

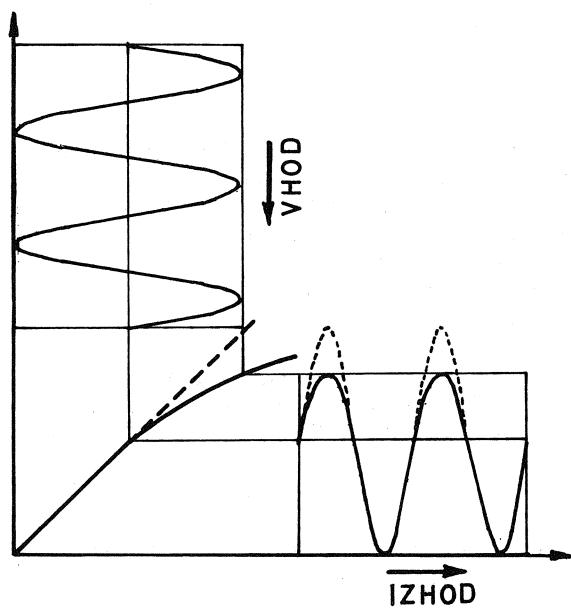
UDK 534.3 Tartini

Bruno Ravnikar  
Ljubljana

## TARTINI IN KOMBINACIJSKI TONI

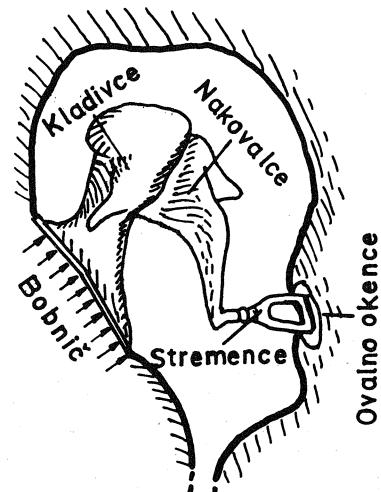
## 1. O naravi kombinacijskih tonov

Opisovanje spoznavanja in odkrivanja kombinacijskih tonov si bomo močno olajšali z izhajanjem iz danes znanega tolmačenja o njihovem nastanku. Ker kombinacijskih tonov v naravi s še tako natančnimi meritvami ne moremo dokazati, privzamemo razlago, da nastajajo v človekovem ušesu zaradi njegove nelinearne prenosne karakteristike. Uho lahko upravičeno primerjamo s telekomunikacijskim prenosnim sistemom, v katerem dobimo vhodni signal na izhodu bolj ali manj popačen, saj gredo tudi v tem primeru popačenja na račun nelinearne karakteristike prenosnega voda. Pojav nelinearnega popačenja si lahko nazorno ogledamo na primeru, ko vpada v uho čisti sinusni ton. Dokler bo njegova amplituda majhna, ga bomo razpoznali kot sinusni ton, razmere pa postanejo drugačne pri večjih amplitudah. V takšnem primeru se prvočrna sinusoida popači, kar nam kaže slika 1.



Frekvenca vpadnega zvoka ostane sicer nespremenjena, spremeni pa se prvočna sinusna oblika nihanja, ki sedaj nima več oblike pravilne sinusoide. Zaradi boljše primerjave je na sliki prikazana nepopačena sinusoida črtkano, popačena pa s polno črto.

Do popačenja pride v srednjem ušesu na vzvodu, ki ga predstavljajo slušne koščice: kladivce, nakovalce in stremence (slika 2).



SREDNJE UHO

Popačeno nihanje ostane še naprej periodično in ga lahko izrazimo z ustrezno Fourierjevo vrsto

$$y = A_1 \sin(\Omega_1 t) + A_2 \sin(2\Omega_1 t) + A_3 \sin(3\Omega_1 t) + A_4 \sin(4\Omega_1 t) + \dots$$

Zraven prvočnega osnovnega nihanja  $\sin(\Omega_1 t)$  se pojavijo še višja harmonska nihanja s frekvencami  $2\Omega_1, 3\Omega_1, 4\Omega_1, \dots$ . Potemtakem se prvočni ton zaradi nelinearnega popačenja zvensko obogati, kar lahko štejemo za pozitivno posledico tega pojava. Delež višjih harmonskih nihanj bo toliko večji, čim večja je amplituda nihanja. Pri zelo majhnih amplitudah (nizkih jakosti) popačenja ne bomo zaznali, saj je v tem primeru prenosna karakteristika skoraj linear.

