

$\sqrt{\text{matematika}}$   $\geq 1/2$   
v šoli

21  
 $3 \times 4 = 5 =$





## Vsebina

- Jerneja Bone
- 2 **Srečanja z dijaki in učenci s težavami (uvodnik)**
- Učencu s težavami znam pomagati  
Jana Grah
- 5 **Soustvarjanje spodbudnega učnega okolja za učence z učnimi težavami pri matematiki**
- Urška Kerin
- 24 **Trening osnovnih aritmetičnih veščin pri učencu z dispraksijo**
- Andreja Verbinc, Simona Keber Kumše
- 33 **Tipam trikotnike**
- Zorka Milicevic
- 42 **Didaktična igra kot sredstvo za pomoč učencem s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki**
- Marjeta Trček Kavčič
- 47 **Učenec z razvojnno motnjo koordinacije pri pouku geometrije**
- Osnovna šola  
Jasmina Milinković
- 57 **Pouk matematike v realističnem kontekstu: iz teorije v prakso**
- Amela Sambolić Beganović
- 66 **Vloga matematičnih reprezentacij v i-gradivih za delo na i-tabli**
- Osnovna in srednja šola  
Ludmila Kroulíková, Matija Lokar
- 82 **Geometrijska predstava**
- Stanislav Južnič
- 90 **Matematični vitez in njegovi sopotniki**
- Napovednik tematske številke
- 99 **»Spremljanje učenca skozi proces učenja matematike in vloga učitelja«**

# Contents

<i>Jerneja Bone</i> <b>Encountering Pupils with Difficulties (editorial)</b>	<b>2</b>
<i>I Can Help a Pupil with Difficulties</i> <i>Jana Grah</i> <b>Co-Creating a Stimulating Learning Environment for Pupils with Learning Difficulties in Mathematics</b>	<b>5</b>
<i>Urška Kerin</i> <b>Training a Pupil with Dyspraxia in Basic Arithmetic Skills</b>	<b>24</b>
<i>Andreja Verbinc, Simona Keber Kumše</i> <b>I Am Touching Triangles</b>	<b>33</b>
<i>Zorka Milicevic</i> <b>Didactic Game as a Means of Helping Pupils with Specific Learning Difficulties in Mathematics</b>	<b>42</b>
<i>Marjeta Trček Kavčič</i> <b>Pupil with Developmental Coordination Disorder in Geometry Class</b>	<b>47</b>
<i>Primary School</i> <i>Jasmina Milinković</i> <b>Realistic Mathematics Education from Theory to Practice</b>	<b>57</b>
<i>Amela Sambolić Beganović</i> <b>Role of Mathematical Representations in iMaterials for Working with an iBoard</b>	<b>66</b>
<i>Primary and Secondary School</i> <i>Ludmila Kroulíková, Matija Lokar</i> <b>Geometric Visualisation</b>	<b>82</b>
<i>Stanislav Južnič</i> <b>Knight of Mathematics and His Companions</b>	<b>90</b>
<i>Preview of the Thematic Issue</i> <b>»Monitoring a Pupil throughout the Process of Learning Mathematics and the Role of the Teacher«</b>	<b>99</b>



**a**

## Srečanja z dijaki in učenci s težavami

**Jerneja Bone**  
odgovorna urednica

Kakšna je zgodovina mojih srečanj z učenci, ki so imeli težave? Pobrskala sem po spominu vse od osnovnošolskih preko študentskih let do današnjih dni. Pridružite se mi na srečanjih z učenci s težavami.

Na osnovni šoli, ki sem jo obiskovala, so bili (in so še danes) oddelki osnovne šole s prilagojenim programom. Takrat so ji in smo ji rekli posebna šola ali kratko ŠPP. Učenci, ki so jo obiskovali, so imeli razrede v isti stavbi kot ostali, delili smo si hodnik, vhod, jedilnico, kjer smo jih srečevali. Vedeli smo, da imajo težave, da se težje učijo. Spomnim se, da so nas vedno pozdravljali in bili vljudni. To so bili moji prvi stiki z učenci, ki so imeli težave. Čeprav takrat verjetno prav dobro nisem vedela, zakaj in kakšne težave imajo.

Potem se spomnim, da sem rada pomagala vsem sošolcem, ki so me za to prosili. Veliko smo si pomagali med seboj, se eden od drugega učili. Med poukom matematike sem v zadnjih razredih osnovne šole sedela poleg sošolca, ki mu matematika »ni šla«. Kolikor sem uspela in znala, sem mu pomagala z razlaganjem med poukom.

V srednji šoli (takrat Srednja pedagoška šola) smo imeli v drugem ali tretjem letniku pedagoško prakso, kjer smo obiskali Zavod za gluhe in naglušne v Ljubljani, Center za slepo in slabovidno mladino, Vzgojni zavod Višnja Gora. Gotovo še kaj, a ti trije obiski so mi ostali v spominu. Povsod so nas seznanili z de-



MATEMATIKA V ŠOLI, letnik 22, številka 1-2, 2016 | ISSN 1318-010X | **Izdal in založil:** Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, Poljanska 28 | **Predstavniki:** dr. Vinko Logaj | **Uredniški odbor:** Jerneja Bone, Zavod RS za šolstvo, jerneja.bone@zrss.si (odgovorna urednica); dr. Darja Antolin Drešar, Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta Maribor, darja.antolin@um.si; dr. Darjo Felda, Univerza v Kopru, Pedagoška fakulteta Koper, darjo.felda@pef.upr.si; dr. Marjan Jerman, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, marjan.jerman@fmf.uni-lj.si; Silva Kmetič, Zavod RS za šolstvo, silva.kmetic@zrss.si; Sabina Kumer, Tehniška gimnazija Krško, kumer.sabina@gmail.com; dr. Zlatan Magajna, Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta v Ljubljani, zlatan.magajna@pef.uni-lj.si; mag. Sonja Raih, Zavod RS za šolstvo, sonja.rajh@zrss.si; mag. Mateja Širnik, Zavod RS za šolstvo, mateja.sirnik@zrss.si; Simona Vreš, Gimnazija Ravne na Koroškem, simona.vres@gimnazija-ravne.si; Vesna Vrsič, Zavod RS za šolstvo, vesna.vrsic@zrss.si; dr. Amalija Žakelj, Zavod RS za šolstvo, amalija.zakelj@zrss.si; dr. Lucija Željko, OS Sostro, lucija.zeljko@guest.arnes.si; dr. Herremans Adriaan, Universiteit Antwerpen, Belgija; dr. Jasmina Milinković, Pedagoška fakulteta Beograd, Srbija; dr. Evgenia Sendova, Institute of Mathematics and Informatics at the Bulgarian Academy of Sciences, Bolgarija | **Jezikovni pregled:** Katja Križnik Jeraj | **Prevod povzetkov v angleščino:** Ensitra prevajanje, Brigita Vogrinc s. p. | **Oblikovanje:** Anže Škerjanec | Urednica založbe: Simona Vozelj | **Naslov uredništva:** Zavod RS za šolstvo, OE Nova Gorica (za revijo Matematika v šoli), Erjavčeva 2, 5000 Nova Gorica | **Prelom in tisk:** Design Demšar d.o.o., Present d.o.o. | **Naklada:** 560 izvodov | **Letna naročnina** (4 številke oziroma 2 dvojnji): 20,86 EUR za šole in ustanove, 14,19 EUR za posameznike in 13,35 EUR za dijake, študente in upokojene. | **Cena posamezne dvojne številke v prosti prodaji** je 13,35 EUR. | **Naročila:** ZRSŠ – Založba, Poljanska cesta 28, 1000 Ljubljana, faks: 01/30 05 199, e-pošta: zalozba@zrss.si | Revija je vpisana v razvid medijev, ki ga vodi Ministrstvo za kulturo pod zaporedno številko 568. | Revija Matematika v šoli je indeksirana in vključena v mednarodne baze podatkov: MathEduc – Mathematics Education Database, ZDM – The International Journal on Mathematics Education, Co-operative Online Bibliographic System and Services (COBISS) | Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana. | © Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2016 | Vse pravice pridržane. Brez založnikovega pisnega dovoljenja ni dovoljeno nobenega dela revije na kakršenkoli način reproducirati, kopirati ali kako drugače razširjati. Ta prepoved se nanaša tako na mehanske oblike reprodukcije (fotokopiranje) kot na elektronske (snemanje ali prepisovanje na kakršenkoli pomnilniški medij) ter medijske oblike reprodukcije.

## kolofon

lovanjem posameznega zavoda, povedali so nam, kateri otroci so vključeni v posamezni zavod in nas seznanili z načinom dela z njihovimi učenci. Srečali smo se tudi z učenci oz. gojenci zavodov. To je bilo posebno doživetje in velika izkušnja, ki je, vsaj meni, pustila globok vtis. Srečanje z učenci, ki imajo težave s sluhom. Sploh se ne zavedamo, kaj pomeni, da slišimo vedno in povsod.

Na tej pedagoški praksi smo pisali dnevnik. Nimam ga več, a shranila sem si zapise

z Zavoda za slepo in slabovidno mladino. Sploh ne vem, zakaj! Sem pa vedno uporabila del tega dnevnika pri pouku matematike, ko sem učencem 5. razreda osemletke in kasneje učencem 6. razreda pokazala primer Braillove pisave. S svojimi blazinicami na prstih so potipali pikice in se čudili, kako uspejo slepi otipati, razločiti in brati s pomočjo otipanih pikic.

V času srednješolskega izobraževanja sem imela priložnost sodelovati kot vaditeljica plavanja na poletnem letovanju otrok s te-



žavami. Varovali smo jih podnevi in ponoči, enkrat so se bali vode, drugič plavali daleč, sprehajali so se po plaži in »obiskovali« druge goste, pomagali smo jim pri obrokih, pri higieni in še in še. Takrat sem imela občutek, da nič ne spimo. Izkušnja, ki je ne bom pozabila in ki je povezala spremljevalce teh otrok. Najlepše darilo je bilo, ko so me ti učenci pozdravili na ulici še dolgo po končanem letovanju.

Prvi dve leti sem poučevala dijaka, ki je slabše slišal. Vsako uro sem si morala priklopiti in ob zaključku ure izklopiti mikrofonček, ki je bil povezan z učencem. Deloval je kot oddajnik, učenec je imel napravo, ki je delovala kot sprejemnik in je največkrat priključena na slušni aparat. Ni mi bilo treba vedno govoriti tako, da me je učenec gledal v usta, ampak sem bila lahko kjerkoli v razredu, pa me je slišal. Le preglasno nisem smela govoriti. V času izvajanja projekta Uvajanje in uporaba e-vsebin in e-storitev sem imela priložnost spremljanja pouka pri učiteljici matematike, ki je uporabljala podobno napravo, a že bolj posodobljeno. Tudi na tem področju je v 20 letih tehnika napredovala. Da si boste lažje predstavljali, o čem pišem, vam to predstavlja spodnja slika.

Pri poučevanju v osnovni šoli sem se seznanila z gradivom o učencih s primanjkljaji na posameznih področjih učenja, različnimi gradivi o prilagoditvah – tako kot vsi učitelji.


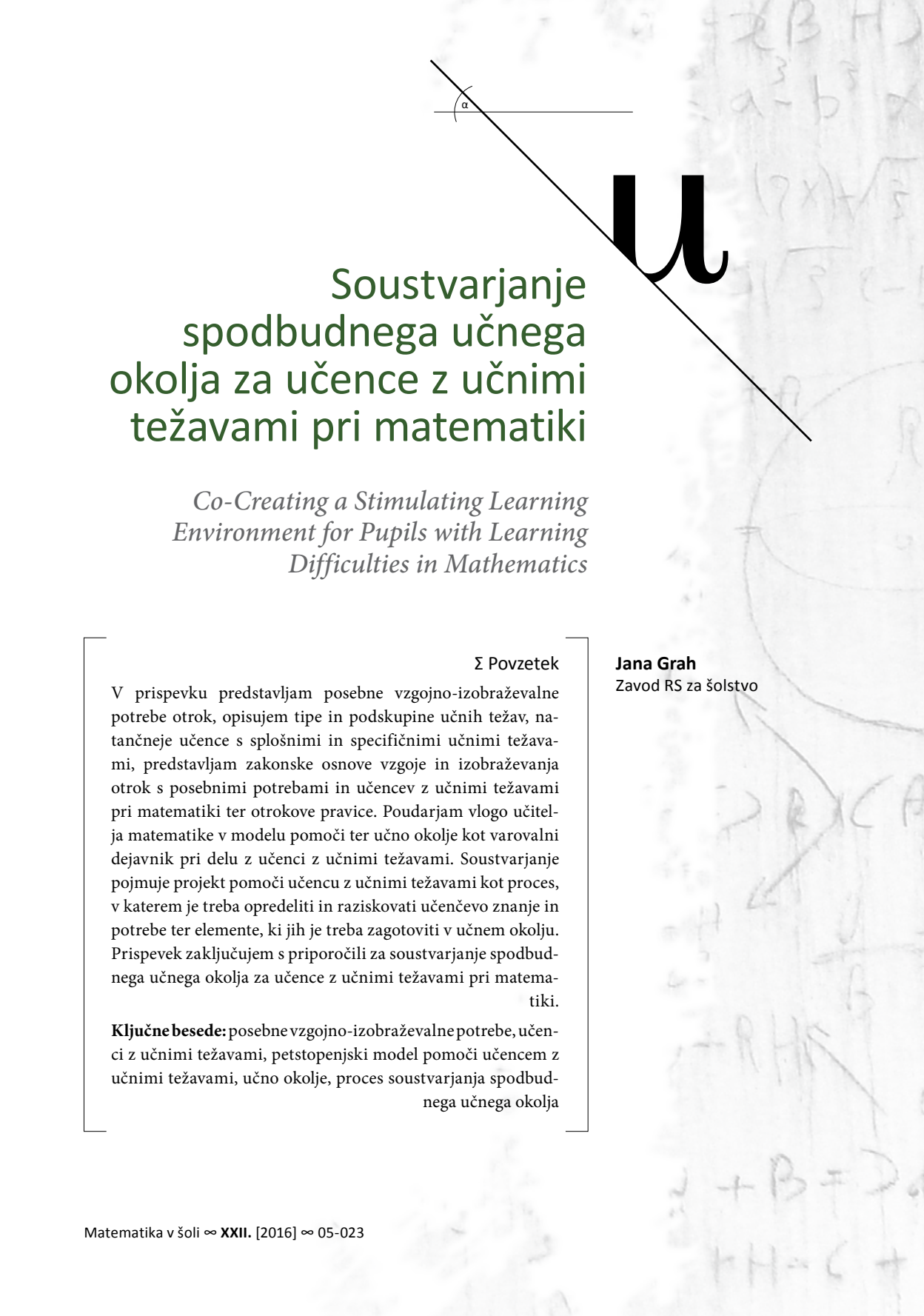
Sodelovala sem v strokovnih skupinah, kjer smo oblikovali in pripravljali prilagoditve za učence in jih evalvirali.

Nekaj mesecev po prihodu na Zavod RS za šolstvo sem na področni skupini za naravoslovje in matematiko predstavljala Osebni pogled na izkušnje z individualiziranimi programi, kjer sem predstavila, na kakšen način sem se v svoji poučevalni praksi srečevala z različnimi učenci. Začela sem z mislijo Jima Granta *Vsak otrok je edinstveno človeško bitje, ki se razvija po svoje in v svojem tempu – razen v šoli*, zaključila pa sem z mislijo *Način upoštevanja različnih/posebnih potreb otrok/učencev je v diferenciaciji in individualizaciji pouka*.

O raznolikih težavah učencev se je treba vseskozi izobraževati. Nikoli ne vemo dovolj, vsak učenec je drugačen, ima druge težave. Če povzamem po naslovu enega izmed prispevkov v prejšnji številki revije, se moramo zavedati naslednjega: *Ko pomagam učencu s težavami, pomagam tudi vsem drugim*.



Vir slike: <http://www.widex.si/scola-fm/> (dostopno 29. 1. 2016).



# Soustvarjanje spodbudnega učnega okolja za učence z učnimi težavami pri matematiki

*Co-Creating a Stimulating Learning  
Environment for Pupils with Learning  
Difficulties in Mathematics*

## Σ Povzetek

V prispevku predstavljam posebne vzgojno-izobraževalne potrebe otrok, opisujem tipe in podskupine učnih težav, natančneje učence s splošnimi in specifičnimi učnimi težavami, predstavljam zakonske osnove vzgoje in izobraževanja otrok s posebnimi potrebami in učencev z učnimi težavami pri matematiki ter otrokove pravice. Poudarjam vlogo učitelja matematike v modelu pomoči ter učno okolje kot varovalni dejavnik pri delu z učenci z učnimi težavami. Soustvarjanje pojmuje projekt pomoči učencu z učnimi težavami kot proces, v katerem je treba opredeliti in raziskovati učenčevo znanje in potrebe ter elemente, ki jih je treba zagotoviti v učnem okolju. Prispevek zaključujem s priporočili za soustvarjanje spodbudnega učnega okolja za učence z učnimi težavami pri matematiki.

**Ključne besede:** posebne vzgojno-izobraževalne potrebe, učenci z učnimi težavami, petstopenjski model pomoči učencem z učnimi težavami, učno okolje, proces soustvarjanja spodbudnega učnega okolja

**Jana Grah**

Zavod RS za šolstvo

### Σ Abstract

*The paper presents the special educational needs of children; describes the types and subgroups of learning difficulties or, more precisely, pupils with general and specific learning difficulties; presents the legal basis for the education of children with special needs and of pupils with learning difficulties in mathematics; and presents children's rights. It emphasises the role of the mathematics teacher in the assistance model and the learning environment as a protective factor in working with pupils with learning difficulties. Co-creation views the project of assisting a pupil with learning difficulties as a process in which we must define and examine the pupil's knowledge and needs, and the elements which must be provided in the learning environment. The paper concludes with recommendations for co-creating a stimulating learning environment for pupils with learning difficulties in mathematics.*

**Key words:** *special educational needs, pupils with learning difficulties, five-tier assistance model for pupils with learning difficulties, learning environment, process of co-creating a stimulating learning environment*

## α Uvod

Soustvarjanje spodbudnega učnega okolja za učence z učnimi težavami pri matematiki je eden od elementov inkluzivne šole 21. stoletja. Fizična prisotnost učencev z učnimi težavami v razredu ne vodi samoumevno do učinkovitega sodelovanja in doseganja optimalnih rezultatov, zato je potrebno, da učitelj skupaj z učencem z učnimi težavami raziskuje in razvija spodbudno učno okolje v procesu soustvarjanja. Proces soustvarjanja spodbudnega učnega okolja zajema prilaganje vzgojno-izobraževalnih metod in oblik dela, učnega gradiva, ponuja različne načine in oblike preverjanja in ocenjevanja znanja, s čimer se zagotavlja podpora učencu in učitelju v razredu (<http://www.teaching2030;>

Farel, 2005; Eliot idr., 2006; Kavkler, 2009; Viola, 2006 v Kavkler, 2009; Grah, 2013).

## β Posebne vzgojno-izobraževalne potrebe

Za vsakega otroka je značilna enkratna kombinacija kognitivnih in drugih sposobnosti ter potreb, ki morajo vplivati na količino pomoči in podpore v procesu vzgoje in izobraževanja ter vsakdanjem življenju. Z raznolikimi potrebami otrok se srečujejo tudi učitelji pri pouku matematike, zato morajo poznati njihove značilnosti. Izraz učenci s posebnimi vzgojno-izobraževalnimi potrebami se uporablja za učence, ki so manj uspešni ali neuspešni v šoli. Učitelj matematike se mora zavedati, da če se poudarjajo posebne vzgojno-izobraževalne potrebe



otroka, se morajo v učnem okolju razvijati tudi strategije, ki tem učencem omogočajo dosegati optimalno uspešnost (Worhington & Carruthers, 2003; Kavkler, 2007; Kavkler, 2008; Kavkler, 2009).

Učitelj matematike poučuje otroke s posebnimi potrebami, ki imajo posebne potrebe na področjih, ki so povezana z organizacijo, motoriko, socialno integracijo in izobraževanjem ter motivacijo otroka za učenje. Za **posebne potrebe, povezane z organizacijo**, je značilna slabša organizacija okolja (priprava in urejenost torbe, delovnega mesta, šolskih pripomočkov, igrač), slabša lastna urejenost (neurejenost zunanjega videza) in slabša mentalna organizacija (načrtovanje časa, strategij, urnika, zamujanje). **Posebne potrebe, povezane z motoriko**, se kažejo na področju grobe in fine motorike (pisanje, risanje, uporaba tehničnih pripomočkov, igre). Pri večini otrok s posebnimi potrebami so opazne **težave pri socialni integraciji**, na področju čustvovanja in vedenja, z malo razvito socialno mrežo. Otroci s posebnimi potrebami potrebujejo prilaganje učnega procesa, razumevanje in izbiro dobrih poučevalnih strategij. (Lewis, Doorlag, 1987 po Kavkler, Magajna, 2008).

## Učenci z učnimi težavami

Med otroke s posebnimi vzgojno-izobraževalnimi potrebami se vključuje skupina *učencev z učnimi težavami*. Zaradi raznolikosti učnih težav je težje postaviti njihovo definicijo. Najbolj pogosto je uveljavljena definicija »Lerner (2003), ki definira učence in mladostnike z učnimi težavami kot raznoliko skupino učencev z različnimi kognitivnimi, socialnimi, čustvenimi in drugimi značilnostmi, ki imajo pri učenju pomembno večje težave kot večina njihovih vrstnikov« (Ler-

ner, 2003 v Magajna idr., 2011, str. 9). Učne težave se lahko pojavijo že pred vstopom v šolo, lahko pa se razvijajo ali se pojavijo v različnih obdobjih, ob različnih okoliščinah. Učna neuspešnost se pri učencih pojavi šele takrat, ko učna snov postaja vedno bolj abstraktna. Pojavi se lahko tudi nenadoma, kadar učenec doživi neuspeh, ali če učitelj ne prepozna njegovih potreb in primanjkljajev oziroma v neustreznem učnem okolju (Magajna idr., 2008b; Grah, 2013, str. 36-37).

»Učne težave delimo na splošne in specifične. Razprostirajo se na kontinuumu od lažjih preko zmernih do težjih in najtežjih, od enostavnih do zapletenih. Vezana so na krajša ali na daljša obdobja šolanja, v nekaterih primerih lahko trajajo celo življenje« (Magajna idr., 2008b, str. 10). Učna neuspešnost je lahko le relativna, in sicer takrat, ko učenec napreduje, vendar so njegovi dosežki nižji od tistih, ki so pričakovani glede na njegove sposobnosti. O absolutni učni neuspešnosti govorimo takrat, kadar so učne težave vzrok za negativne ocene ali ponavljanje razreda (Kavkler, 2008; Magajna idr., 2008b). Definiciji relativne in absolutne neuspešnosti pokažeta na nujnost in pomen soustvarjanja procesa pomoči za učence v spodbudnem učnem okolju, saj odpirata prostor za napredek, za omilitev ali odpravo učenčevih težav. Vsak tip učnih težav odpira posebne in edinstvene procese pomoči (Grah, 2013).

## Splošne učne težave ali nespecifične učne težave

Za *splošne učne težave ali nespecifične učne težave* je značilno, da je usvajanje in »izkazovanje znanja ali veččin pri učencu ovirano zaradi raznih neugodnih vplivov okolja kot so ekonomska in kulturna prikrajšanost, problem večjezičnosti in večkulturalnosti, po-

manjkljivo ali neustrezno poučevanje ter zaradi notranjih dejavnikov, kot je upočasnjena razvoj splošnih kognitivnih sposobnosti, čustvene ali vedenjske motnje ali osebne posebnosti ter zaradi neustreznih vzgojno-izobraževalnih interakcij med učencem in okoljem, kot je strah pred neuspehom, nezrelost, pomanjkanje motivacije in učnih navad. Ti učenci dosegajo nižje izobraževalne dosežke kot njihovi vrstniki, pri enem ali več predmetih so manj uspešni ali celo neuspešni in vzroki njihovih težav niso posledica nevrofiziološke, nevropsihološke narave. Učenci svojih potencialov ne morejo razviti zaradi različnih notranjih in zunanjih dejavnikov« (Magajna idr., 2011 str. 10). V to skupino učencev z učnimi težavami vključujemo »učence z lažjimi in deloma tudi z zmernimi splošnimi učnimi težavami« (Magajna idr., 2008b, str. 12). Šola jim je dolžna »prilagoditi metode in oblike dela, omogočati vključitev v dopolnilni pouk in druge oblike individualne in skupinske pomoči« (Zakon o osnovni šoli, 2011, 12.a člen). Učenci z lažjimi oziroma zmernimi splošnimi učnimi težavami so v šoli uspešnejši ob nudenju ustrezne pomoči. Za načrtovanje, izvajanje in evalvacijo učinkovite učne pomoči je izrednega pomena sodelovanje učiteljev, učencev z učnimi težavami in staršev, učinkovito poučevanje, nudenje preverjenih učinkovitih strategij pomoči ter spremljanje procesa pomoči in učenčevega napredka (Kavkler, 2008; Magajna idr. 2008a; Magajna idr., 2008b; Alloway, 2010; Grah 2013). V dokumentu Učne težave v osnovni šoli: koncept dela (Magajna idr., 2008b, str. 9–10) so opredeljena področja oziroma podskupine splošnih učnih težav, ki se lahko pojavijo tudi pri učenju matematike ter jih zaradi pogostih kombinacij težav in interakcij ni mogoče med seboj ostro loče-

vati. Podskupine so (prav tam): »učne težave zaradi motnje pozornosti in hiperaktivnosti; učne težave zaradi splošno upočasnjene razvoja; učne težave zaradi slabše razvitih samoregulacijskih spretnosti; učne težave zaradi pomanjkljive učne motivacije; čustveno pogojene učne težave; težave zaradi drugojezičnosti ter socialno-kulturne drugačnosti; učne težave zaradi socialno-ekonomske oviranosti in ogroženosti«.

Učitelj matematike za učence s splošnimi učnimi težavami zagotavljajo (Grah, 2013):

- prilagoditve učnega okolja (izvajanje različnih oblik dela, vrstniško pomoč in sodelovalno učenje, zunanjo organizacija učnega prostora, sedežni red idr.);
- prilagoditve časa, ki učencem omogoča primerno razporeditev dejavnosti ter dovolj časa za optimalno delo;
- prilagoditve učnih gradiv in pripomočkov (uporabo konkretnih in vizualnih opor ter ponazoril, velikost in tip pisave, barva papirja, vizualne spodbude);
- prilagoditve domačih nalog in obveznosti (po količini in zahtevnosti nalog, tako da jih bo učenec samostojno in optimalno rešil v domačem okolju);
- prilagoditve pri preverjanju in ocenjevanju znanja (naloge se razdelijo na manjše dele; vključuje se zgled reševanja naloge);
- prilagoditve učnih metod in pristopov (poudarjanje ključnih pojmov in ciljev, več aktivnosti s konkretnim materialom, oblikovanje praktičnih in življenjskih nalog tako, da učenec doživi uspeh).

### Specifične učne težave

*Specifične učne težave* so značilne za heterogeno skupino primanjkljajev. Pojavijo se zaradi motenj v delovanju centralnega živčnega sistema. Neodvisno od povprečnih ali

nadpovprečnih sposobnosti se pojavijo izrazite težave na področju pozornosti, pomnjenja, mišljenja, koordinacije, jezika, govora, branja, pisanja, računanja, socialne kompetentnosti in čustvenega dozorevanja. Ovirajo učenje šolskih veščin, saj vplivajo na sposobnost predelovanja, interpretiranja in/ali povezovanja informacij. So notranje narave. »Specifične učne težave niso posledica vidnih, slušnih ali motoričnih okvar, motenj v duševnem razvoju, čustvenih motenj in tudi ne neustreznih okoljskih dejavnikov, čeprav se lahko pojavijo skupaj z njimi« (Magajna idr., 2008b, str. 11).

Za določanje specifičnih učnih težav je pomembna prisotnost vseh petih kriterijev, in sicer: »neskladje med učenčevimi splošnimi intelektualnimi sposobnostmi in njegovo dejansko uspešnostjo na določenih področjih učenja; obsežne in izrazite težave pri branju, pisanju, pravopisu in/ali računanju (pri eni ali več osnovnih štirih šolskih veščinah), ki so izražene v tolikšni meri, da učencu onemogočajo napredovanje v procesu učenja; učenčeva slabša učna učinkovitost zaradi pomanjkljivih kognitivnih in metakognitivnih strategij ter motenega tempa učenja; motenost enega ali več psiholoških procesov, kot so pozornost, spomin, jezikovno procesiranje, socialna kognicija, percepcija, koordinacija, časovna in prostorska orientacija, orientacija informacij idr.; izključenost okvar čutil, motenj v duševnem razvoju, čustvenih in vedenjskih motenj, kulturne različnosti in neustreznega poučevanja kot glavnih povzročiteljev težav pri učenju« (Magajna idr., 2008b, str. 11–12).

Specifične učne težave lahko delimo na dve glavni skupini (Magajna idr., 2008b, str. 11):

1. »Specifične primanjkljaje na ravni slušno-vizualnih procesov, ki povzročajo motnje branja (disleksija), pravopisne težave (disortografija) in druge učne težave, povezane s področjem jezika (npr. nekatere oblike specifičnih motenj pri aritmetiki).
2. Specifične primanjkljaje na ravni vizualno-motoričnih procesov, ki povzročajo težave pri pisanju (disgrafija), matematiki (specialna diskalkulija), načrtovanju in izvajanju praktičnih dejavnosti (dispraksija) pa tudi na področju socialnih veščin«.

### Specifične učne težave pri matematiki

Za učence, ki imajo *specifične učne težave pri matematiki*, je značilno, da imajo v primerjavi z vrstniki odstopanja od povprečja v matematičnem znanju, in sicer pri količini matematičnega znanja ter pri uporabi matematičnega znanja. Specifične učne težave na področju matematike imajo učenci na področju aritmetike, algebre, trigonometrije in geometrije (Adler, 2001; Magajna idr., 2008, str. 44–47).

Klasifikacija specifičnih učnih težav pri matematiki določa tri osnovne skupine (Haskell, 2000). To so: specifične učne težave pri matematiki, v katerih je mogoče definirati nezadostno razvite veščine reševanja matematičnih problemov (določanje količin, priklic aritmetičnih dejstev) ter specifične aritmetične učne težave, s katerim se označuje avtomatizacija aritmetičnih dejstev in postopkov ter diskalkulija kot genetsko pogojen kognitivni primanjkljaj.

Uspešnost učenja matematike je odvisna tudi od strategij poučevanja, zato mora učitelj organizirati tako učno okolje, ki bo za učenca zanimivo in da učencu omogoča razvijanje matematičnega znanja (Kavkler,

2007). Z učenjem in razumevanjem matematike so povezane tudi specifične učne težave na področju branja in pisanja, disleksija. Učitelj matematike mora vedeti, da učenci šibko razumejo časovne in prostorske koncepte, imajo težave z izražanjem in razumevanjem jezika (vsebino jezika) ter težave pri obliki jezika (skladnja in sintaksa) ter z uporabo jezika (socialni jezik, šolski jezik, tempo jezika, priklic besed, oblikovanje in organiziranje jezikovnega sporočila) (Magajna idr., 2008b, str. 40–44).

Učenci s težjo in težko obliko specifičnih učnih težav so poimenovani kot **»učenci s primanjkljaji na posameznih področjih učenja«** (Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami, 2011, 2. člen), ki potrebujejo bolj specifične oblike pomoči in so usmerjeni v izobraževalni program s prilagojenim izvajanjem in dodatno strokovno pomočjo (Magajna idr. 2008b). V okviru programa se učencu po Zakonu o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami (2011, 7. člen) »lahko prilagodi organizacija, način preverjanja in ocenjevanja znanja, časovna razporeditev pouka ter zagotovi dodatna strokovna pomoč. Obseg in način izvajanja dodatne strokovne pomoči se določi z odločbo o usmeritvi«. V kontinuumu pomoči so deležni prilagoditev, ki vključujejo vse predhodno izvajane učinkovite prilagoditve, drugačen način posredovanja informacij, izrazitejšo redukcijo abstraktnosti in zapletenosti, razlago, podprto s ponazoritvami.

Specifične učne težave se pojavijo samostojno ali v kombinaciji z drugimi težavami. Lahko se med seboj kombinirajo z motnjami pozornosti in koncentracije, z nemirnostjo in težavami z vedenjem, izrazita je lahko impulzivnost reševanja problemov in nalog. Učenci imajo težave s pomnjenjem in slabo

organizacijo pri delu, značilna je počasnost, telesna in ročna nespretnost, emocionalna nezrelost idr. (Magajna idr., 2008b, str. 40). Posledici težav sta frustracija učenca in oškodovano samospoštovanje. Učenec je nemotiviran za učenje, pogosto se izogiba pouku, pridružijo se čustvene in vedenjske težave. Učenci s specifičnimi učnimi težavami zaradi višje stopnje težavnosti običajno potrebujejo dodatno specialno strokovno pomoč (Grah, 2013).

Pomembno je, da učitelj matematike pri učencih s specifičnimi učnimi težavami odkrije in razvije posebne sposobnosti, da bi učenec poleg neuspeha doživil tudi uspeh. Izhodišče za načrtovanje strategij in ukrepov pomoči je prepoznavanje in odkrivanje učnih težav ter močnih področij učenca. Odkrivanje in prepoznavanje učnih težav, ugotavljanje in raziskovanje učnega okolja ter izvajanja pomoči mora biti ustrezno povezano (Magajna idr., 2008a; Magajna idr., 2008b, str. 16–26; Grah, 2013).

Učitelj matematike mora biti pozoren na potrebe učencev z učnimi težavami, ustrezno strukturirati poučevanje in učenje, biti pozitivno naravnani, dajati dovolj spodbud, razvijati sodelovalno učenje. Pomembno je tudi spremljanje učenčevega napredka, dajanje sprotnih povratnih informacij, jasna navodila, poučevanje učnih strategij idr. Spodbudno učno okolje in prizadevanje učenca pri učenju strategij učenja pomaga pri odpravljanju učnih težav in pri zmanjševanju njihovega vpliva na šolsko neuspešnost in socialno vključenost učenca. Pomoč in podpora ter jasna struktura skupaj s prilagoditvami so ključne za obravnavo učencev s splošnimi in specifičnimi učnimi težavami in morajo biti vseživljenjske, če jih posameznik potrebuje (Magajna idr., 2008b, str. 33–34; Kavkler,



2010; Kavkler, 2011; Magajna idr., 2011, str. 17–20; Grah 2013). Spodbudno učno okolje vsebuje take elemente, ki učencem z učnimi težavami pomagajo dosegati cilje v vzgojno-izobraževalnem procesu.

Za doseganje optimalne uspešnosti učencev z učnimi težavami je oblikovanje spodbudnega učnega okolja kompleksen proces. Zajemati mora tudi socialno-emocionalno podporo, ki je v šoli pogosto zanemarjena. Največji vpliv na zagotavljanje posebnih potreb otrok ima vključenost otroka s posebnimi potrebami v šolsko sredino, od katere se odvija izbira in pestrost strategij (Ghesquière, 2013; Grah, 2013). Učitelj matematike se mora zavedati, da otroci s posebnimi vzgojno-izobraževalnimi potrebami za optimalni razvoj svojih zmožnosti potrebujejo najprej socialno-emocionalno podporo, dovolj časa in vse, kar sodi k spodbudi: pravočasno prepoznavanje učnih težav in močnih področij, različne oblike prilagoditev kurikula, strategij poučevanja, uporabo učnih in tehničnih pripomočkov ter spodbude v okolju.

## γ Zakonske osnove izobraževanja otrok s posebnimi potrebami in učencev z učnimi težavami pri matematiki

V šoli je organiziran proces vzgoje in izobraževanja za vse otroke v populaciji. Uresničevanje zakonskih osnov vzgoje in izobraževanja otrok s posebnimi potrebami ter z njimi opredeljenih pravic je, čeprav ne bi smelo biti, odvisno od inkluzivne naravnosti šole in učitelja (Grah, 2013).

V *Beli knjigi o vzgoji in izobraževanju v Republiki Sloveniji* (2011) je določeno, da se je šola dolžna usmeriti na ugotavljanje

posebnih vzgojno-izobraževalnih potreb v postopkih individualizacije programa ter na določanje pravic, ki temeljijo na načelu zagotavljanja enakih možnosti učencem.

