosca.
16. Cosmitz Wilhelm, Triest.
17. Žagar Ferdinand, Žaga.
18. Gresič Ernst, Görz.
19. Perinzig Johann, Görz.
20. Donato Leonhard, Turriaco.

Nicht locirt blieben:

- Batič Andreas, Schönpass.
Casteliz Franz, Görz.

V. Klasse.

1. RITTER v. ZAHONY JULIUS, Triest.
2. Merluzzi Jacob, Villa Vicentina.
3. Malnič Heinrich, Canale.
4. Kuglmayr Eduard, Temesvar.
5. Steinhardt Hugo, Gross-Kanissa.
6. Paulizza Joseph, Triest.
7. Del Torre Alfred, Cormons.
8. Bolaffio Jacob, Görz.
9. Jaschi Heinrich, Pola.
10. Schadlbauer Adolf, Wien.
11. Delchin Johann, Görz.
12. Winter Joseph, Cilli.
13. Polla Heinrich, Pola.
14. Zamboni Heinrich, Pola.

Nicht locirt blieben:

- Huber Moritz, Verona.
Nardini Hieronymus, Görz.
Hnidý Arthur, Mailand.
Candutti Grazian, Görz.
Schewczik Sylvius, Korneiburg.
Eržen Kaspar, Kirchheim.

VI. Klasse.

1. BRESCA JOSEPH, Görz,
2. WHITEHEAD JAMES, Triest.
3. PERASSO CARL, Villach.
4. Franz Joseph, Obbrovazzo.

5. Schaffenhauer Odillo, Görz.
6. Mahorčič Adolf, Mattaun.
7. Poberaj Michael, Salcano.

VII. Klasse.

1. BLARZINO VIRGIL, Görz.
2. Habe Joseph, Goče.
3. Seravalle Anton, Viscone.
4. v. Thianich Wilhelm, Görz.
5. Huemer Karl, Pola.
6. Faveti Carl, Skrilje.
7. Cazzafura Joseph, Haidenschaft.
8. Candutti Sylvius, Görz.
9. Hahn v. Hahnenbeck, Pisino.
10. Kragl Alois, Görz.

Krankheitshalber ungeprüft blieb:

Peteani Joseph, Görz.

Das nächste Schuljahr beginnt am 4. November mit dem heiligen Geistamte, dem alle katholischen Schüler beizuwohnen verpflichtet sind.

Die Vormerkung zur Aufnahme findet vom 30. October—3. November bei der Direction vormittags von 9—12, nachmittags von 3—5 Uhr statt. Jeder neu eintretender Schüler hat seinen Tauf- oder Geburtsschein und, wenn er von einer Mittelschule kommt, sein letztes Studienzeugniss vorzuweisen, und soll von seinem Aufsichtsträger begleitet sein.

Zur Aufnahme in die erste Klasse ist gegenwärtig kein Volksschulzeugniss, sondern nur der Geburts- oder Taufschein über das vollendete 10. Lebensjahr, sowie der Nachweis über den Besitz der nöthigen Vorkenntnisse erforderlich, welcher durch die Ablegung einer Aufnamsprüfung zu liefern ist. Bei dieser Prüfung sind nach der h. Ministerial-Verordnung vom 14. März 1870 Z. 2370 folgende Anforderungen zu stellen: *Jenes Mass von Wissen in der Religion, welches in den ersten vier Jahressäulen der Volksschule erworben werden kann, Fertigkeit im Lesen und Schreiben der Unterrichtssprache und eventuell der lateinischen Schrift, Kenntniss der Elemente aus der Formenlehre der Unterrichtssprache, Fertigkeit im Analysiren einfacher bekleideter Sätze, Bekanntschaft mit den Regeln der Orthographie und Interpunction und richtige Anwendung derselben beim Dictandoschreiben, Übung in den vier Grundrechnungsarten in ganzen Zahlen.*

Alle Schüler haben den Bibliotheksbetrag von 80 kr., und die neu in die Lehranstalt eintretenden außerdem eine Aufnahmestaxe von 2 fl. zu entrichten. Das Schulgeld beträgt jährl. 16 fl., und ist in 2 halbjährigen Raten von den von der Zahlung nicht befreiten Schülern zu entrichten.

In jedem Semester wird eine Censur abgehalten, von deren Resultaten, wenn sie ungünstig sind, die Eltern der Schüler brieflich benachrichtigt werden. Zur Entgegennahme von Auskünften über Schüler, welche von den Mitgliedern des Lehrkörpers stets bereitwilligst ertheilt werden, eignet sich am besten die Zeit um 10 Uhr vormittags an den Unterrichtstagen.