S pomočjo te razlage lahko sedaj analiziramo primer, ko vpadata v uho dve različni frekvenci. Matematični postopek je nekoliko daljši in si bomo ogledali le rešitve, ki so izražene z vrsto približkov. Pri izračunu prvega približka nihajne krivulje dobimo člene

$$\cos(\Omega_1 t) \text{ in } \cos(\Omega_2 t),$$

ki predstavljata prvočni vpadni nihanji s frekvencama  $\Omega_1$  in  $\Omega_2$ . Že v izračunu drugega približka dobimo nove člene

$$\cos(2\Omega_1 t), \cos(2\Omega_2 t), \cos(\Omega_1 - \Omega_2)t \text{ in } \cos(\Omega_1 + \Omega_2)t,$$

ki predstavljajo že znani višji harmonski frekvenci

$$2.\Omega_1 \text{ in}$$
$$2.\Omega_2$$

ter novi nihanji s frekvencama

$$\Omega_1 - \Omega_2 \text{ in}$$
$$\Omega_1 + \Omega_2$$

Ti dve frekvenci sta enaki razliki in vsoti prvotnih frekvenc, ki vpadata v uho. Izračun tretjega približka nam prinese nove člene s frekvencami

$$2.\Omega_1$$
$$3.\Omega_2$$
$$2.\Omega_1 - \Omega_2$$
$$2.\Omega_1 + \Omega_2$$
$$2.\Omega_2 - \Omega_1$$
$$2.\Omega_2 + \Omega_1,$$

ki predstavljajo mimo tretjih harmonskih frekvenc  $3.\Omega_1$  in  $3.\Omega_2$  še kombinacije mnogokratnikov obeh prvotnih frekvenc  $\Omega_1$  in  $\Omega_2$ . S četrtim približkom bi dobili kombinacije četrtega reda itn.

Zato imenujemo v praksi te tone *kombinacijske tone*, oziroma tiste s pozitivnim predznakom (+) *sumacijske tone* in one z negativnim (-) *diferenčne tone*.

## 2. Odkritje kombinacijskih tonov

Leta 1744. je objavil nemški organist Georg Andreas Sorge<sup>1</sup> kratko poročilo, da je slišal pri istočasnem zvenenju čiste kvinte  $c_2g_2$  še tretji ton  $c_1$ ; žal ni bila njegova objava takrat deležna skoraj nobene pozornosti. Kasneje sta objavila isto Jean-Baptiste Romieu<sup>2</sup> in piranski violinist Giuseppe Tartini.<sup>3</sup> Iz tega skopega podatka bi bilo moč sklepati, da je resnični odkritelj differenčnih tonov Sorge, kar je tudi največkrat navedeno v ustrezni strokovni literaturi. V resnici pa je odkritju differenčnih tonov posvetil največjo pozornost ravno Tartini in se je zanje marsikje tudi udomačilo ime *Tartinijevi toni*. Dvome je skušal pojasniti leta 1935 Arthur Jones, ki je analiziral več Tartinijevih objav.<sup>4</sup> V svojem glavnem delu *Trattato di Musica*, govori Tartini o tretjih tonih (terzi suoni), ne da bi pri tem omenjal, kdo jih je odkril. Izjavlja preprosto "si e poi scoperto un nuovo fenomeno armonico".<sup>5</sup> Znano je, da je takrat označil ta tretji ton za eno oktavo previsoko.

1 Sorge, G.A.: *Anweisung zur Stimmung und Temperatur sowohl der Orgelwerke, als auch anderer Instrumente, sonderlich aber des Claviers*, Hamburg, 1744.

2 Romieu, J.B.: *Nouvelle decouverte des sons harmonique graves dont la resonance est tres sensible dans les accords des instruments a vent*. Assemblee publique de la Societe Royale des Sciences tenue dans la grande salle de l'Hotel de Ville de Montpellier, le 16 decembre 1751, 77 (1751).