*Zakon o osnovni šoli* (2011, 12. člen) opredeljuje otroke s posebnimi potrebami, med katere uvršča tudi najštevilčnejšo podskupino populacije s posebnimi potrebami, in sicer učence s splošnimi in specifičnimi učnimi težavami. *Zakon o osnovni šoli* (2011) v 12. a členu ločeno opredeljuje izobraževanje učencev z učnimi težavami. »Učenci z učnimi težavami so učenci, ki brez prilagoditev metod in oblik dela pri pouku težko dosegajo standarde znanja. Šole tem učencem prilagodijo metode in oblike dela pri pouku ter jim omogočijo vključitev v dopolnilni pouk in druge oblike dela individualne in skupinske pomoči« (prav tam). Najpomembnejši in temeljni nacionalni pravni vir, ki ureja izvajanje načela enakosti na vzgojno-izobraževalnem področju, je *Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami* (2011), ki »predstavlja dopolnitev zakonov, ki opredeljujejo vzgojo in izobraževanje otrok in mladostnikov s posebnimi potrebami v vrtcih, osnovnih in srednjih šolah« (www.mss.gov.si). Na konceptualni in sistemski ravni skupaj s področnimi zakoni ureja vzgojo in izobraževanje učencev s težjimi in najtežjimi specifičnimi učnimi težavami, ki jih opredeljuje kot učence s primanjkljaji na posameznih področjih učenja (*Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami*, 2011, 2. člen). Na žalost ne opredeljuje pravice učencev s splošnimi ter lažjimi vključno do zmernih učnimi težavami (Grah, 2013, str. 22).

Strokovni svet RS za splošno izobraževanje je sprejel *Koncept dela z učenci z učnimi težavami v osnovni šoli*, s katerim postavlja »strokovne osnove za razvoj učinkovitejših

pristopov obravnave učencev z učnimi težavami v slovenskem prostoru« (Magajna idr. 2008b; Magajna idr., 2011, str. 15). »Eden od pogojev za uresničevanje sprejetega koncepta je petstopenjski model nudenja pomoči učencem z učnimi težavami, v katerem ločimo pet osnovnih stopenj, in sicer pomoč učitelja pri pouku; pomoč šolske svetovalne službe in/ali mobilne specialno-pedagoške službe; individualna ali skupinska učna pomoč; mnenje in pomoč zunanje specializirane ustanove in šele potem je možno učence z izrazitimi specifičnimi učnimi težavami usmeriti v izobraževalni program prilagojenega izvajanja z dodatno strokovno pomočjo« (Magajna idr., 2011, str. 15; Magajna idr. 2008b; Grah 2013).

Učinkovitost izvedbe petstopenjskega modela nudenja pomoči je na vseh petih stopnjah odvisna od tega, kako učitelj uresničuje splošne strategije inkluzivne vzgoje in izobraževanja, izvaja strategije dobre poučevalne prakse in kontinuum pomoči učencem z učnimi težavami (Kavkler, 2009, str. 9). Pomoč učencem z učnimi težavami v skladu z omenjenim konceptom je za šolo obvezujoča (Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami, 2011, 26. člen). Pred usmeritvijo morajo biti izvedeni štirje koraki pomoči z namenom, da se vsakemu učencu zagotovita čim prejšnja pomoč in podpora.

Slovenski petstopenjski model na prvi stopnji omogoča uspeh pri doseganju izobraževalnih ciljev 80 odstotkom učencem, ki so deležni pomoči učitelja pri pouku, dopolnilnem pouku in v okviru podaljšanega bivanja oziroma preventivnih primarnih ukrepov. Sledi usmerjena pomoč in podpora, razdeljena na tri stopnje, ki je namenjena od 15 do 20 odstotkom učencem. V peto stopnjo je vključenih le od 1 do 5 odstotkov učencev, ki

potrebujejo terciarno pomoč usposobljenih strokovnih delavcev oziroma individualizirano pomoč in podporo (Magajna idr., 2011, str. 16; Bela knjiga o vzgoji in izobraževanju, 2011; Grah, 2013).

Predstavljeni petstopenjski model je umeščen v dokument Učne težave v osnovni šoli: koncept dela (Magajna idr., 2008b), ki predpostavlja in zagotavlja, da se vsakemu učencu zagotovi izvirni delovni projekt pomoči. Pomembno je, da tudi učitelj matematike ve, da je izvirni delovni projekt pomoči v petstopenjskem modelu (Čačinovič Vogrinčič, 2008; Magajna idr., 2008b, str. 72–77): pregled dela, močnih področij, interesov, potreb učenca z učnimi težavami ter ciljev pri učenju za obdobje enega leta; dogovorjen in zapisan načrt aktivnosti, prilagoditev ter procesa pomoči; program, v katerem sodelujejo učitelji, starši in učenec; fleksibilen delovni dokument, ki ga lahko prilagajajo, dopolnjujejo in spreminjajo glede na potrebe učenca; zavezujoč dokument, ki učencu z učnimi težavami pomaga doseči postavljene cilje in pričakovanja; neprekinjena aktivnost zapisov, ki zagotavljajo kontinuiteto v diagnostiki, načrtovanju in izvajanju ter vrednotenju učenčevega razvoja, učenja in dela; dokument, ki upošteva pravice otrok s posebnimi potrebami in učencev z učnimi težavami, zapisane v zakonodaji oziroma v programskih zasnovah (Grah, 2013).

Kljub temu sodelovanje vseh, ki so pri pomoči udeleženi (predvsem učenca), trči ob mnoge ovire, ki preprečujejo ravnanje v skladu s sprejetim konceptom. Najpogostejše ovire za uspešno vključevanje učencev z učnimi težavami v vzgojno-izobraževalno delo v osnovni šoli so splošna prepričanja in stališča, konservativna tradicija šol, nezadostna usposobljenost učiteljev za odkrivan-

je in obravnavo učencev z učnimi težavami, premajhna podpora vodstva timskega delu na šoli in uvajanju sprememb, ki jih zahteva uresničevanje soustvarjanja spodbudnega učnega okolja v šoli, spremembe na področju šolske prakse in premajhna dejavna udeležnost učencev v procesu pomoči (Čačinovič Vogrinčič, 2008; <http://www.teaching2030.org>; Mitchell, 2005 v Kavkler, 2009; Mitchell, 2008; Magajna idr., 2008; Ainscow idr., 2010; Berry idr., 2010; Kavkler, 2010; Grah 2013).

Implementacija zakonov, dokumentov in s tem tudi inkluzivne politike je v šoli zapupana ravnateljem šol, šolskim svetovalnim službam, učiteljem in drugim strokovnim delavcem, saj jo v vsakodnevni praksi prevajajo v dejanja v skladu s svojim razumevanjem, vrednotami, stališči in izkušnjami. Zato je pomembno, da tudi učitelji matematike poznajo dokumente s področja otrok s posebnimi potrebami, imajo pozitivno stališče do vključevanja otrok s posebnimi potrebami ter obvladajo strategije dobre poučevalne prakse učencev z učnimi težavami pri matematiki.

## δ Otrokove pravice pri soustvarjanju spodbudnega učnega okolja

Pri nastajanju šole 21. stoletja so poudarjene pravice otrok, predvsem pa spoštljivo ravnanje z otroki ter zagotavljanje njihovih posebnih potreb (Berry idr. 2010). Pravice otrok je treba vključiti v vizije in vsakodnevno delo pri učenju matematike tako, da učitelj predpostavlja, da je lahko vsak otrok v šoli uspešen in njegov uspeh je zanj smiseln na poseben, edinstven način (Čačinovič Vogrinčič, 2011; Grah 2013).

Konvencija o otrokovih pravicah (1992) otroku zagotavlja vse temeljne pravice. S

soustvarjanjem spodbudnega učnega okolja za učence z učnimi težavami pri matematiki povezujem pravico, ki jo konvencija zlasti varuje, in sicer »pravico do svobodnega izražanja v vseh zadevah v zvezi z njim. Tehnost izraženega mnenja se presoja v skladu z otrokovo starostjo in zrelostjo. V ta namen ima otrok še posebej možnost govora v kateremkoli postopku v zvezi z njim« (<http://www.varuh-rs.si>; Zakon o zakonski zvezi in družinskih razmerjih, 2004, 12. člen). Otrok lahko izrazi svoje mnenje v postopkih, v katerih je udeležen, torej tudi pri učenju matematike. Spoštovanje otrokovih pravic od učitelja matematike zahteva novo ravnanje z učencem, vzpostavljanje bolj občutljivega in odprtega dialoga z učencem v šoli. V šoli mora biti vsakemu učencu z učnimi težavami zagotovljeno dovolj prostora, da v projektu pomoči sodeluje s svojimi izbirami in odločitvami (Magajna idr., 2008b, str. 78). Učitelj matematike mora učencu omogočiti sodelovanje pri opisovanju potreb in težav ter pri iskanju optimalnih rešitev. Zaupanje v kompetentnost učenca pomeni, da tudi učitelj matematike verjame, da so učne težave premagljive ter je izvajanje pomoči smiselno (Čačinovič Vogrinčič, 2008; Magajna idr., 2008b, str. 77–78; Grah, 2009; Grah 2013).

## ε Učitelj matematike kot izvajalec pomoči na prvi stopnji v kontinuumu pomoči: pomoč učitelja pri pouku, dopolnilnem pouku ter v okviru varstva in podaljšanega bivanja

V šoli poteka prva stopnja v kontinuumu pomoči, v okviru pouka, dopolnilnega pouka ter v okviru varstva in podaljšanega bi-

vanja. Učitelj matematike je odgovoren, da v kontinuumu pomoči prvi odkrije in prepozna učenčevo težavo (Magajna idr., 2008b, str. 37 in str. 78–80). Pričakuje se, da učitelj matematike spretno oblikuje spodbudno učno okolje in se odziva na potrebe vsakega učenca. Učitelj ni več le posredovalec znanja, temveč postaja pedagog, didaktik, fleksibilen organizator raznolikih učnih priložnosti, s katerimi zagotavlja raznolike potrebe učencev. Pri pouku mora učitelj poiskati raznolike priložnosti, pri katerih izpostavi učenčeva močna področja, da se učenec izkaže, da ga ostali sprejemajo in podpirajo. Za razumevanje snovi je pomembno tudi vključevanje življenjskih izkušenj učenca. Vsi učenci morajo biti deležni visokokakovostne obravnave in učinkovitih strategij dobre poučevalne prakse (Beninghof idr., 1998; Magajna 2008; Magajna idr., 2008b; Grah, 2013). Učitelj mora na učenca z učnimi težavami gledati s perspektive moči, to pomeni spodbujati razvoj njegovih kompetenc, sposobnosti in virov moči (Čačinovič Vogrinčič, 2008). Potrebno je, da učitelj matematike opravlja svoje delo visoko profesionalno, strokovno in avtonomno, da je ne le strokovnjak, ampak tudi človek, ki mu učenec lahko zaupa in ga spoštuje. V vzgojno-izobraževalnem procesu individualizira in diferencira pouk, izvaja dobro poučevalno prakso ter organizira vrstniško pomoč (Kavkler, 2008; Magajna idr. 2008b; Plut-Pregelj, 2012; Grah, 2013). V procesu pomoči učencu z učnimi težavami pri pouku se predvideva ustrezno načrtovanje pomoči kot individualni delovni projekt pomoči, dokumentiranje pomoči v dnevniku ali kroniki in evalvacija projekta pomoči v obliki delne ali sklepne evalvacijske ocene. Učitelj oceni izvajanje prve stopnje. Poda pisno mnenje, v katerem opiše in oceni

učinkovitost izvedenih oblik pomoči učencu pri pouku, predstavi ugotovitve o napredku učenca ter predlaga nadaljevanje pomoči (Magajna idr., 2008b).

Podaljšano bivanje je za učence z učnimi težavami idealna priložnost, da pokažejo svoja močna področja in pridobijo na samozavesti, kar jim mogoče med poukom ni omogočeno (Kapše, 2006). Dopolnilni pouk je naravnani k pomoči učencem, ki iz različnih razlogov ne zmorejo slediti obravnavani snovi tekom rednega pouka. Ta oblika pouka pri učencih utrjuje pridobivanje ustreznih učnih navad, spoznavanje in utrjevanje učnih strategij, navaja jih na samostojno učenje. Pri dopolnilnem pouku ima učitelj možnost individualnega pristopa pri vseh oblikah utrjevanja šolskega znanja ob upoštevanju močnih in šibkih področjih učenja (Magajna idr., 2008b).

Proces vzpostavljanja spodbudnega učnega okolja zajema tudi individualizacijo in diferenciacijo vzgojno-izobraževalnega procesa. Na prvi stopnji v kontinuumu pomoči v okviru pouka, dopolnilnega pouka ter v okviru varstva in podaljšanega bivanja mora učitelj matematike razviti varovalne dejavnike v poučevalni praksi. Učna zahtevnost se ne sme znižati pod učne zmožnosti učencev. Učencem mora biti pri pouku matematike zagotovljena čim večja fleksibilnost, skrbeti je treba za kakovostno opremljenost z učno tehnologijo, diferenciacijo in individualizacijo pri delu z učenci z učnimi težavami, posebno pozornost in skrb namenjati pripravi učnega gradiva, navodil in konkretnim vizualnim ponazorilom, prilagoditvam idr. Strokovno ni več mogoče vztrajati pri stališču, da se morajo učenci prilagajati pouku. Personalizacija pouka omogoči, da se izobraževalni sistem prilagodi učencu, kar pomeni, da uče-



nec vpliva na svoje lastno učenje (Strmčnik, 2001; Pevec Semec, 2009; Dumont idr., 2013; Grah, 2013).

Učenci so ključne osebe v učnem okolju, ker izgrajujejo znanje (Dumont idr., 2013). Aktivna vloga učenca v procesu pouka pa zahteva tudi aktivnega in angažiranega učitelja (Pevec Semec, 2009). Učitelj je torej ključni strokovnjak, ki lahko postavi optimalne pogoje za soustvarjanje pomoči in podpore, ki jo učenec potrebuje. Pri tem uporaba besede soustvarjanje ni naključna: kot že tolikokrat poudarjam pomen udeležnosti vseh, ki so resnično povezani v procesu podpore in pomoči. Tako je učitelj tudi tisti, ki zna in zmore vzpostaviti in vzdrževati soustvarjalno sodelovanje (Čačinovič Vogrinčič, 2008; Grah, 2009; Grah, 2013).

Strinjam se s številnimi avtorji (npr. Westling idr., 2005; Pulec Lah, Kavkler, 2011; Dumont idr., 2013), ki poudarjajo, da mora program šole na področju učnih težav vključevati ne le podporo učencem, ampak tudi strokovnim delavcem, ki si želijo izboljšati in nadgrajevati spretnosti in znanje za delo z učenci z učnimi težavami. Pomembno je, da šola na področju dela z učenci z učnimi težavami tudi učiteljem matematike omogoči izobraževanje v obliki seminarjev, zbiranja in predstavljanja primerov dobre prakse znotraj šole ter med šolami. Razvijati je treba sodelovanje z ožjo in širšo lokalno skupnostjo in z drugimi šolami, z območnimi enotami Zavoda Republike Slovenije za šolstvo, zunanji ustanovami (npr. svetovalnimi centri za otroke, mladostnike in starše, centri za socialno delo idr.) in društvi (BRAVO) ter fakultetami. Učitelje je treba spodbujati, da med seboj bolj sodelujejo pri reševanju praktičnih primerov v razredu in pri pridobivan-

ju znanja, pri spoznavanju primerov dobre poučevalne prakse.

## ζ Soustvarjanje spodbudnega učnega okolja v partnerskem odnosu učitelja, učenca z učnimi težavami ter njegovih staršev

Sodelovanje med učiteljem, učencem in starši omogoči soustvarjanje v procesu pomoči (Čačinovič Vogrinčič, Kobal, Mešl, Možina, 2005). Soustvarjanje spodbudnega učnega okolja za učence z učnimi težavami pri matematiki opredeljuje proces pomoči kot raziskovanje možnih sprememb, kot podporo učencu, staršem in tudi učitelju matematike.

Učitelj matematike se mora za oblikovanje šole 21. stoletja potruditi za sodelovanje s starši. Participacija staršev pri soustvarjanju spodbudnega učnega okolja pomeni nov pojav, novo kakovost dela, ki jo je treba razvijati zaradi spodbujanja optimalnega razvoja učenčevih sposobnosti. Starši običajno niso strokovnjaki na področju izobraževanja oz. matematike, zato je v odnosu treba ravnati previdno, izražati skrb za njihovega otroka in odpravljati ogroženost, ki jo starši pri obravnavi učenca z učnimi težavami doživljajo. Pomembna je uporaba razumljivega jezika, osebno in profesionalno odzivanje učitelja matematike, spoštovanje otroka in staršev. Učitelj matematike mora biti pozoren tudi na to, da je nekatere starše treba skrbno vabiti k sodelovanju, jih spodbujati ali se celo skupaj učiti sodelovanja. Žal praksa sodelovanja s starši zaostaja za deklariranimi stališči v teoriji in zakonodaji. Šole kot strokovne ustanove nimajo tradicije in znanja, kako razviti enakovreden partnerski odnos s starši. Učitelji matematike imajo različne izkušnje pri

delu s starši. Naloga učitelja matematike je, da skupaj s starši razišče, katere so tiste pomembne naloge, ki jih lahko oni opravijo. Učitelj matematike staršem konkretno pokaže, kaj od njih pričakuje, in jim ponudi znanje in svetovanje za delo z otrokom. Starši, ki najbolj poznajo otroka, lahko pomagajo učitelju matematike pri poznavanju otroka in pri odpravljanju otrokovih težav (Čačinovič Vogrinčič, 2008; Kavkler, 2008; Magajna idr. 2011; Grah 2013).

Sodelovanje učitelja matematike, učenca z učnimi težavami in njegovih staršev moramo razumeti na nov način: kot soustvarjanje procesa, kjer učitelji, starši in učenec dobijo dobro izkušnjo o uspehu in smislu. To so novi koncepti sodelovanja. Šole se šele počasi pripravljajo na njihovo uresničevanje (Grah, 2013).

## η Učno okolje

Učno okolje je pri delu z učenci z učnimi težavami izjemnega pomena, ker v visokem odstotku prispeva k odpravljanju učnih težav, zato se za učence z učnimi težavami lahko šteje med varovalne dejavnike (Church idr., 2001; Magajna idr., 2008b; Grah 2013). Učno okolje se glede na kraj učenja (Ysseldyke idr., 1987 po Jereb 2011b) deli na *šolsko, razredno in domače učno okolje*. Šolsko okolje sestavljajo vodstvo šole, šolska svetovalna služba, učitelji, vzgojno-izobraževalne dejavnosti, sodelovanje med zaposlenimi, stil vodenja šole, izobraževalna osredotočenost ter sprejemanje odločitev glede kurikula. V tem okolju preživi učenec velik del dneva. Razredno okolje predstavlja osnovni prostor učenja v šoli, skupnost učencev, ki imajo na učenca z učnimi težavami ključen vpliv. Predstavlja strukturo razreda, pričakovanja učiteljev in

učencev, odnosi med njimi, vodenje razreda, poučevanje, razpoložljiv čas in ovrednotenje dela. Domače okolje predstavlja sodelovanje učiteljev in staršev, vključenost pri domačem delu, dosledno disciplino, poučno okolje, zanimanje in spremljanje učenčevega dela s strani staršev.

Šolsko učno okolje je opredeljeno tudi kot skupek fizičnega, didaktičnega, socialnega in kurikularnega okolja, da bi lahko udeleženci pedagoškega procesa dobili pogled v različne elemente, s katerimi se srečujejo pri pedagoškem delu. To jim omogoči skrbnejše evalviranje, načrtovanje in izboljševanje posameznih elementov učnega okolja (Jereb, 2011b, Grah, 2013).

Sestava učnega okolja (Jereb, 2011b) je *fizično učno okolje*, ki predstavlja urejenost in čistočo prostora, sedežni red, svetlobo, akustiko, barve (sten, pohištva), tablo (čistoča) in *didaktično učno okolje*, ki zajema učna pomagala, kot so učni pripomočki, konkretni modeli, stenski plakati, slike, police s filmi, DVD-ji, projektorji, stenske slike ter *socialno učno okolje*, ki ga oblikujejo medvrstniški odnosi, odnosi med učenci in učitelji, odnosi med učenci ter strokovnimi službami, odnosi med učitelji, odnosi med učitelji in strokovnimi službami, razredna in šolska kultura in klima med učitelji in starši ter *kurikularno učno okolje*, ki ga opredeljuje kurikulum, prilagoditve pouka učencem, aktivnosti učencev med poukom, refleksija pedagoškega dela, poučevalna praksa, strategije motiviranja učencev (Grah, 2013). Opredelitev učnega okolja po Jereb (2011b) je za vzgojno-izobraževalno prakso na področju dela z učenci z učnimi težavami zelo uporabna tudi za učitelje matematike, saj jim omogoča pravico in izvajanje večjega števila prilagoditev v učnem okolju (Grah, 2013).

Učno okolje je pomembno za napredovanje učencev, še posebej učencev z učnimi težavami, na izobraževalnem področju ter na drugih področjih osebnostnega razvoja. V petstopenjskem modelu pomoči je zajeto tudi ocenjevanje učnega okolja. Ocenjevanje učnega okolja učitelju matematike omogoči pogled v dejansko stanje, analizo dela, ki predstavlja izhodišče za načrtovanje in doseganje sprememb in izboljšav šolske prakse (Magajna idr., 2008b). Pomembno je, da so učenci aktivno vključeni v proces izboljšave učnega okolja. Menim, da je analiza stanja učnega okolja za šolo ključna dejavnost pri načrtovanju in izvajanju učinkovite pomoči učencem z učnimi težavami pri matematiki. Učinkovit način zbiranja podrobnejših informacij, ki omogoča proučevanje učenčevih odnosov s celotnim okoljem in učiteljevih pričakovanj, je opazovanje učnega okolja. Uporaba metode razrednega opazovanja je formativen način zagotavljanja povratne informacije učitelju matematike, ki spodbuja diskusijo o izboljšavah, omogoča evalvacijo intervencij in sprememb s primerjavo razlik idr. Menim, da učitelj matematike pri ocenjevanju učnega okolja za učence z učnimi težavami v učnem okolju lahko poišče tisto, kar deluje preventivno pred negativnimi vedenji, praksami in odnosi, dviga motivacijo in zbranost, omogoča doseganje optimalnih rezultatov, spodbuja timsko sodelovanje, profesionalno in osebno rast. Spodbudno učno okolje mora temeljiti na učiteljevih in učenčevih potrebah (Grah, 2013).

Spodbudno učno okolje štejemo med varovalne dejavnike za učence z učnimi težavami, saj imajo organizacija šole in razreda, dostopna oprema, učni pripomočki, spoštljivi odnosi v šoli idr. velik vpliv na odpravljanje učnih težav. Spodbudno učno okolje učence

spodbuja k radovednosti, učenju, omogoča jim sodelovanje v šolskih aktivnostih, tudi pri matematiki (Čačinovič Vogrinčič, 2008; <http://www.teaching2030.org>; Mitchell, 2005 v Kavkler, 2009; Mitchell, 2008; Magajna idr., 2008; Ainscow idr., 2010; Berry idr., 2010; Kavkler, 2010; Grah, 2013).

## θ Priporočila učiteljem matematike za soustvarjanje spodbudnega učnega okolja za učence z učnimi težavami

### Splošna načela soustvarjanja spodbudnega učnega okolja

- Spremembe v učnem okolju je treba utemeljiti na analizi stanja: raziskati šolsko prakso oziroma kako se pomoč pri pouku matematike izvaja znotraj koncepta pomoči, kako učencu z učnimi težavami omogoča, da se v čim več uči skupaj z ostalimi učenci znotraj razreda.
- V spodbudnem učnem okolju je treba fleksibilno načrtovati organizacijo dela, strukturirati pouk matematike z upoštevanjem individualizacije in diferenciacije poučevanja in dela, razvijati sodelovalno poučevanje ter učenčeve potrebe in močna področja.
- Učitelj matematike je pozitivno in podporno naravnano, omogoča aktivno sodelovanje, znanje posreduje na različne načine, učence uči učnih strategij.
- Učitelj matematike spremlja učenčev napredek, daje učencu povratne informacije.
- Učitelj matematike v spodbudnem učnem okolju upošteva individualne potrebe in zmožnosti učencev, skupaj z njimi oblikuje pravila, ki omogočajo sodelovanje.

- Učitelj matematike upošteva starševsko oceno šolske prakse ter skrbi za spoštljivo sodelovanje z učencem z učnimi težavami in njegovimi starši.
- Učitelj matematike izdelava program za soustvarjanje spodbudnega učnega okolja za učence z učnimi težavami, sodelavce osvešča o posebnih vzgojno-izobraževalnih potrebah učencev pri matematiki.
- Učitelj matematike se v timsko delo vključuje z delovnim odnosom in osebnim stikom, ki omogoči soustvarjanje med vodstvom šole in učitelji, med učitelji, z učenci in starši.
- Učitelj matematike pomoč učencu z učnimi težavami pojmuje kot pot za doseganje optimalnih rezultatov in dosežkov.
- Učitelj matematike posveti pozornost oblikovanju odnosa do učencev z učnimi težavami, naj spreminja stereotipna razmišljanja in utečeni način dela.
- Učitelj matematike v spodbudnem učnem okolju, ki ga doseže s soustvarjanjem, spoštuje učence kot ključne osebe vzgojno-izobraževalnega procesa in zato spodbuja njihovo aktivno udeležbo pri načrtovanju, izvajanju in evalvaciji projektov pomoči.
- Spodbudno učno okolje terja strokovnost in profesionalnost učiteljev matematike (Grah, 2013).

### **Soustvarjanje spodbudnega učnega okolja naj sledi naslednjim usmeritvam:**

- začne naj se na prvem koraku v petstopenjskem modelu pomoči učencem z učnimi težavami, pri pouku matematike, dopolnilnem pouku, v podaljšanem bivanju ter v jutranjem varstvu;
- učitelj matematike pri prepoznavanju učenčevih potreb analizira svojo poučevalno prakso, in svoje znanje oziroma močna področja pri učencu, pri sebi in varovalne dejavnike v okolju;
- učitelj matematike skrbno spoznava učenčeve potrebe, ga povabi, da skupaj raziskujeta, zakaj je neuspešen, kako mu je mogoče pomagati (ob dejavnostih, v času, ki ga preživi z učencem, v pogovoru z njim, dogovori se z njim na ukrepih, ki zmanjšajo učne težave idr.);
- učitelj matematike sproti seznanja starše učenca s posebnimi potrebami, jim pojasni, kaj je ugotovil, in jih vpraša za mnenje, povabi jih k izvajanju laične pomoči na domu (spremljanje učenčevega dela v šoli, dogovori se za skupno izvajanje ukrepov pri učenju in razumevanju matematike);
- učitelj matematike spremlja svojo poučevalno prakso, izvajanje pomoči učencem z učnimi težavami in vrednosti uspešnost uporabljenih strategij;
- učitelj matematike beleži izvajanje pomoči, vodi dokumentacijo o učinkovitih/neučinkovitih strategijah;
- učitelj matematike sodeluje z drugimi učitelji v šoli, z oddelčnim učiteljskim zborom, svetovalno službo, zagotavlja medsebojne izmenjave v obliki razgovorov, hospitacij, analiz pedagoškega dela;
- učitelj matematike dobi podporo s strani svetovalne službe in/ali specialno-pedagoške službe, ki naj mu pomaga pri oblikovanju pristopov, strategij poučevalne prakse, pri nudenju občasne pomoči in podpore učencu, podpira ga pri iskanju virov pomoči v okviru šole in zunaj nje;
- učitelj matematike se dodatno izobražuje, spoznava učence z učnimi težavami in pridobiva znanja in izkušnje za izvajanje strategij dobre poučevalne prakse;



- učitelj matematike skrbno načrtuje individualizacijo in diferenciacijo pouka, prisluhne idejam učenca, ga spodbuja k samostojnemu iskanju rešitev, ga ne prekinja, ga vodi do spoznanj in pridobivanja izkušenj, zagotovi, da otrok izrazi svoje mnenje;
- učitelj matematike pri pouku izbira raznolike metode in oblike dela;
- učitelj matematike posebej pozorno skrbi za razvoj socialnega učnega okolja (daje socialno-emocionalno podporo učencem z učnimi težavami, izboljšuje odnos med sabo in učencem, zaupa učencu, ga pohvali, najde si čas za pogovor z njim, nudi mu pravočasno pomoč idr.) in kurikularnega učnega okolja, predvsem na področju preverjanja in ocenjevanja znanja (načrtuje prilagoditve vsebin in načina preverjanja in ocenjevanja znanja, upošteva zakonodajo, vključuje močna področja učenca za razvoj spretnosti in pridobivanje kompetenc);
- učitelj matematike skrbi za spodbudno fizično in didaktično učno okolje, zagotavlja take prostorske pogoje in opremo, ki mu omogočajo izvajanje učnih aktivnosti tako, da učenec doseže optimalni rezultat;
- učitelj matematike razume, da je soustvarjanje spodbudnega učnega okolja proces, ki se nikoli ne konča, zahteva čas, potrpljenje, znanje za ravnanje, odpoved dvomu o sebi in o učencu, spremembe v mišljenju in ravnanju ljudi;
- učitelj matematike razvija varovalne dejavnike v šoli, nudi podporo učencu, sodelavcu in staršu ter ima visoka pričakovanja do učenca, zaupa v njegove sposobnosti in spodbuja njegovo aktivno sodelovanje;
- učitelj matematike razume, da s svojimi dejanji in prepričanji pomembno vpliva na razvoj inkluzije v razredu;
- učitelj matematike mora biti pozoren, da mu delo z novimi strategijami postane izziv tudi takrat, ko prinese dodatno delo in večji napor ter da se po zaključenem projektu, raziskavi ali inovaciji ne vrne k utečenim načinom poučevanja in sodelovanja z učenci ter odločanja o njih (Grah, 2013).

## Sklepne misli in predlogi

V šolski praksi, torej tudi pri pouku matematike, ostaja aktualen problem, kako oblikovati učno okolje, da bodo vsi učenci dosegali optimalne rezultate. Ocenjevanje elementov učnega okolja zato predstavlja pomemben korak na poti analiziranja stanja na šoli in pri pouku matematike, ki je pogoj za načrtovanje in uresničevanje sprememb in izboljšav v poučevalni praksi oziroma v učnem okolju. V Viziji šole 21. stoletja avtorji Berry idr. (2010) opozarjajo, da oblikovanje šole prihodnosti terja postavljanje visokih ciljev učiteljev in učencev za doseganje potrebnih sprememb. Med priložnosti, s katerimi je mogoče povečati učinkovitost virov pomoči učencem z učnimi težavami, je proces soustvarjanja in dosledno izvajanje koncepta dela z učenci z učnimi težavami. Strokovni delavci, med njimi tudi učitelji matematike, potrebujejo pomoč pri odstranjevanju ovir pri izvajanju dela z učenci z učnimi težavami, zato je treba vzpostaviti uspešne načine soočanja z obstoječimi ovirami v učnem okolju. Soustvarjanje spodbudnega učnega okolja za učence z učnimi težavami pomeni proces, v katerem se uresničijo spremembe v sodelovanju učiteljev, učencev in staršev v

smeri razvoja šole 21. stoletja. Učno okolje pa je orodje, s katerim se doseže, da učenec postane ključna oseba vzgojno-izobraževal-

nega procesa ter se mu omogoči doseganje optimalnih rezultatov.

### Virji in literatura

1. Adler, B. (2001). What is discalculia? Pridobljeno iz <http://www.discalculiainfo.org> (12. 10. 2012).
2. Ainscow, M., Sandill, A. (2010). Developing inclusive education systems: the role of organisational culture and leadership. *Journal of Inclusive Education*. 14(4).
3. Alloway, T. P. (2010). Working memory and executive function profiles of individuals with borderline intellectual functioning. *Journal of Intellectual Disability Research*. 54(5), str. 418-432. Pridobljeno na <http://www.amsciepub.com/doi/pdf/10.2466/22.03.08.PMS.115.4.43-59> (23. 11. 2011).
4. Bela knjiga o vzgoji in izobraževanju v Republiki Sloveniji. (2011). Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport. Pridobljeno na: <http://www.belaknjiga2011.si/> (12. 7. 2011).
5. Beninghof, A. in Singer, A. (1998). Ideas for inclusion: The school administrator's guide. Longmont, CO: Sopris West.
6. Berry, B., Barnett, J., Kamm, C., Vilson, J. (2010) Teaching 2030: What We Must Do for Our Students and Our Public Schools. Pridobljeno na <http://www.teaching2030.org> (10. 10. 2012).
7. Church, M. A., Eliot, A. J., Gable, S. L. (2001). Perceptions of classroom environment, achievement goals and achievement outcomes. *Journal of educational psychology*. Vol. 93(1), str. 43-54.
8. Čačinovič Vogrinčič, G., Kobal, L., Mešl, N., Možina, M. (2005). Vzpostavljanje delovnega odnosa in osebnega stika. Ljubljana. Fakulteta za socialno delo.
9. Čačinovič Vogrinčič, G. (2008). Soustvarjanje v šoli: učenje kot pogovor. Ljubljana. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
10. Čačinovič Vogrinčič, G. (2011). Soustvarjanje v delovnem odnosu: izvorni delovni projekt pomoči.

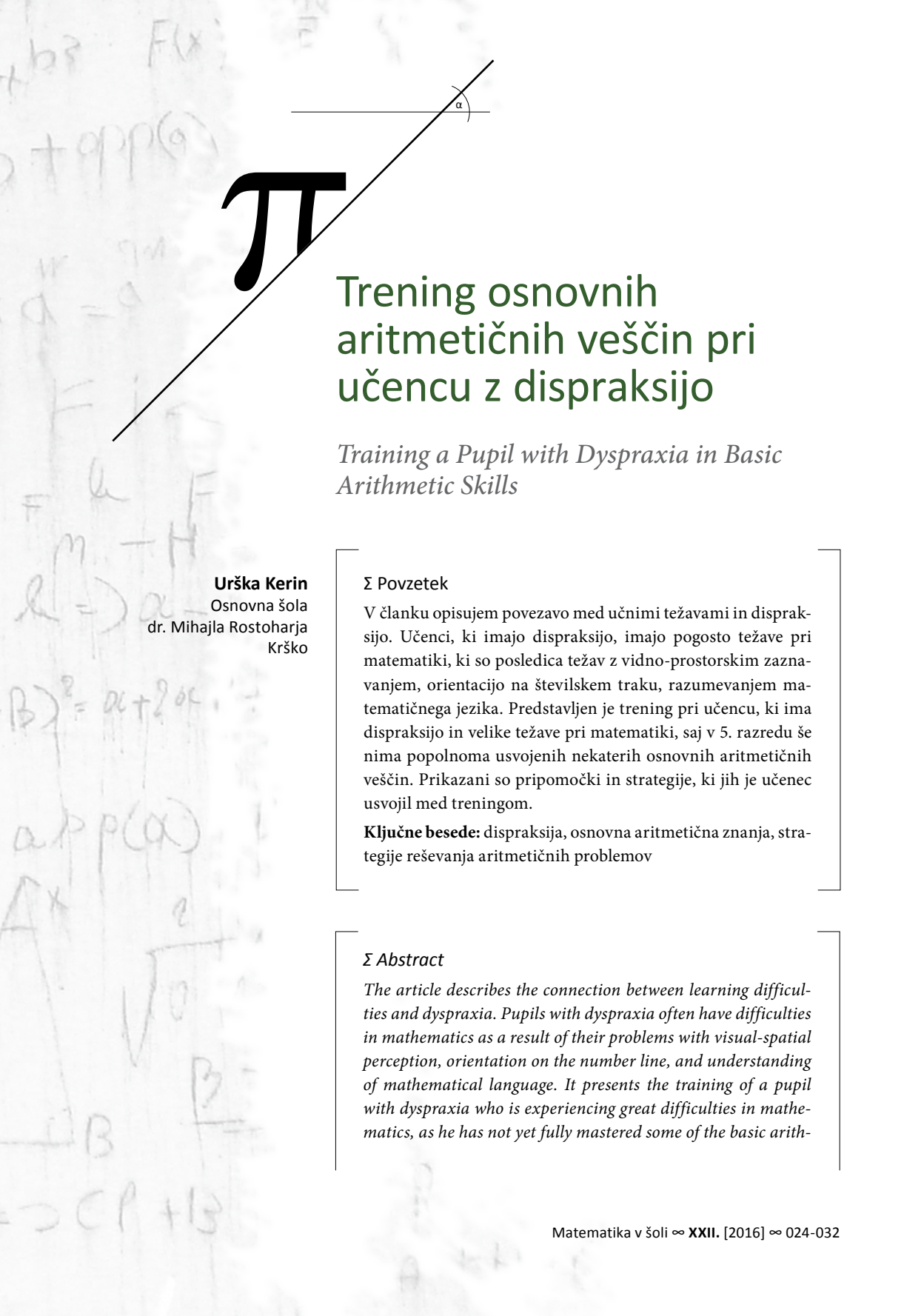
- V Šugman Bohinc L., Učenci z učnimi težavami. Izvirni delovni projekt pomoči. Ljubljana. Fakulteta za socialno delo.
11. Dumont, H., Istance, D., Benavides, F. (ur.) (prev. Senočanik, S., Erčulj, J., Rutar, D., Adlešič, G., Zorman, M.) (2013). O naravi učenja: uporaba raziskav za navdih prakse. Ljubljana. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
  12. Elliot, N., Doxey, E., Stephenson, V. (2006). Inclusion pocketbook. Teachers Pocketbooks. Hampshire: Management Pocketbooks Ltd.
  13. Farrell, M. (2005). Key issues in special education: raising standards of pupils' attainment and achievement. London and New York: Routledge.
  14. Ghesquière, P. (2013). Parenting of children with specific learning disabilities. Gradivo iz seminarja Strategije pomoči in podpore pri učenju učencem z disleksijo ter uspešnejše psihosocialno funkcioniranje. Ljubljana, 5. 4.-6. 4. 2013. Društvo BRAVO.
  15. Grah, J. (2009). Koncept timskega soustvarjanja v pedagoški praksi. Magistrsko delo. Ljubljana. Pedagoška fakulteta.
  16. Grah, J. (2013). Soustvarjanje spodbudnega učnega okolja za učence z učnimi težavami. Doktorsko delo. Ljubljana. Pedagoška fakulteta.
  17. Grah, J. (2012). Delo z učenci z učnimi težavami. Gradivo iz strokovnega srečanja z dne 11. 1. 2012. Murska Sobota. Zavod RS za šolstvo – OE Murska Sobota.
  18. Haskell, S. H. (2000). The determinants of arithmetic skills in young children: some observations. European Child and Adolescent Psychiatry. Steinkopff Verlag. 9. Supplement 2, II/58-II/ 64.
  19. <http://www.mss.gov.si> (20. 10. 2013)
  20. <http://www.teaching2030.org> (20. 7. 2013)
  21. <http://www.varuh-rs.si> (12. 4. 2013)
  22. Jereb, A. (2011b). Učno okolje kot dejavnik pomoči učencem z učnimi težavami. V S. Pulec Lah, ur. Učenci z učnimi težavami: izbrane teme. Ljubljana. Univerza v Ljubljani. Pedagoška fakulteta.
  23. Kavkler, M. (2007). Specifične učne težave pri matematiki. V G. Reid idr., Učenci s specifičnimi učnimi težavami.