Ü b e r

s i c h t

der meteorologischen Beobachtungen im Jahre 1871

O b e r r e a l

Monat	Mittlere Temperatur						Monatmittel der Temper.
	Stunde	Temp.	Stunde	Temp.	Stunde	Temp.	
Jänner	7	1.33	2	4.55	9	1.94	2.61
Februar	"	1.36	"	7.64	"	2.93	3.98
März	"	6.45	"	12.87	"	7.87	9.06
April	"	11.12	"	16.92	"	11.29	13.11
Mai	"	13.79	"	19.04	"	13.59	15.47
Juni	"	15.94	"	21.10	"	15.81	17.61
Juli	"	22.01	"	28.27	"	22.07	24.12
August	"	20.52	"	26.84	"	21.11	22.82
September	"	18.51	"	24.18	"	18.46	20.38
October	"	9.43	"	14.62	"	9.95	11.38
November	"	6.18	"	9.10	"	6.43	7.24
December	"	-1.57	"	3.11	"	-0.71	0.27
Jahr		10.42		15.69		10.90	12.34

Monat	Mittlerer Dunstdruck	Feuchtigkeit			Niederschlag			Mittlere Wind Stärke
		mittlere	Tag	Min.	Mon.-Summe	Tag	Max. in 24 St.	
Jänner	3.90	69.7	14	27	150.19	25	54.96	
Februar	4.17	69.4	14	27	5.82	5	3.07	
März	4.95	57.1	30	21	35.37	16	16.42	
April	7.44	67.4	25	34	58.69	30	14.66	
Mai	8.03	62.1	26	32	153.67	16	35.45	
Juni	11.02	74.4	27	34	396.02	3	122.27	
Juli	13.77	62.8	16	38	69.98	12	34.96	
August	12.39	60.8	1, 3. 29.	35	73.01	14	23.01	
September	11.78	67.4	11. 13. 14	38	138.81	26	59.51	
October	6.82	67.0	24	35	47.75	5	14.54	
November	5.74	73.7	19	28	168.70	8	49.18	
December	2.94	64.7	11	19	45.71	1	21.88	
Jahr	7.75	66.4	11	Dez.	19	1343.82	3. Juni	122.27

Anmerkung: Die Temperatur ist in Celsius Graden angegeben. Der Luftdruck
Dunstdruck und Niederschlag in Millimetres.

an der meteorologischen Station

schule Görz.

Tag	Temperatur				Luftdruck			
	Max.	Tag	Min.	Mittel	Tag	Max.	Tag	Min.
19	9.0	6	-3.3	750.56	31	763.66	11	736.89
24	13.3	13	-5.0	758.84	26	766.56	11	744.18
22	18.3	2	-2.5	756.66	17	770.21	17	741.74
23	21.5	1	4.0	752.17	23	760.10	23	745.00
29	25.8	1	9.0	752.90	17	759.70	17	741.50
16	26.8	3	10.5	750.79	26	755.80	26	744.60
19	32.5	7, 13	17.0	753.08	25	759.80	25	743.60
25	31.8	29	16.8	755.09	4	761.90	4	748.90
6	30.3	26	14.0	752.94	26	762.30	26	740.30
1	20.5	29	3.8	754.68	2	762.70	2	737.10
2	14.2	21	1.0	750.32	9	759.30	9	739.70
1	9.0	13	-6.4	756.61	1	767.00	1	737.60
19. Juli	32.5	13. Dez.	-6.4	753.72	17. März	770.21	11 Jänn.	736.89

Zahl der Tage	Mittlerer Bewölkig.	Windvertheilung nach Percenten								Mittlere Wind Stärke	
		m. Nied.	m. Gew.	N.	No.	O.	SO.	S.	SW.	W.	
13	1	5.2	6	55	8	15	11	4	2	—	1.4
6	—	4.0	—	57	16	13	9	9	—	—	1.1
7	2	4.6	3	52	8	8	13	5	5	3	1.5
12	—	5.5	3	34	15	8	16	16	6	2	1.2
13	6	4.0	3	35	26	6	13	10	5	3	1.4
19	14	5.2	6	42	9	8	22	8	5	—	1.4
7	7	1.9	4	44	7	7	11	12	6	8	1.3
8	8	3.0	10	39	19	10	11	8	7	—	1.2
8	7	3.6	2	44	8	8	7	20	7	3	1.3
7	1	3.1	2	30	24	26	12	3	2	2	1.3
13	—	7.5	2	56	16	14	7	—	4	—	1.3
3	—	3.1	2	69	8	7	6	5	—	—	1.2
116	46	4.1	3.6	46.4	13.7	10.8	11.5	8.3	3.8	2.0	1.3