3 Tartini, G: *Trattato di musica secondo la vera scienza dell'armonia*, Padova 10-19 (1754).

4 Jones, A.T.: *The Discovery of Difference Tones*, Am. Phys. Teacher 3, 49-51 (1935).

5 "...nakar je bil odkrit nov harmonski pojavi".

V svoji drugi knjigi o glasbeni harmoniji<sup>6</sup> poudarja Tartini, da sloni glasbena harmonija na fizikalnih študijah, ki so privedle do zelo zanimivih odkritij, "quel terzo suono, che risulta da' due dati suoni simultanei: fenomeno di recente scoperta, ma sopra tutti significante".<sup>7</sup> V tem delu pravi Tartini, da je ob objavi *Trattato di Musica* skromno zamolčal, da je v resnici on njihov odkritelj. Ker pa si sedaj tuji avtorji prilaščajo odkritje, se čuti primoranega, da pojasni dejstva o odkritju in nadaljuje: "Nell'anno 1714, giovine di anni 22 incirca scopre fortunatamente sul Violino questo fenomeno in Ancona, dove non pochi ricordevoli testimoni sopravvivono ancora. Lo communica fin da quel tempo senza riserva, e mistero ai Professori di Violino. Lo fa regola fondamentale di perfetto accordo per i Giovani della sua scuola nell' anno 1728. incominciata in Padova, dove ancora sussiste; e con cio si difonde la notizia per tutta Europa".<sup>8</sup> V kolikor smemo tej objavi verjeti, je potem takem leta 1714. pravo leto odkritja diferenčnih tonov, ko je imel Sorge šele 11 let. Težko bi bilo Tartiniju oporekat, da ni že takrat uporabljal diferenčnih tonov za ugaševanje violin.

Ostaja še vprašanje kakšno vlogo je imel pri tem Romieu. V svojem poročilu<sup>9</sup> pravi dobesedno "Ayant voulu accorder un petit tuyau d'orgue sur l'instrument appelle TON, et les ayant embouches tous deux pour les faire resonner ensemble, je fus surprise d'entendre independamment de leur deux sons particuliers, un troisieme son grave et fort sensible...".<sup>9</sup> Iz tega sledi, da je Romieu odkril diferenčne tone popolnoma neodvisno od že omenjenih avtorjev, vendar vsekakor kasneje kot Tartinij.

Obravnavanje kombinacijskih tonov je bilo kasneje prenešeno na področje fizikalne akustike. Tako je odkril Young<sup>10</sup> leta 1800 diferenčne tone višjih redov, skupaj z Lagrangeom pa je skušal razložiti njihov nastanek s pomočjo utripanja.<sup>11</sup> To teorijo je ovrgel leta 1856 Hermann von Helmholtz z odkritjem sumacijskih tonov. Teorijo kombinacijskih tonov, ki temelji na nelinearnosti v ušesu, je zelo podrobno obdelal v svojem znamenitem delu *Die Lehre von den Tonempfindungen*.<sup>12</sup> Medtem ko so diferenčni toni konsonantni s prvotnimi toni, so sumacijski toni večinoma disonantni. Ker pa ležijo v področju, ki je že gosto pokrito z alikvotnimi toni, jih je težje zaznati. Na drugi strani prispevajo k jakosti diferenčnih tonov tudi diferenčni toni višjih harmonskih frekvenc obeh prvotnih tonov. K sreči je pri višjih frekvencah tudi občutljivost ušesa že nižja kar pomeni še en razlog več za težo zaznavnost. Na splošno obravnavamo v glasbeni akustiki diferenčne tone kot koristne, sumacijske pa kot škodljive.

6 Tartini, G.: *De' Principi dell'Armonia Musicale*, Padova, 1767.

7 "... ta tretji ton, ki je posledica dveh sočasno zvenečih tonov: pred kratkim odkrit, a nad vse pomemben pojav".

8 "Leta 1714, ko je imel 22 let, je slučajno odkril ta pojav na violinu in Anconi, kjer ni malo živečih prič, ki se tega odkritja še spominjajo. Brez kakršnihkoli pomislekov in zadržkov je svoje odkritje posredoval profesorjem violine. Uporabo tega je zahteval tudi od svojih študentov kot osnovno pravilo pri ugaševanju čiste kvinte na svoji leta 1728. ustavljeni šoli v Padovi, ki še vedno deluje. Od tod se je znanje o tem razširilo po vsej Evropi."