- vami: skriti primanjkljaji – skriti zakladi. str. 77-112. Ljubljana. Društvo BRAVO.
24. Kavkler, M. (2008). Posebne vzgojno-izobraževalne potrebe. V A. Nagode, ur. Razvoj inkluzivne vzgoje in izobraževanja – izbrana poglavja v pomoč šolskim timom. str. 41-48. Ljubljana. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
  25. Kavkler, M., Magajna, L. (2008). Učne težave kot posebne vzgojno-izobraževalne potrebe – opredelitev, razsežnosti in podskupine učnih težav. V Učne težave v osnovni šoli – problemi, perspektive, priporočila. Ljubljana. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
  26. Kavkler, M. (2009). Modeli in strategije za obravnavo učencev z učnimi težavami – vpliv na spremembe v poučevalni praksi. Prispevek je nastal v okviru projekta strokovne podlage za nadaljnji razvoj in uresničevanje koncepta dela Učne težave v osnovni šoli, ki ga financirata Evropski socialni sklad in ministrstvo RS za šolstvo in šport.
  27. Kavkler, M. (2010). Izobraževalna uspešnost učencev s specifičnimi učnimi težavami – izziv za pedagoško prakso. V M. Košak Babuder idr., Specifične učne težave v vseh obdobjih: zbornik prispevkov. Ljubljana. Društvo BRAVO.
  28. Kavkler, M. (2011). Konceptualne osnove obravnave učencev z učnimi težavami. V Učenci z učnimi težavami: pomoč in podpora. Ljubljana. Pedagoška fakulteta.
  29. Konvencija Združenih narodov o otrokovih pravicah. Uradni list SFRJ-Mednarodne pogodbe, št. 15/90.
  30. Magajna, L. (2008). Učne težave in šolska neuspešnost – kompleksnost, razsežnost, opredelitev. V L. Magajna, K. Bregar Golobič. Učne težave v osnovni šoli: problemi, perspektive, priporočila. str. 15-22. Ljubljana. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
  31. Magajna, L., Čaćinovič Vogrinčič, G., Pečjak, S., Peklaj, C., Golobič Bregar, K., Kavkler, M., Tancig, S. (2008a). Učne težave v osnovni šoli: problemi, perspektive, priporočila. Ljubljana. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
  32. Magajna, L., Kavkler, M., Čaćinovič Vogrinčič, G., Pečjak, S., Bregar Golobič, K. (2008b). Učne težave v



osnovni šoli: koncept dela. Ljubljana. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

33. Magajna, L., Kavkler, M., Košir, J. (2011). Osnovni pojmi. V Kavkler, M., Magajna, L., Košak Babuder, M., Pulec Lah, S., Učenci z učnimi težavami – izbrane teme. Ljubljana. Pedagoška fakulteta.
34. Mitchell, D. (2008). What really works in special and inclusive education. Using evidencebased teaching strategies. London: Routledge.
35. Pevec Semec, K. (2009). Spodbudno učno okolje v kurikularni prenovi. Ljubljana. Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
36. Plut-Pregelj, L. (2004). Konstruktivistične teorije znanja in šolska reforma: učitelj v vlogi učenca. V B. Požarnik Marentič, Konstruktivizem v šoli in izobraževanju učiteljev.
37. Pulec Lah, S., Kavkler, M. (2011). Podpora učitelju in drugim strokovnim delavcem pri uresničevanju koncepta dela z učenci z učnimi težavami v osnovni šoli. V Učenci z učnimi težavami. Izbrane teme. Ljubljana. Pedagoška fakulteta. Str. 126–142.
38. Viola, S. (2006). Inclusive education: A system level and classroom level approach. Publisher: Ministry of Education Russian Federation. Pridobljeno iz <http://www.umsl.edu/viola/publications.html> (12. 12. 2009).
39. Westling, D. L., Cooper-Duffy, K., Prohn, K., Ray, M., Herzog, J. M. (2005). Building a teacher support program. *Teaching Exceptional Children*. 37(5), str. 8-13.
40. Worthington, M. & Carruthers, E. (2003). *Children's Mathematics, Making Marks, Making Meaning*. London: Paul Chapman Publishing.
41. Zakon o osnovni šoli. Ur.l. RS, št. 81/06,102/07, 107/2010, 87/2011, 40/2012.
42. Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami. Ur.l. RS, št. Ur.l. RS, št. 3/07, 52/10, 58/2011.
43. Zakon o zakonski zvezi in družinskih razmerjih. (2004). Ljubljana: Uradni list RS, št. 69/04, 101/07, 122/07.



π

## Trening osnovnih aritmetičnih veščin pri učencu z dispraksijo

*Training a Pupil with Dyspraxia in Basic Arithmetic Skills*

**Urška Kerin**

Osnovna šola  
dr. Mihajla Rostoharja  
Krško

### Σ Povzetek

V članku opisujem povezavo med učnimi težavami in dispraksijo. Učenci, ki imajo dispraksijo, imajo pogosto težave pri matematiki, ki so posledica težav z vidno-prostorskim zaznavanjem, orientacijo na številske traku, razumevanjem matematičnega jezika. Predstavljen je trening pri učencu, ki ima dispraksijo in velike težave pri matematiki, saj v 5. razredu še nima popolnoma usvojenih nekaterih osnovnih aritmetičnih veščin. Prikazani so pripomočki in strategije, ki jih je učenec usvojil med treningom.

**Ključne besede:** dispraksija, osnovna aritmetična znanja, strategije reševanja aritmetičnih problemov

### Σ Abstract

*The article describes the connection between learning difficulties and dyspraxia. Pupils with dyspraxia often have difficulties in mathematics as a result of their problems with visual-spatial perception, orientation on the number line, and understanding of mathematical language. It presents the training of a pupil with dyspraxia who is experiencing great difficulties in mathematics, as he has not yet fully mastered some of the basic arith-*

*metic skills although he is already in the 5<sup>th</sup> grade. It shows the tools and strategies which the pupil assimilated during training.*

**Key words:** *dyspraxia, basic arithmetic knowledge, strategies of solving arithmetic problems*

## α Kaj je dispraksija?

Dispraksija je specifična učna težava, ki jo uvrščamo med neverbalne specifične učne težave. Učenci so uspešni na verbalnem področju, imajo bogat besedni zaklad, pogosto so na govornem in jezikovnem področju pred svojimi vrstniki. Primanjkljaje imajo na področjih grobe in finomotorike, grafo-motorike, opazni so tudi razvojni zaostanki na gibalnem področju, težave imajo na področju vidno-prostorskega zaznavanja. Vsi ti primanjkljaji so lahko vzrok težav tudi pri matematiki.

Zieman (2000) navaja, da imajo osebe z disfunkcijo desne hemisfere težave na področjih matematike, vidno-prostorske težave, težave z oblikovanjem, konstrukcijo, težave s konceptom števil. Vse opisane težave so značilne tudi za učenca z dispraksijo. Zieman nadaljuje, da so pri matematiki in pri neverbalnih učnih težavah (kamor uvrščamo dispraksijo) prisotne aktivnosti, za katere je odgovorna desna hemisfera. Pri usvajanju aritmetičnih veščin moramo tako upoštevati tudi učenčeve primanjkljaje in potrebe.

Tudi Košak Babuder (2007) omenja povezavo med neverbalnimi učnimi težavami in matematiko. Zaradi težav vidno-prostorskega sklepanja in vidnega zaznavanja imajo težave pri razvrščanju števil v vrsto, kjer je potrebno usmerjeno opazovanje in organiziranje dela; zaradi težav na področju vidne organizacije in predelovanja se soočajo s

težavami pri prepoznavanju matematičnih simbolov, imajo težave z določanjem, kdaj in katera števila morajo uporabiti v računski operaciji. Pogoste so težave pri geometriji, tu so potrebne dobre sposobnosti na področju vidno-prostorskega zaznavanja in organizacije ter finomotorike.

## β Dispraksija in matematika

### **Nekaj splošnih napotkov za poučevanje matematike pri učencu z dispraksijo:**

- Izogibajmo se podajanju sestavljenih navodil otroku z dispraksijo. Podamo navodila po korakih. Postopke napišemo na list. Lahko jih na plakatu obesimo v razredu.
- Ko postavimo vprašanje, ponudimo dovolj časa za razmislek. Otrok se tako ne počuti utesnjenega, nudimo mu čas za razmislek in načrtovanje odgovora.
- Priskrbimo naloge, pri katerih bo tudi učenec z dispraksijo doživel uspeh, dokončal nalogo (reši naj manj primerov, vendar te pravilno).

### **V nadaljevanju je podanih še nekaj konkretnjših napotkov in primerov:**

- Upoštevajte otrokov napor.
- Dalj časa utrjujte osnovne aritmetične veščine (pojmem števila, štetje).
- Izogibajte se načrtovanju grafov, kotov – otroci z dispraksijo ne zmorejo narisati nekaterih likov, teles.

- Uporabite barvne kode – primer: **stotice**, **desetice**, **enice**; če želite, da začne pri stoticah, pobarvajte stotice zeleno.
- Učenci z dispraksijo imajo težave z usvajanjem pojma časa.
- Matematika niso le simboli (števila), so tudi besede – uporabljamo matematične izraze in pojmovanja, npr.:
  - Število 2 je manjše od števila 6. Kako bi to lahko pokazal, predstavil?
  - $2 \times 8$  – kako gre to? 8 kroglic razdelimo v skupine po 2. Koliko skupin po 2 kroglici bomo imeli?
- Priporočljivo je igranje iger s števili na tleh.
- Uporabite komplet števil, ki so različnih velikosti, vsako število sodi v svojo režo na plošči (učenec si lažje zapomni obliko števil; če si števila sledijo po velikosti, si zapomni tudi količinska razmerja med števili, npr. število 1 sodi v manjšo režo kot število 2, to pomeni, da je število 1 manjše kot število 2).
- Pojem časa ponazorite z vsakodnevnimi aktivnostmi (sprehod do trgovine, čas vožnje) – Koliko časa traja?
- Uporabite konkretna ponazorila za merjenje časa (peščene ure).

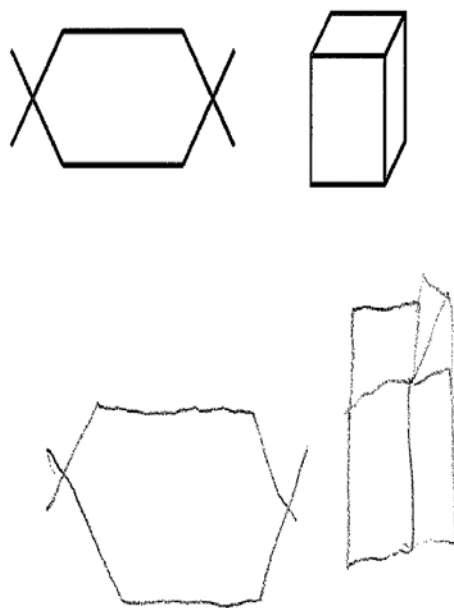
([http://www.dyspraxiaireland.com/teachers\\_tips.php](http://www.dyspraxiaireland.com/teachers_tips.php). Pridobljeno 25. 8. 2014).

Če strnemo misli, vidimo, da ima učenec z dispraksijo zelo širok spekter težav. Težave na področju vidno-prostorskega zaznavanja se lahko odražajo pri geometriji (risanje likov, teles), na področju aritmetike se težave lahko kažejo pri zapisovanju v stolpec, pri orientaciji na številskem traku; učenec ima pogosto težave pri finomotoriki (težave pri rokovanju z geometrijskim orodjem, zapis števil v vrsto); prisotne so težave z razu-

mevanjem prebranega (pri matematiki se odražajo kot težave z razumevanjem in reševanjem besednih problemov); težave z nadzorovanjem in samoocenjevanjem, učenci tako ne popravljajo lastnih napak, težje nadzorujejo svoje delo.

## γ Predstavitev učenca z dispraksijo in težavami pri matematiki

V diplomskem delu sem obravnavala učenca, ki je obiskoval 5. razred. Učenec ima dispraksijo in učne težave pri matematiki. Učenec ima velike težave na področju prostorske predstavljivosti (risanje likov in teles), težave pri grafomotoriki (pisava je občasno tudi neberljiva), kar lahko vidite na sliki 1. Pri matematiki se kažejo težave pri štetju (pred izvajanjem treninga učenec ni znal šteti po 2,



[Slika 1] Prerisanje likov in teles (pred izvajanjem treninga)

3, 5), težave ima pri zapomnitvi aritmetičnih dejstev (pri računanju si je pomagal s prsti), reševanju besednih problemov. Učenec je poznal postopke pisnega računanja, poštevano je usvojil. Njegovo močno področje je besedni jezik. Pogosto med govorom smiselno in spontano uporablja angleške besede, povedi. Zelo dobro si zapomni besedilo pesmi. Obnove knjig so zelo podrobne, pozna detajle (kako je neka oseba v knjigi oblečena), čeprav zaporedje obnove ni vedno pravilno. Deček hitro naveže stik, zelo rad se družijo s starejšimi osebami.

## δ Predstavitev treninga

Pri treningu sem se osredotočila na matematično področje, hkrati pa razvijala tudi njegovo prostorsko predstavljalnost. Trening sem razdelila v več sklopov, ki so se smiselno nadgrajevali. Čeprav je učenec že v 5. razredu, sva začela pri osnovnih matematičnih znanjih (štetje).

Cilji treninga je bil usvojitev aritmetičnih dejstev do 20 in uporaba naučenih strategij.

Pri treningu sem poskušala uporabiti čim več ponazoril, ki bi učencu pomagale usvojiti vsebine.

Trening je obsegal 4 sklope:

- štetje,
- razdruževanje števil,
- dopolnjevanje desetice,
- prehod čez desetico.

Skozi celoten trening sva urila učenčevo orientacijo v prostoru ter delala različne grafomotorične vaje. Pripomočki, ki sva jih uporabila, so bili kar njegove šolske potrebščine. Uporabljala sva geometrijsko orodje (ravnalo, šestilo, plastelin), risal je različne črte, v različne smeri, risal je različne oblike s pomočjo šestila (uporabljal je plastelin ali

radirko za pritrditev šestila na list). Gnetel in oblikoval je plastelin, rokoval z različnimi pisali, uporabljal različne podlage (list – različnih velikosti, folija) (slika 3). Uporabljal je lego kocke za sestavljanje (učenec je moral sestaviti enako skulpturo kot jaz), kot se vidi s slike 2. Pri delu sva uporabljala predloge iz knjige Dežela Črtarija (Bavčar, Lavrenčič, 2005).



[Slika 2] Sestavljanje iz lego kock



[Slika 3] Risanje teles s podlago

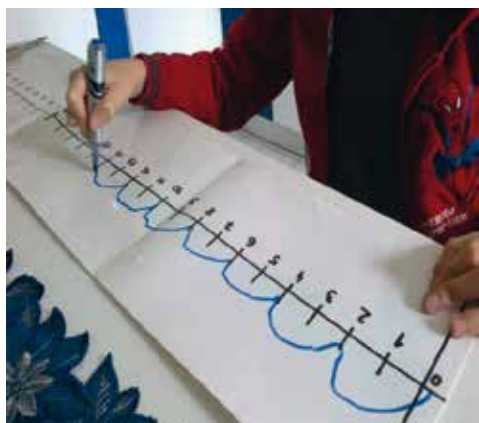
## ε Trening osnovnih aritmetičnih veščin pri učencu z dispraksijo

V nadaljevanju je podrobneje opisan trening osnovnih aritmetičnih veščin ter predstavljene pripomočki za usvajanje veščin. Pri tem sklopu sem uporabila veliko iger, ki so predstavljene v knjigi Mathematics in the early years (Clemson, Clemson, 1994).

## Štetje

Učenec je pred treningom štel le po 1 naprej in nazaj. Šteti sva začela po 2 naprej in nazaj, nadaljevala s štetjem po 3 in zaključila s štetjem po 5. Pri učenju sva veliko uporabljala številski trak, ki sem ga plastificirala, da je lahko s flomastrom risal loke. Loke je risal s flomastri različnih barv, tako je videl, da pri štetju po dve naredi manjši lok kot pri štetju po 5 (slika 4). Pri preštevanju sva si pomagala tudi s konkretnimi predmeti (preštevanje denarja, listov na deteljici, prestopal je dve stopnici). K vsakemu številu na številskem traku je tudi postavljala krogce, da je videl, kako se množica krogcev povečuje. S konkretnim materialom sem dolgo vztrajala, saj se je učenec zaporedje števil hitro naučil kot pesmico (predvsem pri preštevanju po 3). Kmalu je povezal preštevanje tudi z množenjem (večkratniki števila 2, 3, 5). Po končani vaji ima učenec še vedno nekaj težav, predvsem pri preštevanju po tri. Vendar si pomaga s strategijo, ki sva jo urila med učenjem (tiho preštevanje vmesnih števil).

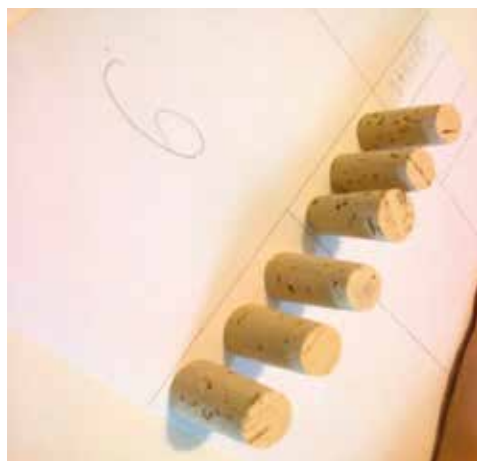
Pri tem sklopu sva vključevala tudi seštevanje in odštevanje (+/-1, +/-2).



[Slika 4] Preštevanje po 2 s pomočjo številskega traku

## Razdruževanje števil

V tem sklopu sva razdruževala števila od 1 do 9. Najprej je to le razdruževanje na konkretnem nivoju (razdruži plutaste zamaške v dve posodi (slika 5), razdruži barvice ...). Učencu sem pripravila trake (slika 6), ki so ponazarjali določeno število (trak je vseboval toliko kvadratkov), nato je moral trak razdeliti na čim več možnih načinov in poleg zapisati številski izraz seštevanja (koliko kvadratkov vsebuje posamezen del).



[Slika 5] Razdruževanje števila 6



[Slika 6] Trakovi

Sestavljala sva stolpnice za posamezna števila (slika 7). Pri tem je lahko videl, da vsako naslednje število vsebuje eno nadstropje več (število 1 ima najmanj *i* možnih razdružitvev, število 9 največ). Na koncu sva poskusila še



v obratni smeri. Uporabila sva domine (slika 8) ter poskusila ugotoviti, katero število prikazuje določena domina (na domini sta števili 7 in 2, ki skupaj prikazujeta število 9).



[Slika 7] Gradnja stolpnic



[Slika 8] Domine

Ves čas sva uporabljala tudi simbole (števila), da jih je učenec povezoval s konkretnimi predmeti. Po daljšem utrjevanju je učenec povedal, da mu največ težav povzroča število 9.

## Dopolnjevanje desetice – seštevanje v obsegu do števila 10

Pri seštevanju sva v začetku seštevala v obsegu do števila 10. Rezultat seštevanja je moral biti 10. Kot pri vsakem sklopu sva tudi pri tem uporabila konkreten material. Na koncu sva tudi seštevala do 10. Najpomembnejši pripomoček so bili predloga, ki je ponazarjala števila do 20, ter ploščice (zelene in rdeče barve). Predloga (slika 9) je imela 20 praznih okenc, po desetem okencu je bila narejena rdeča črta. Jaz sem postavila določeno število rdečih ploščic, učenec jih je moral prešteti (štela sva po 2 ali 3) in dodati toliko zelenih, da je dopolnil do 10. Sledil je zapis seštevanja. Kmalu sva opazila, da se števila ponavljajo ( $7 + 3 = 3 + 7$ , zakon o zamenjavi). Nato sem učencu enako predlogo narisala tudi na list (grafični nivo), kjer je barval kvadratke, tudi tu je uporabil zeleno in rdečo barvo.



[Slika 9] Predloga, ki ponazarja števila do 20

Ker sem videla, da je učencu kar nekaj težav povzročilo seštevanje  $7 + 3$ , sva uporabila mnemotehniko. Za to seštevanje si je učenec zamislil stavek, ki mu je bil zanimiv, smešen; skupaj sva ga tudi slikovno opremila (slika 10).



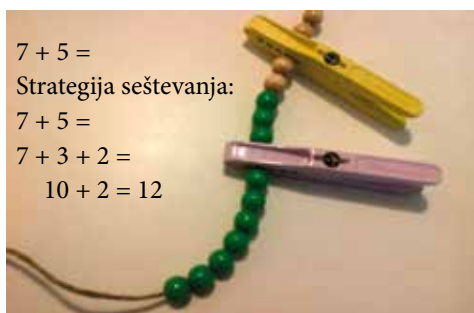
[Slika 10] Mnemotehnika za seštevanje

## Prehod čez desetico

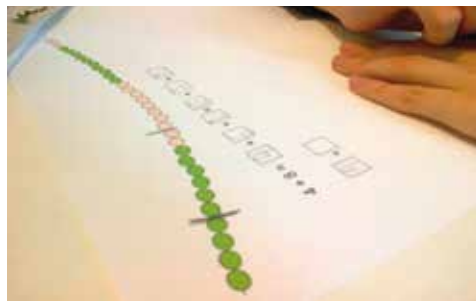
Ker učenec nima usvojenih aritmetičnih dejstev do 20, sva morala usvojiti določene tehnike, da bo pri seštevanju in odštevanju uspešnejši in hitrejši. Sicer so mu strategije seštevanja in odštevanja v začetku vzele nekoliko več časa, ker se jih je moral še naučiti, vendar je pokazal veliko volje za delo.

Učenec je moral pri strategijah seštevanja čez desetico aktivirati svoje predznanje (razdruževanje števil ter dopolnjevanje desetice).

Tu sva največ uporabljala vrstico, kjer je bilo nanizanih 100 kroglic dveh barv, vsaka druga desetica je bila enake barve. Pri seštevanju sva uporabila dve ščipalki, ki sta ponazorili števili seštevancev (slika 11). Na podoben način sva uporabila tudi predlogo z 20 okenci (uporabila sva jo že v sklopu dopolnjevanja desetice).



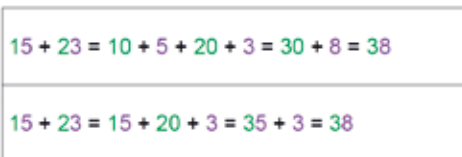
[Slika 11] Uporaba ščipalk pri seštevanju



[Slika 12] Seštevanje na grafičnem in simbolnem nivoju

Vrvica in ščipalke so mu pomagale pri razdruževanju števil ter pri dopolnjevanju do 10. Pri seštevanju  $7 + 5$ , učenec vidi, da se število 5 razdruži na  $3 + 2$ .

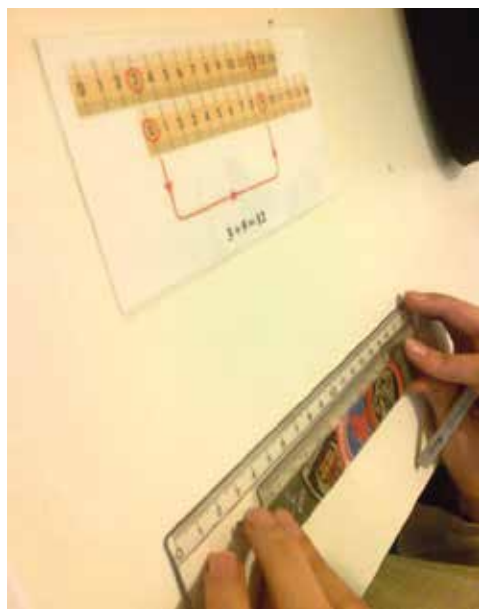
Seštevanja do 100 sva se učila z dvema različnima strategijama (slika 13). Na koncu je učenec izbral tisto z nekoliko daljšim postopkom. Postopke seštevanja sva imela zapisane na kartončku.



[Slika 13] Strategije seštevanja do 100

Med treningom sem učencu pokazala tudi nekaj drugih pripomočkov, ki mu pomagajo pri seštevanju in ga še dodatno motivirajo. Kljub temu da učenec ne mara računanja, so ga nekateri res pritegnili in je želel še dodatnih nalog.

Ravnilo uporabimo kot pripomoček pri seštevanju  $7 + 4$  (slika 14). Število 0 zgornjega ravnila postaviš na število 7 spodnjega ravnila. Pogledaš, kje je število 4 zgornjega ravnila in katero število je na enakem mestu spodnjega ravnila. To je vsota.



[Slika 14] Ravnilo kot pripomoček pri seštevanju



[Slika 15] Kocke kot pripomoček pri seštevanju

Kocke so bile pripomoček, ki so učenca zelo motivirale. Uporabila sva štiri kocke v dveh različnih barvah. Dve vijolični kocki sta ponazorili desetice in zeleni enice. Učenec je vrgel kocke ( $51 + 34$ ) in nato izračunal:

- najprej vijolični kocki (desetice,  $50 + 30$ ),
- nato še zeleni (enice,  $1 + 4$ ),
- na koncu sešteje,  $80 + 4 = 85$ .

## ζ Za konec

V diplomskem delu sem oblikovala trening, s katerim sem poskušala razviti osnovne aritmetične veščine pri učencu z dispraksijo. Učenec je imel pred treningom kar nekaj težav, ki niso značilne za učenca v 5. razredu. Kljub njegovi starosti in že nekaterimi usvojenimi strategijami seštevanja in odštevanja, ki jih je učenec imel (preštevanje prstov), sva začela na začetku. Trening je bil usmerjen predvsem v osnovne matematične veščine (štetje) ter v učenje strategij seštevanja in odštevanja.

Med treningom se je izkazalo, da je treba čim dlje uporabljati konkreten material. Deček ima zelo dobre verbalne sposobnosti in pomnjenje, zato si je preštevanje hitro zapomnil kot pesem ali izštevanko, kljub temu da si določenih števil ni predstavljal. Tudi po že usvojeni določeni stopnji sva se vračala na konkretni material.

Pri delu z učencem se mi je zdelo pomembno, da so materiali, ki sem jih pripravila zanj, novi, da ga motivirajo in pri njem vzbujajo zanimanje. Učenec ima odpor do matematike, zato mora biti material čim bolj privlačen, mora mu dati možnosti, da se tudi verbalno izraža, saj je to njegovo močno področje. Pri izbiri materiala sem morala paziti, da ni bil prezahteven, in tudi preveč navodil in pravil bi učenca odvrnilo od dela. Ponuditi sem mu morala več različnih strategij, da si je lahko izbral tiste, ki mu bolj ustrezajo. Zanimivo mu je bilo, da je lahko tudi sam sodeloval in si izmislil stavke, ki mu bodo pomagali pri matematiki (mnemotehniko).

Pri učenju matematike morajo imeti učenci dobro osnovno matematično znanje, da lahko na njem gradijo. Učenec potrebuje čim več konkretnih izkušenj in povezav s

svojim vsakdanjim življenjem, da lahko matematični jezik osmisli. Sicer je lahko mate-

matika prava nadloga in se učencem ne zdi nič povezano in smiselno nadgrajeno.

### η Viri in literatura

1. Bavčar, H., Lavrenčič, A. (2005). Dežela Črtarija: vaje motorike, orientacije in smeri. Ljubljana: DZS.
2. Clemson, D., Clemson, W. (1994). Mathematics in the early years. London; New York: Routledge.
3. Dyspraxia Association of Ireland. Pridobljeno na [http://www.dyspraxiaireland.com/teachers\\_tips.php](http://www.dyspraxiaireland.com/teachers_tips.php) (25. 8. 2014).
4. Košak Babuder, M. (2007). Neverbalne specifične učne težave – prilagoditve in strategije poučevanja pri vzgojnih predmetih. V: Učenci s specifičnimi učnimi težavami: Skriti zakladi – skriti primanjkljaji. Ljubljana: Društvo Bravo – društvo za pomoč otrokom in mladostnikom s specifičnimi učnimi težavami. Str. 149-165.
5. Ziemang, G. (2000). Nonverbal Learning Disability: The Math and Handwriting Problem. Pridobljeno na [http://www.ziemang.com/pnm\\_articles/0002ld.htm](http://www.ziemang.com/pnm_articles/0002ld.htm) (21. 5. 2013).
6. Kerin, U. (2013). Trening osnovnih aritmetičnih veščin pri učencu z dispraksijo. Diplomsko delo, Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta.



# Tipam trikotnike

*I Am Touching Triangles*

## Σ Povzetek

Članek opisuje inkluzijo otrok s posebnimi potrebami, in sicer je pozornost usmerjena na potrebe slepega dečka, ki obiskuje 7. razred osnovne šole in ga poučujeva avtorici članka (Andreja Verbinc, učiteljica matematike, in Simona Keber Kumše, spremljevalka). Učni načrt učitelje zavezuje, da prilagajajo poučevanje matematike učencem s posebnimi potrebami. Ker slep učenec sprejema informacije pri matematiki le po dveh kanalih (slušni in tipni), je treba nove pojme prikazati z modeli, ki so tipni. V članku so predstavljeni tisti, ki so bili uporabljeni pri obravnavi trikotnikov v 7. razredu. Uporabljeni so materiali, ki jih uporabljamo v vsakdanjem življenju, zato jih bodo lahko izdelali in uporabili učitelji matematike ali izvajalci dodatne strokovne pomoči tudi pri svojih rednih urah ali pri individualnem delu z učenci.

**Ključne besede:** matematika, inkluzija, tipni model trikotnika

**Andreja Verbinc**  
**Simona Keber Kumše**  
OŠ Oskarja Kovačiča  
Ljubljana

## Σ Abstract

*The article describes the inclusion of children with special needs, focusing on the needs of a blind boy attending the 7th grade of primary school, who is being taught by the authors of the article (Andreja Verbinc, mathematics teacher, and Simona Keber Kumše, support teacher).*

*Kumše, attendant). The curriculum obligates teachers to adjust the teaching of mathematics for pupils with special needs. Since a blind pupil receives information in a mathematics class only through two channels (audio and tactile), new concepts must be demonstrated with tactile models. The article presents models which were used for a discussion on triangles in the 7th grade. The materials used are ones which we use in everyday life; therefore, mathematics teachers or providers of additional professional assistance can make and use them in their regular lessons or during individual work with pupils.*

**Key words:** *mathematics, inclusion, tactile model of triangle*

## α Inkluzija

Inkluzija je vključevanje otrok s posebnimi potrebami v družbeno življenje in šolo (Allen & Schwartz, v Pinterič, A., Deutsch, T., Cankar, F., 2014). Je odpiranje do novega in drugačnega, je pospeševalnik sprememb in preobrazb, ne le ljudi, temveč tudi okolij (Rutar et al., v Pinterič, A., Deutsch, T., Cankar, F. (2014)). Ena izmed definicij, kako opredeliti ali razumeti novejši, sodobni pojem inkluzije: inkluzija je eden izmed vidikov družbene enakopravnosti, demokracije in participacije (Cerić v Pinterič, A., Deutsch, T., Cankar, F., 2014). Kljub različnim pogledom in nejasnostim glede opredelitve inkluzije in inkluzivnega izobraževanja je problematiko mogoče strniti v tri sklope: inkluzijo je najprej mogoče definirati kot najbolj splošen pojem in proces, opredeli se lahko na področju vzgoje in izobraževanja in kot humani proces vključevanja otrok s posebnimi potrebami v redne šole in življenje v družbi (Pinterič, A., Deutsch, T., Cankar, F., 2014). Nekaj avtorjev meni, da inkluzija ni niti teorija niti koncept, temveč gibanje, ki podpira osebe s posebnimi potrebami pri

njihovem vključevanju v enakopravno sodelovanje v življenju družbene skupnosti (Pinterič, A., Deutsch, T., Cankar, F., 2014).

Inkluzijo otrok s posebnimi potrebami je mogoče razumeti z dveh vidikov; z izobraževalnega in vzgojnega. Inkluzija se po eni strani nanaša na kognitivne vidike, ki so povezani s storilnostjo in učno uspešnostjo, po drugi strani pa na konativne vidike, ki se nanašajo na samodejavnost posameznega otroka in na njegovo vpetost v socialne odnose. Inkluzija je pojem, ki v zadnjem desetletju v strokovnih krogih pridobiva na vrednosti in pomenu. Inkluzija, katere osnove so v usmerjenosti v razred in učence, v nenehnem preverjanju metod poučevanja in učenja, v iskanju novih strategij poučevanja za učitelje ter oblikovanju prilagodljivega in podpornega razrednega okolja, kjer učenec s posebno potrebo s sošolci v razredu soustvarja dogajanje v razredu, strokovnjaki pa z učitelji v medsebojnem sodelovanju dejavno izpopolnjujejo metode in nove strategije poučevanja in posledično ustvarjajo prožno in podporno učno okolje (Kobal Grum, D. idr., 2009). Inkluzija ima tudi zakonski okvir in podporo. S sprejetjem novega koncepta



vzgoje in izobraževanja oseb s posebnimi potrebami, ki ga prinaša Zakon o usmerjanju otrok s posebnimi potrebami (2000), naj bi država prenovila vzgojo in izobraževanje otrok s posebnimi potrebami ter zagotovila možnosti vključevanja oseb s posebnimi potrebami v programe enotnega šolskega sistema z upoštevanjem drugačnosti in pravice do izbire.