Ü b e r s i c h t

der meteorologischen Beobachtungen im Jahre 1872

O b e r r e a l

Monat	Mittlere Temperatur						Monatmittel der Temper.
	Stunde	Temp.	Stunde	Temp.	Stunde	Temp.	
Jänner	7	2.42	2	6.35	9	3.73	4.17
Februar	"	3.99	"	8.55	"	5.04	5.86
März	"	7.09	"	12.85	"	8.83	9.59
April	"	12.47	"	17.85	"	13.35	14.56
Mai	"	16.30	"	21.06	"	15.45	17.60
Juni	"	18.93	"	22.55	"	17.73	19.74
Juli	"	21.95	"	27.46	"	21.09	23.50
August	"	19.55	"	25.32	"	19.65	21.51
September	"	16.85	"	22.49	"	17.20	18.55
October	"	13.81	"	17.74	"	14.43	15.33
November	"	8.12	"	11.32	"	8.67	9.37
December	"	7.47	"	9.82	"	7.69	8.33
Jahr		12.41	"	16.95	"	12.74	14.01

Monat	Mittlerer Dunstdruck	Feuchtigkeit			Niederschlag			Mittlere Wind Stärke
		mittlere	Tag	Min.	Mon.-Summe	Tag	Max. in 24 St.	
Jänner	5.03	78.3	14	40	183.40	7	61.95	0.8
Februar	5.33	76.4	28	42	102.75	16	40.80	1.0
März	6.02	67.6	20	31	167.50	24	53.50	1.4
April	7.77	64.0	7	21	103.40	21	29.65	1.9
Mai	9.71	66.1	28	35	152.05	26	62.20	1.7
Juni	12.22	72.5	28	39	139.25	11	28.40	1.2
Juli	13.14	61.9	17	34	35.90	30	12.90	1.6
August	12.53	66.0	25	30	155.75	4	34.00	1.3
September	12.20	75.5	13	41	172.05	27	57.60	1.3
October	10.74	82.6	2	48	328.30	23	57.50	1.1
November	7.74	87.2	16	53	145.05	15	34.70	0.5
December	6.89	82.5	15	57	209.25	4	49.10	1.0
Jahr	9.11	73.4	7 April	21	1894.65	26 Mai	62.20	1.2

Anmerkung: Die Temperatur ist in Celsius Graden angegeben. Der Luftdruck
Dunstdruck und Niederschlag in Millimetres.

an der meteorologischen Station

schule Görz.

Temperatur				Luftdruck			
Tag	Max.	Tag	Min.	Mittel	Tag	Max.	Tag
30	11.0	13	-5.2	752.80	1	759.4	9
17	11.3	29	-2.4	756.97	5, 6	762.9	27
31	17.0	1	-0.2	752.06	4	766.3	25
28	22.8	10	6.8	750.89	12	759.5	21
20	26.8	13	10.6	752.46	2	757.0	10
24, 29	27.6	6	12.5	752.46	15	758.3	4
28	32.4	5	15.5	752.67	22	757.6	15
1	31.2	28	14.0	752.10	26	756.5	4
13	31.0	21	8.4	753.57	27	761.3	21
8	22.4	31	8.8	752.64	7	758.9	25
7, 8	16.3	12	2.8	753.97	8	761.6	12
2	18.1	21	0.4	752.16	30	764.6	4
28 Juli	32.4	13 Jänner	-5.2	752.89	4 März	766.3	25 März

Zahl der Tage	Mittlerer Bewölkig.	Windvertheilung nach Percenten								Mittlere Wind Stärke
		m. Nied.	m. Gew.	N.	NO.	O.	SO.	S.	SW.	
13	—	5.3	—	66	10	10	12	—	—	2
12	—	6.1	2	55	12	9	16	5	—	1.0
9	—	5.8	3	48	15	20	4	9	4	—
14	3	5.2	2	33	18	17	11	14	3	1.4
14	3	6.1	1	25	19	12	21	10	7	3
19	8	4.6	2	28	27	11	11	9	8	5
14	7	3.1	—	39	15	13	8	—	18	3
15	11	3.9	5	42	10	10	20	3	6	5
8	4	3.2	1	56	13	9	15	7	6	—
21	4	6.5	2	37	9	20	15	5	2	—
17	—	6.7	—	53	15	15	12	6	—	0.5
15	2	6.9	—	50	4	33	13	—	—	1.0
171	42	5.3	1.5	44.3	13.9	14.4	13.2	5.7	3.7	1.2