9 "Ko sem nameraval uglasiti dve majhni orgelski piščali z inštrumentom imenovanim TON in sem obe piščali istočasno vzbudil, sem presenečen zaznal neodvisno od njunih značilnih zvenov še tretji, nižji in močno zveneč ton."

10 Young, Th.: *Outlines of Experiments and Inquiries Respecting Sound and Light*, Phil. Trans. Part I., 106-150 (1800).

11 Lagrange, J.L.: *Recherches sur la nature et la propagation du son*, Paris, 39-148 (1867).

12 Helmholtz, H.L.V.von: *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*, Braunschweig, Chpt. 4 (1863).

### 3. Uporaba diferenčnih tonov

Praktično uporabo diferenčnih tonov je pokazal že sam Tartini pri uglaševanju dveh violinskih strun v čisti kvinti. Vzemimo, da sta dve takšni struni nekoliko razglašeni in imata frekvenci  $f_1=302$  Hz in  $f_2=200$  Hz. Zato pride v ušesu do utripanja med diferenčnim tonom

$$f_1 - f_2 = 102 \text{ Hz}$$

in diferenčnim tonom drugega reda

$$2.f_2 - f_1 = 98 \text{ Hz}.$$

Frekvenca utripanja je v tem primeru

$$102 \text{ Hz} - 98 \text{ Hz} = 4 \text{ Hz},$$

kar z lahkoto zaznamo.

V kolikor bi bili obe struni uglašeni v čisti kvinti, bi bilo  $f_1=300$  Hz in  $f_2=200$  Hz ter

$$f_1 - f_2 = 100 \text{ Hz}$$

in

$$2.f_2 - f_1 = 100 \text{ Hz},$$

kar ne daje utripanja!

Pri opisovanju zvonov zasledimo v literaturi mnogokrat podatek o takoimenovanih *subharmonskih frekvencah*. Objektivne meritve z najbolj natančnimi inštrumenti obstaja takšnih frekvenc niso mogle dokazati. Zato je na dlani razlaga, da so subharmoniske frekvence pri zvonovih le diferenčni toni najmočnejših nizkih alkvotnih tonov.

Posebno pomembna je vpeljava takoimenovanega *akustičnega basa* pri orglah (Georg Vogler).<sup>13</sup> Najnižje in najdaljše orgelske piščali je nadomestil z dvema krajsima piščalima v intervalu čiste kvinte ter izkoristil njun diferenčni ton. To je občutno pocenilo gradnjo orgel, na drugi strani pa porabijo krajske piščali tudi manj zraka za vzbujanje.

Diferenčne tone koristijo tudi nekateri orgelski registri. Z njihovo pomočjo dobimo značilne zvone, označene kot *mixtura*, *cornet*, *cymbal*, *sesquialtera*, *furniture*, *vox humana*, *harmonics* in podobno.

13 Vogler, G.J.: *Data zur Akustik* 13 (1801).

## SUMMARY

The first part of the article describes the contemporary standpoint in explaining the occurrence of combination tones. They are caused by a nonlinear process in the human hearing organ. To the original tone, according to the Fourier theorem, higher harmonics are added. Similarly, if two tones with two different frequencies strike the human ear, higher harmonics together with their combinations are produced. Regarding the mathematical sign in individual combinations, these tones are divided in summation and difference tones respectively. As a rule, they appear in a series of orders with the loudest being the lower ones.

The second part deals with the actual discovery of combination tones. The first communications about a third tone, audible during simultaneous sounding of two tones, were given by Sorge (1744), Romieu (1751), and the violinist and composer G. Tartini (1754). But as Jones (1935) has shown, it is likely, that, with respect to the date of discovery, the order of these names should be reversed, so that not unjustly the third tone is sometimes named after Tartini.

The third part explains some practical uses of difference tones. First, in tuning two violin strings in a perfect fifth, a phenomenon known already to Tartini. The second case explains the frequently wrong descriptions of "bells' subharmonics", being in fact difference tones produced in the human ear. Eventually, the importance of difference tones in organ construction is described. Extremely long organ pipes can be substituted by two shorter ones tuned in a perfect fifth thus using their difference tone as the fundamental one (acoustic bass), as well as combinations of different pipes in popular organ stops.