V Konceptu dela je zapisano, da učitelji in drugi strokovnjaki načrtujejo in izvajajo vzgojno-izobraževalni proces po programu osnovne šole in skladno z individualnimi prilagoditvami za slepega učenca. Ti se sodelovalno oblikujejo v strokovno skupino, ki skupaj oblikuje individualizirani program (IP) za učenca.

## β Od konkretne do abstraktne ravni mišljenja

Pri usvajanju nove učne vsebine slepemu učencu omogočimo konkretno izkušnjo, s pomočjo katere bo pozneje prešel na abstraktno raven mišljenja.

**Prvi korak:** učencu omogočimo konkretno izkušnjo v 3D-okolju. V roke dobi tipni model trikotnika iz penaste gume (moosgumi) v velikosti, manjši od dlani, da ga lahko celostno otipa. Začne ga raziskovati in pri tem pripoveduje, kaj tipa, na primer: tu je vogalček, še en vogalček, pa trije robovi. Hkrati mu pomočnik (spremljevalec slepega učenca) opisuje, kar tipa, pritrdi k pravilnim ugotovitvam in popravi napačne. Skupaj tipata trikotnik po robovih, ogliščih in po ploskvi; tako slepi učenec pridobi konkretno izkušnjo, kakšen je trikotnik.

**Drugi korak:** učenec z ravnilom nariše trikotnik in sproti, ko riše, opisuje korake načrtovanja trikotnika na pozitivno folijo

(plastična folija, imenovana pozitivna folija, po kateri slepi učenec s konico pisala riše s pomočjo geometrijskega orodja in pri tem za seboj pušča tipno sled); iz modela (3-D) je prešel na ploskev (2-D).

**Tretji korak:** s ponavljajočim, kontinuiranim izvajanjem prvih dveh korakov; delo v šoli in doma – domače naloge, slepi učenec preide na abstraktno raven mišljenja. Učenec je sposoben opisati trikotnik brez modela, zna povedati, kako označimo oglišča, stranice in kote. Hkrati naredi simbolne zapise na računalnik. V praksi to opazimo kot razumevanje snovi – učenec je usvojil pojem trikotnik.

## γ Vpetost v učni načrt

S splošnimi cilji pouka matematike, ki so zapisani v učnem načrtu, opredelimo namen poučevanja matematike.

Učencem s posebnimi potrebami je treba prilagoditi učenje matematike, uporabiti drugačen didaktični pristop in drugačen dostop do tehnologije kot drugim učencem. V takih primerih naj se učitelj matematike o didaktičnih pristopih in uporabi tehnologije odloča v sodelovanju z ustreznimi strokovnimi službami (Učni načrt matematike).

V našem primeru nama z nasveti pomagajo strokovnjaki, ki so zaposleni na Zavodu za slepo in slabovidno mladino. Enkrat na teden prihaja namreč na šolo izvajati uro dodatne strokovne pomoči učiteljica, ki slepe in slabovidne učence poučuje matematiko.

Učencem glede na zmožnosti in druge posebnosti prilagajamo pouk matematike tako v posameznih korakih načrtovanja, organizacije in izvedbe kot pri preverjanju in ocenjevanju znanja (Učni načrt matematike).

Slepi deček je prisoten pri pouku matematike s preostalim delom razreda, saj pote-

ka vzporeden pouk. Z njim je pri vseh urah pomočnik (spremljevalec slepega učenca, ki je dejavno vključen v proces učenja), ki mu pomaga. Za zapise uporablja računalnik z Brajevo vrstico. Prav tako prilagajava zapise za delovne liste, preverjanja in ocenjevanja znanja.

Pri pouku matematike razvijamo matematične in druge kompetence. Navedene so štiri kompetence iz učnega načrta, ki jih je učenec razvijal pri obravnavi geometrijske vsebine trikotniki.

**Prva kompetenca** – poznavanje, razumevanje, uporaba matematičnih pojmov in povezav med njimi ter izvajanje in uporaba postopkov. Dejavnosti, ki sva jih uporabili za razvoj kompetence: prepoznavanje pojme na modelih, na sliki, v simbolnem zapisu; razlaga in uporablja pojme in dejstva.

**Druga kompetenca** – sklepanje, posploševanje, abstrahiranje in reševanje problemov. Dejavnosti, ki sva jih uporabili za razvoj kompetence: izdelava fizične modele za ponazarjanje pojmov in situacij (s konkretnimi materiali, risanje na pozitivno folijo).

**Tretja kompetenca** – uporaba informacijsko-komunikacijske in druge tehnologije. Dejavnosti, ki sva jih uporabili za razvoj kompetence: spretno uporablja matematična orodja (ravnalo, šestilo) in računalnik za zapisovanje.

**Četrta kompetenca** – sporazumevanje v maternem jeziku. Tudi pri pouku matematike, v kontekstu matematičnih vsebin, razvija slušno razumevanje, govorno sporočanje, bralno razumevanje in pisno sporočanje.

## δ Pripomočki pri spoznavanju trikotnikov

Pri matematiki se je pokazalo kot dobro, ko smo dečku nov geometrijski pojem pripravili

li tako, da ga je otipal, nato smo ga prenesli na papir in nazadnje še v simbolni zapis na računalnik z uporabo sintakse Latexa. Ker Brajeva vrstica ne prepoznavata podpisanih ali nadpisanih črk in ulomkov, so se odločili za drugačne zapise. Tako na primer vse matematične zapise po dogovoru zapišejo med dva dolarska znaka \$ \$. Zapis ulomka dve tretjini bi torej bil: \$ \frac{3}{10} \$.

Navedli bova nekaj konkretnih primerov ponazoritev, ki bi jih lahko uporabili tudi pri učencih, ki imajo težave z abstraktnim mišljenjem. Seveda so vsa ponazorila tipna, ker so pripravljena za slepega učenca. Ob vsakem tipnem modelu je treba dečku opisati, kaj je pred njim, kaj model predstavlja in kje ga uporabimo. Te modele uporablja v 7. razredu. Opisali bova, kako sva cilje iz učnega načrta obravnavali in uporabili ponazorila.

Cilji iz sklopa geometrijski pojmi so:

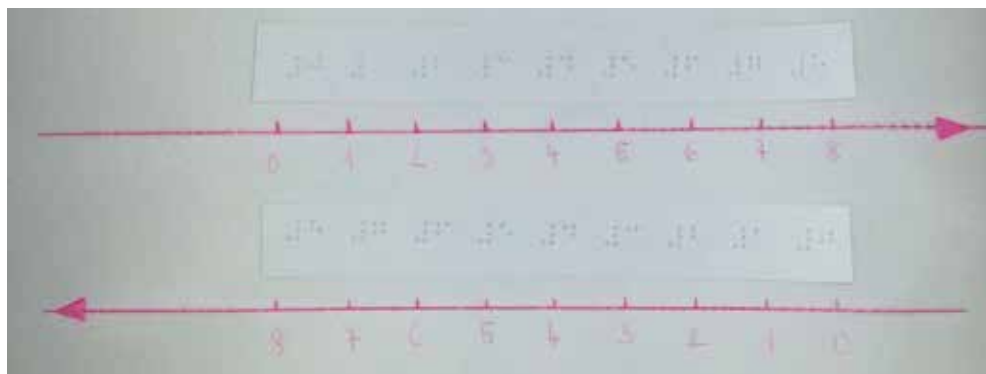
### a) Usvojijo pojem orientacije na premici in v ravnini.

Na modelu številске premice (slika 1) je spoznal, kaj je orientacija na premici. Ob tem je učenec povedal, v katero smer se premika. Točke so si sledile v obeh smereh.

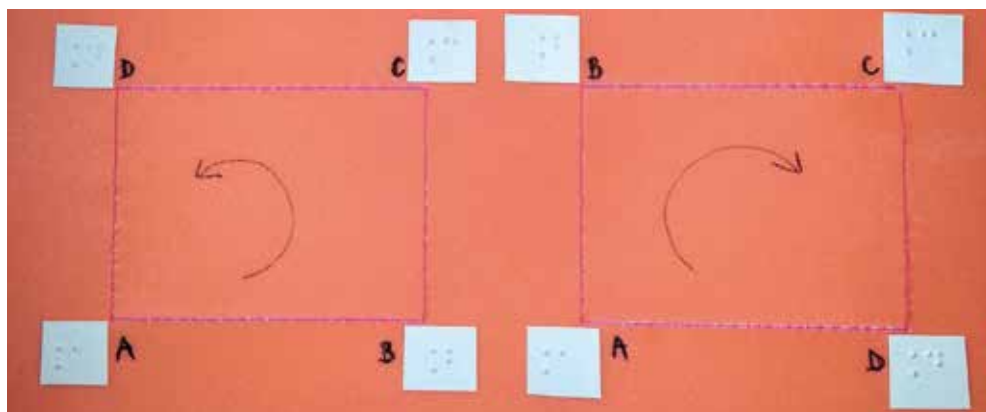
Pripravili sva modele likov iz penaste gume (pravokotnik), ki so imeli označena oglišča v pozitivni in negativni orientaciji (slika 2). Pri opisovanju orientacije na ravnini sva se oprli na orientacijo z vrtenjem kazalcev ure. Položaj številka na uri slepi namreč uporabljajo tudi pri položaju hrane, ki jo imajo na krožniku (na 12 je krompir, na 3 je grah in na 6 je meso).

### b) Označijo oglišča danega lika v zahtevani orientaciji.

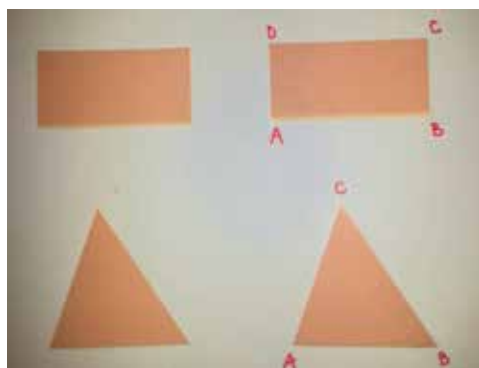
Na pripravljenih modelih je deček poimenoval in pokazal oglišča, pomočnik pa je oglišča označil po njegovih navodilih (slika 3).



[Slika 1] Orientacija na premici



[Slika 2] Modela štirikotnika za učenje pozitivne in negativne orientacije oglišč



[Slika 3] Modeli za oznake oglišč v pozitivni orientaciji

**c) Opišejo trikotnik (označijo oglišča, stranice, kote).**

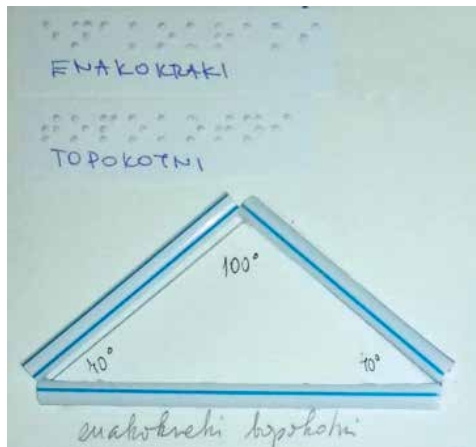
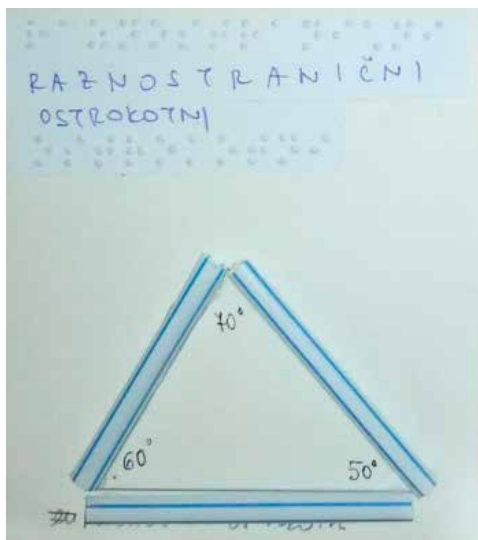
Na različnih modelih trikotnikov iz penaste gume (slika 4) je deček skupaj s pomočnikom otipal oglišča, stranice in kote trikotnika. Pomočnik mu je vse pojme tudi poimenoval. Pojem, ki je bil že obravnavan, je bilo tokrat treba ponoviti in prepoznati v novi situaciji, ker sta kraka kota stranici trikotnika. Nato je učenec samostojno pokazal in opisal, s katerima stranicama je omejen kot, s katerima ogliščema je omejena stranica ali kateri stranici imata skupno oglišče.



[Slika 4] Različni trikotniki iz penaste gume

**d) Razvrščajo trikotnike glede na kote in stranice.**

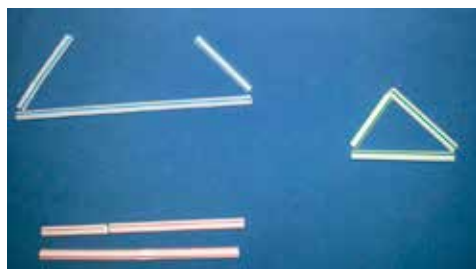
Pripravili sva modele iz slamic (slika 5), ki sva jih nalepili na tršo podlago. Učenec je vsak model otipal, opisal stranice in vrsto notranjih kotov. Vsak model je imel na podlagi v brajici zapisano vrsto trikotnika. Ko je novo znanje usvojil, je znal opisati na primer topokotni raznostranični trikotnik. Najprej je z modeli spoznaval različne vrste trikotnikov, nato jih je lahko tudi razvrščal glede na kote in stranice.



[Slika 5] Modela različnih trikotnikov iz slamic

**e) Spoznajo odnos med dolžinami stranic (trikotniško pravilo).**

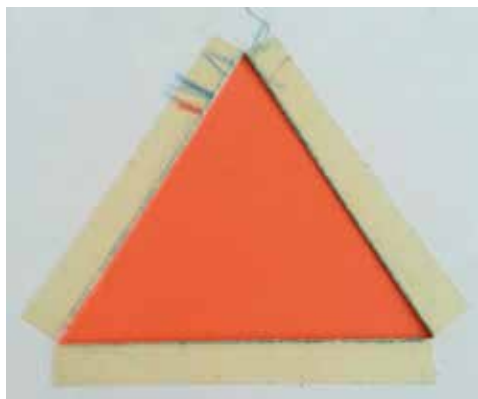
S slamicami sva ponazorili stranice trikotnika. Pripravili sva tri možnosti: vsota dolžin dveh stranic je večja od tretje stranice (trikotnik lahko sestavimo), vsota dolžin dveh stranic je enaka tretji stranici in vsota dolžin dveh stranic je manjša od tretje (slika 6). Ti modeli so zelo uporabni tudi za druge učence. Pripravimo več modelov, učence razdelimo v skupine, v katerih skupaj ugotavljajo, kdaj je mogoče sestaviti trikotnik.



[Slika 6] Raziskovanje trikotniškega pravila.

**f) Razlikujejo pojma notranji in zunanji kot trikotnika.**

Na tršem kartonu je izrezan trikotnik (slika 7). Na tem modelu je učenec lahko otipal notranji kot trikotnika.



[Slika 7] Izrezan trikotnik iz kartona

Na sliki 8 je prikazan model na pozitivni foliji, na katerem sta tipno označena notranji in zunanji kot trikotnika. Učenec je tipal zunanji kot trikotnika. Hkrati ga je opisal in zapisal s simboli na računalnik.



[Slika 8] Tipno označena zunanji in notranji kot trikotnika

**g) Poznajo in uporabljajo vsoto notranjih in zunanjih kotov trikotnika pri računskih in načrtovalnih nalogah.**

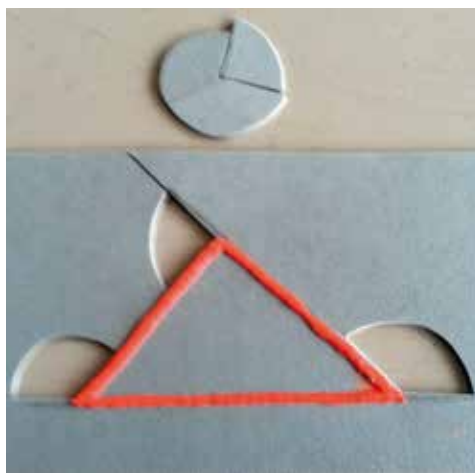
Vsoto notranjih kotov sva ponazorili z modelom iz penaste gume (slika 9), pri čemer smo kote lahko položili enega poleg drugega s skupnim vrhom in tako prikazali vsoto. Deček je opisal, da je vsota notranjih

kotov 180 stopinj, naredil pa je tudi simbolni zapis na računalnik, ki je v sintaksi Latex videti tako:  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .

Enako sva ponazorili vsoto zunanjih kotov (slika 10).



[Slika 9] Model iz penaste gume za prikaz vsote notranjih kotov



[Slika 10] Model iz penaste gume za prikaz vsote zunanjih kotov

**h) Poznajo in uporabljajo potrebne in zadostne podatke za skladnost trikotnikov pri načrtovalnih nalogah.**

Skladne trikotnike sva dečku pripravili na različnih modelih. Na prvi sliki (slika 11) je model iz penaste gume. Na sliki 12 je model iz povoskane vrvice, naslednji je narisana na pozitivni foliji (slika 13). To je standarden pripomoček slepih.

Na sliki 14 je prikazan pripomoček za učenje skladnostnih izrekov. Na kuverti je s pisavo za slepe zapisan skladnostni izrek, v njej je model trikotnika, ki je izdelan iz kartona in ima označene pojme iz skladnostnega izreka. S tem pripomočkom je deček doma utrjeval pojme (zapis na kuverti) in jih hkrati tipal (model v kuverti).



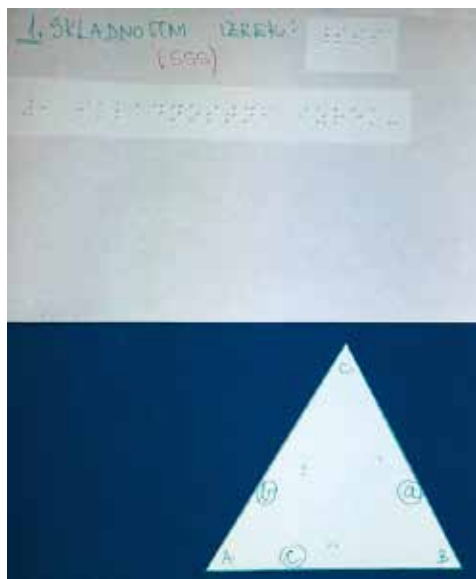
[Slika 11] Skladna trikotnika iz penaste gume



[Slika 12] Skladna trikotnika iz povoskane vrvice



[Slika 13] Skladna trikotnika na pozitivni foliji



[Slika 14] Pripomoček za učenje skladnostnih izrekov

## ε Sklep

Nove pojme sprejemamo po različnih poteh (vid, sluh, voh, tip, okus). Učitelji se pri obravnavi novih pojmov prevečkrat zadovoljimo zgolj s tem, da učencem pokažemo sliko pojma, jo opišemo in naredimo simbolni zapis na tablo. Pri tem so lahko učenci prikrajšani, da bi pojem tudi otipali. Voh in okus pri pouku matematike v resnici malokrat vključimo (predlog za medpredmetno povezavo z gospodinjstvom).

Vsi otroci danes potrebujejo več konkretnih izkušenj (da otipajo, vonjajo ali okušajo), saj nam različni strokovnjaki sporočajo, da otroci preživijo preveč časa pred računalniki ali z mobilnimi telefoni, ki pa jim teh izkušenj ne omogočajo.

Osnovno šolo obiskujejo otroci, ki potrebujejo tudi drugačne in prilagojene modele pri usvajanju novih pojmov. Pri izdelavi mo-




delov učiteljji uporabljamo material iz vsakdanjega življenja. Za dečka, ki od rojstva ne vidi, so tako zelo pomembni tipni modeli. Ob tipanju modela mu učiteljica ali spremljevalka opisuje pojem in opiše vse sestavne dele, nato učenec isti pojem otipa na pozitivni foliji in ga sam opiše. V naslednjem koraku ga tudi nariše. Na koncu pa sledi še simbolni zapis na računalnik. Praksa kaže, da je pot, ki jo uberemo pri obravnavi vsakega

novega pojma, prava, saj deček matematične pojme zelo hitro usvaja.

Opisali sva vam le majhen del tipnih učnih pripomočkov, ki sva jih pripravili in uporabili pri pouku ali individualnem delu s slepim dečkom. Upava, da ste ob branju članka dobili kakšno zamisel za pripravo didaktičnega materiala pri poučevanju trikotnikov, saj meniva, da bi konkretne izkušnje lahko koristile tudi drugim učencem.

## ζ Viri in literatura

1. Magajna, L. idr. (2008). *Koncept dela. Učne težave v osnovni šoli*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
2. Kobal Grum, D. idr. (2009). *Poti do inkluzije*. Ljubljana: Pedagoški inštitut.
3. Pinterič, A., Deutsch, T., Cankar, F. (2014). *Inkluzivno izobraževanje slepih in slabovidnih otrok ter mladostnikov*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.
4. Žakelj, A. idr. (2011). *Program osnovna šola. Matematika. Učni načrt*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo.



# Didaktična igra kot sredstvo za pomoč učencem s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki

*Didactic Game as a Means of Helping Pupils with Specific Learning Difficulties in Mathematics*

**Zorka Milicevic**

Center za usposabljanje  
Elvira Vatovec Strunjan

## Σ Povzetek

V prispevku je predstavljena didaktična igra, ki jo lahko uporabljamo za pomoč otrokom z učnimi težavami in pri učencih s primanjkljaji na posameznem področju učenja. Igra je namenjena utrjevanju preoblikovanja decimalnih števil v desetiške ulomke in obratno. Lahko jo priredimo in individualiziramo glede na potrebe posameznega učenca z namenom, da učenec optimalno razvija svoje sposobnosti in usvaja znanja.

**Ključne besede:** didaktična igra, desetiški ulomki, decimalna števila

## Σ Abstract

*The paper presents a didactic game which can be used for helping children with learning difficulties and pupils with deficiencies in individual learning areas. The game is intended for*

*consolidating the knowledge of converting decimal numbers to decimal fractions and vice versa. It can be adapted and individualised to the needs of an individual pupil to enable the pupil to optimally develop his/her abilities and assimilate knowledge.*

**Key words:** didactic game, decimal fractions, decimal numbers

## α Uvod

Učenci s specifičnimi učnimi težavami pri učenju matematike potrebujejo vzgojno-izobraževalne prijeme, metode in oblike dela, s katerimi lahko dosežejo znanje in so pri učenju uspešni. Da bo pomoč učinkovita, mora biti zasnovana celostno, oblike pomoči se morajo razprostrirati na kontinuumu, da bodo učenci kljub težavam optimalno razvijali svoje zmožnosti (Magajna idr., 2008). Vzpostaviti moramo učno okolje, ki spodbuja in razvija učenčevu aktivno sodelovanje, razvija vztrajnost, radovednost in prizadevnost do šolskega dela in znanja ter obenem odpravlja primanjkljaje (prav tam). Z odpravljanjem primanjkljajev in urjenjem šibkih področij zmanjšamo otrokovo težavo ter mu tako pomagamo, da je bolj neodvisen. Kompenzacija primanjkljajev omogoča učencu šolsko uspešnost in napredovanje v znanju ter dvig motivacije in krepitev samopodobe (Magajna idr., 2008).

Velika večina učencev, ki ima specifične učne težave pri matematiki, je za učenje manj motivirana. To se kaže v nezanimanju za učenje predmeta, posameznih vsebin in šolsko delo nasploh. Nižja motivacija, nizka pripravljenost vlaganja truda, nizka vztrajnost, pasivnost ter druge oblike vedenja, ki jih učenci izražajo, še dodatno ovirajo napredek pri učenju matematike. Neuspehi v raz-

redu ob rednih urah, pritiski s strani staršev in učiteljev, ponavljajoče se negativne izkušnje vodijo v odpor do predmeta in v nizko samopodobo. Učenec se prepriča v lastno nezmožnost učenja in razumevanja snovi. Izgubi zaupanje v lastne zmožnosti, zato razvije odklonilni odnos do učenja matematike. Izogiba se učnim nalogam, ne sledi razlagi in delu v razredu, se ne pripravi na preverjanje znanja in celo izostaja od pouka (Magajna idr., 2008).

Znanje pri učencu lahko dosežemo samo z njegovo aktivno vlogo, zato je najpomembnejša naloga strokovnega delavca, ki nudi pomoč učencu s specifičnimi učnimi težavami pri matematiki, da pripravi take aktivnosti in dejavnosti, pri katerih bo učenec čim bolj aktiven in soudeležen v procesu. Pri delu mora učenec doživljati uspeh, ki krepi občutek kompetentnosti in vodi v dvig samopodobe ter v večje prepričanje o lastnih zmožnostih (Magajna idr., 2008).

## β Didaktična igra

Načrtovana didaktična igra nam omogoča, da na drugačen način pripeljemo otroka, ki ima težave pri učenju določene snovi/predmeta, do zaželenega učnega cilja, saj je pomemben posredovalec znanja. V ospredje postavlja kognitivno spoznanje določene vsebine in stremi k usvajanju določenega izob-

raževalnega cilja, za katerega je bila strukturirana (Mrak Merhar idr., 2013). Posameznik vključi v igro predznanje in ga nadgradi z novimi znanji. Poleg tega ima didaktična igra zelo velik motivacijski učinek, saj udeleženca privlači in ga vodi k učenju, utrjevanju snovi na zabaven način (Mrak Merhar idr., 2013). Didaktična igra omogoča učencu doživljanje uspeha. Pri delu vztraja, se zabava in opravi veliko vaj, ne da bi se tega zavedal. Zabavna učna situacija ga stimulira, daje zadoščenje in privlači. Med igro se ne obremenjuje s težavnostjo naloge, saj lahko reši tudi težje naloge, ki zasledujejo tako minimalne standarde znanja kot standarde triletja. Hkrati mu omogoča sprotne povratne informacije. S pomočjo igre učencu dokažemo, da lahko s primernim trudom in vajo usvoji snov in doseže pozitiven uspeh. Na tak način učenec krepi prepričanje v lastne zmožnosti in ob vsakem uspehu krepi pozitivno samopodobo.

Didaktična igra, ki jo uporabljamo v procesu vzgoje in izobraževanja, mora imeti točno določen smoter, ki je v skladu z učnim načrtom matematike, hkrati mora biti zanimiva, zabavna in privlačna. Upoštevati mora otrokovo predhodno znanje, biti mora učinkovita za utrjevanje in urjenje določene snovi ter primerna za razumevanje določenih strategij.

### Sestavljanje decimalnih števil (prirejena po Schminke, 1988a in 1988b)

#### Učna tema

Preoblikovanje zapisa decimalnega števila v desetiški ulomek in obratno.

#### Vsebinski cilji igre

- Utrjevanje preoblikovanja zapisa decimalnega števila v desetiški ulomek in obratno.

- Prepoznavanje enake vrednosti decimalnih števil in desetiških ulomkov.

#### Oblike dela

- Individualna izven oddelka ali v oddelku.
- Delo v dvojicah.
- Skupinsko delo.

#### Cilj igre

Sestaviti sestavljanke v obliki kvadrata tako, da se ulomek ali decimalno število na enem kvadratu ujema s pravilno rešitvijo na drugem kvadratu. Decimalno število se mora ujemati z njegovim ekvivalentnim desetiškim ulomkom in obratno.

#### Potek in pravila igre

Vsak učenec dobi svojo sestavljanke v obliki kvadrata. Kvadrat razstavi na posamezne dele in ga ponovno sestavi tako, da se vsako decimalno število ujema z ekvivalentnim desetiškim ulomkom oziroma obratno. Začne s kvadratom, ki je po barvan. Igra zaključuje, ko sestavi kvadrat s stranico, ki jo sestavlja pet manjših kvadratov.

#### Različice igre

- Sestavljanke sestavimo v obliki pravokotnika z lažjo vsebino in manj podatki itd.
- Boljši učenci lahko začnejo z igro brez barvnega kvadratka.
- Npr.: s spremembo vrednosti v prvem in zadnjem stolpcu ter v prvi in zadnji vrstici igra ni več enolično določena.
- Igra lahko priredimo za učenje preoblikovanja decimalnih števil in ulomkov v odstotke itd.

0,543 $\frac{99}{10}$ $\frac{11}{100}$ $\frac{25}{100}$	0,715 0,25 $\frac{4}{10}$ $\frac{9}{100}$	9,3 0,09 0,17 $\frac{14}{100}$	0,92 0,14 1,5 $\frac{6}{100}$	$\frac{12}{10}$ $\frac{15}{10}$ 0,52 $\frac{53}{100}$
0,11 1,8 $\frac{97}{100}$ 0,5	0,4 $\frac{5}{10}$ 0,2 $\frac{3}{1000}$	$\frac{17}{100}$ 0,003 $\frac{75}{100}$ 0,02	0,06 $\frac{2}{100}$ 1,17 0,9	0,53 $\frac{9}{10}$ 0,061 1,9
0,97 0,432 $\frac{73}{100}$ 0,125	$\frac{2}{10}$ $\frac{125}{1000}$ 0,017 0,89	0,75 $\frac{89}{100}$ $\frac{3}{10}$ 0,005	$\frac{117}{100}$ $\frac{5}{1000}$ $\frac{375}{1000}$ 0,1	$\frac{61}{1000}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{69}{100}$ 0,34
0,73 0,655 $\frac{175}{1000}$ 0,131	$\frac{17}{1000}$ $\frac{131}{1000}$ 0,7 $\frac{13}{10}$	0,3 1,3 0,07 $\frac{433}{1000}$	0,375 0,433 $\frac{8}{10}$ $\frac{14}{1000}$	0,69 0,014 $\frac{625}{1000}$ 2,5
0,175 1,8 $\frac{55}{10}$ 0,18	$\frac{7}{10}$ $\frac{18}{100}$ $\frac{17}{10}$ 0,001	$\frac{7}{100}$ $\frac{1}{1000}$ 2,8 0,44	0,8 $\frac{44}{100}$ 0,123 0,29	0,625 $\frac{29}{100}$ 0,666 1

[Slika 1] Sestavljanje decimalnih števil

## γ Iz teorije v prakso

Opisano didaktično igro in njene različice sem v praksi uporabila že večkrat. Uporabila sem jo kot skupinsko igro za utrjevanje učne snovi v manjši skupini izven oddelka, kot dodatek učne ure dodatne strokovne pomoči ali za utrjevanje znanja v obliki domače naloge. Vsak učenec, ki se je z igro srečal in jo kljub začetnim težavam ter strahu pred

neuspehom rešil, je bil ob zaključku učne ure zelo zadovoljen. S pomočjo igre so učenci reševali tudi naloge raznolikih težavnosti in bili pri tem uspešni.

## δ Zaključek

Preko dobro načrtovane didaktične igre pomembno vplivamo na učenčev napredek, še posebej pa omogočimo učencu, da po svojih


zmožnostih in na svoj način dokaže znanje, ki ga je pridobil z učenjem, in je pri reševanju nalog uspešen. Učenec je bolj uspešen pri dejavnostih in predmetih, ki v njem vzbujajo zanimanje in so mu všeč. Pri delu vztraja, se zabava. Zabavna učna situacija ga stimulira, daje mu zadoščenje in ga privlači. Enolično

utrjevanje znanja, gore računov in vaj, ki jih mora učenec rešiti, občasno zamenjajmo z dejavnostjo, ki je učencem všeč in pri kateri se zabavajo. Ta bo vodila v doseganje enakih ciljev in obenem pozitivno vplivala na otrokovo samopodobo in motivacijo za učenje matematike.

## ε Viri

1. Mrak Merhar, I., Umek, L., Rupnik, P. in Jermec, J. (2013): Didaktične igre in druge dinamične metode. Ljubljana: Salve d.o.o.
2. Juriševič, M. (2006): Učna motivacija in razlike med učenci. Ljubljana: Pedagoška fakulteta, Univerza v Ljubljani.
3. Magajna, L., Kavkler, M., Čačinovič Vogrinčič, G., Pečjak, S. in Bregar Golobič, K. (2008): Koncept dela: Učne težave v osnovni šoli. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
4. Schminke, C. W. (1988a): Recupero e sostegno in matematica 5: Frazioni e numeri decimali: 45 giochi e attività pratiche per ogni livello di apprendimento. Trento: Edizioni Erickson.
5. Schminke, C. W. (1988b): Recupero e sostegno in matematica 5: Frazioni e numeri decimali: 45 giochi e attività pratiche per ogni livello di apprendimento. Schede per l'alunno. Trento: Edizioni Erickson.





# Učenec z razvojno motnjo koordinacije pri pouku geometrije

*Pupil with Developmental Coordination  
Disorder in Geometry Class*

## Σ Povzetek

Razvojna motnja koordinacije je specifična učna težava, ki je prisotna pri 5-6 % šolske populacije in pogojuje težave na motorično-koordinacijskem področju in na področju šolskih spretnosti ter tako pomembno vpliva na izobraževalne dosežke in opravljanje vsakodnevnih aktivnosti. Učenci z razvojno motnjo koordinacije se kljub povprečnim ali nadpovprečnim kognitivnim sposobnostim pri pouku geometrije srečujejo s pomembno večjimi težavami kot vrstniki. Specifične učne težave učencev z razvojno motnjo koordinacije izvirajo iz finomotoričnih in vidno-prostorskih primanjkljajev, ki so še posebej opazni pri geometriji. Geometrija je področje znotraj učnega predmeta matematika, ki zahteva dobre finomotorične spretnosti, dobro manipulacijo z geometrijskimi pripomočki, geometrijsko načrtovanje, vidno-motorično koordinacijo, orientacijo na ploskvi in v prostoru, prostorsko predstavljenost ter natančno zapornitev zaporedij motorične aktivnosti. Za uspešno sodelovanje pri pouku geometrije znotraj razreda učenci z razvojno motnjo koordinacije potrebujejo prilagoditve metod poučevanja, učnega okolja in specifične treninge spretnosti pomembnih za področje geometrije. V prispevku so predstavljene konkretne strategije poučevanja znotraj razre-

**Marjeta Trček Kavčič**

da in prilagoditve učnega okolja za učence z razvojno motnjo koordinacije na 1., 2. in 3. stopnji po petstopenjskem modelu obravnave učnih težav.

**Ključne besede:** razvojna motnja koordinacije, geometrija, dobra poučevalna praksa, prilagoditve

#### *Σ Abstract*

*Developmental coordination disorder is a specific learning difficulty, which is found in 5-6% of the school population and causes motor coordination problems and lack of school abilities, thus having a significant impact on educational achievements and the performance of everyday activities. Despite average or above average cognitive abilities, pupils with developmental coordination disorder encounter significantly greater problems in geometry lessons than their peers. The specific learning difficulties of pupils with developmental coordination disorder stem from deficiencies in fine motor and visual-spatial skills, which are particularly noticeable in geometry class. Geometry is a field within the subject of mathematics which requires good fine motor skills, good manipulation of geometric tools, geometric planning, visual-motor coordination, orientation on a plane and in space, spatial ability, and remembering the exact sequence of motor activity. In order to successfully participate in geometry lessons in a classroom, pupils with developmental coordination disorder require adjustments to the teaching methods and to the learning environment, and specific training in skills that are relevant to geometry. The paper presents concrete strategies for teaching in a classroom and adjustments to the learning environment for pupils with developmental coordination disorder in tiers 1, 2 and 3 of the five-tier model for the treatment of learning difficulties.*

**Key words:** *developmental coordination disorder, geometry, good teaching practice, adjustments*

## α Uvod

Miha je deček, star 11 let, in obiskuje 5. razred. Rad sodeluje v športnih in družabnih igrah, vendar pogosto težko sledi pravilom

igre in ima večje težave pri zapomnitvi korakov igre v pravilnem zaporedju. Kadar je na vrsti za met žoge, vedno zgreši koš, poleg tega se pogosto zaleti v soigralce ali pa se spotakne in pade. V ekipo je vedno izbran zadnji, po-

*gosto pa ga vrstniki tudi izločijo iz igre. V šoli učiteljica le s težavo popravi njegov spis, saj je njegova pisava težko berljiva, pisanje pa počasno, zato pogosto dobi slabo oceno. Razredničarka pravi, da je Miha bister in marljiv fant, ki ima velike težave pri pisanju, risanju, geometriji, rezanju s škarjami, športni vzgoji itd. Kadar mora deček pisno izkazati svoje znanje, komaj dobi pozitivno oceno. Kadar pa mu učiteljica ponudi možnost ustnega preverjanja in ocenjevanja znanja, običajno dobi oceno, s katero je zelo zadovoljen. Miha ima težave pri sledenju pouka znotraj razreda, saj mu le redko uspe prepisati celotno snov, prebrisati sheme, miselne vzorce, geometrijske like in telesa s table. Pogosto si mora izposojati zvezke sošolcev, da lahko doma dokonča šolsko delo, zato popoldan skoraj nima prostega časa. Mihovi starši so zaskrbljeni, saj kljub dodatnemu delu in trudu, ki ga s sinom vlagajo v šolsko delo, deček težko sledi zahtevam pouka.*

## β Kakšne težave ima Miha ali kaj je razvojna motnja koordinacije?

Miha ima kot 5-6 % drugih **otrok šolske populacije** kljub povprečnim ali nadpovprečnim kognitivnim sposobnostim težave z ustreznim načrtovanjem in izvajanjem motoričnih nalog (American Psychological Association (APA), 2013). Razvojna motnja koordinacije pogojuje težave na motorično-koordinacijskem področju in na področju šolskih spretnosti in tako pomembno vpliva na izobraževalne dosežke ter opravljanje vsakodnevnih aktivnosti.

V preteklosti so za poimenovanje skupine učencev z razvojno motnjo koordinacije uporabljali različne, bolj ali manj ustrezne izraze, kot so nerodni, motorično okorni otro-

ci, otroci s specifičnimi razvojnimi motoričnimi disfunkcijami, otroci z dispraksijo itd. (Zwicker, Missiuna, Harris in Boyd, 2012). Trenutno je mednarodno sprejet izraz **razvojna motnja koordinacije** (v nadaljevanju RMK) in združuje težave na področju motorike in koordinacije, ki pomembno vplivajo na opravljanje šolskih in dnevnih aktivnosti. Omenjene težave niso posledica gibalne oviiranosti, motenj v duševnem razvoju ali perverzivnih razvojnih motenj (APA, 2013).

## γ Kakšne težave ima Miha pri geometriji ali katere so posebne potrebe učencev z RMK pri pouku geometrije?

*Miha ima rad matematiko. Vendar ko računanje zamenja geometrija, Miha ne mara več pouka matematike. Njegovi izdelki se že na prvi pogled ločijo od izdelkov njegovih sošolcev, so manj urejeni, skice in risbe niso natančno narisane, pisava je težje berljiva, zapisi pomanjkljivo organizirani. Zaradi močnega pritiska na podlago je njegov svinčnik vedno neošiljen, kadar pa uporablja tehnični svinčnik, se mu konica neprestano lomi. Uporabljati mora različna orodja: ravnilo, geotrikotnik, šestilo ... Pri delu pa mora biti zelo natančen, kar je zanj, kljub velikemu trudu, težko. Pri risanju je počasen, predvsem, kadar mora prebrisovati skice s table. Veliko težav mu povzroča načrtovanje in merjenje kotov, saj ne obvlada uporabe geotrikotnika. Prav tako ima težave pri risanju vzporednic, saj težko zadrži ravnilo v istem položaju. Pri risanju krožnic mu šestilo med risanjem pogosto zdrsne s središčne točke. Miha ne mara risanja teles, saj si težko predstavlja tridimenzionalno telo, skice mu ne pomagajo, nikoli ne ve, koliko prostora bo potreboval za načrtovanje in kje naj se risanja*

loti. Zapomnitev novih geometrijskih pojmov mu povzroča težave. Pri računanju obsega, površine in prostornine pa si le s težavo zapomni različne računске obrazce.

Specifične učne težave Miha in ostalih učencev z RMK izvirajo iz finomotoričnih in vidno-prostorskih primanjkljajev, ki so še posebej opazni pri geometriji. Geometrija je področje znotraj učnega predmeta matematike, ki zahteva dobre finomotorične spretnosti, dobro manipulacijo z geometrijskimi pripomočki, dobro geometrijsko načrtovanje, vidno-motorično koordinacijo, orientacijo na ploskvi in v prostoru, prostorsko predstavljivost ter natančno zapomnitev zaporedij motorične aktivnosti. Učenci z RMK imajo težave na vseh zgoraj omenjenih področjih in posledično dosegajo pomembno nižje rezultate na področju geometrije kot njihovi vrstniki brez primanjkljajev.

Različne raziskave (Cheng, Chen, Tsai, Shen in Cherng, 2011; Kavkler, 2003; Košak Babuder, 2007; Smits-Engelsman, Niemeijer in Van Galen, 2001; Rosenblum in Liveneh-Zrinski, 2008;) opisujejo težave učencev z RMK na področju **finomotorike** kot težje berljiva pisava, počasen proces pisanja, težave z risanjem skic, prostoročnim geometrijskim načrtovanjem, geometrijskim risanjem s šablonami, manj spretno rabo geometrijskih pripomočkov (ravnila, šablon, geotrikotnika, šestila), manj spretna večnamenska raba geotrikotnika (za merjenje dolžine in kotov, načrtovanje kotov, risanje vzporednic in pravokotnic), manj ustrezen prijem pisala in pritisk na podlago itd.

Težave **vidno-motorične koordinacije** pri učencih z RMK (Gamser, 2011) opazimo kot težave s prepisovanjem besedila ali prepisovanjem skic s table, preskakovanje vrstic pri branju ter težave pri natančnem opazo-

vanju in pregledovanju informacij. Omenjene težave pomembno omejujejo uspešnost učencev z RMK tudi pri pouku geometrije.

Pri učencih z RMK so vidne tudi težave z **orientacijo v prostoru in na ploskvi** ter omejene zmožnosti **prostorske predstavljalnosti** (Asonitou, Koutsoukia, Kourtessis in Charitou, 2012), ki pomembno ovirajo geometrijsko načrtovanje in spretnosti orientacije na listu, v koordinatnem sistemu, na tabli, omejujejo verbalne spretnosti opisovanja in razumevanja prostorskih odnosov, razumevanje geometrijskih besedilnih nalog, risanje po navodilih in odmerjanje zadostne količine prostora za izvedbo geometrijskega načrtovanja.

Pisanje, risanje, skiciranje in geometrijsko načrtovanje so grafomotorične aktivnosti, ki zahtevajo ciljno usmerjeno zaporedje motoričnih gibov za doseg želenega rezultata. Učenci z RMK imajo pogosto težave z zapornitvijo in izvajanjem pravilnega **zaporedja motoričnih dejavnosti** (Bo in Lee, 2013) in tudi z **metakognitivnimi spretnostmi** prilaganja, samokorekcije in samovrednotenja izvedbe in lastnih izdelkov (Toussaint-Thorin, Marchal, Benkhaled, Pradat-Diehl, Boyer in Cheviguard, 2013).

Geometrija je kompleksno matematično področje, ki zahteva dobre vidno-motorične in (meta)kognitivne spretnosti, zaradi česar je pogosto velik izziv za učence z RMK. Za uspešno sodelovanje pri pouku geometrije učenci z RMK potrebujejo prilagoditve metod poučevanja, učnega okolja in treninge specifičnih spretnosti, kot so finomotorika, vidno-motorična koordinacija, zapomnitev zaporedij motoričnih dejavnosti, itd. Pri tem je pomembno postopno razvijanje spretnosti in nenehno opiranje na močna področja

učencev z RMK ter povezovanje geometrijskih vsebin z življenjskimi situacijami.

## δ Kako bi Miha lažje sodeloval pri pouku geometrije ali katere prilagoditve in metode dela potrebujejo učenci z RMK za lažje sodelovanje pri pouku geometrije?

Učencem z učnimi težavami pomoč in podpora predvideva petstopenjski slovenski model obravnave učnih težav (Magajna, idr. 2008), ki pa je pogosto dobrodošla pomoč tudi za učence brez učnih težav. Sistem obravnave učencev z učnimi težavami se povezuje s stopnjo pomoči, ki jo ti učenci potrebujejo, od dobre poučevalne prakse do specifičnih treningov spretnosti, ki jih zagotavljajo šolski strokovni delavci. V članku bodo predstavljane nekatere strategije poučevanja in prilagoditve učnega okolja za učence z RMK na prvih treh stopnjah pomoči po petstopenjskem modelu obravnave upoštevajoč posebne vzgojno-izobraževalne potrebe in močna področja učencev z RMK.

**Prva stopnja pomoči** po petstopenjskem modelu obravnave učnih težav (Magajna, idr. 2008) predvideva prilagoditve metod poučevanja in učnega okolja, ki jih nudi učiteljeva dobra poučevalna praksa znotraj razreda. Geometrija je učna tema znotraj matematike, ki temelji na izkušnjah učencev. Učenci imajo veliko predznanja, ki ga lahko učitelj dobro izkoristi pri predstavitvi nove učne enote in uvajanju abstraktnih geometrijskih pojmov. Dobra poučevalna praksa učencem z RMK nudi stopnjevanje zahtevnosti s postopnim prehajanjem od konkretnega k bolj abstraktnemu, upoštevanjem predhodnega

znanja ter izkušenj učencev in uporabo multisenzornega pristopa, predvsem pri sistematični razlagi novih geometrijskih pojmov (Kavkler, 2011):

**Primer:** *pojem obseg*

**Vidno:** na tablo zapiše novo besedo in simbol ( $o$ ), ki se uporablja v računskih geometrijskih nalogah.

**Slušno:** učitelj glasno pove pojem in poda verbalno razlago.

**Gibalno:** z vrvico obda konkreten model lika, dolžino uporabljene vrvice izmeri in pokaže učencem, nato se učenci sami preizkusijo pri merjenju obsega z vrvico.

Učence pritegne reševanje življenjskih primerov, za katere je pri pouku geometrije nešteto izbire. Učenci z RMK zaradi težav z zapornitvijo zaporedij potrebujejo delitev kompleksnejših nalog na posamezne korake in preverjanje razumevanja navodil, kadar gre za naloge, ki zahtevajo sestavljene motorične odzive učencev.

Težave učencev z RMK so neverbalnega izvora. Ti učenci imajo težave s sprejemanjem informacij po vidni poti in pogosto težave z vizualizacijo. Pouk geometrije temelji na sprejemanju informacij po vidni poti, zaradi česar imajo učenci z RMK pomembno večje težave pri sledenju in usvajanju učnih tem. Učenci z RMK za lažjo predstavljenost zato potrebujejo uporabo konkretnih učnih pripomočkov, ponazoril in različnih modelov geometrijskih likov in teles za povečanje nazornosti. Poleg tega učenci z RMK potrebujejo učenje po modelu in demonstracijo izvajanja različnih postopkov načrtovanja in opisovanja vidno-prostorskih odnosov. Pri modelu geometrijskega načrtovanja ali razlage abstraktnjših geometrijskih pojmov lahko pomaga tako učitelj kot tudi vrstniki.

Učitelj mora pri načrtovanju pouka geometrije vzeti v obzir spretnosti učencev z RMK na področju finomotorike in vidno-motorične koordinacije, saj potrebujejo več časa in miselnega navora za sledenje in izvajanje motoričnih dejavnosti geometrijskega načrtovanja. Učitelji pogosto uporabljajo dejavnosti prerisovanja skic in drugih geometrijskih načrtovanj s table, kar pa učencem z RMK zaradi težav s koordinacijo okoli-roka, vizualno-prostorskih primanjkljavev in pomanjkljivih orientacijskih spretnosti predstavlja večje težave. Učenci z RMK potrebujejo prilagoditev prepisovanja in prerisovanja shem z lista.

Pri načrtovanju učne ure geometrije je treba upoštevati in izkoristiti **močno verbalno področje** učencev z RMK, saj bodo s samostojnim opisovanjem postopkov reševanja geometrijskih računskih in konstrukcijskih problemov lažje sodelovali pri pouku znotraj razreda.

Kadar učencem z RMK prilagoditve dobre poučevalne prakse na prvi stopnji pomoči ne zadostujejo, jim šolski svetovalni delavci lahko ponudijo bolj specifične strategije dela na **drugi stopnji pomoči**. Pri tem je dobrodošlo vključevanje šolskega svetovalnega delavca, z metodo sodelovalnega poučevanja, v pouk znotraj razreda, saj lahko že enostavne prilagoditve ali nekoliko spremenjene učne strategije omogočijo učencem z RMK lažje sledenje in sodelovanje pri pouku geometrije.

Spretnosti obvladovanja prostora in orientacije na ploskvi in v prostoru učencem z RMK predstavljajo težave, zato lahko barvne ali druge vizualne opore (puščica, zvezdica itd.) pripomorejo k izboljšanju prostorske orientacije na ploskvi. Primanjkljaji na področju vizualizacije in pomanjkljiv občutek za odmerjanje potrebnega prostora še dodat-

no ovirajo učence z RMK pri delu na omejeni ploskvi (na listu ali v zvezku), zato so jim lahko v pomoč okvirji ali druge omejitve (zamejitev prostora z ravnilom ali narisano črto), ki jim pomagajo pri zamejitvi prostora, potrebnega za skico in geometrijsko konstrukcijo. Dodatno urjenje dela v omejenem prostoru je učencem z RMK lahko tudi načrtovanje na listih manjšega formata.

Omejene finomotorične spretnosti in spretnosti vizualizacije učencem z RMK otežujejo geometrijsko skiciranje, zato potrebujejo prilagoditve pri dejavnostih skiciranja in risanja geometrijskih likov ter teles. Treba je poiskati nadomestne dejavnosti, ki jih bodo učenci z RMK lažje obvladovali. Tako učencem z RMK lahko ponudimo geoploščo - Geoboard (Kirby in Peters, 2007), uporabo vžigalic ali drugih materialov, ki jih lahko nastavljajo na ploskev ali narekovanje korakov konstrukcije vrstniku.

Zgoraj omenjeno močno verbalno področje je vedno lahko izhodišče iskanja ustreznih strategij in pomoči učencem z RMK. Tako je lahko spodbujanje verbalizacije z natančnimi in postopnimi koraki motorične aktivnosti pri uvodnih dejavnostih ključno za obvladovanje določene geometrijske spretnosti, npr. *načrtovanja krožnice* (Kavkler, 2011):

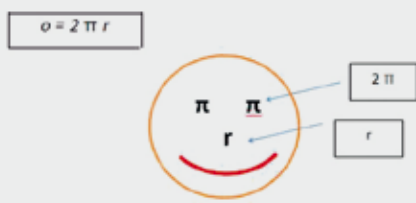
#### **Primer: Načrtovanje krožnice**

1. Nariši in označi središčno točko na listu.
2. Na ravnilu izmeri polmer krožnice.
3. Zapiči šestilo v točko, ki bo središče krožnice.
4. Najprej le zavrti šestilo za cel krog in preveri, ali imaš za risanje dovolj prostora.
6. Nariši krožnico.



Na **tretji stopnji pomoči** učitelj ali šolski svetovalni delavec nudi individualno ali skupinsko pomoč učencem z RMK. Težave s priklicem in zapomnitvijo postopkov lahko olajšamo z učenjem **mnemotehnik**, ki omogočajo hitrejši priklic geometrijskih računskih obrazcev ali posameznih korakov reševanja geometrijskih aritmetičnih in konstrukcijskih problemov.

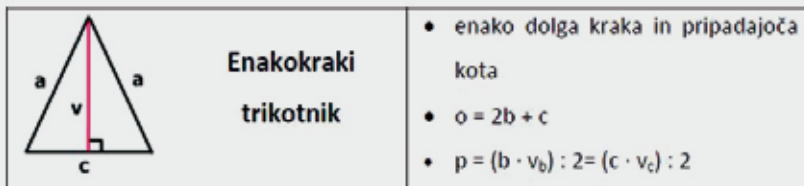
**Primer:** formula za izračun obsega kroga (Trček, 2013)



[Slika 1] Mnemotehnika za obseg kroga

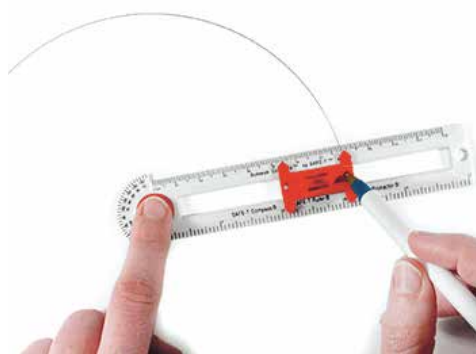
Naloge **risanja po navodilih** omogočajo učencem z RMK urjenje besedišča in sledenja navodilom. Omenjeno metodo dela lahko učenci izvajajo po navodilih učitelja ali izmenično v paru z vrstnikom. Dodatno pomoč pri učenju novih geometrijskih motoričnih dejavnosti (npr. konstrukcije enakostraničnega trikotnika s šestilom) učencem z RMK lahko nudijo **kartončki s postopki po zaporednih korakih**, učenje novih prostorskih in drugih geometrijskih pojmov pa izdelava **kartic prebliska** (Kenda, 2004).

**Primer:** enakokraki trikotnik (Trček, 2013)



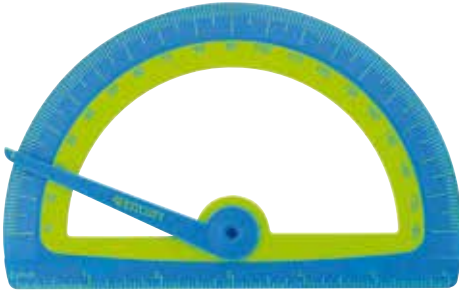
[Slika 2] Kartica prebliska za enakokraki trikotnik

Izrazitejši finomotorični in koordinacijskih primanjkljaji učencev z RMK lahko otežujejo uporabo običajnega geometrijskega orodja, zato potrebujejo **prilagojeno geometrijsko orodje** (npr. ravnilo z držalom, prilagojeno šestilo, šablone ali ravnila za risanje krožnic, pripomočke za konstrukcijo in merjenje kotov, nedrsečo podlago) (Trček, 2013). Pogosto učencem z RMK raba šestila olajša že enostaven trik s plastelinom, ki ga namestimo na središčno točko in vanj zapičimo šestilo. Plastelin bo preprečil drsenje šestila.



[Slika 3] Ravnilo za risanje krožnic (vir: <http://www.homeroomteacher.com/STP45701.aspx> (dostopno 1. 2. 2016)).

Podobno ravnilo za risanje krožnic si lahko ogledate na povezavi: <http://www.hartville-tool.com/product/442/calipers>.



[Slika 4] Konstruktor kotov (vir: [http://www.westcottbrand.com/product/83921.84147.0.0.0/500-14371/\\_/Westcott\\_Soft\\_Touch\\_School\\_Protractor\\_With\\_Anti-Microbial\\_Protection%2C\\_Assorted\\_Colors\\_\\_\\_%28Case\\_of\\_72%29](http://www.westcottbrand.com/product/83921.84147.0.0.0/500-14371/_/Westcott_Soft_Touch_School_Protractor_With_Anti-Microbial_Protection%2C_Assorted_Colors___%28Case_of_72%29) (dostopno 2. 2. 2016)).



[Slika 5] Konstruktor kotov (vir: <https://www.learningresources.com/product/angle+ruler--8482-.do?sortby=bestSellersAscend&page=2&refType=&from=fn&ecList=7&ecCategory=121898> (dostopno 2. 2. 2016)).

Podobno ravnilo za risanje kotov si lahko ogledate na povezavi: <https://www.launchingsuccess.com/360-angleviewer-trade-single.html> (30. 12. 2015).

Kljub dobri poučevalni praksi učitelja in skrbno načrtovani pomoči pri pouku geometrije, ki upošteva primanjkljaje in izhaja iz njihovih močnih področij, učenci z RMK pogosto potrebujejo dodatno strokovno pomoč v obliki specifičnih treningov veščin s področja geometrije. Le tako bodo lahko polno sodelovali pri pouku geometrije in razvijali geometrijske spretnosti, ki jim bodo v pomoč tudi kasneje v procesu vzgoje in izobraževanja na drugih predmetnih področjih.

## ε Za konec

Učenci z RMK nimajo le posebnih vzgojno-izobraževalnih potreb pri pouku geometrije, temveč tudi močna področja, ki jih moramo vsi vključeni v proces izobraževanja poznati in s pridom izkoristiti pri iskanju prilagoditev in ustreznih strategij dela z njimi. Tako bodo učenci z RMK lahko z ustrežno izbranimi strategijami poučevanja in prilagoditvami učnega okolja uspešno sodelovali tudi pri pouku geometrije znotraj razreda in naučeno prenašali tudi v nadaljnji proces izobraževanja.

## ζ Viri

1. American Psychiatric Association (APA). (2013). Diagnostic and statistical manual of mental disorders (5th ed.). Washington, DC: American Psychiatric Association.
2. Asonitou, K., Koutsoukia, D., Kourtessis, T., Charitou, S. (2012). Motor and cognitive performance differences

- between children with and without developmental coordination disorder (DCD). *Research in Developmental Disabilities* 33 (2012), 996-1005.
3. Bo, J., Lee, C. M. (2013). Motor skill learning in children with Developmental Coordination Disorder. *Research in Developmental Disabilities*, 34 (2013), 2047-2055.
  4. Cheng, H. C., Chen, J. Y., Tsai, C. L., n Shen, M. L., Cherng, R. J. (2011). Reading and writing performances of children 7–8 years of age with developmental coordination disorder in Taiwan. *Research in Developmental Disabilities*, 32 (2011), 2589–2594.
  5. Gamser, A. (2011). Strategije in oblike pomoči učencem z dispraksijo. V M. Košak Babuder, M. Velikonja (ur.): Učenci z učnimi težavami – Pomoč in podpora (str. 211–223). Ljubljana: Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani.
  6. Kavkler, M. (2003). Dispraksija - malo znana specifična učna težava. V Zbornik prispevkov 1. kongresa logopedov Slovenije z mednarodno udeležbo: Logopedija za vsa življenjska obdobja, str. 48-51. Bled: Zavod za gluhe in naglušne Ljubljana.
  7. Kavkler, M. (2011). Obravnava učencev z učnimi težavami pri matematiki. V M. Košak Babuder, M. Velikonja (ur.): Učenci z učnimi težavami - Pomoč in podpora, str. 124-156. Ljubljana: Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani.
  8. Kirby, A., Peters, L. (2007). 100 Ideas for Supporting Pupils with Dyspraxia and DCD. London and New York: Continuum International Publishing Group.
  9. Kenda, M. (2004). Pomoč sedmošolcu z neverbalnimi specifičnimi učnimi težavami (Diplomsko delo). Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani, Ljubljana.
  10. Košak Babuder, M. (2007). Neverbalne specifične učne težave – prilagoditve in strategije poučevanja pri vzgojnih predmetih. V: Učenci s specifičnimi učnimi težavami: Skriti zakladi – skriti primanjkljaji, str. 149-165. Ljubljana: Društvo Bravo – društvo za pomoč otrokom in mladostnikom s specifičnimi učnimi težavami.
  10. Magajna, L., Kavkler, M., Čačinovič Vogrinčič, G., Pečjak, S., Bregar Golobič, K. (2008). Koncept dela Učene

težave v osnovni šoli. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.

11. Rosenblum, S., Livneh Zirinski, M. (2008). Handwriting process and product characteristics of children diagnosed with developmental coordination disorder. *Human Movement Science*, 27 (2008), 200–214.
12. Smits-Engelsman, B. C. M., Niemeijer, A. S., Van Galen, G. P. (2001). Fine motor deficiencies in children diagnosed as DCD based on poor grapho-motor ability. *Human Movement Science*, 20(2001), 161-182.
13. Toussaint-Thorin, M., Marchal, F., Benkhaled, O., P. Pradat-Diehl, P., Boyera, b, F.-C., Chevignard, M. (2013). Executive functions of children with developmental dyspraxia: Assessment combining neuropsychological and ecological tests. *Annals of Physical and Rehabilitation Medicine*, 56 (4), 268-287.
14. Trček, M. (2013). Pomoč učencem z dispraksijo pri pouku geometrije. Diplomsko delo. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta.
15. Zwicker, J. G., Missiuna, C., Harris, S. R., Boyd, L. A. (2012). Developmental coordination disorder: A review and update. *European Journal of Pardiatric Neurology*, 16(6), 573-581.



# Pouk matematike v realističnem kontekstu: iz teorije v prakso

*Realistic Mathematics Education from  
Theory to Practice*

## Σ Povzetek

Prispevek obravnava pouk matematike v realističnem kontekstu (RME). Ideja o pouku matematike v realističnem kontekstu je bila oblikovana na Nizozemskem na podlagi Freudenthalovega pogleda na matematiko. Meni, da moramo matematiko povezati z resničnim življenjem in jo učencem približati. Pouk matematike bi se moral osredotočiti na aktivnost, na postopek matematizacije v izobraževalnem kontekstu. Prispevek obravnava teoretično podlago in praktična vprašanja izvajanja pouka matematike v realističnem kontekstu. V prvem delu pojasni glavna načela pouka matematike v realističnem kontekstu: 1) progresivna shematizacija, 2) številni modeli, 3) avtentični realistični konteksti, 4) integracija različnih učnih sklopov. V drugem delu obravnava vprašanja, povezana z izvajanjem pouka matematike v realističnem kontekstu v razredu. Priprava bodočih in delujočih učiteljev na pouk matematike v realističnem kontekstu je ključnega pomena za začetek izvajanja le-tega. Pozornost smo namenili metodam poučevanja v RME razredu, načrtovanju učnega načrta s strani učiteljev, učbenikom in preverjanju znanja. Analize, razlage in primeri, podani v prispevku, bodo morda spodbudili učitelje, da razmislijo o svoji praksi poučevanja.

**Ključne besede:** pouk matematike v realističnem kontekstu, matematizacija, realistični kontekst, celostno poučevanje.

**Jasmina Milinković**  
Pedagoška fakulteta,  
Beograd

### $\Sigma$ Abstract

*This paper addresses realistic mathematics education (RME). The idea of RME was conceptualized in Netherlands and was determined by Freudenthal's view about mathematics. It proposes that mathematics must be connected to reality and be relevant for learners. The focal point of mathematics education should be on activity, on the process of mathematization in an educational context. This paper discusses theoretical basis as well as practical issues in implementing RME. In the first part we shall explain the main principles of RME: 1) progressive schematization, 2) multiple models, 3) genuine realistic contexts, 4) integration of various learning strands. In the second part we shall discuss issues related to implementation of RME in the classroom. Preparing pre-service and in-service teachers for RME education is a critical point in attempt to implement it. We will pay attention to teaching methods in RME classroom, teachers' curriculum planning, textbooks and assessment. Provided analysis, explanations and examples may inspire teachers to reconsider their practice.*

**Key words:** *realistic mathematics education, mathematization, realistic context, integrative teaching.*

## $\alpha$ Uvod

Prispevek obravnava pouk matematike v realističnem kontekstu (RME). Ideja o RME je bila zasnovana na Nizozemskem, na njen razvoj pa je vplival Freudenthalov pogled na matematiko. RME predpostavlja določen pogled na šolsko matematiko in na način poučevanja predmeta matematika. O pouku matematike v realističnem kontekstu (RME) lahko razmišljamo kot o alternativni mehanističnemu ali strukturalističnemu pristopu. Za mehanistični pogled je matematika nabor pravil in algoritmov. Te je treba usvojiti in izdatno utrjevati za doseg dobrih učnih rezultatov. Pri preverjanju je poudarek na poznavanju pravil in njihovi uporabi pri reševanju sorodnih problemov. Za francosko

matematično šolo Bourbakija je matematika organiziran in formaliziran deduktivni sistem. Po njihovem mnenju je učenje matematike v svojih temeljih kognitiven izziv razumevanja strukture matematičnega sistema. V nasprotju z njimi RME poudarja, da mora biti matematika povezana z realnostjo in blizu učencu. Osrednji poudarek pouka matematike bi moral biti na dejavnostih, na procesu matematizacije in na učnem kontekstu. Namesto učenja predhodno pripravljenih in učencu posredovanih strategij se učenca spodbudi k odkrivanju in ustvarjanju lastnih in se ga postopoma vodi k bolj formalnemu pristopu.

V prispevku so predstavljene teoretične osnove in praktična vprašanja, povezana z izvedbo RME.



## β Osnovna načela RME

Ideje Freudenthala in Treffersa so temelji RME. Treffers (1987) je opisal naslednje značilnosti RME:

1. uporaba konteksta,
2. uporaba modelov,
3. uporaba učenčevih lastnih izdelkov in konstrukcij,
4. interaktivno poučevanje<sup>1</sup> in
5. prepletanje različnih učnih vsebin.

V nadaljevanju bomo podrobneje izpostavili osnovna načela RME. Hans Freudenthal je bil prepričan, da morajo otroci odkriti matematiko tako, da se z njo ukvarjajo. Van den Huvel-Panhuizen ugotavlja, da RME načela izhajajo iz Trefferjeve teorije poučevanja (1987), ki poudarja pomembnost konteksta, »vertikalnih instrumentov<sup>2</sup>«, učenčevih izdelkov, interaktivnosti procesa učenja in poučevanja in prepletanja učnih vsebin.

### Progressivna shematizacija

Ko je Freudenthal razmišljal o poučevanju matematike, je izpostavil, da je matematizacija ključnega pomena. Treffers (1978, 1987) je ločil dva tipa matematizacije v učnem okolju: horizontalno in vertikalno. Horizontalna matematizacija vključuje prehod iz realnosti v svet matematičnih simbolov. Učenci rešujejo situacije iz realnega življenja z matematičnimi orodji. Vertikalna matema-

tizacija je proces izgradnje in reorganizacije znotraj matematične strukture z odkrivanjem povezav in odnosov med pojmi ter iskanjem bližnjic.

Shematizacija je proces postopne izgradnje miselnih shem do matematično formalnih shem. Shematizacija v matematiki je rezultat matematizacije. Učenci gredo pri učenju matematike čez različne nivoje razumevanja. V začetku učnega procesa začnejo z reševanjem problema in razvijanjem sposobnosti iskanja neformalnih rešitev, ki so pogojene s kontekstom. Učenci postopoma gradijo sheme osnovnih načel in širših povezav. Sposobnost reflektiranja preteklih aktivnosti označuje naslednjo stopnjo v procesu učenja. Progressivna shematizacija je rezultat horizontalne in vertikalne matematizacije. Pri tem se sheme dosežejo v več zaporednih stopnjah od horizontalne do vertikalne matematizacije.

### Številni modeli

Modeliranje prevede probleme, podane v realističnem kontekstu, v matematično domeno. Učenci razvijejo modele razmišljanja, ki olajšajo razumevanje. Modeli so orodja mediacije med stvarnostjo in abstraktnim matematičnim svetom. Učencu pomagajo reševati matematične probleme na različnih ravneh abstrakcije. Modeliranje problemske situacije je sestavni del procesa reševanja problemov v realnem kontekstu z matematizacijo. Rezultat procesa je matematični model. Rešitev problema se najprej poišče na osnovi matematičnega modela in nato prevede nazaj v realistični kontekst. Modeli služijo kot didaktični pripomočki za prehod med neformalnim matematičnim znanjem povezanim z realnim kontekstom in formalnim matematičnim sistemom (Van den Huvel-Panhuizen, 2000).

1 Interaktivnost – sodelovanje med učenci, učencem in učiteljem, učenci sprašujejo, razlagajo, preverjajo, se strinjajo, nasprotujejo in ugovarjajo, razširijo problem ...

2 'Vertikalo', to je prehod od realnega do abstraktnega, omogočajo npr. dejavnosti z modeli, ki učencu v kontekstu danega problema pomagajo v procesu matematizacije.

## Avtentični realistični kontekst

Poučevanje matematike na razredni stopnji se tradicionalno opira na intuicijo učencev. Učitelji začnejo z nalogami, ki so tako preproste, da je rešitev »vizualno očitna«. Preproste problemske situacije so pogosto predstavljene s slikami. Primer takšne problemske situacije je naloga, kjer morajo učenci prešteti ptice, ki sedijo na električnih žicah, in v nadaljevanju ustrezno dopolniti svoj odgovor, ko na žico priletijo nove ptice.

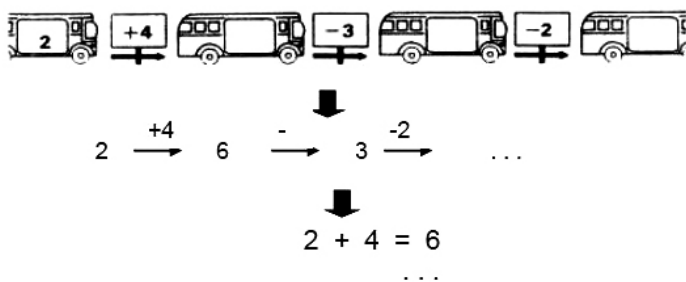
Realistični kontekst v RME lahko razlikujemo na osnovi kompleksnosti. Kontekst mora biti bogat in pripravljen tako, da učenca izzove in spodbudi k razmisleku. Realistični kontekst večplastnih problemov zagotavlja možnost za razširitev učne izkušnje, vzpostavljanje povezav in prenos znanja. Takšni problemi so lahko izhodišče za učni proces. To pomeni, da je njihova vloga dvojna. Uporabljajo se, da izzovejo, oblikujejo ali ponovno vzpostavijo matematični koncept. Poleg tega se z njimi pokaže, kako je mogoče matematično znanje uporabiti za reševanje problemskih situacij v realističnem kontekstu.

Rezultati intuitivnega reševanja problemov iz realnega sveta, ki temeljijo na čutni izkušnji, so matematični koncepti, ki se oblikujejo spontano. Znanje v obliki miselnih

shem prvotno temelji na čutnem dojetanju predmetnega sveta. Lahko bi ga označili tudi kot znanje, ki ga pridobimo s pomočjo čutnega zaznavanja (senzorno učenje/sensory based knowledge). Prepoznavanje skupnih in različnih značilnosti, povezav in odnosov vodi k razlikovanju med primeri, ki se (ali pa ne) dobro ujemajo s shemo. Matematični simboli, besede in objekti nastopajo v vlogi stvari, bitij in situacij.

Beseda *realistično* je lahko kot bistvena značilnost za RME zavajajoča. Izraz se ne nanaša samo na »realistične situacije« v učenčevi okolici. Označuje tudi namišljene učne situacije, primerne za učenca. Kontekst se res lahko nanaša na stvarno situacijo, lahko pa gre za kontekst iz pravljice, zgodbe itd. Otroci si lahko včasih predstavljajo tudi »formalni matematični svet«. Micic (2005) govori tudi o možnih načinih za raziskovanje lastnosti trikotnika z uporabo igri podobne dejavnosti z didaktičnim orodjem, poimenovanim »mrdalice« (ang. dangler).

Tipični primer problema v realističnem kontekstu je sledenje spreminjanju števila potnikov v avtobusu (Gravemeijer, 1994). Pripoved o dogajanju na avtobusnih postajah (slika 1) vodi v diskusije (običajno v manjših skupinah), oblikovanje predstav in v razvoj neformalnih strategij reševanja.



[Slika 1] Problem avtobusa (vir: Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-b press/ Freudenthal Institute (dostopno 13. 1. 2016)). Objavljeno z dovoljenjem Freudenthal Institute.

## Združevanje različnih učnih vsebin

O združevanju vsebin v matematiki lahko razmišljamo na nivoju obravnave posameznega problema, učne ure, enote, sklopa, predmeta ali učnega načrta. V matematični domeni, kot pojasnjuje House (2003, str. 5), to pomeni celostni matematični kurikulum, kjer:

1. se teme različnih matematičnih področij povezujejo in se tako poudari medsebojna povezanost področij in/ali
2. so vključene povezave med temami znotraj matematike ter med matematiko in drugimi disciplinami.

Znotraj integracije matematičnih tem lahko nadalje razlikujemo

- a) integracijo skozi koncept, ki združuje, povezuje različne matematične vsebine (taka koncepta sta npr. funkcija ali matematično modeliranje) in
- b) integracijo z združevanjem matematičnih sklopov.

Zaznavanje realnosti kot kompleksnega sistema je rezultat prepoznavanja podrobnosti in kako so le-te med seboj povezane in prepletene (ne glede na to, ali gre za očitno povezavo ali ne). To se odraža v načinu pridobivanja znanja v šoli in tudi v vsakdanjem življenju. Prepoznavanje povezav je osnova za razvijanje znanja v znanosti in tudi v šoli v okviru šolskih predmetov (Milinkovic idr., 2010). Eden ključnih ciljev takšnega pristopa je otrokom omogočiti, da razvijejo večplasten pogled na določene probleme. Uporaba bogatih odprtih<sup>3</sup> problemskih situacij vodi

3 *Ill defined – pomeni 'slabo' definiranih, ker ni mogoč enoznačen odgovor. To pomeni manjkajoče podatke ali manjkajoče pogoje oziroma situacijo, v kateri si mora učenec sam pridobiti podatke, privzeti določene okoliščine in postaviti raziskovalno vprašanje.*

učenca k identificiranju problema in razvijanju načrta za razrešitev, ki zahteva vzpostavitve povezav in prenos znanja (Milinkovic idr., 2012). Glavni cilj je pospeševanje razvoja celovitega pristopa k problemom in h koheziji ter povezavi funkcionalnega znanja (Milinković 2010).

Na primer, med štiriletnim kurikulumom v ZDA bodo učenci poglobljeno raziskovali matematične teme o številih, ulomke, razmerja, desetiške ulomke, cela števila, merjenje, evklidsko geometrijo, koordinatno geometrijo, transformacije, verjetnost in statistiko, algebro, vzorce in funkcije (kurikulum v okviru projekta *Matematika v kontekstu (MIC)*). Kljub temu da je večina enot v kurikulumu MIC osredotočena na eno področje, veliko drugih povezuje matematične koncepte. Enota *Connections (Povezave)* v projektu MIC prepleta geometrijo, števila, verjetnost in algebro. Učenci pričnejo z raziskovanjem različnih vrst zemljevidov, risanjem in preučevanjem grafov. Razumevanje razširijo z različnimi reprezentacijami pojmov in se učijo sprejemati odločitve.

## γ Implementacija RME v razredu

Ena od osrednjih dilem raziskav izobraževalnih programov je implementacija dognanj v šole. Poleg uradnih ustanov, ki želijo in odobrijo spremembe programov, so za sprejemanje sprememb pomembni tudi učitelji. Uspešnost tovrstnih reform je odvisna od motiviranosti učiteljev, saj od njih terjajo dodatno prizadevanje, udeležbo na seminarjih, branje, izdelavo novih učnih priprav in didaktičnega materiala za otroke. Če učitelji predlagane pristope prepoznajo kot takšne, ki bi jih bilo vredno preizkusiti v razredu, smo na dobri poti do uspeha. RME se upo-

rablja predvsem na Nizozemskem, vendar so ključne ideje o pristopu razširjene po vsem svetu. Preučujejo in uporabljajo se tudi novi programi, ki izhajajo iz idej RME. Omenimo tri raziskovalne projekte, ki so bili oblikovani znotraj okvirjev RME:

1. *Mathematics in Context* (Matematika v kontekstu),
2. *Core Plus Mathematical Project* (Projekt Jedrna plus matematika) in
3. *Connected mathematics* (Povezana matematika).

V tem prispevku bomo podrobneje opisali pristop, ki je bil razvit v okviru projekta Matematika v kontekstu.

### Priprava bodočih učiteljev in učiteljev za proces RME

Odgovori na nekaj osnovnih vprašanj so učiteljem v pomoč pri pripravi na RME:

1. Kakšna je učiteljeva vloga v razredu pri RME?
2. Katere učne metode naj učitelj uporablja?
3. Katera didaktična sredstva so primerna?
4. Kako oceniti učenčev učni napredek?

Marja Van den Heuvel-Panhuizen poudarja, da imajo »v RME tako učitelji kot tudi didaktična sredstva (učbeniki) odločilno vlogo pri pridobivanju znanja ... Učenci potrebujejo prostor, kjer lahko sami konstruirajo matematične koncepte in orodja.« (Van den Heuvel-Panhuizen, 2000, str. 9). Didaktična sredstva so najpomembnejši pripomočki pri pripravi učnega procesa. Učbeniki določajo vsebino in odločilno vplivajo na izbiro učne metode. Če se od učencev pričakuje, da odkrivajo matematiko, potem jih učbeniki pri tem raziskovanju ne smejo ovirati. Učitelji so tisti, ki skupaj z učbeniki sooblikujejo smernice pri odkrivanju in raziskovanju matematike.

### Učne metode pri pouku matematike v realističnem kontekstu

Pristop v okviru RME izhaja iz teorije »socialnega konstruktivizma.« Teorija temelji na prepričanju, da vsak prispeva osebno izkušnjo stvarnosti in zgradi lastno razumevanje učne vsebine skozi interakcije v učilnici, ki predstavlja socialno okolje. Izgradnja znanja je rezultat skupnega razumevanja, utemeljitev interpretacij in domnev, o katerih se razpravlja v učilnici. Proces izgradnje znanja se prične z izkušnjo; posredovane informacije se organizirajo in shranijo v spomin. S ponavljanjem izkušnje um oblikuje »shemo« - kompleksno mrežo medsebojno povezanih dejstev (pojmov, pravil, postopkov, strategij) in odnosov (Greeno, 1991, Romberg, 1991).

Kakšna je torej vloga učitelja pri pouku matematike v realističnem kontekstu? Učitelj nastopa v vlogi usmerjevalca, ki pomaga organizirati učenje. Učitelj sprejema odločitve, povezane s sodelovanjem v skupinah, z individualnim delom, manipulativnimi učnimi pripomočki in uporabo učne tehnologije. Od učitelja se pričakuje, da učencu omogoči učenje z lastnim tempom, ki vključuje tudi napor. Učenec običajno potrebuje več časa, da sam zgradi lastno matematično znanje v primerjavi z učenjem, kjer je nenehno voden. Učitelj naj bo torej dovolj potrpežljiv in pripravljen učencem dovoliti, da (počasi in z velikim naporom) rešijo probleme na svoj neformalen način, namesto da si zgolj zapomnijo formalni postopek brez razumevanja. Učitelj mora spremljati tudi učenčev napredek skozi daljše časovno obdobje. Uspešno vzpostavljena komunikacija med učitelji in učenci dodatno prispeva k nadaljnjemu razvoju učenca.

### Učna priprava

Priprava na učno uro temelji na učnih ciljnih in pričakovanih dosežkih, ki so zapisa-

ni v učnem načrtu. Pomen matematičnega računanja, kdaj in kaj naj se poučuje, vloga razvijanja računskih spretnosti, uporaba računal in sodobne tehnologije vplivajo na pedagoško prakso. V začetnih fazah razvoja RME je bila pozornost usmerjena v oblikovanje realističnih problemov v kontekstu. V ospredje je bila postavljena horizontalna matematizacija. Skozi leta so RME programi preusmerili pozornost na vertikalno matematizacijo, zavedajoč se njene pomembnosti.

Opišimo »običajno« učno uro pri pouku matematike v realističnem kontekstu. Ura bi se pričela s konkretno problemsko situacijo, zanimivo za učence. Učenci dobijo navodilo, da poiščejo rešitev s pomočjo modeliranja. Problem je kontekst za učenje. Bolj ali manj kompleksen problem zahteva kombinacijo ene ali več pomembnih matematičnih idej (npr. vsota dolžin dveh stranic trikotnika je vedno večja od dolžine tretje stranice). V nadaljevanju učitelj načrtuje aktivnosti na način, ki se prilagaja potrebam učencev. Učitelj pri tem načrtuje vrsto različnih aktivnosti, s katerimi se nadgrajuje začetna problemska situacija, na primer raziskovanje v drugačnem kontekstu, raziskovanje skozi igro itd.

## Ocenjevanje

Kako pa učitelji prepoznajo, kaj učenci vedo pri pouku matematike o realističnem kontekstu? Da si učitelj ustvari pravilno sliko o učenčevem razumevanju in učni uspešnosti, potrebuje več virov informacij. Namen ocenjevanja pri RME je pridobitev informacij o razvoju strukture matematičnega znanja. Pomembna elementa tega procesa sta načrtovanje in zbiranje dokazov o učenčevih matematičnih kompetencah in izdelava informativnega profila, s katerim učitelj preverja učenčev napredek in rezultate primerja

s preteklimi profili, učiteljevimi cilji in standardi. Učenčev profil naj vključuje naslednje informacije:

- način reševanja (smiselnih) matematičnih problemov,
- kako podaja ideje (v matematičnem jeziku),
- učinkovitost matematičnega sklepanja,
- ali povezuje matematiko z drugimi področji in vsakdanjim življenjem,
- razumevanje matematičnih konceptov in postopkov, učenčev odnos do matematike (ustvarjalnost, interes, zaupanje).

Viri teh informacij vključujejo kontrolne sezname opazovanj, intervjuje, listovnike, naloge in konstrukcije modelov, eseje, govorne predstavitve v razredu, domače naloge in tudi medsebojno sodelovanje. Na primer, v projektu MIC v enoti Obdelava podatkov se učitelju priporočajo individualne in skupinske aktivnosti. Učence se najprej seznanijo s krajšo uvodno zgodbo.

### Spomin

»vrh, sok, daj, nos, pes«

To so besede z enim zlogom in nekatere se da zlahka zapomniti.

Kaj menite, koliko si jih lahko zapomnite od dvajsetih (v katerem koli vrstnem redu)?

Ko zanimanje učencev za zgodbo naraste, dobijo nabor podatkov iz študije o človekovem spominu. Učenci dobijo navodilo, da na osnovi gradiva

1. vizualno predstavijo podatke z uporabo grafov,
2. analizirajo podatke,
3. poiščejo vzorce,
4. označijo odnos med starostjo in spominom.

Prav tako se učenci odločijo, katera vizualna predstavitev podatkov je najprimernejša in svojo odločitev tudi utemeljijo. Ob koncu učenci izračunajo še povprečje in mediano za vsako od starostnih skupin. S tem se učna ura ne zaključi. Učenci dobijo nadaljnja navodila za delo v skupini:

Prpravite eksperiment, s katerim boste preverili, ali so vaši rezultati pri pomnjenju boljši od zgoraj navedenih. Rezultate prikažite grafično in jih primerjajte s predhodnimi odgovori.

Ob koncu se učence oceni na osnovi različnih konceptov in postopkov, ki se nanašajo na učno enoto od risanja drevesnega diag-

rama, škatle z brki, histogramov, računanja povprečja in mediane do argumentiranja in dodatnih aktivnostih, ki so pokazatelji sposobnosti reševanja problemov v različnih kontekstih (na primer o razvadi kajenja med mladoletniki).

## δ Zaključek

RME je stalno razvijajoč se izobraževalni pristop k poučevanju matematike. Ne daje povsem jasnih in dokončnih odgovorov o tem, kako naj se matematika poučuje na vsaki stopnji šolanja. Ne vemo, ali je pristop primeren za vse učence (spol, zanimanje za matematiko, poklicna usmerjenost). Zagotovo pa gre za pristop, ki je vreden razmisleka.

### ε Viri

1. De Lange, J. (1987) *Mathematics, Insights and Meaning*. Utrecht, OW&OC, Utrecht University.
2. Fredenthal, H. (1991) *Revisiting mathematics education*. China lectures. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
3. Gravemeijer, K.P.E. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Utrecht: CD-b press/ Fredenthal Institute.
4. Greeno, J. (1991) Number sence as a situated knolwing in a conceptual domain. *Journal for research in mathematics education*, 22(3) 170-213.
5. House, P.A. & Coxford, A. F. (1995) *Connecting Mathematics across the Curriculum*, 1995 Yearbook. NCTM.
6. National Center for Research in Mathematical Sciences Educational Staff at the University of Wisconsin-Madison T.A. Romberg, Director, G. Burrill, M. A. Fix, J. A. Middleton, M. Meyer, M. Pligge, J. Brendefur, L.J. Brinker, J. Browne, J. Burrill, R. Byrd, P. Christiansen, B. Clarke, D. Clarke, B. Cole, F. Dremock, T. Halevi, J. Milinkovic, M. Shafer, J. A. Shew, K. Schultz, A., N. Simon, M. Smith, S. Z. Smith, M. S. Spence, & K. A.



Steele, Freudenthal Institute Staff at the University of Utrecht, The Netherlands, J. deLange, Director, E.eijs, M. van Reeuwijk, M. Abels, N. Boswinkel, F. van Galen, K. Gravemeijer, M. van den Heuvel-Panhuizen, J. Auke de Jong, V. Jonker, R. Keijzer, M. Kindt, J. Niehaus, N. Querelle, A. Roodhardt, L Streefland, A. Treffers, M. Wijers, and A. de Wild (1998) *Mathematics in Context: A middle school curriculum for grades 5–8, developed by the Mathematics in Context (MiC) project*, Enciclopedia Brittanica, Educational Corporation.

7. Micic, V. (2005) Učenje otkrivanjem – možda novi pristup. *Nastava matematike*, L, 4, 13-21. Društvo matematicara Srbije.
8. Milinkovic, J. (2012). Problem solving in integrated research: the results of an action research project. In Feyza Doyran (Ed) *Research on Teacher Education and Training* (pp.165-176). Athens Institute for Education and Research.
9. Milinkovic, J. (2010). Pupils' active learning in integrated mathematics and technical education class: case study. In *Student in contemporary learning and teaching* (pp 97-109) Učiteljski fakultet.
10. Milinkovic, J. (2007) Realno okruženje kao izvor matematičkih pojmova *Didaktičko metodički aspekti promena u osnovnoskolskom vaspitanju*.
11. Romberg, T. (1991) *How one comes to know*. Paper presented as the ICMI Study conference on Assessment in mathematics and its effects, April, 1991, Calonge, Spain.
12. Treffers, A. (1987) Three dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instruction – the Wiskobas Project Dordrecht: Reidel Publishing Company.
13. Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001) Realistic Mathematics Education as work in progress”, *Proceedings of 2001 The Netherlands and Taiwan Conference on Mathematics Education*.
14. Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2000) *Mathematics education in the Netherlands: A guided tour*. Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9, Utrecht, Utrecht University.

Prevod članka iz angleščine: Katja Breznik



# K

## Vloga matematičnih reprezentacij v i-gradivih za delo na i-tabli

*The Role of Mathematical Representations in Interactive iBoard Materials*

**Amela Sambolić**

**Beganović**

Zavod RS za šolstvo

### Σ Povzetek

Učitelji matematike, ki imajo interaktivno tablo (i-tablo) v razredu in jo tudi uporabljajo, za pouk praviloma ustvarjajo lastna avtorska interaktivna gradiva (i-gradiva). V članku kritično analiziramo i-gradiva učiteljev matematike za delo na i-tabli v osnovni šoli. Na posameznih listih v i-gradivih (t. i. i-prosojnicah) smo raziskovali, koliko učitelji matematike pripravljajo dejavnosti, ki vključujejo zunanje matematične reprezentacije (enaktivne, ikonične in simbolne) in kakšna je vloga le-teh pri razumevanju matematičnih pojmov. Analiza 588 posameznih listov i-gradiv (t. i. i-prosojnic) za 6. razred na temo aritmetika in algebra ter za 9. razred na temo geometrija je pokazala visok delež ikoničnih in simbolnih reprezentacij pri vsebini geometrija in merjenje v 9. razredu. Prav tako so nas na posameznih i-prosojnicah v i-gradivih zanimale idejne rešitve učiteljev matematike pri ustvarjanju dejavnosti v povezavi s programsko opremo i-table, ki težijo rešitvam, iz katerih je mogoče razbrati proces prehajanja med različnimi reprezentacijami. Nekatere izmed teh rešitev v članku tudi ponazorimo s primeri posameznih i-prosojnic. Poglobljeno preučevanje posameznih i-prosojnic nam je omogočilo globlji uvid v značilnosti i-gradiv, ki jih učitelji matematike pripravljajo za delo na i-tabli. Izkazalo se je, da se učitelji matematike zavedajo velikih možnosti i-table, vendar jih za zdaj premalo smiselno izkoriščajo. V članku razpravljamo tudi o vlogi učnega gradi-

va (v našem primeru i-gradiva za delo na i-tabli) pri razvoju matematičnih pojmov in vplivu na znanje učečih se. Članek končamo z napotki za ustvarjanje i-gradiv, ki smiselno in didaktično ustrezno vključujejo matematične reprezentacije.

**Ključne besede:** pouk matematike v osnovni šoli, i-tabla, i-gradiva, matematične reprezentacije pojmov

### *Σ Abstract*

*Teachers of Mathematics, who have the interactive board (iBoard) in the classroom and use it for instructions, create their own original interactive materials (i-materials) as a rule. In the article we critically analyse the i-materials for the i-board in primary school as employed by Mathematics teachers. We explore to what extent they prepare activities involving external mathematical representations (enactive, iconic and symbolic) on the cases of individual sheets in i-materials (i.e. i-slides), and the role of the mentioned representations in understanding mathematical concepts. An analysis of 588 6<sup>th</sup> grade individual sheets of i-materials (i.e. i-transparencies) for the topics of Arithmetic and Algebra, and for the 9<sup>th</sup> grade the topic of Geometry showed a high proportion of iconic and symbolic representations in teaching content Geometry and measurement in the 9<sup>th</sup> grade. On individual i-slides in i-materials we also examine the conceptual solutions of Mathematics teachers in creating activities connected to i-board software, which tend towards solutions in which we can note the process of transition between different representations. Some of these solutions in the article are also illustrated by examples of individual i-transparencies. An in-depth study of individual i-transparencies allowed us a deeper insight into the characteristics of i-materials which teachers of Mathematics prepare for the i-board. It turns out that Mathematics teachers are aware of the potential of the i-board, although they currently aren't sensibly exploiting it.*

*In the paper we also discuss the role of teaching materials (in our case i-materials for the i-board) in the development of mathematical concepts and the impact of teaching materials on students' knowledge. We conclude the article with directions for the creation of i-materials which sensibly and didactically appropriately include mathematical representation.*

**Keywords:** *Mathematics lessons in elementary school, i-board, i-materials, mathematical representations of concepts*

## α Uvod

Po letu 2008 opažamo intenzivnejše opremljanje slovenskih šol z i-tablami. Prek razpisov Ministrstva za izobraževanje, znanost in šport, na katere so se šole imele možnost prijaviti, je bil sofinanciran nakup i-tabel približno 750 osnovnim in srednjim šolam. V tem času ugotavljamo tudi porast člankov slovenskih učiteljev o uporabi i-table<sup>1</sup>. Učitelji v člankih pogosto opisujejo i-tablo kot pripomoček, ki jim tudi ob razmeroma preprosti uporabi<sup>2</sup> zagotavlja prihranek časa pri pouku. Tudi nekatere druge izkustvene ugotovitve slovenskih učiteljev sovpadajo z navedbami tujih raziskovalcev in strokovnjakov s področja uporabe i-table pri pouku. Glede na pregledno literaturo o uporabi i-table predstavljamo nekaj trditev, v katerih je i-tabla tako pri domačih kot tudi pri tujih strokovnjakih opisana kot pripomoček, ki:

- obeta večjo podporo poučevanju in učenju (BECTA, 2004; Higgins in dr., 2007; Brown, 2002).
- vpliva na dvig motivacije učečih se za učenje (Higgins, Beauchamp, Miller, 2007),
- izboljšuje interakcijo med učiteljem, učečimi se in učnim gradivom, ki ga uporabljamo na i-tabli (Somekh in dr., 2007),
- učiteljem omogoča, da z uporabo različnih multimedijskih elementov (slike, zvoka, videa, animacije) naslovijo tudi ti-

1 *Mislimo na objave in predstavitve učiteljev na konferencah mednarodnih konferencah, kot so SirIKT, Vivid, InfoKomTeh, KUPM.*

2 *Učitelj uporablja i-tablo kot običajno tablo za pisanje ter za prezentacijo različnih predstavitev multimedijskih elementov (besedil, slik, zvoka, posnetkov idr.). Upravlja jo s pomočjo miške in prek interaktivnega zaslona i-table. Učeči si tudi pišejo na i-tablo in jo uporabljajo za reševanje že vnaprej izbranih oz. pripravljenih interaktivnih nalog (Haldane in Somekh, 2005).*

ste učeče se, ki jim besedilo kot edini vir komunikacije ni dovolj (Higgins, Falzon, Hall, Moseley, Smith F., Smith H., Wall, 2005),

- prispeva k dvigu kakovosti poučevanja (Türel in Johnson, 2012).

Večina učiteljev, ki uporabljajo i-tablo, ustvarjajo lastna učna gradiva za delo na i-tabli. Nekateri učitelji so večšine za delo z i-tablo in pripravo i-gradiv pridobili na seminarju z naslovom Interaktiven in dinamičen pouk z interaktivno tablo. Namen tega seminarja, ki je nastal v okviru projekta E-kompetentni učitelj<sup>3</sup>, je bil usposobiti učitelje za izdelavo, oblikovanje in posodabljanje učnih gradiv z ustreznimi dejavnostmi, ki zagotavljajo večjo podporo pri poučevanju in učenju z i-tablo. Učitelji so v okviru tega seminarja izdelovali i-gradivo v skladu s smernicami za izdelavo (priloga 1). Te so vsebovale le nabor tehničnih, vsebinskih in didaktičnih zahtev in niso načrtno spodbujale učitelje k ustvarjanju takšnih i-gradiv za matematiko, ki bi vključevala raznovrstne matematične reprezentacije pojmov. I-gradivo, ki je nastalo na seminarju, so učitelji preizkusili pri pouku in ga nato oddali v spletno učilnico I-tabla, zbiranje gradiv, ki je na portalu Slovenskega izobraževalnega omrežja ([www.sio.si](http://www.sio.si)).

V omenjeni spletni učilnici je 182 i-gradiv za matematiko. Za raziskovanje vloge matematičnih reprezentacij v i-gradivih za delo na i-tabli smo uporabili 20 i-gradiv za 6. razred iz tem aritmetika in algebra in 38 i-gra-

3 *V Projektu E-šolstvo (<http://projekt.sio.si/e-solstvo/>), ki se je izvajal od 2008 do 2013, sta bila združena dva projekta: projekt E-kompetentni učitelj in projekt E-podpora. Cilj projekta E-kompetentni učitelj je bil razvoj in izvedba programov usposabljanja učiteljev in drugih strokovnih delavcev za uporabo IKT.*

div za 9. razred iz tem geometrija in merjenje. Za enoto preučevanja smo izbrali en list i-gradiva, tj. i-prosojnico. 208 i-prosojnic za 6. razreda in 380 i-prosojnicah za 9. razred smo uporabili:

1. pri analizi dejavnosti na posameznih i-prosojnicah, ki vključujejo raznovrstne matematične reprezentacije pojmov (enaktivne, ikonične in simbolne), in
2. za ilustracijo različnih idejnih rešitev učiteljev matematike v povezavi s programsko opremo i-table s poudarkom na tistih rešitvah, iz katerih je mogoče razbrati proces prehajanja med različnimi reprezentacijami.

V nadaljevanju opisujemo vlogo učnega gradiva pri razvoju matematičnih pojmov in vplivu na znanje učečih se – v našem primeru i-gradiva za delo na i-tabli.

## β Vloga in vpliv učnega gradiva

Ali lahko pouk matematike poteka brez učnega gradiva? Skoraj nemogoče. Učno gradivo ima pomembno vlogo v učnem procesu. Učitelj lahko s kakovostnim učnim gradivom, ki omogoča primerne (matematične) dejavnosti, zagotovo aktivira učeče se na način, da sami, z lastnim udejstvovanjem, skrbijo za razvoj matematičnih pojmov in izgrajevanje znanja. Avtorji teorij učenja (Paiget, 1971; Dewey, 1938; Dienes, 1969; Bruner, 1960) ugotavljajo, da je za razvoj razumevanja pojmov pomembna neposredna interakcija učečega se z okoljem (Post, 1981:110). V našem primeru interakcijo z okoljem razumemo kot manipulacijo z dejavnostmi v učnem gradivu, ki imajo določen matematični potencial v smislu razvoja matematičnih pojmov. Gellert svari (2004:163), da je

pri načrtovanju pouka z uporabo učnega gradiva, pri katerem so bolj kot učiteljeve v ospredju aktivnosti učečih se, treba biti previden. Opozarja na dvoje:

1. Pri aktivnostih učečega se v povezavi z ustvarjeno dejavnostjo v učnem gradivu lahko pride do nerazumevanja matematičnega potenciala (pri učečih se), na katerega so prisegali učitelji in ta (p)ostane neizkoriščen.
2. Učitelj mora upoštevati predhodna matematična znanja in izkušnje učečih se, ki lahko vplivajo na to, kako učeči se razumejo in ravnaajo z dejavnostmi, pripravljenimi v učnem gradivu.

Če povzamemo, večjo vlogo pri ustreznem razvoju matematičnih pojmov in izgrajevanju matematičnega znanja ima dogovor med učiteljem in učečimi se, kako (na kakšen način) uporabljati učno gradivo, kot ne nadzorovano upravljanje z učnim gradivom (Gellert, 2004: 164).

Učno gradivo pri pouku ima na nek način vlogo mediatorja med:

- učiteljem in učečimi se ter
- med cilji matematičnega pouka in njegovimi rezultati – matematično izobraženi posamezniki (Gellert, 2004: prav tam)

Bučarjeva (2011) je zasnovala učno gradivo za delo na i-tabli po načelih poučevanja matematike na razredni stopnji in pri tem izkoristila široko paleto možnosti sodobne informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT). Učno gradivo je uporabila pri pouku na način, da je s svojimi učnimi pristopi upoštevala potrebe in razvojno stopnjo eksperimentalne skupine učečih se pri starosti od 6 do 7 let. Z rezultati empirične raziskave je pokazala, da je eksperimentalna skupina učečih se dosegla višje rezultate kot kontrolna skupina pri preverjanju znanja o telesih,

likih in črtah. Vendar opozarja, da zgolj učno gradivo in i-tabla nista dovolj za takšen rezultat/izid. Ugotavlja, da le z osmišljenimi pristopi poučevanja in skrbno načrtovanim poukom z učnim gradivom pripomoremo k doseganju višjih učnih dosežkov učečih se (Bučar, 2011: 128)

Kakovostno učno i-gradivo naj postavi učečega se v središče učnega procesa (Kreuh, Mohorčič, Kač, 2011). Menimo, da bi učitelji, ustvarjalci i-gradiv za delo na i-tabli morali ustvarjati takšne dejavnosti na i-prosojnicah, ki podpirajo razvoj matematičnih pojmov, omogočajo izgrajevanje znanja pri učečih se in spodbujajo aktivno učenje. Pri prikazu oz. predstavitev matematičnih pojmov učečim se ne smejo manjkati raznovrstne matematične reprezentacije (Lipovec, 2013).

Zato menimo, da je eden izmed ključnih elementov kakovostnega i-gradiva za matematiko ta, da so v i-gradivu ustrezno in osmišljeno zastopane zunanje matematične reprezentacije. V nadaljevanju definiramo zunanje matematične reprezentacije, opišemo, kakšna je njihova vloga pri razumevanju matematičnih pojmov ter nekatere ponazorimo na primerih posameznih i-prosojnic.

## γ Matematične reprezentacije na i-prosojnicah

V sodobni literaturi zasledimo različne, a vendar podobne definicije o tem, kaj je to matematična reprezentacija. Beseda reprezentacija po Slovarju slovenskega knjižnega jezika (SSKJ) pomeni prikaz oz. predstavitev. Hodnik Čadeževa (2007:190) deli matematične reprezentacije na notranje (miselne predstave) in zunanje (okolje) in pri tem poudarja, da sta obe ključnega pomena pri ko-

munikaciji v matematiki. V članku se osredinjamo na zunanje reprezentacije, ker prav te pri pouku matematike v glavnem tudi uporabljamo (Hodnik Čadež, 2007: prav tam). Psiholog Jerome Bruner (1964) opredeljuje tri kategorije predstavitve informacij:

- enaktivne,
- ikonične,
- in simbolne reprezentacije.

Meni, da prek teh treh kategorij ljudje gradimo oz. razvijamo modele notranjega sveta v prav takšnem vrstnem redu, kot je zapisano, in poudarja, da so poznejše odvisne od prejšnjih.

Raziskave potrjujejo, da so učeči se sposobni globljega in bolj fleksibilnega razumevanja matematičnih pojmov, če so jim ti bili predstavljeni prek različnih matematičnih reprezentacij (Hiebert in Carpenter, 1992; Kaput, 1989; Skemp, 1987; Porzio, 1994). Pozitivni učinki uporabe matematičnih reprezentacij se kažejo tudi na način, da zadovoljijo potrebe učečih se z različnimi učnimi slogi (Mallet, 2007). Berthold, Eysink in Renkl (2009) ugotavljajo, da prek različnih matematičnih reprezentacij učečim se omogočamo učinkovito učenje, ki vodi do globljega razumevanja in znanja matematične vsebine. Hodnik Čadeževa (2007) pa opozarja, da za uspešno učenje matematičnih pojmov ni dovolj, če učečim se omogočimo zgolj manipulacijo z različnimi reprezentacijami (na primer s konkretnim in grafičnim materialom). Meni, da je naloga učitelja osmisлити proces manipuliranja, pri čemer naj bi učeči se vzpostavil relacije med različnimi reprezentacijami.

Razumevanje matematičnih pojmov prepoznamo pri učeči se, ki zmorejo prehajati med različnimi reprezentacijami. Zato ni dovolj, da se učitelji matematike, ki ustvarjajo i-gra-



divo za delo na i-tabli, zgolj zavedajo pomena vključenosti raznovrstnih matematičnih reprezentacij. Pomembno je, da te načrtno vključujejo v dejavnosti na i-prosojnicah in pri tem spodbujajo osmišljeno upravljanje z virtualnimi objekti.

V nadaljevanju na kratko predstavimo različne idejne rešitve učiteljev na primerih dejavnosti na i-prosojnicah v luči različnih matematičnih reprezentacij.

### Enaktivne reprezentacije – konkreten virtualni material

Enaktivna reprezentacija ustreza konkretni ravni. Uporabljamo jo pri delu s konkretnimi modeli. Na i-tabli razumemo enaktivne reprezentacije kot dejavnosti, ki jih učitelj pripravi za učenca s konkretnimi virtualnimi objekti. Učitelj se izogiba lastni manipulaciji znotraj reprezentacije (in ponavljanju te) kot načinu poučevanja ter spodbuja miselno

aktivnost pri učečih se. Pri tovrstnih reprezentacijah je pomembna izkušnja učenca s konkretnim virtualnim objektom na i-tabli. Na sliki 1 je primer i-prosojnice, na kateri je učitelj načrtoval dejavnost učencev s konkretnim virtualnim objektom na i-tabli.

### Ikonične reprezentacije – grafične ponazoritve

Ikonična reprezentacija vključuje grafične/slikovne ponazoritve. Učitelj na i-prosojnicah načrtuje dejavnosti, pri katerih učenci opazujejo grafične/slikovne ponazoritve, in tudi takšne dejavnosti, pri katerih so učenci spodbujeni, da jih ustvarijo sami. Na sliki 2 je primer i-prosojnice z ikonično reprezentacijo, na kateri je vidna tudi ideja o vzpostavljanju relacij med različnimi reprezentacijami – grafična reprezentacija kot most med konkretno reprezentacijo in matematičnimi simboli (Hodnik Čadež, 2007: 193).



[Slika 1] Primer i-prosojnice iz i-gradiva 9. razred na temo geometrija in merjenje



[Slika 2] Primer i-prosojnice iz i-gradiva za 6. razred na temo aritmetika in algebra

### Simbolne reprezentacije – matematični simboli

Simbolna reprezentacija se nanaša na simbolni/matematični jezik oziroma na reprezentacijo pojmov v simbolnem svetu. Na sliki 3 je primer i-prosojnic, na kateri je zapisana simbolna reprezentacija.

## δ Raziskovalni problem

V članku analiziramo i-gradiva učiteljev matematike, ki so nastala kot rezultat usposabljanja na seminarju za delo z i-tablo v letih od 2008 do 2013.

Pri preučevanju i-gradiv nas je zanimalo:

- koliko so na posameznih listih i-gradiv (t. i. i-prosojnic) zapisane raznovrstne matematične reprezentacije pojmov (ikonične, enaktivne in simbolne).
- idejne rešitve učiteljev matematike pri ustvarjanju i-gradiv:
  - v povezavi s programsko opremo i-table, ki vključujejo raznovrstne matematične reprezentacije pojmov,
  - o vzpostavljanju relacij med različnimi reprezentacijami.

07\_H6AA **Dane ulomke razporedi v tabelo. Iz črk oblikuj besedo in jo napiši na črte.**

$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{11}{10}$	$\frac{9}{13}$	$\frac{17}{17}$	$\frac{25}{4}$	$\frac{45}{42}$
S	I	E	M	Č	T	T	A

ULOMKI MANJŠI OD ENA	ULOMKI ENAKI ENA	ULOMKI VEČJI OD ENA

[Slika 3] Primer i-prosojnice iz i-gradiva za 6. razred na temo aritmetika in algebra

Rezultati raziskave nam bodo ponudili jasnejšo sliko o zastopanosti posameznih elementov v i-gradivih in omogočili izboljšanje programa za nadaljnje usposabljanje učiteljev za delo z i-tablo.

## ε Metoda

### Vzorec

Učiteljska i-gradiva za delo na i-tabli najdemo v spletni učilnici za zbiranje i-gradiv za i-tablo na spletnem naslovu <http://skupnost.sio.si/course/view.php?id=228>. Gradiva, ki so v tej učilnici, so nastala na seminarju Interaktiven in dinamičen pouk z i-tablo, ki je bil namenjen učiteljem začetnikom pri delu z i-tablo. Med številnimi gradivi, ki so v spletni učilnici urejena glede na tip i-table, na kateri se uporabljajo, stopnje izobraževanja in predmet poučevanja najdemo tudi 182 i-gradiv za matematiko.

Gradiva, ki smo jih vključili med preučevana i-gradiva, so morala ustrezati spodnjim zahtevam:

- so namenjena uvodnim uram v zvezi s predvideno matematično vsebino,
- so namenjena poučevanju celotnega razreda v običajni (neračunalniški) učilnici,
- so tehnično brezhibna (se odprejo, lahko jih beremo na računalnikih in uporabimo na i-tabli) in
- se nanašajo na eno izmed tem iz veljavnega učnega načrta za osnovno šolo, in sicer geometrija in merjenje, aritmetika in algebra ali druge vsebine (Učni načrt za matematiko, 2011).

Izbrali smo 58 i-gradiv, ki so zadoščala navedenim zahtevam:

- 20 i-gradiv oz. 208 i-prosojnic za temo aritmetika in algebra za 6. razred ter

- 38 i-gradiv oz. 380 i-prosojnic za temo geometrija in merjenje za 9. razred.

### Način analize

Posamezno i-gradivo je praviloma namenjeno eni učni uri in vsebuje več i-prosojnic. Kot enoto analize smo vzeli posamezno i-prosojnico v i-gradivih. Ob pregledu posameznih listov i-gradiv t. i. i-prosojnicah smo ugotovili zapise:

- enaktivnih reprezentacij, tj. konkretnega virtualnega materiala,
- ikonične reprezentacij, tj. grafičnih ponazoritev in
- simbolnih reprezentacij, tj. matematičnih simbolov.

Prisotnost oz. odsotnost posamezne reprezentacije smo vpisovali v pripomoček za štetje. Pozorni smo bili le na tiste elemente na i-prosojnici, ki so matematično relevantni. Primer: na i-prosojnici so zapisana navodila za izvedbo neke dejavnosti s simboli. Če navodila niso ključna in matematično relevantna, potem v tem primeru na i-prosojnici ni simbolne reprezentacije.

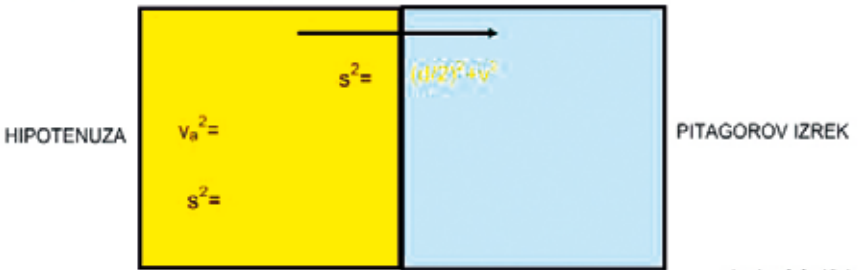
Zaradi programske in strojne zmogljivosti i-table je mogoče na eni sami i-prosojnici pripraviti številne dejavnosti oz. shraniti veliko multimedijskih elementov (besedilo, slike, zvok, posnetki, simulacije). Učitelji so ustvarjali tudi tovrstne t. i. kompleksne i-prosojnice (slika 4), zato smo na njih označevali vse zapisane matematične reprezentacije.

Zaradi smernic za izdelavo i-gradiv (priloga 1) so bili učitelji nekako primorani v svoje i-gradivo vstaviti tudi takšne i-prosojnice, ki so imele zgolj administrativni namen (slika 5). Sem uvrščamo tiste i-prosojnice, na katerih so informacije, pomembne za učitelja pri uporabi in upravljanju i-gradiva. Primeri

V pravilni štiristrani piramidi nariši vse različne pravokotne trikotnike in za vsakega zapiši Pitagorov izrek.



Rešitev:



[Slika 4] Primer kompleksne i-prosojnice, ki vključuje grafične in simbolne ponazoritve

takšnih i-prosojnice so naslovnica i-gradiva in i-prosojnice, na kateri so napisani cilji učne ure, navodila za izvedbo, kolofon, viri slik, refleksija učitelja o izvedeni uri (Sambo-lič Beganović, 2014).

Tovrstne i-prosojnice smo izločili iz vzorca in jih nismo upoštevali pri analizi rezultatov.

## η Obdelava podatkov in analiza rezultatov

Podatke iz pripomočka za štetje smo obdelali s programom SPSS, za analizo rezultatov pa smo uporabili deskriptivno analizo. Za prikaz stanja matematičnih reprezentacij (tudi

po posameznih razredih) smo naredili analizo frekvenc in vrtljne tabele.

### Rezultati

Med 588 i-prosojnicami, ki smo jih preučevali, smo zapis posameznih elementov ravni znanj in načinov reprezentacij matematičnih pojmov našli na 364 i-prosojnicah, na 224 i-prosojnicah so bili tisti elementi, ki niso bili matematično relevantni.

- Na temo aritmetika in algebra za 6. razred smo preučili 208 i-prosojnic, 120 i-prosojnic z elementi posameznih ravni znanj in načinov reprezentiranja matematičnih pojmov, na 88 i-prosojnicah so bili elementi, ki niso bili matematično relevantni.



## Interpretacija rezultatov

Pri pregledu i-gradiv smo preučevali zastopanost različnih reprezentacij: enaktivnih, ikoničnih in simbolnih.

V povezavi z matematičnimi reprezentacijami je bil ugotovljen visok delež ikoničnih reprezentacij pri vsebini geometrija in merjenje v 9. razredu. To je verjetno posledica tega, da geometrija kot matematična vsebina dopušča uporabo raznovrstnih multimedij-skih elementov (besedilo, slika, zvok, posnetek, simulacije). Takšen izid je v skladu z navedbami Čadež Hodnikove (2007:192), ki ugotavlja, da so tudi matematični učbeniki, delovni zvezki in drugo matematično gradivo prav tako polni grafičnih reprezentacij, ki se med seboj razlikujejo po domiselnosti, izvirnosti in korektnosti. Avtorica opozarja na matematično vprašljive in didaktično neustrezne reprezentacije v tiskanih matematičnih gradivih. Nekatere strokovno vprašljive upodobitve ikoničnih reprezentacij smo tudi sami opazili v preučevanih i-gradivih vendar se jim v pričujočem članku tokrat ne posvečamo.

Rezultati so pokazali tudi visok delež dejavnosti na i-prosojnicah z elementi simbolne reprezentacije. Tak rezultat je verjetno posledica tega, da številni učitelji matematike v Sloveniji dajejo proceduralnemu znanju prevelik pomen (Žakelj in Cotič, 2004). Proceduralna znanja razumemo kot tista znanja, pri katerih učenci razvijajo zmožnost poznavanja in izvedbe postopkov oz. učinkovito obvladovanje algoritmov in postopkov (Magajna, 2004).

Zelo nizek delež zastopanosti enaktivnih reprezentacij v i-gradivih (zlasti za 6. razred) pripisujemo temu, da so bili učitelji, katerih i-gradivo smo preučevali, večinoma začetniki in za nekatere njimi je bilo ustvarjanje

lastnih i-gradiv za delo na i-tabli prva tovrstna izkušnja (Sambolić Beganović, 2014). Priprava i-prosojnic, na katerih bi lahko prepoznali dejavnosti z elementi enaktivnih reprezentacij, zahtevajo od učiteljev zelo dobro poznavanje programske in strojne opreme i-table za pripravo dejavnosti s konkretni virtualnimi objekti. Somekh in Haldane (2005) opisujeta učitelje začetnike pri delu z i-tablo kot tiste, ki i-tablo vključujejo v obstoječe načine poučevanja, v osnovi jo uporabljajo kot običajno tablo za pisanje in za prezentacijo različnih multimedij-skih elementov. Menimo, da tudi matematične vsebine iz aritmetike in algebre dopuščajo manj za pripravo domiselnih, izvirnih in korektnih dejavnosti na i-prosojnicah.

Poudariti velja, da je bil seminar, ki so se ga med drugimi udeležili tudi učitelji matematike in na katerem so nastala i-gradiva za i-tablo, ki smo jih preučevali v pričujočem članku, namenjen vsem strokovnim delavcem (vzgojiteljem, učiteljem, ravnateljem, računalnikarjem). Smernice za izdelavo i-gradiv niso vsebovale didaktičnih zahtev posameznega predmeta ali področja (priloga 1). To pomeni, da zahteve v smernicah niso načrtno spodbujale učiteljev matematike k ustvarjanju takšnih i-gradiv, ki bi vključevala raznovrstne reprezentacije matematičnih pojmov. Zato je nizek delež zastopanosti dejavnosti, ki bi uravnoteženo vključevale različne reprezentacije, pričakovan.

Sambolić Beganović (2014) je v i-gradivih preučevala tudi zastopanost različnih vrst znanj (osnovna, konceptualna, proceduralna in problemska znanja), stopnje interaktivnosti (ni interaktivnosti, interaktivnost brez povratne informacije, interaktivnost s povratno informacijo, izvajalna interaktivnost, modelna interaktivnost) in namene uporabe



i-gradiva (operativno-organizacijski namen, administrativni namen, kognitivni namen, povezovalni namen, drugo). V povezavi z vrstami znanja, različnimi stopnjami interaktivnosti in namenom uporabe so bili ugotovljeni:

- visok delež zastopanosti osnovnih znanj na i-prosojnicah (53,2 %). Takšen delež ne preseneča, ker so učitelji v navodilih za izdelavo i-gradiv dobili smernice, ki so jih spodbujale k pripravi i-gradiva, namenjena uvodnim uram v zvezi s predvideno matematično vsebino. Zato je razumljivo, da so se učitelji osredinili na spoznavanje pojmov in dejstev v povezavi z obravnavano vsebino;
- višji delež dejavnosti na i-prosojnic, na katerih smo zaznali interaktivnost s povratno informacijo (22,6 %). Takšen rezultat je pričakovan, kajti programska oprema i-table omogoča enostavno pripravo kratkih nalog in vprašanj za priklic znanja;
- zelo nizek delež zastopanosti modelne interaktivnosti<sup>4</sup>. Takšen rezultat pripisujemo termu, da so bili avtorji preučevanih i-gradiv začetniki pri upravljanju z i-tablo, za večino je bilo ustvarjanje lastnih i-gradiv za delo na i-tabli prva tovrstna izkušnja;
- presenetila sta nizek delež i-prosojnic s kognitivnim namenom<sup>5</sup> (4,6 %) in visok delež i-prosojnic brez interaktivnosti (69,5 %). To pomeni, da na i-prosojnicah prevladujejo dejavnosti, ki ne spod-

<sup>4</sup> Pod modelno interaktivnostjo si na primer lahko predstavljamo mrežo kocke, ki se samostojno »sestavi v površje telesa«, če učeči se šest kvadratov pravilno razporedi v mrežo kocke.

<sup>5</sup> I-prosojnica ima kognitivni namen takrat, ko pripravljene dejavnosti na i-prosojnici spodbujajo miselno aktivnost učečih se v smislu učenja novih znanj.

bujajo miselne aktivnosti učečih se in ne predvidevajo dejanj učencev na i-tabli.

## Sklep

Poglobljeno preučevanje i-gradiv učiteljev matematike nam je omogočilo globlji uvid v značilnosti i-gradiv, ki jih učitelji pripravljajo za delo na i-tabli. Izkazalo se je, da se učitelji zavedajo možnosti i-table, vendar to za zdaj premalo smiselno izkoriščajo. Naše ugotovitve sovpadajo z izsledki raziskav o i-tabli kot o pomembnem dejavniku, ki vpliva na učiteljevo načrtovanje in pripravo na pouk (Hennessy in London, 2013). Pri poglobljenem preučevanju posameznih i-prosojnic v i-gradivih učiteljev matematike smo se omejili na zunanje matematične reprezentacije. Rezultati raziskave ponujajo odgovore na vprašanja, katere matematične reprezentacije so največkrat zapisane oz. prevladujejo na i-prosojnicah in koliko. Pokazali smo, da v i-gradivih učiteljev matematike začetnikov pri delu z i-tablo prevladuje visok delež dejavnosti z elementi simbolne reprezentacije, zlasti pri matematičnih vsebinah iz aritmetike in algebre v 6. razredu.

Ugotovitve, ki smo jih izluščili z analizo rezultatov, so nam lahko izhodišče za oblikovanje napotkov za ustvarjanje kakovostnih i-gradiv pri:

- vključevanju dejavnikov, ki so za pouk matematike ključni: ravni znanja, matematične reprezentacije, stopnje interaktivnosti in namen uporabe;
- spodbujanju aktivne vloge učečih se (Türel, Johnson, 2012).

Dobljeni rezultati ponujajo nove možnosti raziskovanja na področju načinov vklju-

čevanja reprezentacij pojmov in njihove ustreznosti. V prihodnje bi bilo smiselno več pozornosti nameniti proučevanje dejavnosti, ki sledijo ideji vzpostavljanja relacij med različnimi reprezentacijami v povezavi z didak-

tičnimi zmogljivostmi programske opreme i-table.

Upamo, da je opravljena analiza dovolj zgovorna in kaže na potrebo po intenzivnih spremembah na področju priprave i-gradiv za delo na i-tabli.

## κ Literatura

1. Becta (2004). Getting the most from your interactive whiteboard. A guide for primary schools. Pridobljeno na <http://www.dit.ie/lttc/media/ditlttc/documents/gettingthemost.pdf> (11. 7. 2014).
2. Berthold, K., Eysink, T. H. S, in Renkl, A. (2009). Assisting self-explanation prompts are more effective than open prompts when learning with multiple representations. *Instructional Science*, 37: 345-363.
3. Bruner, J. S. (1964). The course of cognitive growth. *American Psychologist*, 19, 1-15.
4. Bučar, U. (2011): Uporaba interaktivne table pri pouku geometrije v prvem razredu osnovne sole, magistrsko delo.
5. Cotič, M., Žakelj, A. (2004). Gagnejeva taksonomija pri preverjanju in ocenjevanju matematičnega znanja. *Sodobna pedagogika*, 55(1), str. 182-193.
6. Gellert, U. (2004): Didactic Material Confronted With The Concept Of Mathematical Literacy. *Educational Studies in Mathematics* 55: 163-179, 2004.
7. Haldane, M., Somekh, B. (2005). *A typology of interactive whiteboard pedagogies*. Paper presented at BERA Conference. University of Glamorgan, Wales.
8. Hiebert, J., Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. V D. A. Grouws (ur.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. str. 65-97. New York: Macmillan.
9. Higgins, S., Falzon, C., Hall, I., Moseley, D., Smith, F., Smith, H., Wall, K. (2005): *Embedding ICT In The Literacy And Numeracy Strategies, Final Report*. Pridobljeno na [http://dera.ioe.ac.uk/1617/1/becta\\_2005\\_whiteboardprimarypilot\\_report.pdf](http://dera.ioe.ac.uk/1617/1/becta_2005_whiteboardprimarypilot_report.pdf) (11.7.2014)

10. Higgins, S., Beauchamp G., Miller D. (2007): Reviewing the literature on interactive whiteboards. *Learning, Media and Technology*, št. 32(3), str. 213–225.
11. Hodnik Čadež, T. (2007) Role of different representations of mathematical concepts for learning with understanding. V M. Pavleković (ur.), *Mathematics and children : (how to teach and learn mathematics) : proceeding of the International Scientific Colloquium, Osijek, April 13, 2007.* (str. 189–198) Osijek: Faculty of Teacher Education. Pridobljeno na [http://www.ufos.unios.hr/DATA/skupovi/01\\_Zbornik\\_matematika\\_dijete.pdf](http://www.ufos.unios.hr/DATA/skupovi/01_Zbornik_matematika_dijete.pdf).
12. Kaput, J. J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. V S. Wagner, C. Kieran (ur.), *Research issues in the learning and teaching of algebra*, str. 167–194. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
13. Kreuh, N., Kač L., Mohorčič, G. (2011): Izhodišča za izdelavo e-učbenikov, ZRSS, Pridobljeno na <http://www.zrss.si/pdf/izhodisce-e-ucbeniki.pdf> (11. 7. 2014).
14. Lipovec, A. (2013): Posebnosti razredne stopnje. V Suban Ambrož, M., Kmetič, S. *Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi*, Matematika. 1. izd. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo, 2013, str. 30–34. Pridobljeno na <http://www.zrss.si/digitalnaknjiznica/Posodobitve%20pouka%20v%20osnovnošolski%20praksi%20MATEMATIKA/#/32/>.
15. Magajna, Z. (2004). Ugotavljanje matematičnega znanja s pisnimi preizkusi, *Matematika v šoli*, 11(1), str. 64–83.
16. Mallet, Daniel G. (2007). Multiple representations for systems of linear equations via the computer algebra system Maple. *International Electronic Journal of Mathematics Education* 2(1), str. 16–32.
17. Post, T. (1981): The Role of Manipulative Materials in the Learning of Mathematical Concepts. In *Selected Issues in Mathematics Education* (pp. 109–131). Berkeley, CA: National Society for the Study of Education and National Council of Teachers of Mathematics, McCutchan Publishing Corporation.

18. Sambolić Beganović, A. (2013): Interaktivnost matematičnih i-gradiv za i-tablo v luči treh prispodob učenja, *Matematika v šoli*, letn. 19, št. 3/4, str. 41–53.
19. Sambolić Beganović, A. (2014): Značilnosti interaktivnih gradiv. V Metljak, M. (ur.). *Sodobne teme na področju edukacije II*. Pedagoška fakulteta Univerze v Ljubljani, 2014. Pridobljeno s [http://www.pef.uni-lj.si/fileadmin/Datoteke/CRSN/PhD/Sodobne teme\\_na\\_podrocju\\_edukacije\\_II.pdf](http://www.pef.uni-lj.si/fileadmin/Datoteke/CRSN/PhD/Sodobne teme_na_podrocju_edukacije_II.pdf).
20. Skemp, R. R. (1987). *The psychology of learning mathematics (Expanded American Edition)*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
21. Somekh, B. in dr. (2007): *Evaluation of the Primary Schools Whiteboard Expansion Project (SWEEP)*, Report to the Department for Education and Skills, Becta, London. Pridobljeno Somekh, B., Haldane, M. (2005): *A typology of interactive whiteboard pedagogies*. Paper presented at BERA Conference, University of Glamorgan, Wales.
22. Türel, Y. K., Johnson, T. E. (2012). *Teachers' Belief and Use of Interactive Whiteboards for Teaching and Learning*. *Educational Technology & Society*, 15 (1), 381–394.
23. Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika [Elektronski vir] / predmetna komisija Amalija Žakelj ... [et al.]. – El. knjiga. – Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod RS za šolstvo, 2011. Pridobljeno na [http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/page-uploads/podrocje/os/prenovljeni\\_UN/UN\\_matematika.pdf](http://www.mizs.gov.si/fileadmin/mizs.gov.si/page-uploads/podrocje/os/prenovljeni_UN/UN_matematika.pdf) (11. 7. 2014).

## Priloga 1

Navodila za izdelavo seminarskega gradiva

### SEMINAR INTERAKTIVEN IN DINAMIČEN POUK Z I-TABLO

Vsebinsko-didaktične zahteve za izdelavo i-gradiva za uporabo na i-tabli

Splošno	V svojem didaktičnem gradivu uporabite vsaj 4 i-prosojnice.
Naslovnica	Izdelajte naslovnico, ki vsebuje ime in priimek, področje/predmet in temo oz. učno enoto. Na naslovnico vstavite sliko, ki je ustrezno vsebinsko povezana s temo oz. učno enoto.
Vstavljanje priponk/povezav	V svojem gradivu predvidite povezavo na vsaj en dokument (e-prosojnice in/ali urejevalnik besedil), ki didaktično smiselno dopolnjuje gradivo (npr. priprava na pouk, učni list, dodatne naloge ipd.). V svojem gradivu predvidite povezavo na vsaj eno spletno stran, ki didaktično dopolnjuje izbrano učno temo (npr. dodatne naloge v spletu, kviz, animacije, slikovno gradivo).
Vstavljanje ciljev, dejavnosti učencev in učitelja	V gradivo vstavite učne cilje, ki jih boste uresničili z izdelanim gradivom, ter predvidite dejavnost učitelja in učencev, tj. na vsaki i-prosojnici dopišite navodila/opombe za delo (Pojasnite, kaj naj učitelj počne s to i-prosojnico.)
Uporaba interaktivne i-prosojnice v razredu	Eno izmed i-prosojnic dopolnite, s čimer boste prikazali njeno rešitev oz. tabelsko sliko iz razreda (npr. i-prosojnico podvojite in ji dodajte opombe, ki so (bi) nastale med učnim procesom).
Dokazila o uporabi v razredu	V gradivo vključite fotografije ali posnetek rabe ene izmed i-prosojnic na i-tabli v razredu, ki je: <ul style="list-style-type: none"><li>– bodisi posnetek reševanja/dopolnjevanja tabelne slike, nastale med učnim procesom (npr. posnetek s kamero ali telefonom),</li><li>– ali posnetek učenčevega dela na i-tabli, narejen z videozapisovalnikom (orodjem, ki ste ga spoznali na drugem srečanju).</li></ul>
Vstavljanje slik in navajanje virov	Na i-prosojnicah uporabite slikovno gradivo iz galerije ali iz drugih virov, pri čemer navedite vir.
Interaktivna i-prosojnica z osnovnimi orodji	V gradivu uporabite lastno kreativno interaktivno vajo, narejeno z osnovnimi orodji i-table (npr. tabelo, miselni vzorec, igro spomin).
Uporaba naprednejših orodij	Izdelajte čarobno škatlo ali uporabite katero drugo naprednejše orodje, ki ste ga spoznali na drugem srečanju (posnetek z videozapisovalnikom, uvoz/izvoz ppt) in s katerim boste omogočili višje stopnje interaktivnosti, tj. dali takojšno povratno informacijo.
Splošna didaktična vrednost gradiva	Didaktično gradivo ob koncu seminarja oblikujte tako, da bo izkazovalo učno ciljno usmerjeno celoto, primerno za obravnavo teme v razredu, in bo imelo oznako CC.

*Nastalo v okviru razvojnega dela področja za i-table, projekt e-Šolstvo, 2008-2013*



# Geometrijska predstava

## *Geometric Visualisation*

**Ludmila Kroulíková**

Faculty of science,  
Palacky University,  
Olomouc

**Matija Lokar**

Univerza v Ljubljani  
Fakulteta  
za matematiko in fiziko,

### Σ Povzetek

V članku so predstavljeni prvi rezultati študije, ki se je bila izvedena na nekaterih slovenskih osnovnih in srednjih šolah. Namen študije je raziskati nivo geometrijske predstave učencev osnovnih in srednjih šol. V ta namen so učenci reševali test s področja geometrijske predstave v ravnini, povezan z enakostraničnim trikotnikom.

**Ključne besede:** geometrijska predstava, testiranje, osnovna šola, srednja šola

### Σ Abstract

*The paper discusses the first results of a study conducted at primary and secondary schools in Slovenia. The aim of the study was to research the level of geometric visualisation of students at primary and secondary schools in Slovenia. Students took a test of geometric visualisation in a 2D equilateral triangle.*

**Key words:** geometric visualisation, testing, primary school, secondary school



## $\alpha$ Uvod

### Geometrijska predstava

Pojem geometrijska predstava v ravnini vključuje sposobnost ustvarjanja in manipulacije z geometrijskimi liki v mislih, prepoznavanje geometrijskih lastnosti, povezovanje slik z geometrijskimi koncepti in izreki ter odločanje, kdaj in kako začeti, ko rešujemo geometrijski problem. Geometrijska predstava je vrsta spretnosti, ki omogoča predstavo, ustvarjanje in manipulacijo geometrijskih likov, ko rešujemo geometrijske probleme (Fujita, Jones, Yamamoto, 2004). Je pomembna spretnost v vsakdanjem življenju.

Na podlagi spoznavanja opredmetenih stvari lahko otroci razvijajo svojo domišljijo. Ker je sposobnost predstave pomembna za vsakogar, je pomembno, da jo razvijamo. Ljudje z dobro geometrijsko predstavo imajo boljše možnosti zaposlitve na tehničnih in umetniških področjih. Otroci v času izobraževanja potrebujejo dobro geometrijsko predstavo, predvsem na naravoslovnih področjih kot je matematika (Zdráhal, Hodaňová, 2011).

### Pilotna študija

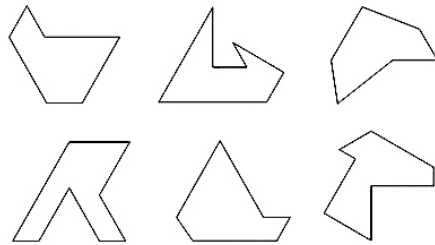
V prispevku opisano testiranje, s katerim proučujemo geometrijsko predstavo učencev, je nadaljevanje študije, ki jo je v svoji doktorski disertaciji opisala Jana Slezáková (Slezáková 2011). Na podlagi idej te študije je bil pripravljen nov skupek nalog, ki so raziskovale geometrijsko predstavo učencev v povezavi z enakostraničnim trikotnikom.

Naloga je bila, da geometrijski lik s pomočjo ene ravne črte razdelimo na dva dela (glej sliko 1), tako da iz dobljenih delov lahko sestavimo enakostranični trikotnik.



[Slika 1] Grafična navodila za reševanje

Test je sestavljalo štirideset tovrstnih nalog. Čas za reševanje je bil 20 minut. Naloge za osnovno in srednjo šolo so se deloma razlikovale, nekaj nalog pa je bila enakih. Na sliki 2 je prikazano šest primerov nalog, ki so bili skupni tako za OŠ kot SŠ.



[Slika 2] Primeri nalog

Na sliki 3 pa vidimo primera nalog za srednjo šolo, ki nista bila uporabljena pri osnovni šoli.



[Slika 3] Primera nalog, uporabljena v srednji in osnovni šoli

Učenci so teste reševali anonimno, a če so želeli zvedeti svojo uspešnost, so se lahko podpisali z vzdevkom.

## $\beta$ Testiranje v Sloveniji

Pilotna študija s tovrstnimi nalogami je bila najprej izvedena na Češkem. Študijska izmenjava v okviru CEEPUS projekta *Active Methods in Teaching and Learning Mathema-*

*tics and Informatic* je omogočila enomesečni študijski obisk v Sloveniji. Na osnovi pilotnih študij je bil pripravljen nov test za osnovno in srednjo šolo. Naloge so bile enake kot v pilotni študiji, le razvrščene so bile drugače. V novem testu so bile naloge razvrščene glede na uspešnost reševanja posamezne naloge v pilotni študiji. Naloga, ki so jo češki vrstniki najuspešneje reševali, je imela torej zaporedno številko 1, najtežja pa številko 40.

Med tem obiskom smo izvedli testiranje na štirinajstih osnovnih in sedmih srednjih šolah po vsej Sloveniji. Ker smo testiranje morali izvesti v sklopu samega obiska, ni bil narejen noben poseben izbor sodelujočih šol. Želeli smo le testirati kar se da veliko učencev in dijakov.

## Osnovne šole

V testiranju jo sodelovalo 1541 učencev osnovnih šol. Šole so bile iz naslednjih krajev: Bled, Cankova, Dobrepolje, Gradec, Izola, Kočevje, Kutežovo, Laško, Litija, Ljubljana, Ljutomer, Naklo, Stročja vas in Vače.

Pravilen odgovor je prinašal eno točko, brez negativnih točk za napačne ali manjka-joče odgovore. Tako je bil minimalni možni rezultat 0 in maksimalni 40 točk. V tabeli 1 so prikazani skupni rezultati po razredih.

razred	6	7	8	9
<b>število učencev</b>	354	349	395	442
<b>povprečje točk</b>	15.243	17.352	20.089	23.197
<b>mediana</b>	14	16	20	24
<b>standardni odklon</b>	8.974	9.587	9.322	10.380
<b>maksimum (40 točk)</b>	1 učenec	0 učencev	2 učenca	11 učencev
<b>minimum (0 točk)</b>	5 učencev	11 učencev	1 učenec	3 učenci

[Preglednica 1] Rezultati: osnovna šola

Kot vidimo, se rezultati pričakovano izboljšujejo z razredom. Najmanjši napredek je med šestim in sedmim razredom. Pogosto predpostavljamo, da imajo dečki boljšo geometrijsko predstavo kot dekleta. Naši rezultati tega ne potrjujejo (tabela 2).

	deklice	dečki
<b>število učencev</b>	751	704
<b>povprečje točk</b>	19,454	18,816
<b>mediana</b>	19	18
<b>standardni odklon</b>	9,983	10,264

[Preglednica 2] Primerjava deklice/dečki

## Srednje šole

V testiranju je sodelovalo 772 dijakov iz srednjih šol. Šole so bile iz Celja, Kopra, Krškega, Ljubljane, Murske Sobote in iz Želimlja. Šole so bile različnih tipov – gimnazije, tehnične šole ... Točkovanje je bilo enako kot pri osnovni šoli. Rezultati so podani v tabeli 3.

letnik	1	2	3	4
<b>število učencev</b>	226	178	204	164
<b>povprečje točk</b>	25,996	28,371	29,872	30,787
<b>mediana</b>	28	31	33	34
<b>standardni odklon</b>	9,42	9,648	10,066	9,403
<b>minimum (0 točk)</b>	4	0	2	3

[Preglednica 3] Rezultati v srednjih šolah

Če primerjamo rezultate med gimnazijami in ostalimi tipi srednjih šol, vidimo, da so rezultati v gimnazijah za približno 10 % boljši. To je nekoliko presenetljivo, saj je večina

dijakov, ki niso bili gimnazijci, prihajalo iz tehničnih šol in iz šole za oblikovanje.

	<b>gimnazije</b>	<b>ostale srednje šole</b>
<b>število učencev</b>	311	461
<b>povprečje točk</b>	30,315	27,6
<b>mediana</b>	32	30
<b>standardni odklon</b>	9,091	10,075

[Preglednica 4] Primerjava gimnazije/ostale srednje šole

## γ Rezultati posameznih nalog

Vrstni red nalog na testu je bil določen glede na uspešnost reševanja nalog v obeh pilotnih študijah (za osnovno in srednjo šolo), ki sta se prej izvedli na Češkem (Slezáková, 2011). Prva naloga je bila torej tista, ki so jo učenci oz. dijaki na Češkem najbolj uspešno reševali, zadnja pa tista, ki je delala največ težav.

Rezultati za osnovno šolo so podani v preglednici 5.

### Osnovna šola – 1542 učencev

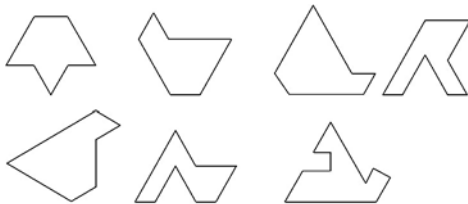
<b>naloga</b>	<b>pravilno</b>		<b>napačno</b>		<b>brez rešitve</b>	
1	1355	87,87 %	131	8,50 %	56	3,63 %
2	1168	75,75 %	327	21,21 %	47	3,05 %
3	500	32,43 %	678	43,97 %	364	23,61 %
4	1228	79,64 %	254	16,47 %	60	3,89 %
5	545	35,34 %	632	40,99 %	365	23,67 %
6	877	56,87 %	348	22,57 %	289	18,74 %
7	1294	83,92 %	200	12,97 %	48	3,11 %
8	1303	84,50 %	202	13,10 %	28	1,17 %
9	413	26,78 %	598	38,78 %	528	34,24 %
10	464	30,09 %	719	46,63 %	359	23,28 %
11	554	35,93 %	791	51,30 %	197	12,78 %
12	283	18,35 %	734	47,60 %	525	34,05 %
13	326	21,14 %	706	45,78 %	510	33,07 %
14	1194	77,43 %	312	20,23 %	36	2,33 %
15	1401	90,86 %	107	6,94 %	34	2,20 %
16	560	36,32 %	743	48,18 %	239	15,50 %
17	549	35,60 %	684	44,36 %	319	20,69 %
18	811	52,59 %	452	29,31 %	269	17,44 %
19	642	41,63 %	707	45,85 %	197	12,78 %
20	1222	79,25 %	249	16,15 %	60	3,89 %
21	692	44,88 %	603	39,11 %	247	16,02 %

Osnovna šola – 1542 učencev

naloga	pravilno		napačno		brez rešitve	
22	716	46,43 %	582	37,74 %	253	16,41 %
23	925	59,99 %	409	26,52 %	211	13,68 %
24	285	18,48 %	832	53,96 %	425	27,56 %
25	944	61,22 %	406	26,33 %	177	11,48 %
26	310	20,10 %	629	40,79 %	603	39,11 %
27	1160	75,23 %	291	18,87 %	91	5,90 %
28	451	29,25 %	514	33,33 %	575	37,29 %
29	735	47,67 %	493	31,97 %	314	20,36 %
30	793	51,43 %	598	38,78 %	151	9,79 %
31	766	49,68 %	563	36,51 %	213	13,81 %
32	666	43,19 %	547	35,47 %	342	22,18 %
33	402	26,07 %	595	38,59 %	543	35,21 %
34	260	16,86 %	798	51,75 %	484	31,39 %
35	980	63,55 %	374	24,25 %	201	13,04 %
36	150	9,73 %	827	53,63 %	565	36,64 %
37	850	55,12 %	522	33,85 %	180	11,67 %
38	760	49,29 %	482	31,26 %	310	20,10 %
39	692	44,88 %	574	37,22 %	276	17,90 %
40	484	31,39 %	618	40,08 %	439	28,47 %

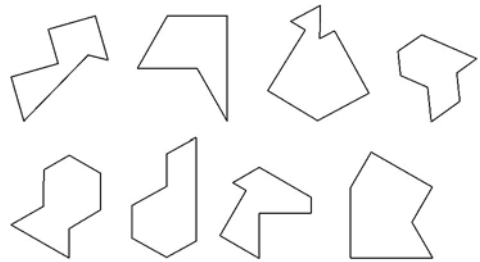
[Preglednica 5] Rezultati po posameznih nalogah: osnovna šola

Vidimo, da so določene razlike v tem, katere naloge so bile lažje slovenskim in katere češkim učencem. Najlažje naloge za slovenske učence so bile naloge 15, 1, 8, 7, 4, 20 in 14, ki jih vidimo (v navedenem vrstnem redu) na sliki 4.



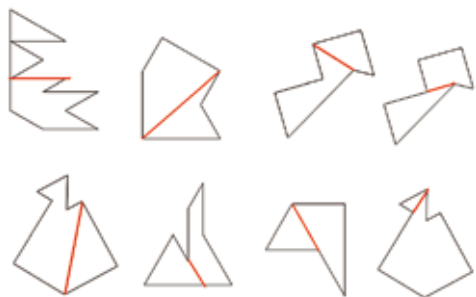
[Slika 4] Osnovnošolcem najlažje naloge

Najtežje naloge so bile 36, 34, 24, 12, 26, 13, 9, 33 (glej sliko 5). Največje presenečenje je bilo slabše reševanje nalog 9 in 12, ki so jih češki vrstniki precej uspešno reševali.



[Slika 5] Najtrši orehi za osnovnošolce

Na sliki 6 je prikazano nekaj tipičnih napak.



Domnevamo lahko, da so bile določene napake posledica nerazumevanja navodil. Učenci so si včasih predstavljali sestavljeni trikotnik, ki ni bil enakostranični, ali pa mislili, da morajo v liku poiskati »skriti« trikotnik.

Oglejmo si rezultate še za srednje šole (preglednica 6).

[Slika 6] Tipične napake

Srednja šola – 772 dijakov

naloga	prav	napačno	brez rešitve
1	700	59	13
2	715	41	16
3	673	15	84
4	704	59	9
5	635	80	57
6	719	44	9
7	697	68	7
8	619	111	42
9	665	74	33
10	663	89	20
11	611	122	39
12	640	88	44
13	674	65	33
14	677	80	15
15	595	146	31
16	657	84	31
17	624	120	28
18	604	111	51
19	619	130	23
20	562	127	83
21	526	223	23

Srednja šola – 772 dijakov

naloga	prav		napačno		brez rešitve	
22	598	77,46 %	119	15,41 %	55	7,12 %
23	594	76,94 %	102	13,21 %	76	9,84 %
24	528	68,39 %	174	22,54 %	70	9,07 %
25	518	67,10 %	130	16,84 %	124	16,06 %
26	480	62,18 %	178	23,06 %	114	14,77 %
27	519	67,23 %	205	26,55 %	48	6,22 %
28	497	64,38 %	140	18,13 %	135	17,49 %
29	460	59,59 %	209	27,07 %	103	13,34 %
30	404	52,33 %	203	26,30 %	165	21,37 %
31	397	51,42 %	242	31,35 %	133	17,23 %
32	508	65,80 %	110	14,25 %	154	19,95 %
33	414	53,63 %	169	21,89 %	189	24,48 %
34	333	43,13 %	321	41,58 %	118	15,28 %
35	398	51,55 %	253	32,77 %	121	15,67 %
36	559	72,41 %	121	15,67 %	92	11,92 %
37	309	40,03 %	264	34,20 %	199	25,78 %
38	369	47,80 %	261	33,81 %	142	18,39 %
39	349	45,20 %	142	18,39 %	227	29,40 %
40	357	46,24 %	216	27,98 %	199	25,78 %

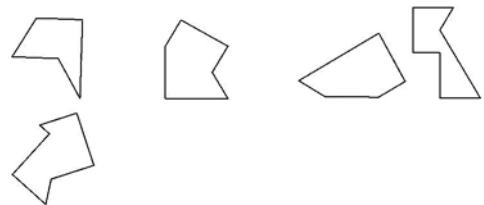
[Preglednica 6] Rezultati po posameznih naloga: srednja šola

Srednješolcem najlažje naloge so bile naloge 6, 2, 4, 1 in 7 (glej sliko 7).



[Slika 7] Srednješolcem najlažje naloge

Najtežje naloge so bile 38, 40, 39, 34, in 37 (glej sliko 8). Kot vidimo, so slovenskim srednješolcem povzročale težave (oz. jim bile lahke) iste naloge kot njihovim češkim vrstnikom (Slezáková, 2011).



[Slika 8] Srednješolcem najtežje naloge

Na sliki 9 si lahko ogledamo nekaj tipičnih napak, ki so jih delali srednješolci.





[Slika 9] Tipične napake med srednješolci

## δ Zaključek

Geometrijska predstava je pomembna veščina, ki omogoča, da v mislih ustvarjamo in spreminjamo grafične like, da prepoznamo geometrijske lastnosti in podobno. Ta študija je namenjena preučevanju geometrijske predstave v ravnini, ki jo imajo učenci in dijaki.

Potrjen je bil pričakovan rezultat, da se geometrijska predstava razvija s starostjo. Opazili pa smo, da ni bilo razlik v rezultatih med dečki in deklicami. Nekoliko nas je presenetilo, da so bili rezultati v gimnazijah

za približno 10 % boljši. Pričakovali smo, da razlik ne bo oziroma da bodo rezultati v drugih šolah kvečjemu boljši, saj je večina dijakov, ki niso bili gimnazijci, prihajalo iz tehničnih šol in iz šole za oblikovanje.

V nadaljevanju projekta bo treba opraviti predvsem natančnejšo analizo tipičnih napak, ki so jih delali učenci in dijaki. Raziskati bo treba, ali so te napake posledica neustreznih navodil ali res napačnih predstav, ki jih imajo učenci oziroma dijaki. Tovrstne rezultate bi lahko uporabili avtorji geometrijskih učbenikov in drugih gradiv s področja geometrije, da bi omogočili boljši razvoj geometrijske predstave.

## Zahvala

Ta študija je bila deloma podprta s projektom *CMEPIUS project HU-0028 Active Methods in Teaching and Learning mathematics and Informatics*.

Avtorja se želita zahvaliti vsem sodelujočim šolam, še posebej pa učiteljem, ki so omogočili izvedbo testiranja.

## ε Literatura

1. Molnár, J. (2004): *Rozvíjení prostorové představivosti (nejen) ve stereometrii*. Olomouc: VUP.
2. Slezáková, J. (2011): *Geometrická představivost v rovině ( disertační práce)*. Olomouc: PŘF UP.
3. Fujita, T., Jones, K. and Yamamoto, S. (2004), *Geometrical Intuition and the Learning and Teaching of Geometry. 10th International Congress on Mathematical Education, (ICME-10)*, Copenhagen, Denmark. Dostopno na <http://eprints.soton.ac.uk/14687/>.
4. Zdráhal T., Hodaňová J. (2011): *Matematická abstrakce – Makos 2011*. Olomouc: PŘF UP, JČMF.



# Matematični vitez in njegovi sopotniki

*Knight of Mathematics and His Companions*

**Stanislav Južnič**  
Univerza v Oklahomi

## Σ Povzetek

Opisane so goriške, ljubljanske in graške razmere matematika Močnika. Izpostavljene tedanje okoliščine, ugodne za rast Frančevega matematičnega genija. V Ljubljani je najprej študiral, dve desetletji pozneje pa se je tja vrnil kot visok pedagoški funkcionar. Prispevek obravnava njegove učitelje in doslej neznan dokument o krstu prvorojenke matematika Franca Močnika.

**Gljučne besede:** Franc Močnik, Cerkno, Gorica, Ljubljana, Gradec, zgodovina pouka matematike

## Σ Abstract

The circumstances in the towns of Gorizia, Ljubljana, and Graz in Močnik's time were a blessing for the development of his mathematical genius. He was in Ljubljana first as a student and again two decades later as a newly-married man in a high-ranking pedagogical position. The achievements of Močnik's teachers are discussed, and the baptismal certificate of mathematician Franc Močnik's firstborn daughter is described for the first time.

**Key words:** Franc Močnik, Cerkno, Gorizia, Ljubljana, Graz, history of the teaching of mathematics

## α Uvod

Franc vitez Močnik (\* 1. 10. 1814 Cerčno; † 30. 11. 1892 Gradec) spada med največje slovenske matematične pedagoge in didaktike vseh časov, še posebej glede na uspešnost njegovih matematičnih učbenikov. V tej luči kaže razumeti tudi njegov desetletni študij in za njim desetletno službovanje v Ljubljani. V Ljubljano se je vrnil kot deželni šolski svetnik in nadzornik ljudskih šol dve desetletji po končanih ljubljanskih visokošolskih študijih. Medtem se je Ljubljana docela spremenila: domala poldrugo desetletje star visokošolski študij matematike je bil po Pomladi narodov ukinjen, narodnostne napetosti so se poglobile, nekoč veljavna prevlada cerkve v šolah pa se je počasi nagibala k delitvi med cerkvi in državo. Posebej slednje matematiku in pedagogu Močniku nikakor ni bilo po volji.

## β Močnik prvič med Ljubljančani

Močnik je višji študij začel v Ljubljani jeseni 1824 in zaključil leta 1831/32. Močnikov profesor matematike je bil Schulz, Schulzev profesor matematike pa je bil Kranjčan Jožef Jenko (\* 27. 3. 1776 Kranj; † 1858 Dunaj), poznejši dunajski profesor matematike. Jenko je učil sedem ur na teden po učbenikih Ignatiusa Appeltauerja (\* 1769; † 20. 1. 1829) iz let 1814 in 1817; pozneje je Jenkovo dunajsko katedro prevzel dr. Franz Moth [1]. Jenko je med svojimi dunajskimi prijatelji imel tudi slavista Jerneja Kopitarja [2]. Ta je v Jenkovi domači oskrbi pozneje še zadnjič zaupal svojo dušo Bogu. Ljubljanski profesor Karol (Leopold) Schulz Edler pl. Strassnitzki je bil eden najboljših Jenkovih in Ettिंगshausenovih dunajskih študentov. Dne 22.

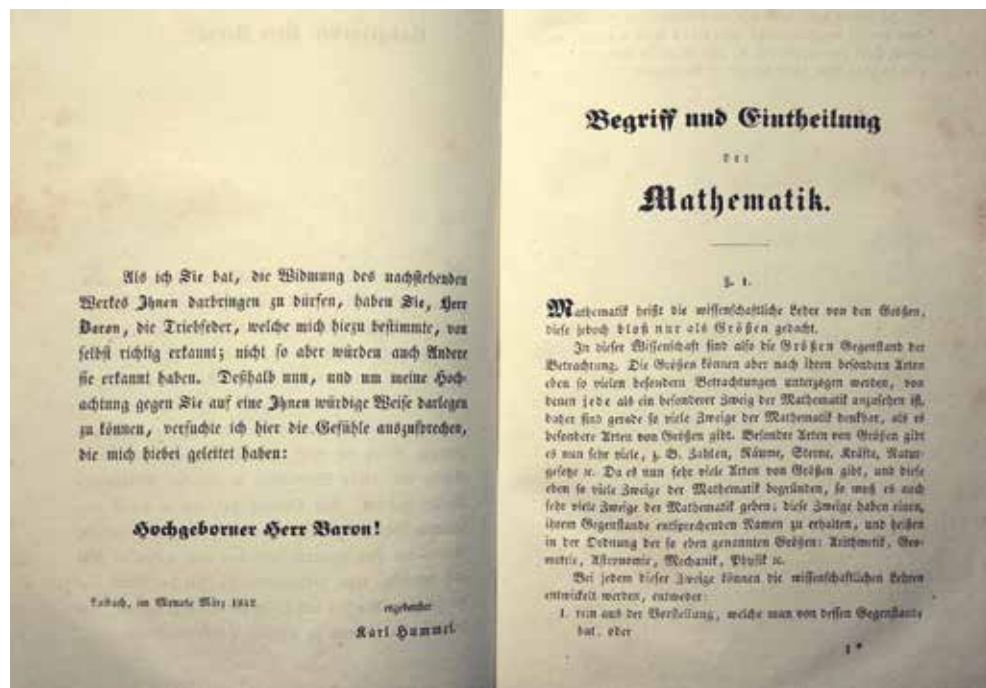
3. 1823 je Schulz pod Jenkovim vodstvom uspešno branil več matematičnih tez [3]. Z dekretom deželne vlade je Schulz dobil matematično štipendijo v znesku 300 florintov, obenem pa je postal adjunkt pri profesorjih Baumgartnerju, Jenku in Ettिंगshausenu. Postal je dunajski suplent za matematiko in fiziko, 13. 6. 1827 pa je odšel v Ljubljano kot adjunkt in suplent, nato pa je bil Močnikov profesor. Tri leta pozneje je v Ljubljani užil srečno družinsko življenje matematika tako kot desetletje pozneje njegov pomočnik Hummel in za njima še njun študent Močnik. Izbranka matematika Schulza je bila Sofija Seeliger, leto pozneje, 6. 7. 1831, pa se jima je rodil prvi sin Johann Nepomuk Paul Friedrich, pozneje pravniški tajnik na kmetijskem ministrstvu. Čeravno se je družina odselila iz Ljubljane, je niso pozabili, saj se je mlajši matematikov sin, sekcijski svetovalec na notranjem ministrstvu (Franz) Leopold (\* 1835), dne 1. 6. 1871 pri frančiškanih v Ljubljani poročil z ljubljansko baronico Natalijo Grimschiz (Grimbschitz, Grimšič, \* 1845), hčerjo svetnikovega namestnika [4]. Kranjski zrak je očitno ugodno vplival na plodovitost matematikov Schulza, Hummla in njunega študenta Močnika. Le Schulzevemu učitelju Jenku ni ravno dobro del, saj se je kot ljubljanski profesor matematike nesrečno zaljubil v hčerko ribniškega graščaka in si je družinsko gnezdo raje spletel na Dunaju.

Schulz je tako kot Jenko predaval po sedem ur matematike na teden v nemškem jeziku po Appeltauerjevem učbeniku teoretične (čiste) matematike, ki so ga uporabljali še drugod po monarhiji, med drugim na univerzah v Schulzevi rodni Galiciji in v Olomucu. V Olomucu je predaval vodilni slovenski matematik Močnik, študent Jenkovega učenca Schulza.

Poleg Schulza je bil Močnikov vzor pri pisanju učbenikov še Karl Hummel (Carl, \* 1801; † 1879 Gradec). Karl Hummel je bil rojen v Šatovu na Moravskem kot sin posestnika Thomasa Realitätenbesitzer (posestnika) in Tereze rojene Plau. Po doktoratu je Hummel najprej kot Schulzev suplent pomagal učiti Močnikov razred, pozneje pa je predaval elementarno matematiko v prvem letniku liceja v Ljubljani od leta 1835 do odhoda v Gradec. Med letoma 1831 in 1835 je bil suplent za matematiko sprva pri resda nekoliko mlajšemu Schulzu; suplent je ostal še leta 1836, naslednje leto pa je postal profesor [5]. Tako je Močnik v Ljubljani poleg Schulzevih predavanj sodeloval še z njegovim suplentom Hummlom.

Po dobrem Schulzevem in poznejšem Močnikovem zgledu se je Hummel dne 3.

2. 1842 kot profesor in član kmetijske družbe v ljubljanski frančiškanski cerkvi poročil s Frančiško Marijo Agnes Elisabet markizo Gozani (Gozzani), rojeno dne 28. 6. 1824 v Ljubljani. Krstna botra Frančiške Gozani sta bila bogati Blasius Terpinz in Elisabeth Paulitsch. Nevesta Frančiška je bila hčerka komisarja za ceste markiza Johana (\* 1782; † 1836) in Eve (\* 1792; † 1872) rojene Trockenbrot. Hummllov tast in tašča sta imela oba pogrebni maši pri frančiškanih v Ljubljani. Hummllovi poročni priči sta bila dvorni in sodni odvetnik dr. Leopold Baumgartner in dr. medicine Johan Nepomuk Birtzen. Sorodniki markizi Gozzaniji so bili oficirji in lastniki graščine Volčji potok med letoma 1846 in 1882. Ljubljanski matematik Hummel je s poroko očitno postal del kranjske družbene elite.



[Slika 1] Konec posvetila v Hummlovem učbeniku.

Tik pred Močnikovim prihodom v Ljubljano je Hummel mesto zapustil, saj je na graški univerzi postal prvi profesor fizike; katedro je obdržal do upokojitve. Še pred imenovanjem za suplenta in rednega (pravega) profesorja v Ljubljani je sestavil napravo za izboljšano vrenje vina in piva, kar bilo je seveda med Kranjci deležno navdušenega odobravanja [6].

## γ Učbeniki Močnikovega suplenta Hummla

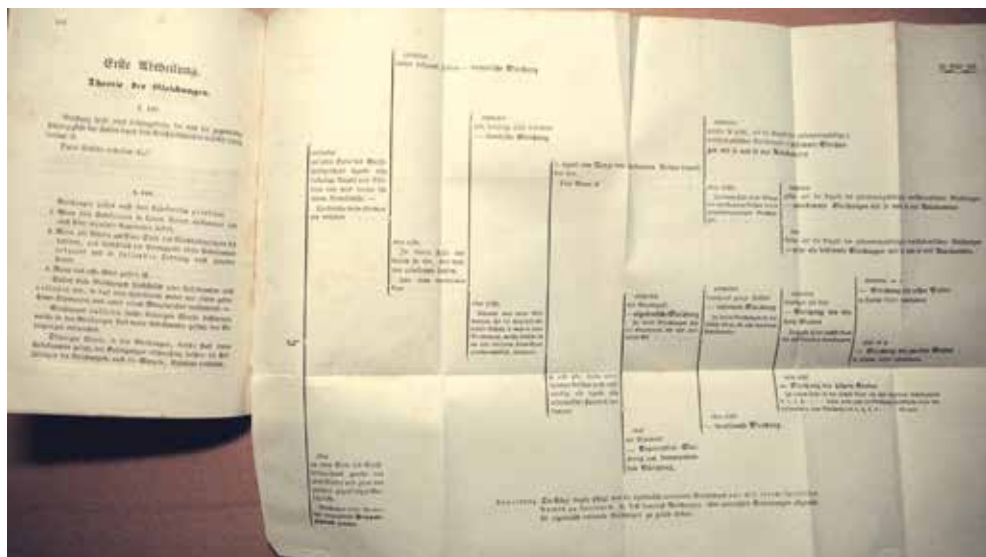
Hummel je objavil prvi in edini ljubljanski licejski učbenik matematike (slika 1, slika 2); edini zato, ker so liceje kmalu po Hummlovem odhodu iz Ljubljane - ukinili. Učbenik je marca 1842 v Ljubljani posvetil petičnemu baronu Simonu Sinasu. Vsebina učbenika je predstavljena v preglednici 1. V poglavju o Teoriji logaritmov je Hummel objavil edini citat: pod črto se je skliceval na logaritmov-

nik angleškega matematika Langa iz leta 1724 in na delo Nemca Krampa iz leta 1808 [7]. Zadnji razdelek ali poglavje Hummlovega učbenika je bil posvečen uporabni trgovski matematiki in zavarovalništvu. Po Hummlovi smrti so v Münchnu objavili njegove spise o zavarovalniški matematiki, trinajst let pred rojstvom najpomembnejšega slovenskega aktuarja Iva Laha. S svojimi spisi je Hummel tako oral ledino ljubljanskega trgovskega računa. Prvemu aritmetičnemu delu Hummlovih predavanj je sledil še drugi, geometrijski del, ki je prav tako vplival na Močnikovo delo.

Na sliki 3 so predstavljeni Hummlovi akademski predniki.

## δ Šolski nadzornik

Močnik je deset strani dolgo razpravo Augustina Cauchyja o postopku za numerični izračun pozitivnih ničel polinomov z realnimi koeficienti razširil na skoraj sto strani s števil-



[Slika 2] Preglednica zvrsti enačb med stranema 132 in 133 v Hummlovem učbeniku.

Naslov	Poglavje	Stran
Prvi del: Aritmetična sinteza	3	8
Prvi oddelek: Teorija poimenovanja števil	4	
Drugi oddelek: Načini računanja	11	13
1. Teorija seštevanja	14	16
2. Teorija odštevanja	26	21
3. Teorija množenja	39	27
4. Teorija deljenja	56	65
5. Teorija potenciranja	93	90
6. Teorija korenov	111	105
7. Teorija logaritmov	127	120
Drugi del: Aritmetična analiza	142	131
Prvi oddelek: Teorija enačb (algebra)		
1. Razvoj splošnega izreka o enačbah	145	133
2. Razvoj izreka o posebnih enačbah	152	141
a) Določena enačba prvega reda z dvema neznankama	151	140
b) Določena enačba drugega reda z eno neznanko	154	142
c) Nedoločena enačba prvega reda z dvema neznankama	157	146
Drugi oddelek: Teorija vrst	170	165
Aritmetične vrste prvega reda (aritmetično naraščanje)	171	166
Aritmetične vrste drugega reda	172	167
Geometrične vrste prvega reda (geometrijsko naraščanje)	174	171
Tretji oddelek: Teorija analitičnih izrazov položajev, praktična uporaba, itd.	175	173
1. Računanje povprečne cene		
2. Obrestni, diskontni in kapitalski račun	176	175
A) Računanje navadnih obresti	179	176
B) Obrestno obrestni račun (obresti od obrestovanih glavnih)	182	181

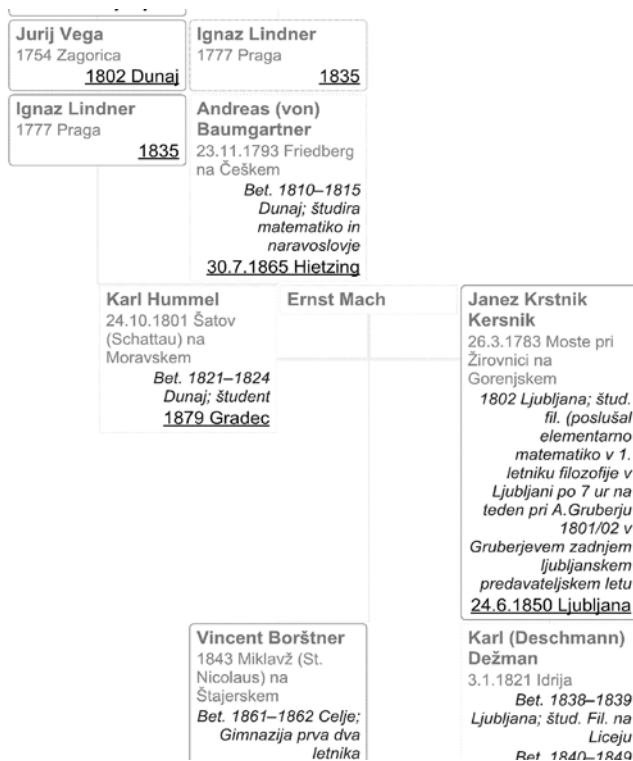
*[Preglednica 1] Poglavja prvega dela Hummlovega matematičnega učbenika*

nimi primeri; večino dela je opravil v Gorici. Močnik je obenem prvi priredil Cauchyjev postopek za nemške bralce. To razpravo imamo lahko za Močnikovo (goriško) prvo-rojenko, čeravno se mu je resnična hči rodila šele poldrugo desetletje pozneje v Ljubljani. Predgovor je nastal decembra 1838, komaj dobro leto po Cauchyjevi objavi. S tem se je uvrstil med prve podpornike sicer dokaj osamljenega Cauchyja, ki je takrat ravno zaključil svoje dveletno goriško obdobje zasebnega učitelja pretendenta na francoski prestol. Cauchy in Močnik si nista bila blizu

le kot matematika, temveč ju je družilo tudi sorodno konzervativno politično prepričanje, usmerjeno proti ločitvi cerkve od države, še posebej v šolstvu.

Po graškem doktoratu se je Močniku zdelo za malo nadalje predavati na goriški normalki; medtem je zaslovel z razpravo o Cauchyjevi metodi. Oziral se je za boljšo katedro; leta 1846 je bil imenovan za profesorja osnov matematike in trgovskega računstva na novoustanovljeni tehniški akademiji v Lvovu v danes ukrajinski habsburški vzhodni Galiciji. Nato je dve leti poučeval na univerzi v





[Slika 3] Hummlovi akademski predniki.

Olomucu na Moravskem, blizu Hummlovega rojstnega kraja.

Ob uvedbi Bachovega absolutizma je minister za uk in bogočastje, grof L. Thun, profesorja nekdanje jezuitske univerze v Olomucu Močnika zaprisegel po cesarskem ukazu; postavil ga je na ugleden položaj šolskega svetnika in nadzornika za ljudske šole na Kranjskem [8].

## ε Prvorojenka viteza matematike

Tik pred preselitvijo v Ljubljano se je Močnik v Olomucu poročil s poldrugo desetletje mlajšo Terezijo Rossiwall. Dne 24. 4. 1852 se jima je v Ljubljani rodila prvorojena hči Ma-

rija (Justina), pozneje poročena Zeynek. Marija je bila naslednji dan krščena pri ljubljanskih frančiškanih, saj je Močnikova družina stanovala nedaleč proč v ljubljanskem Kapucinskem predmestju št. 42. Boter je bil Frančev ljubljanski sošolec Franc Omejc (Omeiz) iz Mengša, pravnik na deželnem tožilstvu v Ljubljani. Omejc je bil prvi premijant med nižjim šolanjem v Ljubljani, torej se je učil še bolje od sošolca Močnika. Maria Petrič je zastopala botro Justino Lercher, soprogo knjigararja Jurija Lercherja; pet dni pred tem je bil Močnik boter hčeri Lercherjevih v ljubljanski stolnici, kar dokazuje tesno prijateljstvo in poslovno povezavo med družinama [9]. Močnik kot vzpenjajoča se zvezda - pisec

matematičnih učnih knjig - je namreč potreboval primerne zveze v založniških krogih.

Jurij Lercher je bil knjigar na ljubljanskem Velikem trgu (pozneje Mestni trg); tam si je kupil hišo. Izšel je iz prave dinastije knjigarjev, saj so bili njegovi predniki graški univerzitetni tiskarji [10]. Močnik je imel ob rojstvu prvorojenke za sabo že 15 nemških knjig, med njimi 13 učbenikov; ob njih pa še dva poljska in en italijanski prevod. Lercher resda ni založil nobene med njimi, bil pa je tesno povezan z Močnikovimi avstrijskimi izdajatelji.

Močnikovo prvorojenko je krstil frančiškanski župnik Kalist Omejc, sorodnik Močnikovega kamniškega sošolca Omejca. Krstna botra Močnikove mlajše hčere Emilije, Terezija Močnik, je bila matematikova tašča, boter pa znova F. Omejc. Najmlajši matematikov otrok Teodor Franc Serafin je prav tako za botro dobil svojo moravsko babico; tisti čas so Močnikovi stanovali v Ljubljani na Glavnem trgu 262 (današnji Mestni trg). Po ljudskem štetju je Franc Močnik nekoliko pozneje stanoval nedaleč proč v Kapucinskem predmestju št. 59 [11], nato pa se je preselil na Gradišče 32; Močnikova petčlanska družina je tam živela skupaj z dvema služkinjama Gorenjkama, ki sta skrbeli za otroke.

Po ljubljanskem desetletju je bil Močnik leta 1860 premeščen v Gradec; kot šolskemu svetniku in nadzorniku ljudskih šol so mu tam zaupali še nadzorstvo realk na Štajerskem in Koroškem. V Gradcu je že leta 1863 postal član par mesecev prej ustanovljenega Naravoslovnega društva za Štajersko; članstvo je obdržal tri desetletja, vse do svoje smrti. Sam sicer ni nikoli predaval na sejah Društva, so pa tam pogosto govorili najbolj merodajni srednjeevropski matematiki. V

prvih dveh desetletjih od 1863 do 1883 so šestnajstkrat razpravljali o astronomiji, štirinajstkrat o matematiki, štiriintridesetkrat o fiziki in sedemkrat o tehniki [12]. O matematiki je enkrat predaval Alois von Frank z graške obrtne šole, osemkrat Karl Friesach (\* 1821; † 1891), enkrat Anton Kautzner, dvakrat pa Ferdinand Lippich (\* 1838; † 1913) slovanskega rodu. Teslov priljubljeni profesor matematike na graški Politehniko Johan Rogner je pripovedoval o tedanjih »računalnikih« leta 1869, enkrat pa je govoril Heinrich Streinz (\* 1848; † 1892). Graški matematik-fizik Ludwig Boltzmann je trikrat predaval o Maxwellovem elektromagnetizmu (1873), o mehanski teoriji toplote (1877/78) in o matematični teoriji glasbe (1878). Lippich je bil sin ljubljanskega zdravnika Frana Viljema Lipiča (Lippich, \* 1799 Iglava; † 1845 Dunaj) in vnuk zdravnika Jožefa Lipiča (\* 1761 Ljubljana).

## ζ Zaključek

Ljubljana in Gorica Močnikovih mladih dni sta s Schulzem, Hummlom in predvsem Cauchyjem blesteli na matematičnem Parnasu. Opisane so tedanje ljubljanske razmere, v katerih je Močnik živel, in ustrezne okoliščine, ugodne za rast njegovega matematičnega genija. V Ljubljani sta ga usmerjala visokošolska matematika Poljak Schulz in Moravec Hummel. Kvaliteto njunih ljubljanskih predavanj orisuje dejstvo, da sta oba pozneje postala univerzitetna profesorja na Dunaju oziroma v Gradcu, pri čemer je Hummel celo predsedal na fizikalno katedro.

Kot Goriški profesor se je Močnik proslavil v sodelovanju s Cauchyjem. Dve desetletji po koncu svojih ljubljanskih visokošolskih študijev se je Močnik znova vrnil v Ljublja-

no. Nekdanji študent se je v drugo izkazal kot visok in uspešen dvoru dopadljiv pedagoški funkcionar. V svojem drugem desetletnem bivanju v kranjski prestolnici je Močnik zamenjal vsaj tri stanovanja in povil tri otroke. Prispevek prvič obravnava doslej neznani dokument o krstu prvorojenke matematika Franca Močnika.

Močnik je prvi goriški slovenski avtor matematične znanstvene razprave, ki je postala predvsem uvod v njegovo resnično poslanstvo, osredotočeno na pisanje učbenikov. Resda ni imel posebne žilice za pisanje slo-

venskih matematičnih priročnikov, a nič ne de, saj so prevode oskrbeli drugi. Ko je po upokojitvi postal vitez, je zadnji dve graški desetletji preživel kot vitez matematike med svojimi učbeniki, ki so preplavili Srednjo Evropo. Kot ugleden član Naravoslovnega društva za Štajersko je ohranil stik s stroko vse do smrti.

## Zahvala

Za vsestransko pomoč se zahvaljujem Tonetu Krampaču, Marku Razpetu in Milanu Hladniku.

## η Viri in literatura

1. J. Aschbach, *Geschichte der Wiener Universität von 1848-1898*, 1898. (ur. Akademischer Senat der Wiener Universität). Wien: Alfred Hölder, 1898, str. 276-277.
2. E. Kernc, Kopitar Jernej (Geslo). *SBL*, 1932, 1: 501.
3. L.K. Schulz pl. Strassnitzki, *Professor Schulz von Strassnitzki als Gelehrter und Mensch. Eine Erinnerung an dessen zehnten Sterbtag (9. Juni 1862)*. Wien: Zu Kommission bei Manz et Comp, 1862, str. 9.
4. *Schematismus Laibacher Gouvernements Königreichen Illyrie für das Jahr 1834*, str. 155; L. Schiviz von Schivizhoffen, *Der Adel in der Matrikel des Herzogtums Krain*, Gorica: Samozaložba, 1905, str. 232, 246.
5. *Schematismus Laibacher*, 1835: 157-158; 1836: 161; 1837: 165; 1840: 201; 1847: 225, 297; 1848: 225; L. Schiviz, *Der Adel*, str. 316, 243, 251, 253.
6. K. Hummel, *Abhandlung über die Weinbereitung*. Laibach: Kleinmayr, po 1821, 49-56; *Schematismus Laibacher*, 1836: 116; 1847: 287.
7. K. Hummel, Karl. 1842. *System der Mathematik Erster Theil. Die Arithmetik*. Wien: J.P. Sollinger, 1842, str. 130.

8. V.Schmidt, *Zgodovina šolstva in pedagogike na Slovenskem*, Ljubljana, 1988, 3: 22-23.
9. ZAL LJU Konskripcijske tabele 1830 – 1857 Ljubljana, Mesto 239, fara sv. Nikolaj, gospostvo Magistrat, številka 69, leto 1843. Dostopno na: <http://www.sistory.si/publikacije/prenos/?target=pdf&urn=SISTORY:ID:16782>.
10. N. Bachleitner, F.M. Eybl, E. Fischer, *Geschichte des Buchhandels in Österreich*, Wiesbaden: Harrassowitz, 2000, str. 61, 87.
11. Nadškofijski arhiv v Ljubljani, Ljubljana, Marijino Oznanjenje, Geburts- und Tauf- Buch, str. 225, zadnji peti zapis na strani.
12. M. Hladnik, Življenjska pot Franca Močnika. *Z vrlino in delom. Dr. Franc Močnik (1814-1892)* (ur. Magajne, Milojka). Idrija: Mestni muzej, 2014, str. 14, 19-20.
13. M. Hladnik, Razmišljanja o Močniku in njegovih načelih, *Matematika v šoli* 2014, 20/3-4, str. 73-78.
14. M. Razpet, Osebno o cerkljanskem vitezu. *Z vrlino in delom*, str. 87.
15. M. Razpet: Franc vitez Močnik: ob 200-letnici rojstva. *Obzornik za matematiko in fiziko*, 2014, 61/6, str. 220-229.
16. Zgodovinski arhiv Ljubljana ZAL LJU 504 Mesto Ljubljana statistični popis 1 / 1-3 indeks 1857 A-R Ljudsko štetje, mikrofilmski posnetek 820 v kolutu MF-80 Gradišče št. 588-1030; M. Rugále; M. Preinfalk, *Blagoslovljeni in prekleti, I. del, o plemiških družinah na Slovenskem v 19. in 20. stoletju*. Ljubljana: Viharnik, 2010, str. 133-136.
17. *Haupt-Repertorium über sämtliche Vorträge, Abhandlungen und fachwissenschaftliche Notizen welche sich in den Heften I bis einschliesslich XX (den Jahrgängen 1863 bis einschl. 1883) der Mittheilungen des naturwissenschaftlichen Vereines für Steiermark befinden*. Graz: naturwissenschaftlichen Vereines für Steiermark, 1884, str. 7-8, 15-16, 19-21.



# Napovednik tematske številke

Osrednja tema 23. letnika (leto 2017) revije Matematika v šoli bo

## »Spremljanje učenca skozi proces učenja matematike in vloga učitelja«.

Formativno spremljanje je spremljanje razvoja znanja učenca/dijaka skozi proces učenja, da bi izboljšali učni učinek in posledično dosežek. Tako spremljanje omogoča pravočasno intervencijo ob težavah, hkrati pa daje učencem in tudi učiteljem možnost izboljšanja dosežkov, s tem pa hitrejšega napredovanja, predvsem pa kvalitetnejšega znanja. V procesu učenja in poučevanja sta učenec in učitelj vzročno-posledično povezana, zato je vloga učitelja kot moderatorja in usmerjevalca zelo pomembna.

Učenca/dijaka spremljamo preko elementov (korakov) formativnega spremljanja: od preverjanja (pred)znanja, načrtovanja dejavnosti, postavljanja ciljev in kriterijev uspešnosti, zbiranja raznolikih dokazov o učenju in napredku učenja, do samoevalvacije in samovrednotenja. V vsak našeti element smiselno vključujemo povratno informacijo: učenca učencu, učenca učitelju in učitelja učencu.

Vabimo učitelje in druge strokovnjake, da **podelite z bralci revije Matematika v šoli rešitve**, poglede, izkušnje prakse, izpostavite nove predloge, sveže ideje in spoznanja **o formativnem spremljanju znanja pri matematiki**.

- Kako in na kakšne načine preverjate predznanje učencev in kako ugotovitve upoštevate pri načrtovanju nadaljnjih dejav-

nosti? Kakšna je vloga povratne informacije pri preverjanju predznanja?

- Kako načrtujete oz. predstavite učencem cilje in oblikujete kriterije uspešnosti?
- Kako vrednotite dosežke učencev in pri tem podajate povratno informacijo učencem?
- Načrtujete dejavnosti pri delu z učenci? Katere raznolike dokaze zbirate o napredku učenja (npr. portfolio)?
- Kako podajate povratno informacijo učencem, da bodo uspešnejši in da bodo poskušali uresničiti zastavljene cilje?
- Kako uresničujete samovrednotenje in samoevalvacijo?
- Kako vam IKT pomaga oz. kako jo vključujete pri formativnem spremljanju?

V uredništvo bomo sprejeli tudi prispevke, ki bodo opisovali druge tematike.

Ob tej priliki vas ponovno vabimo k branju revije **Vzgoja in izobraževanje**, 5, št. 5/6, s priložo **Učiteljev glas (2014)** in poglavje **Dylana Wiliama – Vloga formativnega vrednotenja v učinkovitih učnih okoljih** (str. 123-142) v knjigi **O naravi učenja** (dostopno na: <http://www.zrssi.si/pdf/o-naravi-ucenja.pdf>).

## ROK ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Vaše prispevke za objavo v prvi dvojni številki 23. letnika pričakujemo najkasneje **do 10. novembra 2016**. Morebitna vprašanja lahko naslovite na e-naslov [jerneja.bone@zrssi.si](mailto:jerneja.bone@zrssi.si) ali na katerega od ostalih članov uredniškega odbora ali pokličete po telefonu 05 330 80 78 odgovorno urednico.

# Navodila sodelavcem in dopisnikom revije Matematika v šoli

Revija Matematika v šoli objavlja le izvirna, še neobjavljena dela, napisana v slovenščini, za kar odgovarja avtor. Objavljamo znanstvene in strokovne prispevke ter poročila. Prispevki morajo biti napisani strokovno, jezikovno in slogovno neoporečno.

## Strokovni prispevki:

- **Naslov prispevka** naj bo kratek, jasen, enostaven in informativen. Vsebuje naj ključne pojme, odraža naj temo prispevka.
- Ob **imenu in priimku avtorja** navedite **ustanovo**, v kateri je zaposlen.
- **Povzetek** (abstract) naj vsebuje največ 200 besed. Umestite ga na prvi strani prispevka, takoj za naslovom prispevka in imenom ter priimkom avtorja ter ustanovo, kjer je zaposlen. Razumljiv mora biti sam po sebi, brez branja celotnega besedila prispevka. Napisan naj bo v 3. osebi, povzema naj bistvo prispevka, pojasni njegov namen in cilje, opiše uporabljene metode in tehnike morebitnega raziskovalnega oziroma znanstvenega pristopa, rezultate in glavne ugotovitve. Praviloma naj bo povzetek oblikovan v enem odstavku.
- **Ključnih besed** naj bo največ pet.
- Sledi **besedilo prispevka** (uvod, osrednji del, zaključek) z vključenimi slikami, fotografijami, preglednicami. Besedilo naj bo logično razdeljeno na poglavja in podpoglavja.
- **Preglednice, slike in druge priloge** naj bodo vključene v besedilo. Vsaka preglednica ali slika naj ima naslov in zaporedno številko in ustrezen podnapis. Slikovno gradivo morajo avtorji priložiti v formatih jpg ali tiff z ločljivostjo najmanj 300 dpi. Če v prispevku uporabite avtorske izdelke učencev oz. dijakov, je treba pridobiti tudi njihova pisna soglasja za objavo, če so polnoletni, oz. dovoljenja enega od staršev, če še niso polnoletni. Dovoljenja se priloži prispevku. Za objavo slikovnega gradiva, ki ni last avtorja prispevka, je treba pridobiti dovoljenja za objavo. Za dovoljenja lahko zaprosi že avtor prispevka ali pa posreduje založbi podatke o avtorjih gradiv, ki uredi potrebna soglasja za objavo.
- Na koncu zapišite seznam citiranih in uporabljenih **virov**.

Uporabljeni viri naj bodo navedeni po abecednem redu priimkov prvih avtorjev oziroma po naslovih del neznanh avtorjev. Navajamo primere navajanja virov.

1. Jerman, M. (2013): Evklidov algoritem, Matematika v šoli, letn. 19, št. 1.–2., str. 54–60.
2. Heacox, D. (2009): Diferenciacija za uspeh vseh, Rokus Klett, Ljubljana.
3. Magajna, Z. (2013): Preverjanje matematičnega znanja s pisnimi preizkusi. V Posodobitve pouka v osnovnošolski praksi. Matematika. Ljubljana: ZRSS.
4. [www.zrss.si/.../konkretno.html](http://www.zrss.si/.../konkretno.html) (17. 10. 2014).

**Drugih sestavkov (sporočil, predstavitev knjig, dogodkov idr.)** ni treba opremiti s povzetkom in ključnimi besedami. Seminarske naloge v obliki, kot so izdelane pri študiju ali na različnih tečajih oz. seminarjih, sprejemamo le, če so ustrezno prirejene za objavo v naši reviji.

**Oblika prispevka:** Prispevki lahko obsegajo do 15 tipkanih strani s preglednicami, slikami in viri vred (do 30 000 znakov s presledki). Besedilo naj bo napisano v Wordu, s pisavo Times New Roman, velikost črk 12, razmik med vrsticami 1,5.

Za trditve v prispevku odgovarja avtor/-ica, zato mora biti podpisan/-a s celotnim imenom in priimkom. **Avtor mora priložiti lastnoročno podpisano prijavnico za objavo prispevka v reviji**, s katero med drugim jamči, da je prispevek izvirno avtorsko delo (obrazec za prijavo prispevka je skupaj z uredniško politiko in navodili sodelavcem in dopisnikom revije Matematika v šoli dostopen na spletni strani Zavoda Republike Slovenije za šolstvo – Založba – predstavitev revij – Matematika v šoli: <http://www.zrss.si/zalozba/revije/matematika-v-soli>).

Avtorji morajo svoje prispevke poslati v elektronski obliki po e-pošti odgovorni urednici na naslov **jerneja.bone@zrss.si**, na naslov uredništva pa morajo poslati podpisano in izpolnjeno prijavnico prispevka za objavo v reviji. Nepopolnih prispevkov uredništvo ne bo upoštevalo.

## Naslov uredništva:

Uredništvo revije Matematika v šoli  
Zavod RS za šolstvo, OE Nova Gorica  
Erjavčeva 2, 5000 Nova Gorica  
E-mail: [jerneja.bone@zrss.si](mailto:jerneja.bone@zrss.si)



ISSN 1316-010X



9 771316 010005



Zavod  
Republike  
Slovenije  
za šolstvo